

C10

4. procedure maxdiff( $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ ; integers with  $n \geq 2$ )maxdiff :=  $a_2 - a_1$ for  $i = 3$  to  $n$ diff :=  $a_i - a_{i-1}$ 

if maxdiff &lt; diff then maxdiff := diff

return maxdiff

12. temp :=  $x$  $x := y$  $y := z$  $z := \text{temp}$ 24. procedure onetwoone( $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ ; integers with  $n \geq 1$ ,  
 $b_1, b_2, b_3, \dots, b_m$ ; integers with  $m \geq 1$ ,  $f$ : function)

truth := true

for  $i = 1$  to  $n$ for  $j = 1$  to  $m$ if ( $a_i \neq a_j$  and  $f(a_i) = f(a_j)$ ) then truth := false

return truth

C11

4.  $|f(x)| = |2^x + 1|$

$\leq |2^x| + |1|$

$= 2^x + 1$

$< 3^x + 1$

$< 3^x + 3^x$

$= 2 \cdot 3^x = 2|3^x|$  따라서  $C$ 는 적어도 2, 그때  $k=2$

18.  $k=1, C=1$ . $x > k=1$  일때

$$|1^k + 2^k + \dots + n^k| = 1^k + 2^k + \dots + n^k \leq n^k + n^k + \dots + n^k$$

$$= n \cdot n^k = n^{k+1} = |n^{k+1}|$$

 $\therefore k=1, C=1$  일때  $1^k + 2^k + 3^k + \dots + n^k$  는  $O(n^{k+1})$  이다.40.  $f(x)$  는  $O(\log_b x)$  를  $|f(x)| \leq C |\log_b x|$  라 정의 $x > k$  일때

$$|f(x)| \leq C |\log_b x| = C \left| \frac{\log_a x}{\log_a b} \right| = \underbrace{\frac{C}{\log_a b}}_{C, \text{상수}} |\log_a x|$$

 $|f(x)| \leq C_1 |\log_a x|$  이다.

12

8.

1번  $x^2$

2번  $(x^2)^2 = x^4 = x^{2^2}$

3 "  $(x^4)^2 = x^8 = x^{2^3}$

⋮

k "  $(x^{2^{k-1}})^2 = x^{2^k \cdot 2} = x^{2^k}$

그러므로 우리는 k번만에  $x^{2^k}$ 를

계산할 수 있다.

그러므로 더 효율적이다.

22.

a) n-1번

b) 1번

c)  $\lceil \log_2 n \rceil$ 번

24?

6.  $n=1$ 일때  $1 \cdot 1! = (1+1)! - 1 = 1$ 로 참이다.

$n=k$ 일때 참이라 가정하면

$$1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + 3 \cdot 3! + \dots + k \cdot k! = (k+1)! - 1$$

참이다.

$n=k+1$ 일때

$$\begin{aligned} 1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + 3 \cdot 3! + \dots + k \cdot k! + (k+1)(k+1)! \\ = (k+1)! - 1 + (k+1)(k+1)! \\ = (1 + k+1)(k+1)! - 1 \\ = (k+2)(k+1)! - 1 \\ = (k+2)! - 1 \\ = ((k+1)+1)! - 1 \end{aligned}$$

따라서  $n=k+1$ 일때도 참이라 가정은 성립한다.

10.

a)  $n=1 \Rightarrow \frac{1}{2}$   $\sum (n) = \frac{n}{n+1}$ 이다.

$n=2 \Rightarrow \frac{2}{3}$

$n=3 \Rightarrow \frac{3}{4}$

⋮

b)  $n=1$ 일때

$$\frac{1}{1(1+1)} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2} \text{로 같아 참이다.}$$

$n=k$ 를 참이라 가정하면

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{k(k+1)} = \frac{k}{k+1}$$

가 참이다.

$n=k+1$ 일때

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{k(k+1)} + \frac{1}{(k+1)(k+2)}$$

$$= \frac{k}{k+1} + \frac{1}{(k+1)(k+2)}$$

$$= \frac{k(k+2)}{(k+1)(k+2)} + \frac{1}{(k+1)(k+2)}$$

$$= \frac{(k+1)^2}{(k+1)(k+2)}$$

$$= \frac{k+1}{k+2} = \frac{k+1}{(k+1)+1}$$

이때문에  $n=k+1$ 일때도 참이다. 따라서 가정은 참이다.

C14

16.

Basis  $n=1$ 

$$\Rightarrow f_0 - f_1 + f_2 = f_1 - 1$$

$$\Rightarrow 0 - 1 + 1 = 1 - 1$$

Inductive  $n=k$ 일때 참이라 가정할때 $n=k+1$ 일때

$$f_0 - f_1 + f_2 - f_3 + \dots - f_{2k-1} + f_{2k} - f_{2k+1} + f_{2k+2}$$

$$= f_{2k-1} - 1 - f_{2k+1} + f_{2k+2}$$

$$= f_{2k-1} - 1 + f_{2k} = f_{2k+1} - 1$$

$$= f_{2(k+1)-1} - 1 \quad \text{따라서 } n=k+1 \text{일때도 참이라}$$

가정도 참이다.

20.

 $n=1$ 

$$\max(a_1) = a_1, \min(a_1) = a_1$$

 $n=2$ 

$$\max(a_1, a_2) = \begin{cases} a_1 & a_1 \geq a_2 \text{ 일때} \\ a_2 & \text{나머지} \end{cases}$$

$$\min(a_1, a_2) = \begin{cases} a_2 & a_1 \geq a_2 \text{ 일때} \\ a_1 & \text{나머지} \end{cases}$$

 $n > 2$  $n$ 번째까지 최대는  $n-1$ 번째까지의

최대를 비교한 것과 같다.

$$\max(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, a_{n+1}) = \max(\max(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n), a_{n+1})$$

$$\min(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, a_{n+1}) = \min(\min(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n), a_{n+1})$$

32.

Procedure term( $n$ : positive integer)if  $n=0$ 

return 1

else if  $n=1$ 

return 2

else if  $n=2$ 

return 3

else return term( $n-1$ ) + term( $n-2$ ) + term( $n-3$ )

33.

 $b=1$  $c=2$  $d=3$ if  $n=0$  return  $b$ else if  $n=1$  return  $c$ else if  $n=2$  return  $d$ 

else

for  $i=1$  to  $n-1$  $a = b+c+d$  $b = c$  $c = d$ 

이러면

 $d = a$ return  $a$ 

34.

iterative 가 더 효율적

iter  $\rightarrow n$ 번이라만

recurse 더 많이

실행하기 때문이다.