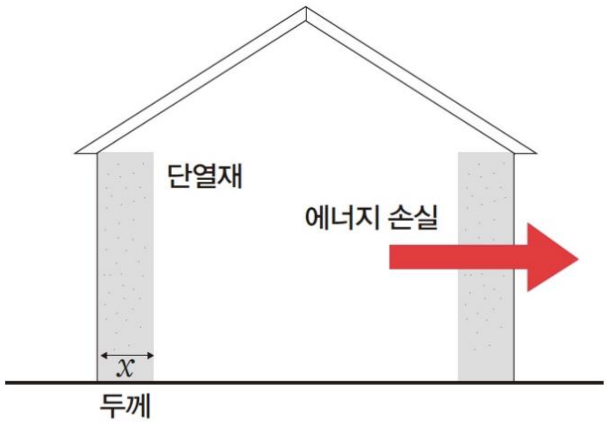
미분

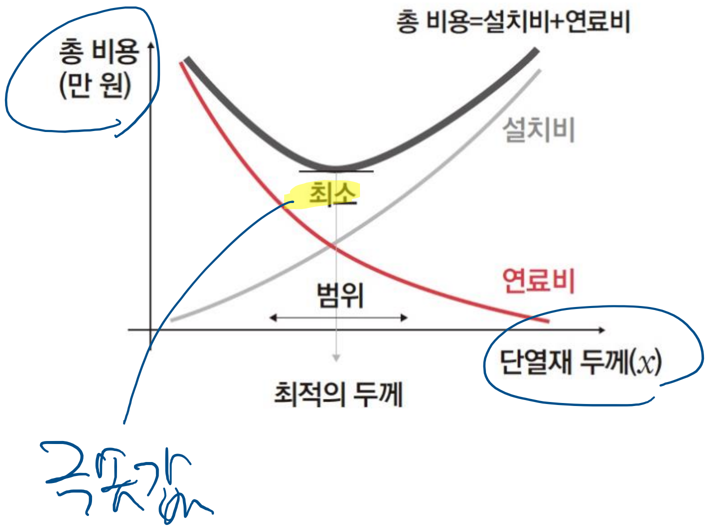
미분의 목적

- 현실적인 타협점 구하기

ex) 아마존 : 경쟁사 가격과 비교하여 최적화된 가격 제시

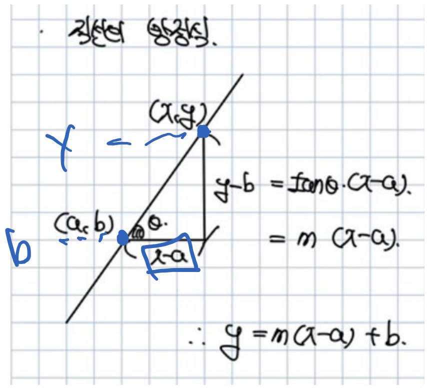


- 목적 함수의 극댓값 또는 극솟값 구하는 문제



✓머신러닝 라이브러리 -> 도함수 계산

5.1 극한과 미분



기울기(=변화율)
높이 차를 전체 이동거리로 나눈 값

$\frac{y-b}{x-a}$ 기울기

- 극한

독립변수를 무한소로 두었을 때, 함수값의 변화를 알기 위함

- 도함수

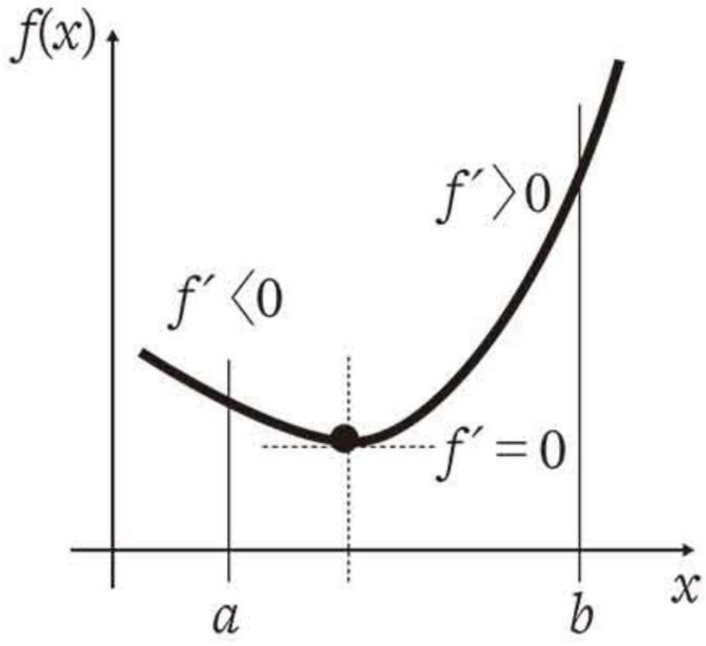
grad_func(x)

