航天器控制原理

第31讲 航天器的轨道机动与轨道保持

主讲：黄　河

西北工业大学 精确制导与控制研究所

第31讲 航天器的轨道机动与轨道保持

1、轨道机动的基本概念

2、平面内的轨道机动

3、平面外的轨道转移

4、轨道保持

1、轨道机动的基本概念

轨道控制：

使航天器按预定轨道运动。简单地说，就是控制航天器质心运动的速度大小和方向，使航天器的轨道满足飞行任务的要求。

控制力：

控制航天器的速度一般采用反作用推力、气动力、太阳辐射压力、磁力和其他非重力源的力。

1、轨道机动的基本概念

轨道控制范围：

- 轨道机动；
- 轨道保持；
- 交会、对接；
- 再入返回；
- 落点控制。

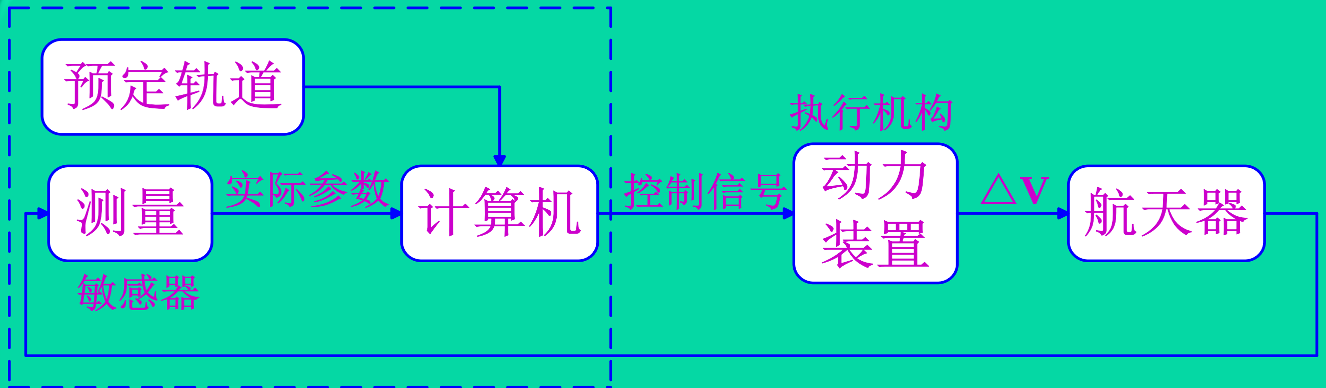
1、轨道机动的基本概念

轨道机动：

- 是指沿已知轨道运动的航天器改变为沿另一条要求的轨道运动。
- 已知的轨道称为初轨道或停泊轨道，要求的轨道称为终轨道或预定轨道。

1、轨道机动的基本概念

控制系统的组成：



轨道控制系统的组成

1、轨道机动的基本概念

航天器轨道机动的瞬时假设：

当采用火箭发动机作为轨道机动系统的动力装置时，由于火箭发动机能提供较大的推力，因而短时间工作即可使航天器获得所需的速度增量。

1、轨道机动的基本概念

航天器轨道机动的瞬时假设：

因此在初步讨论轨道机动问题时，假设发动机按冲量方式工作，即在航天器位置不发生变化的情况下，使航天器的速度发生瞬时变化。

这一假设可使问题得到简化，为更深入的研究提供必要的基础。

1、轨道机动的基本概念

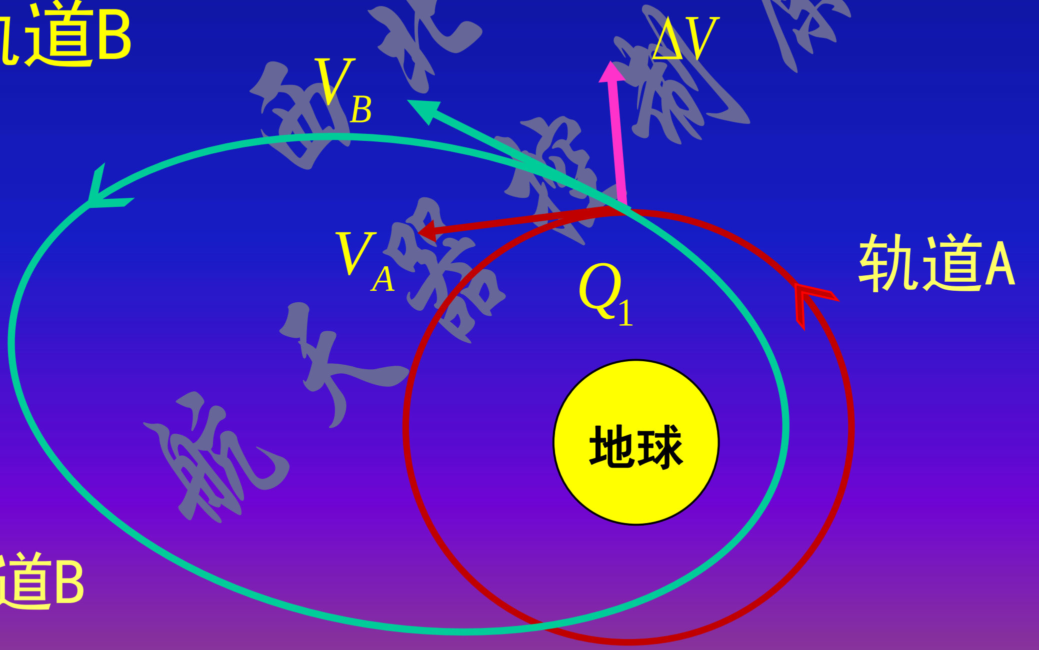
航天器轨道机动的瞬时假设：

在变轨点Q_1处速度为V_A

在Q_1处发动机工作产生速度增量ΔV

航天器的速度由V_A 瞬时变成V_B

进入轨道B



2、平面内的轨道机动

（1） 高斯摄动方程

（2） 轨道高度的修正

（3） 共面两轨道的一般转移

（4） 霍曼转移

（1） 高斯摄动方程

什么是高斯摄动方程？

用来描述航天器的轨道六要素在摄动力作用下的运动规律。

（1） 高斯摄动方程

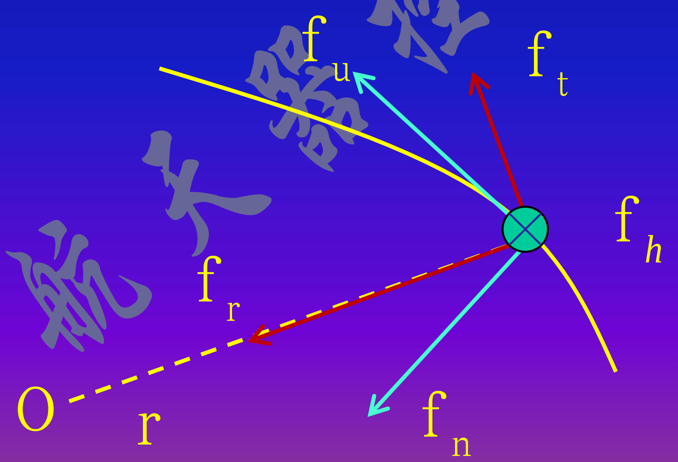
摄动力f常有以下两种分解方法：

a. 分解为径向分量f_r，横向分量f_t，

轨道面法向分量f_h

b. 分解为轨道速度方向上的分量f_u，

轨道面内的法向分量f_n，轨道面法量f_h。



（1）高斯摄动方程

按第一种分解法，所得高斯摄动方程如下：

$$\dot{a}=\frac{2}{n\sqrt{1-e^2}}\left[e\sin f\cdot f_r+(1+e\cos f)f_t\right]$$

$$\dot{e}=\frac{\sqrt{1-e^2}}{na}\left[\sin f\cdot f_r+(\cos f+\cos E)f_t\right]$$

$$\dot{i}=\frac{r\cos u}{na^2\sqrt{1-e^2}}f_h \qquad \dot{\Omega}=\frac{r\sin u}{na^2\sqrt{1-e^2}\sin i}f_h$$

$$\dot{\omega}=\frac{\sqrt{1-e^2}}{nae}\left[-\cos f\cdot f_r+\left(1+\frac{r}{p}\right)\sin f\cdot f_t\right]-\dot{\Omega}\cdot\cos i$$

$$\dot{M}=n-\frac{1-e^2}{nae}\left[\left(2e\frac{r}{p}-\cos f\right)f_r+\left(1+\frac{r}{p}\right)\sin f\cdot f_t\right]$$

