**牛顿迭代法**

当我们算开平方根的时候可以利用公式很容易的算出来，但是当开高次方根的时候就没有公式了，需要解决求高次方根的问题，于是就有了牛顿迭代法。

以最基础的平方根为例，比如我们要求解，即x=；x²=9；x²-9=0.

我们令f(x)=x²-9画出他的曲线图

当f(x)=0且x≥0的时候就是我们要求解的值，这里很明显x是3，但是我们假设我们不知道求出来x是多少，我们先对f(x)求导，并作(9, f(x))的切线，记录下与x轴的交点。

切线方程可以很容易的得到：y-f(9)=f’(9)(x-9)，再令y=0求得x轴交点坐标

算出来得到x=5，这与已知的x=3明显不一样，所以我们继续作(5,f(5))的切线并求其与x轴的交点坐标。切线方程为y-f(5)=f’(5)(x-5),令y=0.求得x轴交点坐标，求得x=3.多，这里依据自己需要的精度来做判断，如果精度要求不高其实已经可以作为答案了，但是如果精度要求高就继续循环执行下去。换成通项公式就是：

上面提到的精度可以认作是一个小值，每次求解出一条切线与x轴的交点后就要进行一次判断是否满足范围在一个规定的小值内即是否在允许的误差范围内，如果满足了就输出结果，如果没有满足就继续循环循环精确这个数。但是在《算法》第四版中并不完全是定义，在那本书上定义了err=1e-15为小值，err与并不完全一样。下面我们来讲解。

以求平方根为例，当我们求出一个t后进行精度判断过程是带入原公式f(x)=x²-a中，即要使，两边同时除以t²，也就是，在这里《算法》书上才开始用到err，即令=err=1e-15，也就是，我们再进行升次运算，两边同时乘一个大于零的数t，也就是 ，所以while循环中的判断就为上式

而对于循环体的理解，我们就需要将之前的通项公式进行进一步化简，因为是求二次方根，所以f’(x)=2x，于是当求解出(t,0)的时候，



所以循环体应该是t =(a/t+t)/2.0至此就理解完了整个函数

