2020203002 소프트웨어학부 박상준

C05

2. a) $\{x \in N \mid x$는 0을포함하는 2의 배수 그리고 $x < 10\}$

   b) $\{x \in Z \mid -3 \le x \le 3\}$

   c) $\{x \mid x$는 m~p까지의 알파벳 문자$\}$

20. a) 0 , b) 1 , c) 2 , d) 3

24. a) X , b) O. $\{a\}$의 $P(S)$이다.

   c) X , d) O. $\{a, b\}$의 $P(S)$이다.

C06

4. a) $\{a, b, c, d, e, f, g, h\}$

   b) $\{a, b, c, d, e\}$

   c) $\varnothing$

   e) f, g, h

16. a) $x \in A \cap B$라 가정

   $x \in A \wedge x \in B$로 쓸수있다

   여기서 x는 A의 원소이므로

   $\therefore (A \cap B) \subseteq A$

   b) $x \in A$로 가정

   이걸 $x \in A \vee x \in B$로 쓸수있음

   $x \in (A \cup B)$

   $\therefore A \subseteq (A \cup B)$

   다음.

   c) $x \in A - B$라 가정

   $x \in A \wedge x \notin B$

   여기서 x는 A의 원소이기때문에

   $\therefore A - B \subseteq A$

   d) $x \in A \cap (B - A)$라 가정

   $x \in A \wedge x \in (B - A)$

   $x \in A \wedge (x \in B \wedge \neg(x \in A))$

   $x \in A \wedge (\neg(x \in A) \wedge x \in B)$

   $\{x \in A \wedge \neg(x \in A)\} \wedge x \in B$

   $F \wedge x \in B$

   F

   $\Rightarrow x \in \varnothing,\ A \cap (B - A) \subseteq \varnothing$

   또한 공집합은 언제나 자기자신의 부분집합이므로

   $\varnothing \subseteq A \cap (B - A)$

   $\therefore A \cap (B - A) = \varnothing$ 이다.

   e) $A \cup (B - A) = A \cup B$

A	B	B-A	A∪(B-A)	A∪B
0	0	0	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	1	1
1	1	0	1	1

=

46. $|(A \cup B) \cup C|$

   먼저 $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$를 알아야한다

   이걸이용하면

   $|(|A| + |B| - |A \cap B|) \cup C|$

   $= |A| + |B| - |A \cap B| + |C| - |(|A| + |B| - |A \cap B|) \cap C|$

   $= |A| + |B| - |A \cap B| + |C| - \{|A \cap C| + |B \cap C| - |A \cap B \cap C|\}$

   $= |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$ 이다

2020203002 박상준

CO7

4.

a) domain : $\{0,1,2,3,4\cdots\} = N$(음이아닌정수)

range : $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

b) domain : $\{1,2,3,\cdots\} = N-\{0\}$ (양의정수)

range = $\{2,3,4,\cdots\} = N-\{0,1\}$ (domain보다 1씩더큰수들)

c) domain = $\{\lambda, 0,1,00,01,10,11\cdots\}$ = 모든 bit strings의 집합

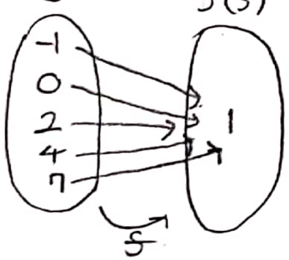
range = $\{0,1,2,3,4,\cdots\} = N$.

d) domain = $\{\lambda, 0,1,00,01,10,11\cdots\}$ = 모든 bit strings의 집합

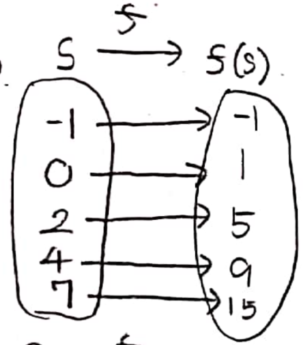
range = $\{0,1,2,3,4\cdots\} = N$.