（1） 高斯摄动方程

按第二种分解法，所得高斯摄动方程如下：

$$\dot{a}=\frac{2}{n\sqrt{1-e^2}}\left[1+2e\cos f+e^2\right]^{1/2} f_u$$

$$\dot{e}=\frac{\sqrt{1-e^2}}{na}\left[1+2e\cos f+e^2\right]^{-1/2}\left[2\left(\cos f+e\right) f_u-\sqrt{1-e^2}\sin E\cdot f_n\right]$$

$$\dot{i}=\frac{r\cos u}{na^2\sqrt{1-e^2}} f_h \qquad \dot{\Omega}=\frac{r\sin u}{na^2\sqrt{1-e^2}\sin i} f_h$$

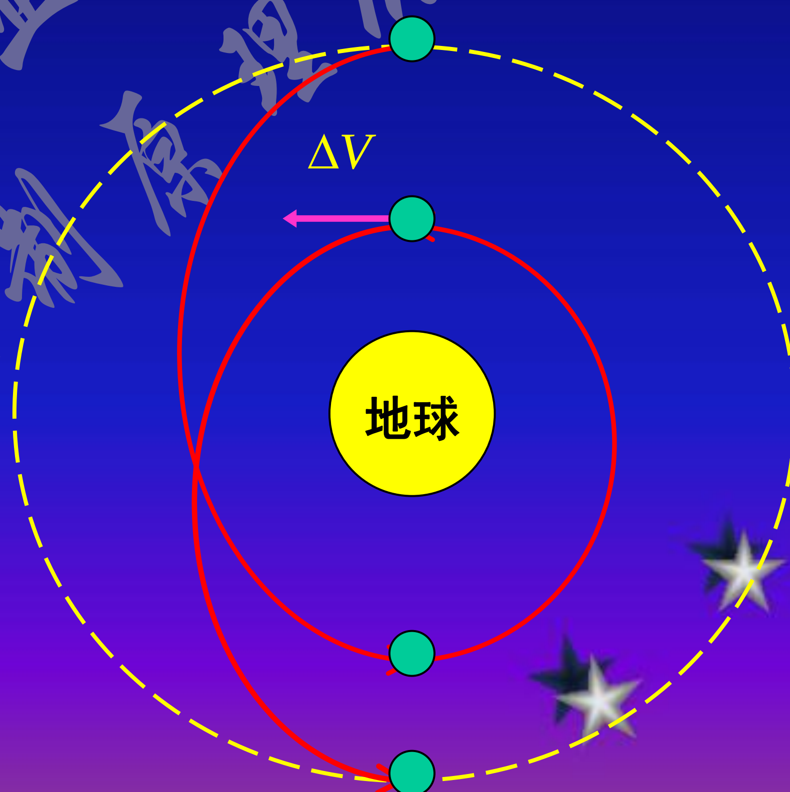
$$\dot{\omega}=\frac{\sqrt{1-e^2}}{nae}\left(1+2e\cos f+e^2\right)^{-1/2}\left[2\cos f\cdot f_u+\left(\cos E+e\right) f_n\right]-\cos i\cdot\dot{\Omega}$$

$$\dot{M}=n-\frac{1-e^2}{nae}\left(1+2e\cos f+e^2\right)^{-1/2}\left[\left(2\sin f+\frac{2e^2}{\sqrt{1-e^2}}\sin E\right) f_u+\left(\cos E-e\right) f_n\right]$$

（2） 轨道高度的修正

航天器在预定轨道上运动由于大气摄动、地球扁率、太阳和月球的引力等影响，航天器会脱离预定轨道

现在可以在近拱点或远拱点改变速度，修正轨道误差，使航天器回到预定轨道



（2） 轨道高度的修正

近拱点或远拱点高度的修正：

通过轨道机动，可以将近拱点或远拱点调到预期高度。

由能量方程式：

$$\varepsilon = \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} = -\frac{\mu}{2a}$$

两边求一次微分得：

$$v\,dv + \frac{\mu}{r^2}\,dr = \frac{\mu}{2a^2}\,da$$

由此可以解出：

$$da = \frac{2a^2}{\mu}\left(v\,dv + \frac{\mu}{r^2}\,dr\right)$$

（2） 轨道高度的修正

在小偏差情况下，由 Δv 和 Δr 引起的长半轴a的改变量Δa 为：

$$\Delta a \approx \frac{2a^2}{\mu}\left(v\Delta v + \frac{\mu}{r^2}\Delta r\right)$$

基于轨道机动的瞬时假设，在轨道上某点速度v改变而保持r不变，则 ：

$$\Delta a \approx \frac{2a^2}{\mu} v\Delta v$$

因为轨道长轴是2a，所以轨道长度的改变是Δa。

（2） 轨道高度的修正

假定在近拱点改变速度，那么由此造成的长轴改变量正好是远拱点高度的变化。

同样，在远拱点速度改变Δv，将导致近拱点高度的相同变化。

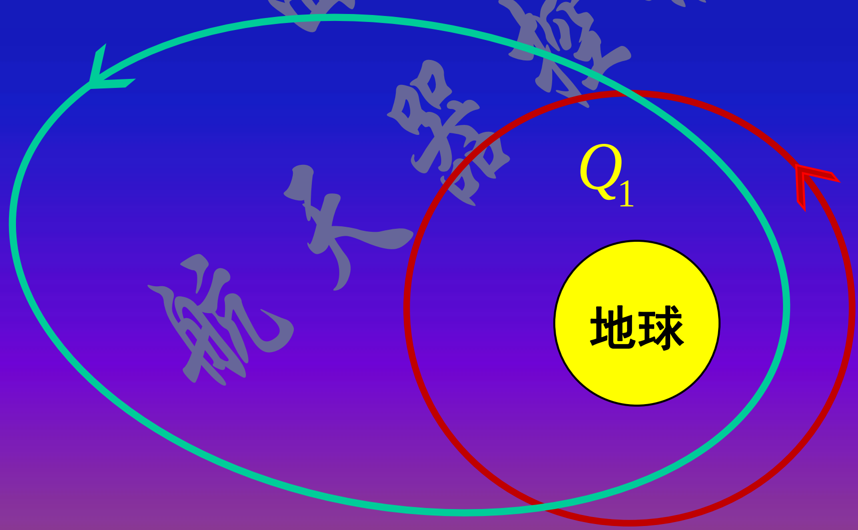
将一般关系应用于在近拱点和远拱点加上 Δv 的特殊情况，得到远拱点和近拱点的高度变化，即：

$$\Delta h_a = \frac{4a^2}{\mu}\left(v_p \Delta v_p\right) \qquad \Delta h_p = \frac{4a^2}{\mu}\left(v_a \Delta v_a\right)$$