- 접선의 식

y -f(a) = f'(a)(x-a)

(a,f(a))

y - a = 기울기(x-a)



5.1 극한과 미분

주요 함수에 대한 미분

- 기본 미분 공식

$$(constant)' = 0 \qquad \left(ax^k\right)' = kax^{k-1}$$

- 지수 함수 미분 공식

$$(e^x)' = e^x$$

$$(a^x)' = a^x \ln a$$

$$\left(\mathrm{e}^{f(x)}\right)' = \mathrm{e}^{f(x)} * f'(x)$$

$$\left(a^{f(x)}\right)' = a^{f(x)} * \ln a * f'(x)$$

- 로그 함수 미분 공식

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$(\ln f(x))' = \frac{f'(x)}{f(x)}$$

- 삼각 함수 미분 공식

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -sin\, x$$

$$(\tan x)' = sec^2\, x$$

5.2 연쇄 법칙

- 연쇄법칙 : 합성함수의 미분 (각 함수의 도함수의 곱)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du}\frac{du}{dx}$$ → y를 x로 미분

y에 대해서 u로 미분

- 합성함수

$y = f(u)$

$u = g(x)$

$\boxed{y = u^3}$

$\boxed{u = x^2 + 1}$

u

$$\frac{dy}{dx} = 3u^2 \times 2x$$

$y = u^3 \rightarrow y' = 3u^2$

$\boxed{y = (x^2+1)^3}$

$y = 3(x^2+1)^2 \times 2x$

5.3 편미분(partial derivative)

- 편미분 : 여러 개의 변수를 가진 함수에 대해 하나의 변수만으로 인한 미분

x미분 y는 상수(상수)

$$\boxed{f(x,y)} = \cancel{2x^2} + \cancel{xy} + 5y$$

편도함수

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = \frac{\partial(2x^2 + xy + 5y)}{\partial x} = 4x + y$$

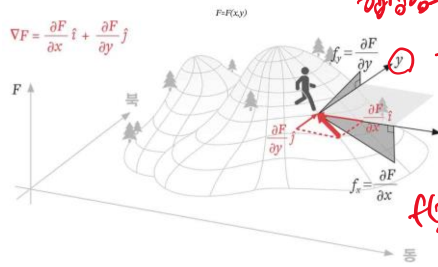
$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial(2x^2 + xy + 5y)}{\partial y} = 5 + x$$

- 머신러닝 학습(training) 과정에 이용

변환 입력(input), 가중치(weight)값 형태 : 다변수 벡터 형태

편미분

합성함수



함수

f(x)

5.4 전미분

$z = f(x, y)$ 합성함수

미분

- 전미분

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$$

합성함수

x에 의한 편미분 * dx + y에 의한 편미분 * dy = 전미분

연쇄법칙 연쇄법칙

5.5 다변수 합성함수의 미분

- 다변수로 이루어진 합성함수 + 연쇄 법칙 적용

u^3+3v^2 $\quad$ $2x^2+3x+4$ $\quad$ $x+5$

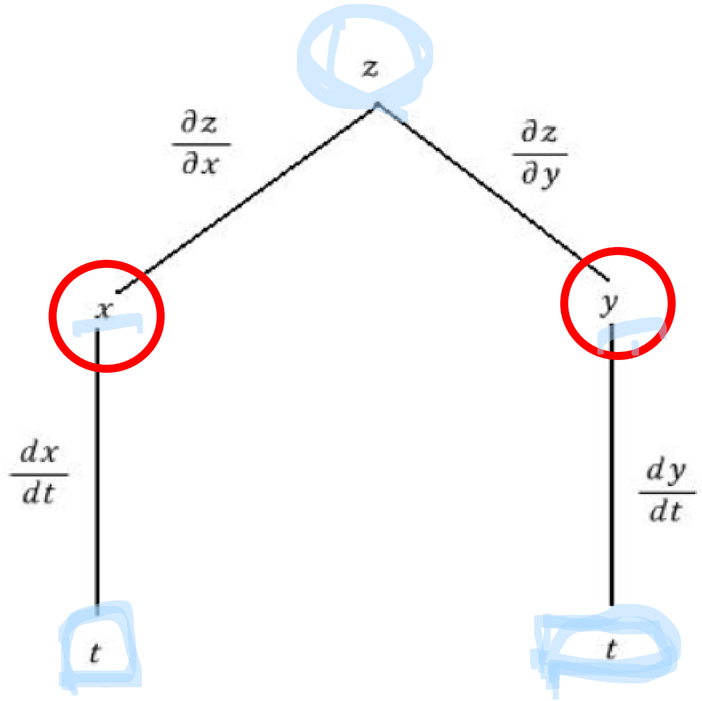
$$z = f(u, v) \qquad u = g(x) \qquad v = h(x)$$