30.

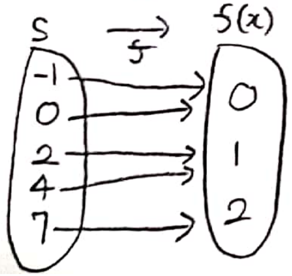
a)



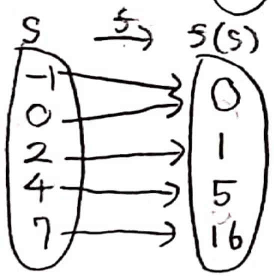
b)



c)



d)



36.

$(f\circ g)(x) = f(g(x)) = f(x+2)$

$= (x+2)^2+1 = x^2+4x+5$

$(g\circ f)(x) = g(f(x)) = g(x^2+1)$

$= (x^2+1)+2 = x^2+3$

CamScanner로 스캔하기

2020203002 박상헌 C08

Symbolic derivation of Euler's trick for the odd case

$n=2k+1$이라 가정

$$\sum_{i=1}^{n} i = \sum_{i=1}^{2k+1} i = \sum_{i=1}^{k} i + \sum_{i=k+1}^{n} i = \sum_{i=1}^{k} i + \sum_{i=0}^{n-(k+1)} (i+k+1)$$

$$= \sum_{i=1}^{k} i + \sum_{i=0}^{n-(k+1)} \left[\{n-(k+1)\} - i + (k+1)\right]$$

$$= \sum_{i=1}^{k} i + \sum_{i=0}^{n-(k+1)} (n-i) = \sum_{i=1}^{k} i + \sum_{i=1}^{n-k} \{n-(i-1)\}$$

$$= \sum_{i=1}^{k} i + \sum_{i=1}^{k+1} (n-i+1) = \sum_{i=1}^{k} i + \sum_{i=1}^{k} (n-i+1) + (n-k)$$

$$= \sum_{i=1}^{k} (n+1) + (n-k) = k(n+1) + (n-k)$$

$$= \frac{(n-1)(n+1)}{2} + \frac{n+1}{2}$$

2.

a) $2^{8-1} = 2^7 = 128$

b) 7

c) $1+(-1)^8 = 1+1 = 2$

d) $-(-2)^8 = -256$

28.

$a_n = k = \lfloor \sqrt{2n} + \frac{1}{2} \rfloor$는 $\sum_{i=1}^{k-1} i < n \le \sum_{i=1}^{k} i$일때 참이다.

$$k = \lfloor \sqrt{2n} + \tfrac{1}{2} \rfloor \Rightarrow k \le \sqrt{2n} + \tfrac{1}{2} < k+1 = k - \tfrac{1}{2} \le \sqrt{2n} < k + \tfrac{1}{2}$$

$$= \left(k-\tfrac{1}{2}\right)^2 \le 2n < \left(k+\tfrac{1}{2}\right)^2$$

$$= k^2 - k + \tfrac{1}{4} \le 2n < k^2 + k + \tfrac{1}{4} = \frac{4k^2-4k+1}{4} \le 2n < \frac{4k^2+4k+1}{4}$$

$$= \frac{4k^2-4k+1}{8} \le n < \frac{4k^2+4k+1}{8}$$

다음, $n \ge \frac{4k^2-4k+1}{8} > \frac{4k^2-4k}{8} = \frac{k(k-1)}{2} = \sum_{i=1}^{k-1} i$

또, $n \le \frac{4k^2+4k}{8} = \frac{k(k+1)}{2} = \sum_{i=1}^{k} i$ $\therefore \sum_{i=1}^{k-1} i < n \le \sum_{i=1}^{k} i$는 참이다

처음 $\sum_{i=1}^{k-1} i < n \le \sum_{i=1}^{k} i$가 참일때 $\lfloor \sqrt{2n} + \frac{1}{2} \rfloor$이 k라고 했는데

$\sum_{i=1}^{k} i - \sum_{i=1}^{k-1} i = k + \sum_{i=1}^{k-1} i + \sum_{i=1}^{k-1} i = k$ 이다.