（3） 共面两轨道的一般转移

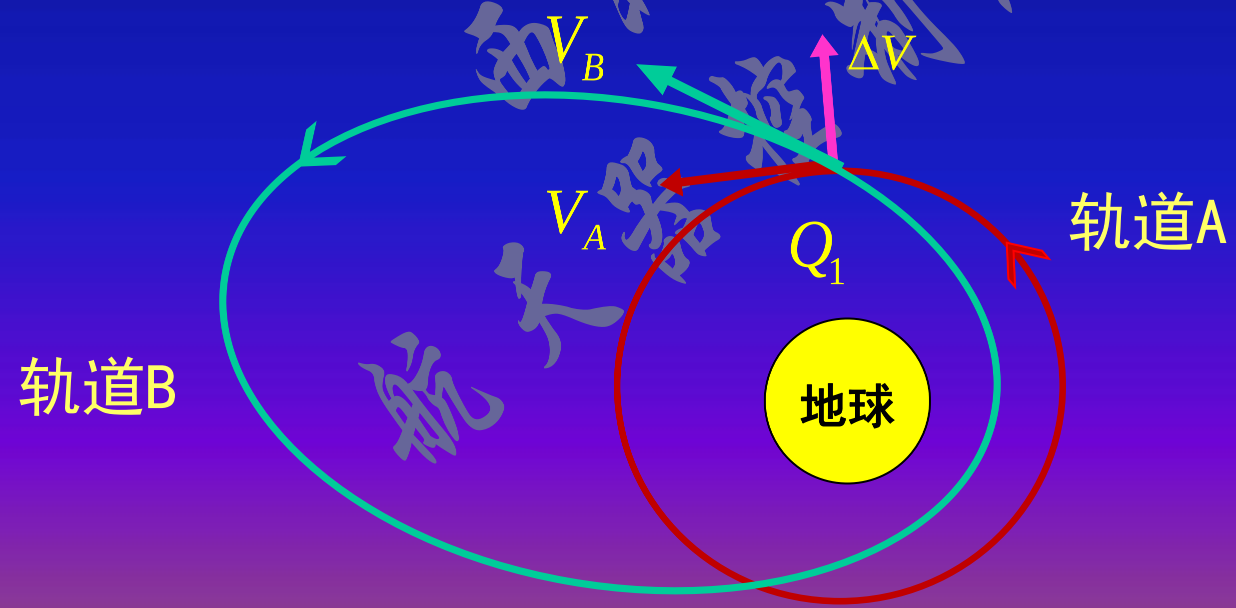
两轨道在同一平面内相交：

轨道A与轨道B在同一平面内相交，交点为 Q_1。



（3） 共面两轨道的一般转移

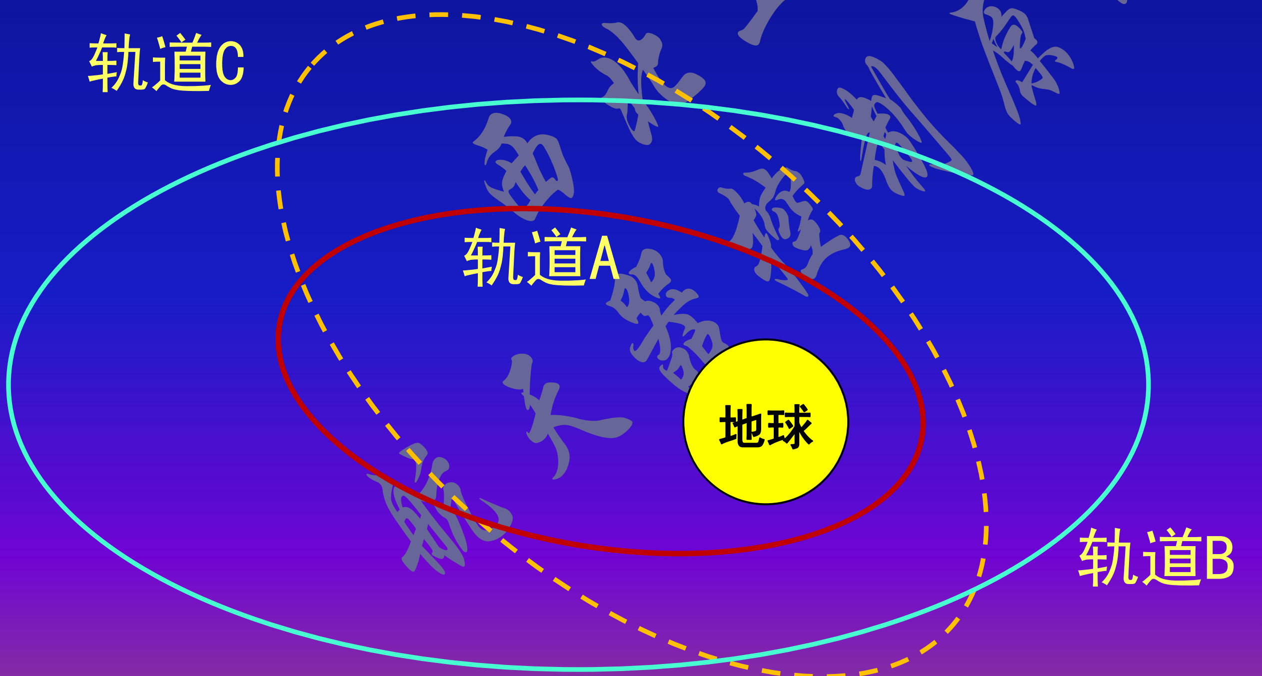
为了使航天器从轨道A转移到轨道B，需要在两轨道的交点Q_1 处加一个速度增量ΔV，满足$v_B = v_A + \Delta v$。