⟨전미분 연쇄법칙⟩

함수변수가 늘어났을 경우 t ...

$$dz = \frac{\partial z}{\partial u}du + \frac{\partial z}{\partial v}dv + \frac{\partial z}{\partial i}di$$

$$\frac{dz}{dx} = \frac{\partial z}{\partial u}\frac{du}{dx} + \frac{\partial z}{\partial v}\frac{dv}{dx}$$



5.6 네이피어수와 자연대수

- 네이피어수 e

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$$

0과 가까워짐

$e = 2.7182818284\cdots$

$y = e^x$

$y = \exp(x)$

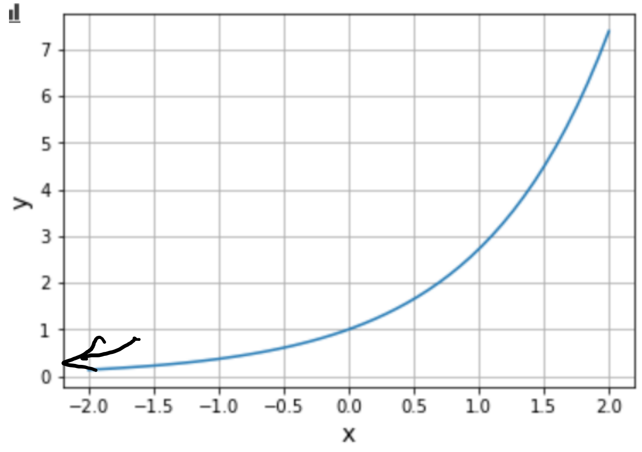
- 대수

$y = \log_a x$

- 자연대수

$y = \log_e x$

y=exp(x) 그래프



⇒미분/거듭제곱 해도 변하지 않음

⇒거듭제곱이 필요한 함수에서 자주 이용

$$\frac{d}{dx}e^x = e^x$$

5.6 네이피어수와 자연대수

- 시그모이드 함수

✓ 모든 실수 입력 값을 0보다 크고 1보다 작은 미분 가능한 수로 변환

✓ sigmoid의 반환 값은 확률형태이기 때문에 결과를 확률로 해석할 때 유용

✓ Logistic Classification과 같은 분류 문제의 가설과 비용 함수(Cost Function)[1]에 많이 사용

0

$$sigmoid(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$$

<1

순동제

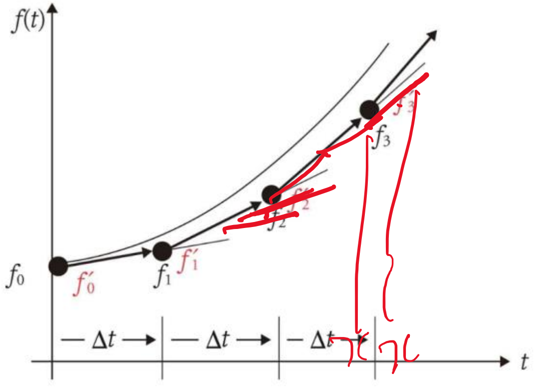
기계학습

1. 학습 모델에 들어갈 매개변수(parameter)를 결정
2. 오류 최소화 (손실함수=비용함수의 극솟값 계산)
3. 규칙도출

5.7 최급강하법(steepest descent method)

