

DL-HW #03

2015004693_양상현

Q: Cross entropy 의 식에서 **class** 의 개수가 2 개 일때 **logistic regression cost** 와 결국에는 왜 같은 의미가 되는지?

A:

Logistic Regression:

$$-y \log(H(x)) - (1 - y) \log(1 - H(x))$$

Cross-Entropy:

$$-\sum_{i=1}^c y_i \log(H(x_i)) \dots (c : \# \text{ of classes})$$

확률에 관한 수학식으로 위의 Logistic Regression 식을 재구성 해보면

$$-p(x_1) \log(Q(x_1)) - p(x_2) \log(Q(x_2)) \dots \textcolor{red}{(1)}$$

$$[p(x_1) = y, p(x_2) = 1 - p(x_1) = 1 - y]$$

$$[Q(x_1) = H(x), Q(x_2) = 1 - Q(x_1) = 1 - H(x)]$$

위처럼 표현하는 것이 가능한데 여기서 $p(x_1)$ 은 class 1 일 확률, $p(x_2)$ 은 class 2일 확률을 의미한다고 생각해 보면, 분류되는 class의 개수가 2개이므로 $p(x_1) + p(x_2) = 1$ 이 되고, 그러므로 $p(x_1) = y, p(x_2) = 1 - p(x_1) = 1 - y$ 로 표현할 수 있다. 또한 $Q(x_1)$ 은 데이터를 class 1로 분류할 확률, $Q(x_2)$ 은 class 2로 분류할 확률이라고 생각해 보면 이것 또한 역시 class의 갯수가 2개이므로 $Q(x_1) + Q(x_2) = 1$ 이고, $Q(x_1) = H(x), Q(x_2) = 1 - Q(x_1) = 1 - H(x)$ 로 표현 할 수 있다.

이렇게 재구성된 $\textcolor{red}{(1)}$ 식은 Cross-Entropy 식인 $-\sum_{i=1}^c y_i \log(H(x_i))$ 에서 class의 갯수를 의미하는 c 가 2일 때의 식과 정확히 일치하는 것을 확인할 수 있고, 이를 바탕으로 Class의 갯수가 2개인 Binary Cross-Entropy는 Logistic Regression과 같은 의미라고 할 수 있다.