（3） 共面两轨道的一般转移

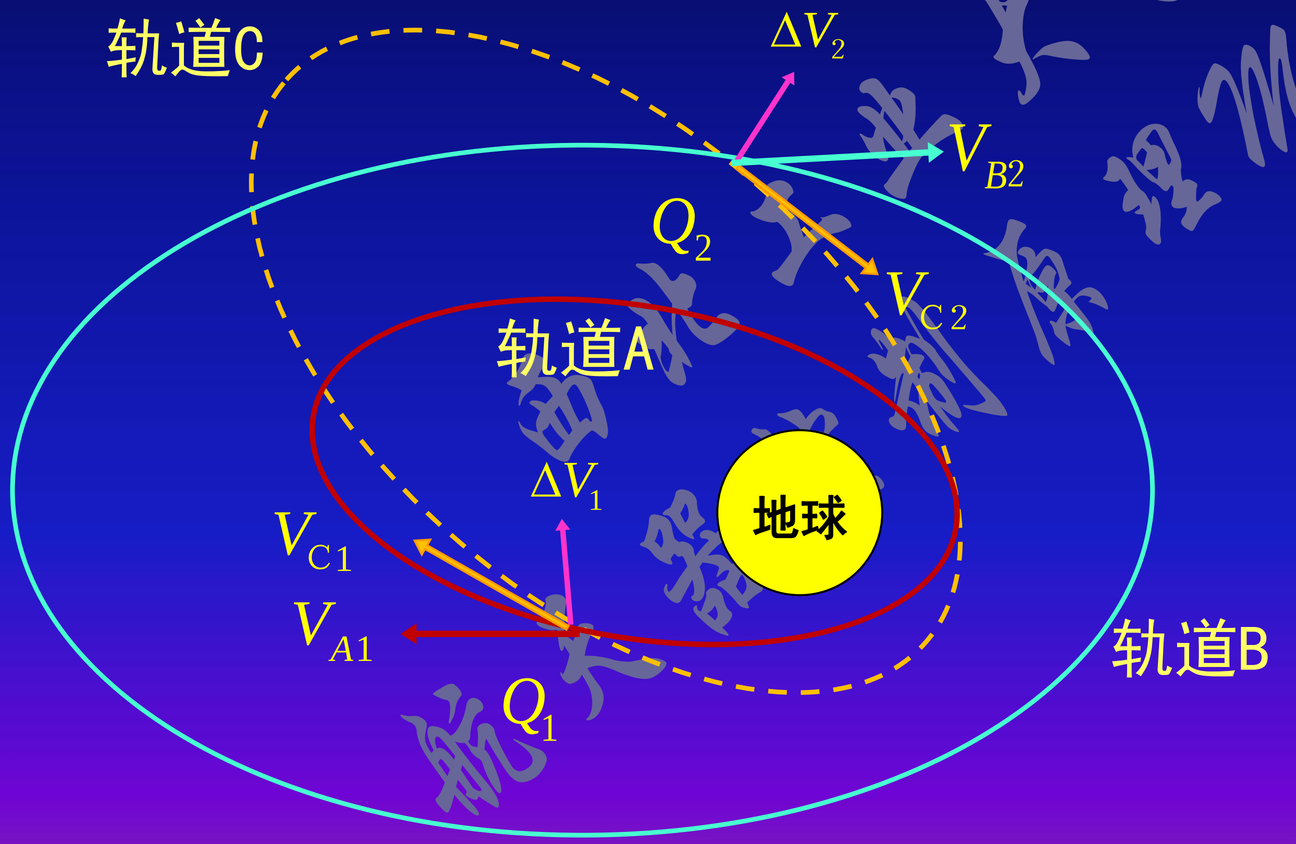
两轨道在同一平面内不相交：

要完成两个不相交轨道间的转移，航天器利用速度增量通过中间轨道C完成从轨道A到轨道B的转移。



（3） 共面两轨道的一般转移

两轨道在同一平面内不相交：

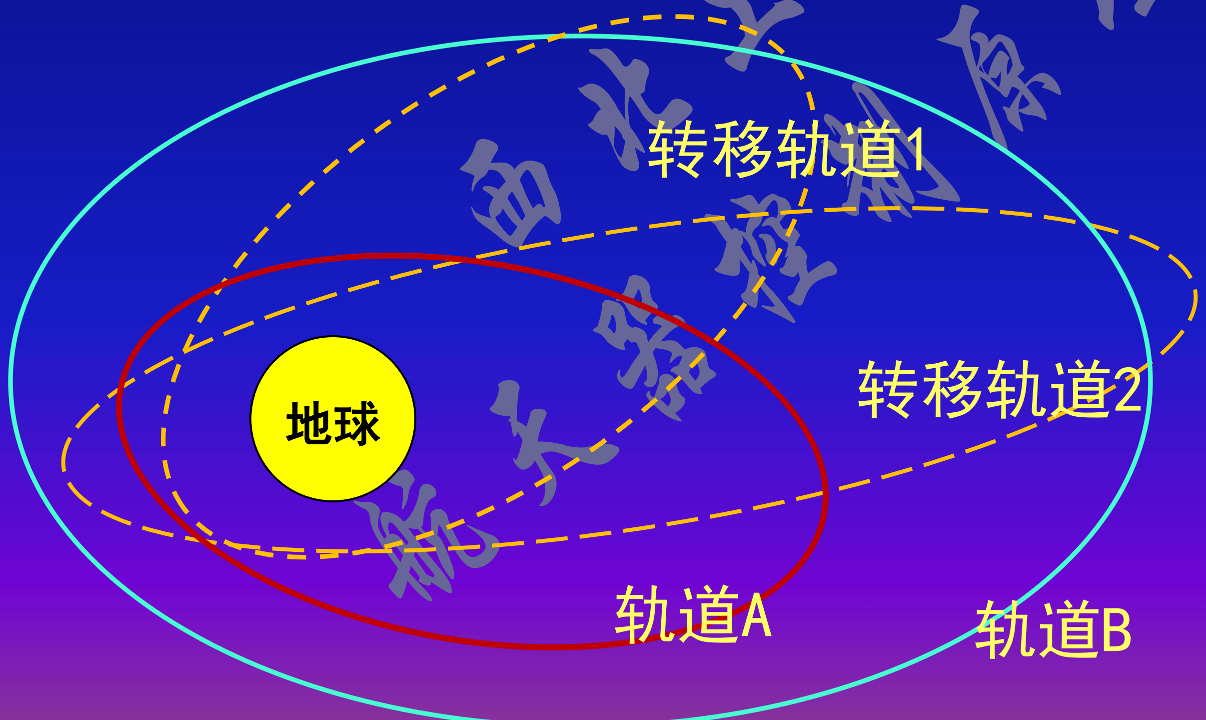


（3） 共面两轨道的一般转移

两轨道在同一平面内不相交：

要完成两个不相交轨道A和B之间的转移

中间转移轨道有很多种可能



（3） 共面两轨道的一般转移

两轨道在同一平面内不相交：

提出问题：当转移轨道满足何种条件时，能量最省呢？

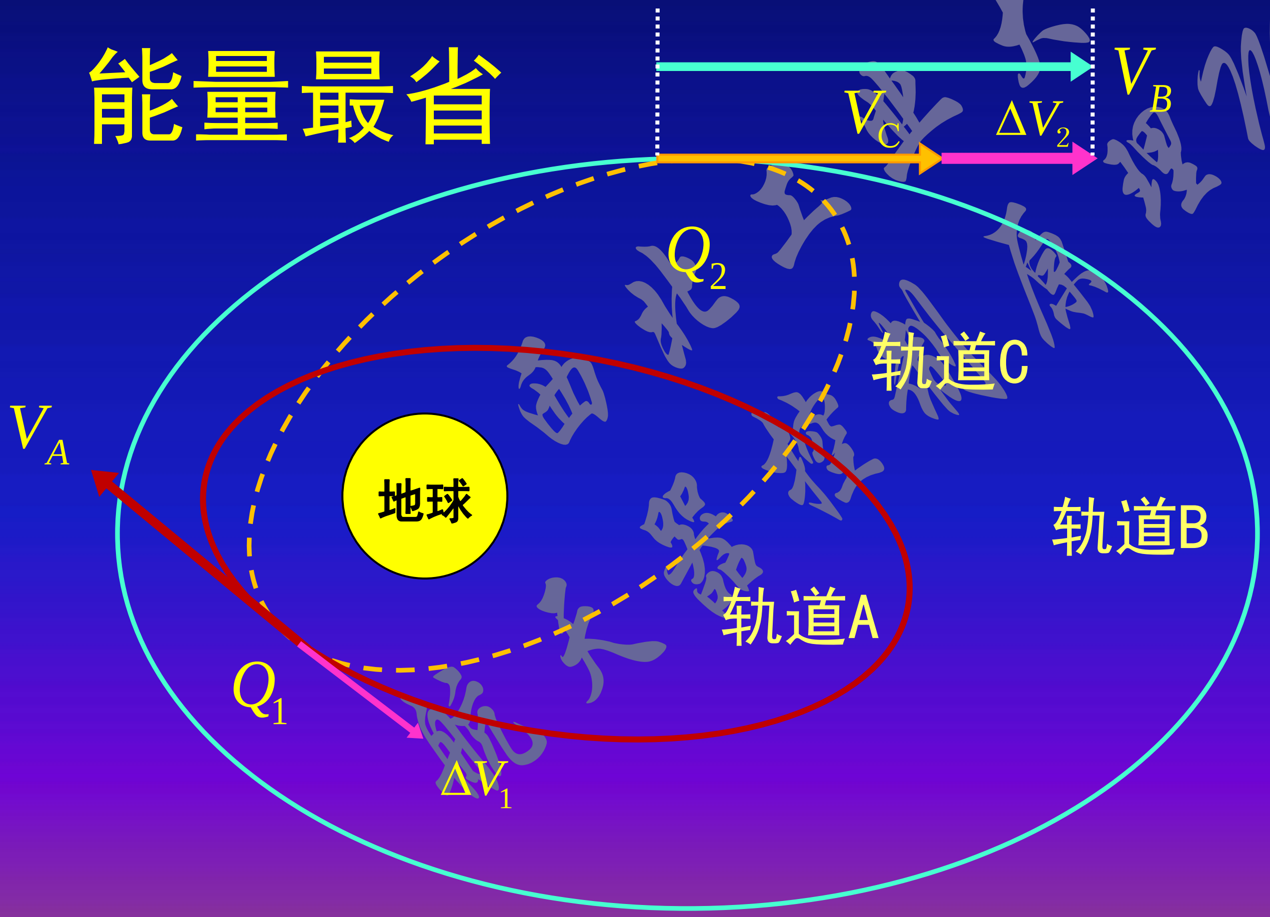
和新、旧两轨道相切的转移轨道，这里所加的速度增量与航天器的速度矢量平行。这种类型的转移往往代表一种燃料消耗量最小的轨道转移。