따라서 $a_n = \lfloor \sqrt{2n} + \frac{1}{2} \rfloor$이다.

34.

a) $\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{2}(i-j)$

$= \sum_{i=1}^{3}(i-1+i-2)$

$= \sum_{i=1}^{3}(2i-3)$

$= -1+1+3=3$

b) $\sum_{i=0}^{3}\sum_{j=0}^{2}(3i+2j)$

$= \sum_{i=0}^{3}(3i+3i+2+3i+4)$

$= \sum_{i=0}^{3}(9i+6)$

$= 6+(9+6)+(18+6)+(27+6)$

$= 78$

c) $\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=0}^{2} j$

$= \sum_{i=1}^{3}(1+2)$

$= 3\cdot 3 = 9$

d) $\sum_{i=0}^{2}\sum_{j=0}^{3} i^2 j^3$

$= \sum_{i=0}^{2}(i^2+8i^2+27i^2)$

$= \sum_{i=0}^{2}(36i^2)$

$= 36+(36\cdot 4)$

$= 180$

44.

$n! = n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdot(n-3)\cdot\cdots\cdot 3\cdot 2\cdot 1$

C09 / 2.

a) 집합 the integers greater than 10은 countably infinite다.
양의 정수의 집합에서 해당조건의 집합에 대해 $f: Z^+ \to A$, $f(n) = n+10$으로 표시할 수 있다.
$b \in A$, 그리고 $b-10 \in Z^+$라 하면 $f(b-10) = b$ 이다.
즉, $f(a) = f(b)$, $f: a+10 = b+10$
즉, $a = b$가 같아 one-to-one이다.

b) 집합 the odd negative integers, A는 Countably infinite이다.
양의 정수의 집합에서 A 집합에 대해 표현하면 $f: Z^+ \to A$, $f(n) = -(2n-1)$이다.
$f(a) = f(b)$라 가정할 때 $f: -(2a-1) = -(2b-1)$로 $a = b$를 의미하기 때문에 one-to-one 이다.

c) 집합 the integers with absolute value less than 1,000,000은 유한한 수의 집합이기 때문에 finite이다.

d) 이 집합은 0과 2사이에 있는 모든 수를 작은것부터 큰 것까지 나열할 수 없기 때문에 uncountable 이다.

e) 집합 $A \times Z^+$ where $A = \{2, 3\}$은 countably infinite이다.
왜냐면 집합 A에는 제한된 수의 요소가 포함이 되어 있기 때문이다.
양의 정수의 집합에서 A에 집합에 대해 표현하면

$$f: Z^+ \to A,\ f(n) = \begin{cases} (2, n/2) & : n\text{이 짝수} \\ (3, (n+1)/2) & : n\text{이 홀수} \end{cases}$$

$f(a) = f(b)$라 가정하면

$$f: (2, a/2) = (2, b/2) \text{ or } (3, (a+1)/2) = (3, (b+1)/2)$$

즉, $a = b$를 의미하기 때문에 one-to-one이다.

f) 집합 the integers that are multiples of 10, A는 집합에 제한된 수의 요소를 포함하기 때문에 countably infinites이다.
양의 정수의 집합에서 집합 A에 대해 표현하면

$$f: Z^+ \to A,\ f(n) = \begin{cases} 0 \\ 10n/2 \\ -10(n-1)/2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 0 & \cdots\ n=1\text{일때} \\ 5n & \cdots\ n=\text{짝수일때} \\ -5(n-1) & \cdots\ n\text{이 1이 아닌 홀수일때} \end{cases}$$

$f(a) = f(b)$라 가정하면, 양수일때는 $5a = 5b$로 같고, 음수일때는 $-5(a-1) = -5(b-1)$ 모두 $a = b$이기 때문에 one-to-one 이다.