→ 장기변화예측시 효과적

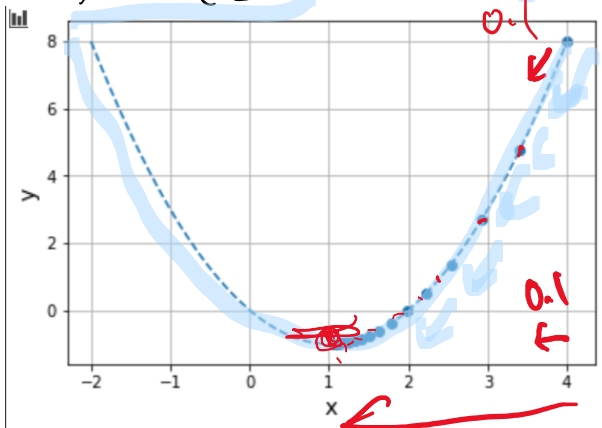
- 기울기가 가장 급한 방향 즉 그래디언트 방향(물이 흘러내리는 방향 또는 등고선에 수직방향)으로 움직이는 것이 좋습니다. 그래디언트 방향으로 한 걸음 이동하여 멈춰서고, 다시 제자리에서 새로운 그래디언트 방향을 찾아서 그리로 또 한 걸음 이동합니다. 이를 반복하면 가장 빠르게 최저점에 도달할 수 있습니다.



시간의 변화 Δt에 따른 점진법

$y = x^2 - 2x$

$y' = 2x - 2$




```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def my_func(x) : #최솟값을 구하는 함수
    return x**2 - 2*x
def grad_func(x): #도함수
    return 2*x - 2

eta = 0.1 # 학습계수
x = 4.0 # x에 초깃값을 설정
record_x = [] # x의 기록
record_y = [] # y의 기록
for i in range(20) : # 20회 x를 갱신한다
    y= my_func(x)
    record_x.append(x)
    record_y.append(y)
    x-= eta * grad_func(x) # (식1)

x_f = np.linspace(-2,4)
y_f = my_func(x_f)

plt.plot(x_f, y_f, linestyle="dashed")
plt.scatter(record_x, record_y)
```

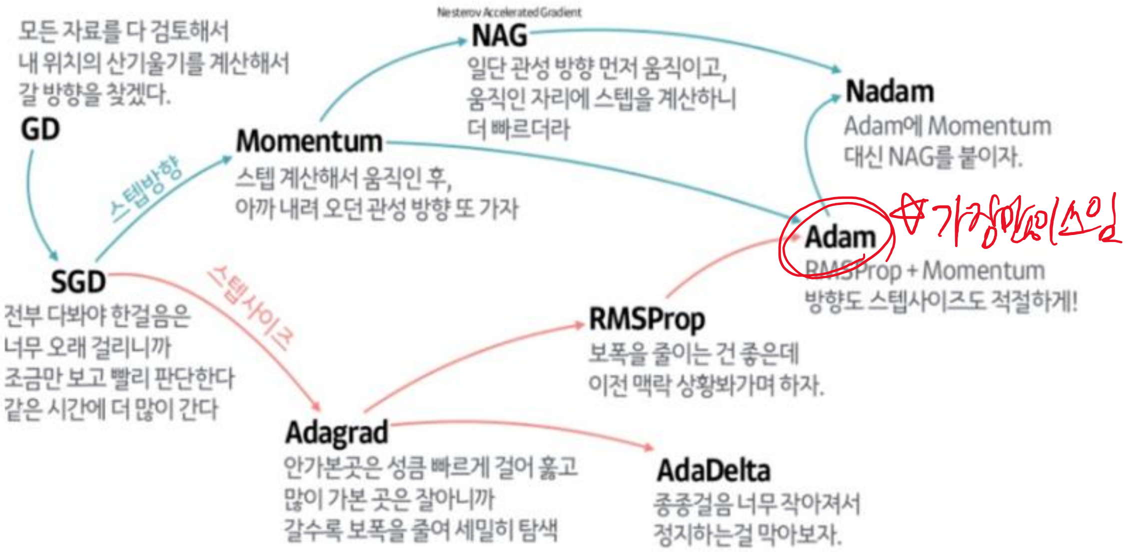
0.1×2

질문

- 최급강하법으로 함수 도출시 → 초깃값을 다양하게 학습시키는 방법을 사용
- 최급강하법 → 시그모이드 함수로 구현
- **Optimizer**

✓ 에너지 최소화 문제

✓ 학습속도를 빠르고 안정적이게 함



참조

- **미적분의 쓸모** 한화택 저 | 더퀘스트 | 2021년 05월 18일
- **처음 만나는 AI 수학 with Python** 아즈마 유키나가 저 | 영진닷컴 | 2021년 01월 15일
- **Optimizer 설명 사이트**

https://onevision.tistory.com/entry/Optimizer-%EC%9D%98-%EC%A2%85%EB%A5%98%EC%99%80-%ED%8A%B9%EC%84%B1-Momentum-RMSProp-Adam