（3） 共面两轨道的一般转移

当 ΔV_1 与 V_A 平行，ΔV_2 与 V_B 平行时

也即转移轨道与初轨道和终轨道相切时

能量最省

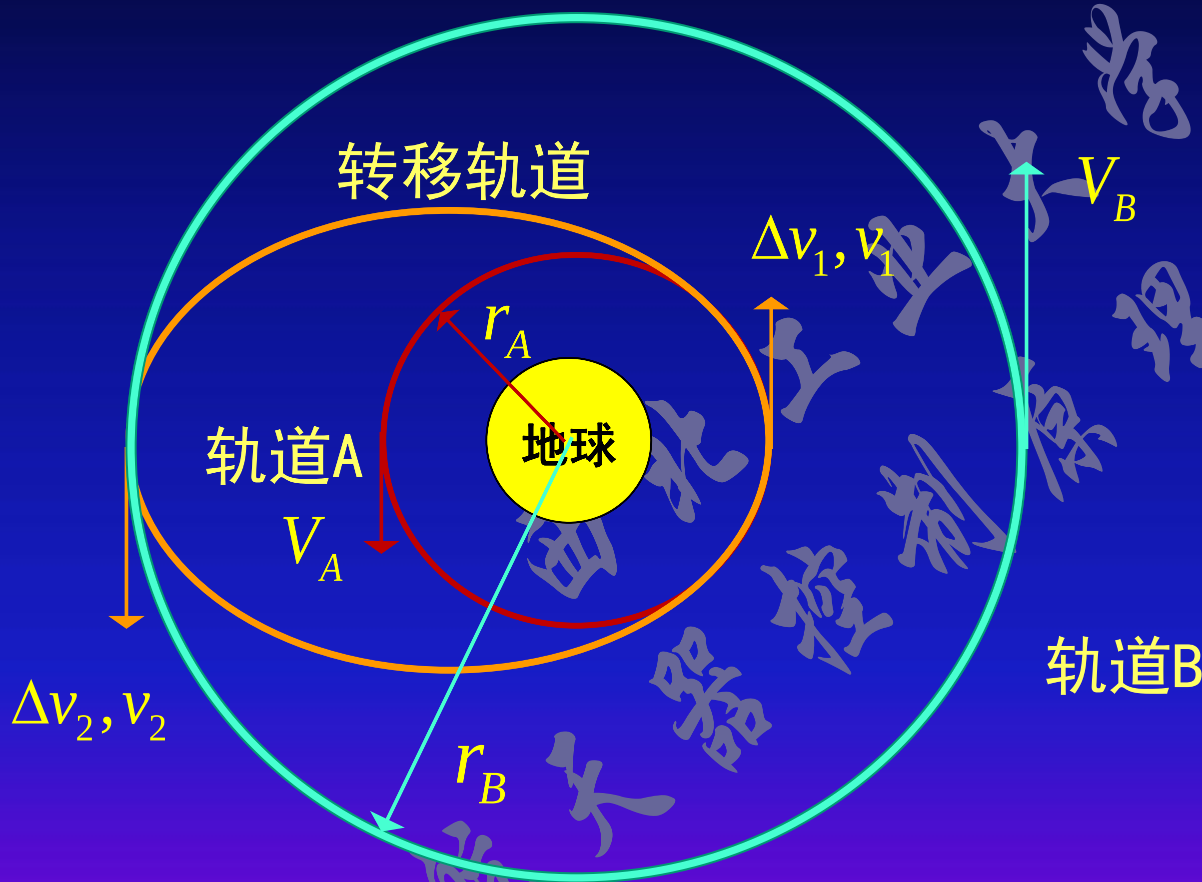


（4） 霍曼（Hohmann）转移

霍曼转移表述如下：

“给定的是一个沿半径为 r_A的圆形轨道A运行的航天器，要确定以最小的燃料消耗量，把航天器从轨道A转移到半径为 r_B 的圆形轨道B所需要的速度增量”。

（4） 霍曼（Hohmann）转移

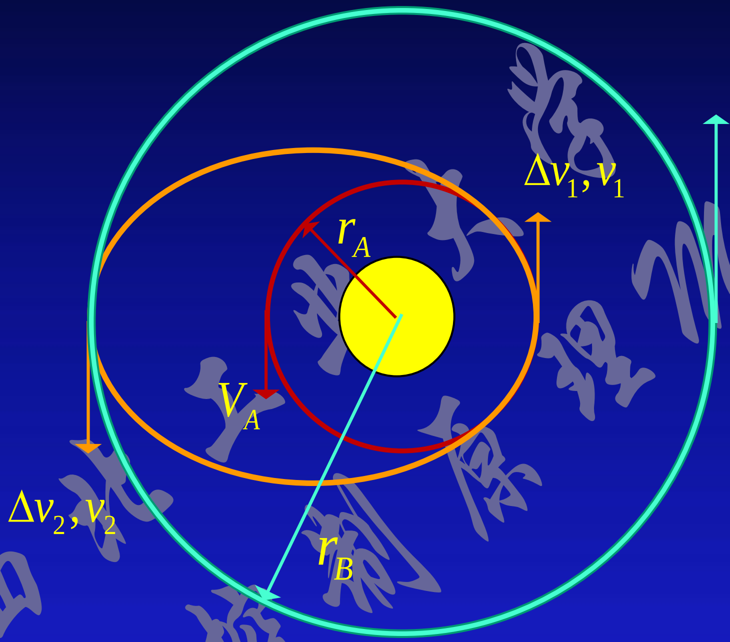


转移轨道与轨道A、轨道B都相切

（4） 霍曼（Hohmann）转移

对于圆轨道而言：

$$v_A = \sqrt{\frac{\mu}{r_A}} \qquad v_B = \sqrt{\frac{\mu}{r_B}}$$



对于椭圆轨道而言：

$$h = r_A v_1 = r_B v_2$$

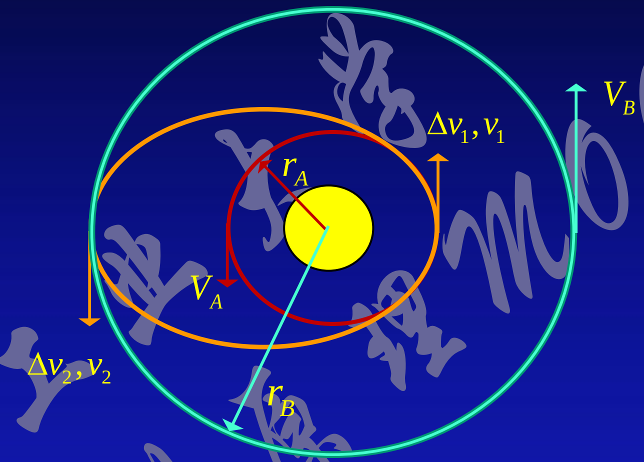
$$r_A = \frac{h^2/\mu}{1+e\cos(f)} = \frac{p}{1+e} \qquad r_B = \frac{h^2/\mu}{1-e} = \frac{p}{1-e}$$

$$\Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = \frac{1+e}{1-e} \Rightarrow e = \frac{(r_B/r_A)-1}{1+(r_B/r_A)}$$

（4） 霍曼（Hohmann）转移

在近地点处：

$$\cancel{r_A} = \frac{h^2/\mu}{1+e\cos(f)} = \frac{\cancel{r_A^2} v_1^2}{(1+e)\mu}$$



$$\Rightarrow \quad \left.\begin{array}{l} e = \dfrac{r_A v_1^2}{\mu} - 1 \\[2ex] e = \dfrac{(r_B/r_A)-1}{1+(r_B/r_A)} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad v_1 = \sqrt{\frac{\mu}{r_A}}\sqrt{\frac{2(r_B/r_A)}{1+(r_B/r_A)}}$$

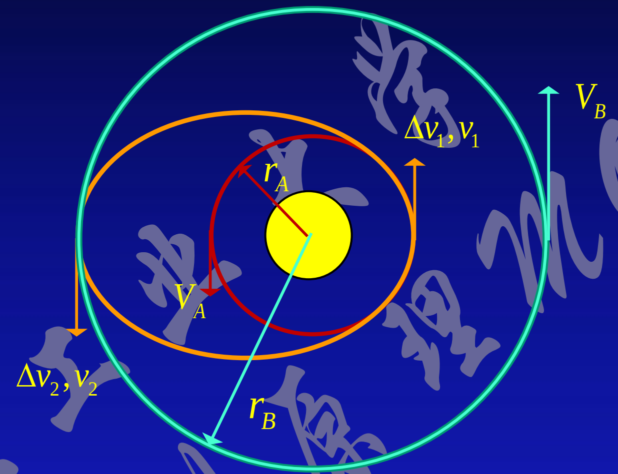
该式提供了所要求的能够在远地点上达到外轨道的近地点速度。

（4） 霍曼（Hohmann）转移

初始轨道半径为r_A

初始速度$v_A=\sqrt{\mu/r_A}$

因此：



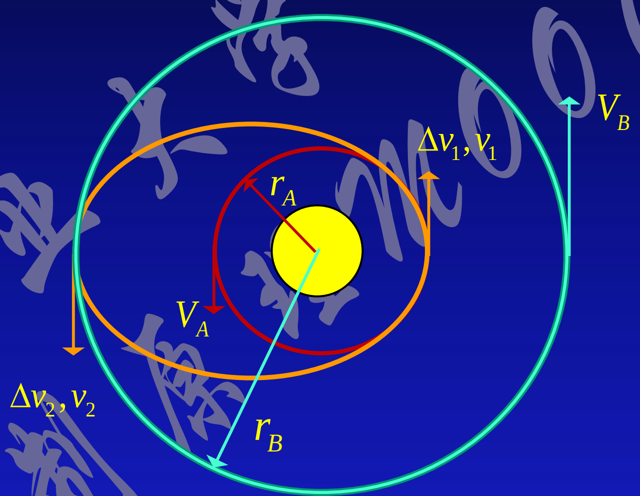
$$\Delta v_1 = v_1 - \sqrt{\frac{\mu}{r_A}} = \sqrt{\frac{\mu}{r_A}}\sqrt{\frac{2(r_B/r_A)}{1+(r_B/r_A)}} - \sqrt{\frac{\mu}{r_A}}$$

速度增量只与初始轨道的大小有关系。

（4） 霍曼（Hohmann）转移

椭圆转移轨道远地点的速度为：

$$v_2 = \frac{r_A}{r_B}\sqrt{\frac{\mu}{r_A}}\sqrt{\frac{2(r_B/r_A)}{1+(r_B/r_A)}}$$



大圆轨道速度为：

$$v_B = \sqrt{\mu / r_B}$$

因此 $$\Delta v_2 = \sqrt{\frac{\mu}{r_B}} - v_2 = \left(\frac{\mu}{r_B}\right)^{1/2}\left[1-\left(\frac{2r_A}{r_A+r_B}\right)^{1/2}\right]$$

总的速度增量为：$\Delta v = \Delta v_1 + \Delta v_2$

（4） 霍曼（Hohmann）转移

向内转移的过程恰好与前述向外转移的过程相反。 大圆变小圆

霍曼转移的飞行时间显然正好是转移轨道周期的一半。

$$TOF = \pi\sqrt{\frac{a^3}{\mu}} \qquad a = \frac{r_A + r_B}{2}$$

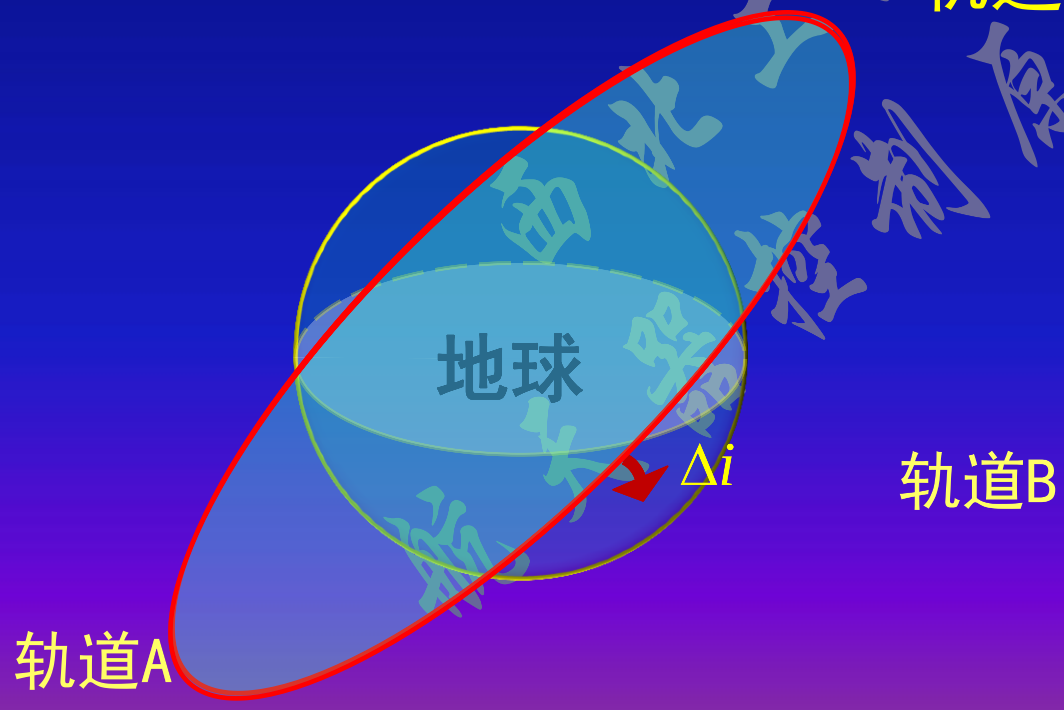
燃料消耗最经济，转移时间最长。

3、平面外的轨道转移

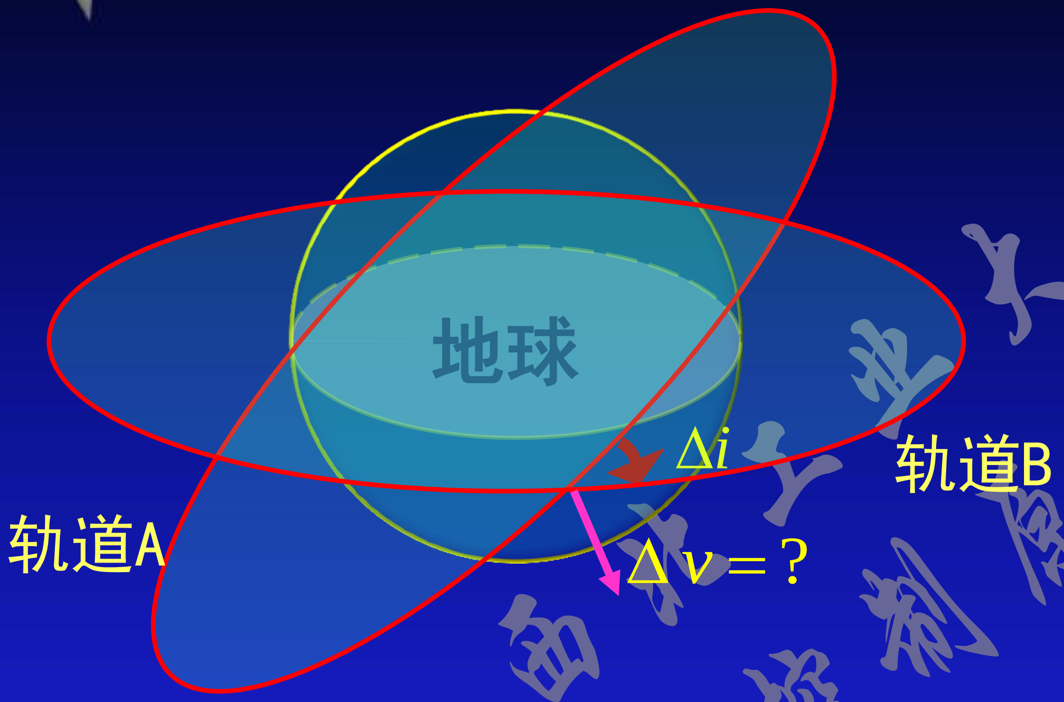
（1） 平面外的轨道改变

首先讨论轨道平面纯旋转问题，即平面外的轨道改变问题。

轨道B由轨道A旋转 Δi 形成。



3、平面外的轨道转移



速度增量计算：

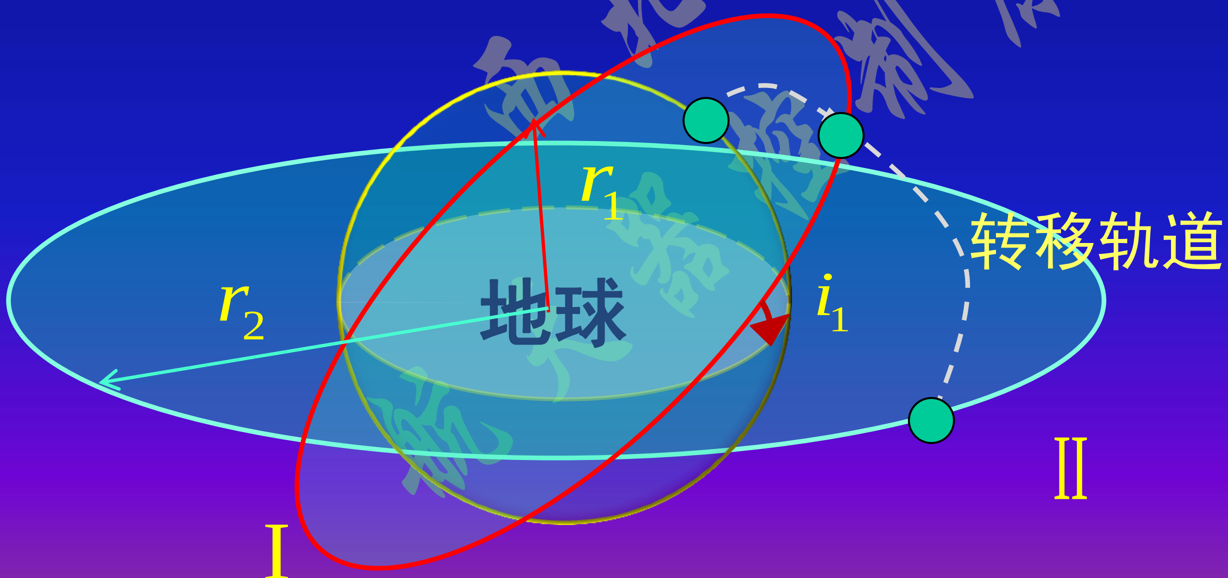
$$\frac{dh}{dt} = M \Rightarrow \frac{hdi}{dt} = Fr \Rightarrow \cancel{r}vdi = F\cancel{r}dt$$

$$\Rightarrow v_0\Delta i = F\Delta t \Rightarrow \Delta v = v_0\Delta i$$ 轨道速度

3、平面外的轨道转移

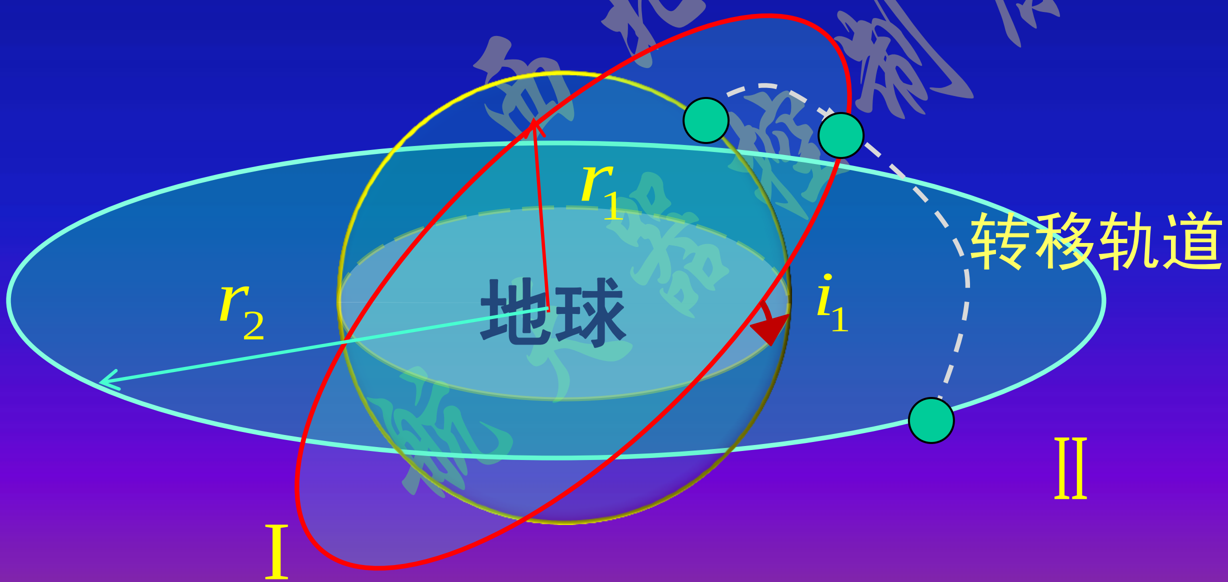
（2） 平面外的轨道转移

在发射静止轨道卫星时，在发射段结束后，卫星进入第一个以r_1为半径的圆轨道I（驻留轨道）运行，此圆轨道的倾角i_1。



3、平面外的轨道转移

轨道转移段要使卫星沿轨道Ⅰ改变为沿轨道倾角等于零、地心距为r_2的赤道圆形静止轨道Ⅱ运行。这就是平面外圆轨道转移问题。

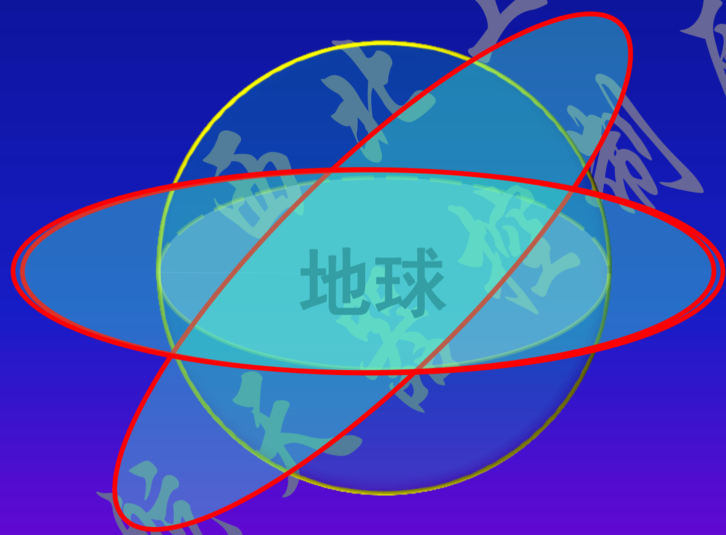


3、平面外的轨道转移

第一种方式：

先进行平面外轨道改变

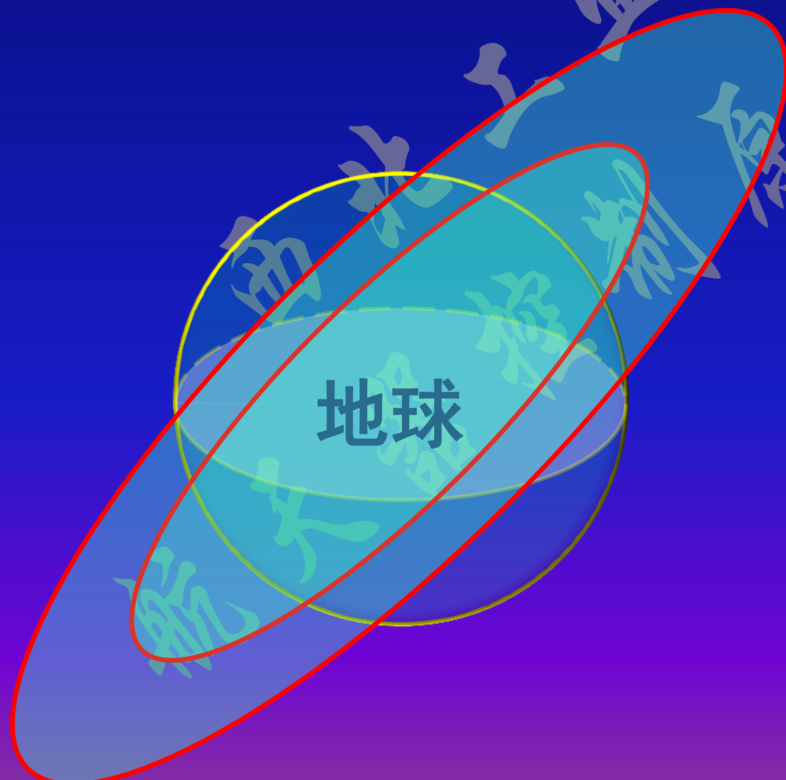
再进行平面内霍曼转移



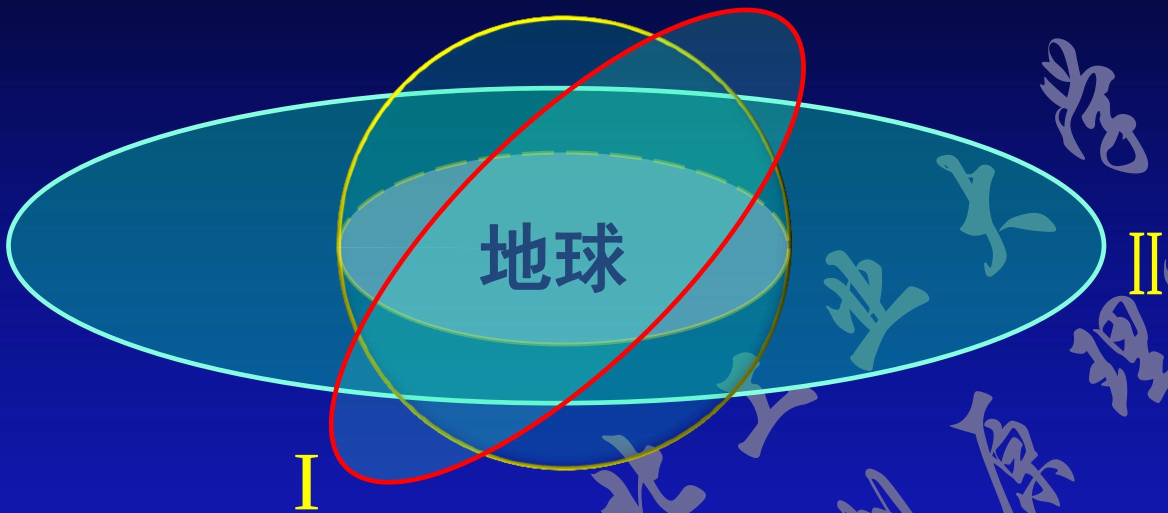
3、平面外的轨道转移

第二种方式：

先进行平面内霍曼转移　　　　再进行平面外轨道改变



3、平面外的轨道转移



同平面内轨道转移：

- 所需能量只与两个轨道大小有关。

平面外轨道转移：

$$v_0 = \sqrt{\mu / r_A}$$

- 轨道倾角改变取决于节线速度 $\Delta v = v_0 \Delta i$

先变大圆再变轨道倾角节省燃料。

4、轨道保持

轨道偏离因素：

- 地球扁率的影响
- 太阳和月球的引力作用
- 太阳辐射压
- 稀薄大气阻力的影响

轨道保持：

- 使实际轨道与预定轨道维持在误差范围内
- 主动对航天器进行轨道修正
- 依赖地面测控指令或星上自主控制

4、轨道保持

目前航天器轨道保持主要应用：

① 使航天器相对地球的位置保持固定，如静止轨道卫星；

② 太阳同步轨道保持；

$$\dot{\Omega}=\frac{d\Omega}{dt}=-\frac{10}{(1-e^2)^2}\left(\frac{R_e}{a}\right)^{3.5}\cos i\left[(^\circ)/d\right]=\frac{2\pi}{Y_\theta}$$

③ 相对于其他航天器保持固定位置，例如电子侦察卫星。