

# 浙江大学 2007 - 2008 学年春、夏学期

## 《数学分析》课程期末考试试卷

开课学院： 理学院 ， 考试形式： 闭

考试时间： 2008 年 06 月 27 日, 所需时间： 120 分钟

考生姓名： \_\_\_\_\_ 学号： \_\_\_\_\_ 专业： \_\_\_\_\_

题序	一	二	三	四	五	六	总 分
得分							
评卷人							

一、

1、用  $\varepsilon - \delta$  语言严格叙述不一致连续的定义。

2、求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{\sin x}}{x^2(e^x - 1)}$

3、已知  $y = x^x$ ，求  $\frac{d^2 y}{dx^2}$ 。

4、求不定积分  $\int x \arctan x dx$

5、求定积分  $\int_{-1}^1 (\sin x + x^4) \sqrt{1 - x^2} dx$  的值

二、

已知  $f(x) = \begin{cases} x^2 + b + 1, & x < 0 \\ c, & x = 0 \\ e^x + ax, & x > 0 \end{cases}$  在定义域内可导

(1) 求 a、b、c 的值。

(2) 求  $\int_{-1}^x f(t) dt$ .

三、已知  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 2, F(x) = \int_0^1 f(xt) dt$ .

(1) 求  $F'(x)$ .

(2) 若  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x)}{x^k}$  存在 ( $k > 0$ ), 求  $k$  的取值范围

四、已知  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A, \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = B$ , 用  $\varepsilon - \delta$  定义证明  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x) = AB$

五、证明: 若  $f$  在  $[a, b]$  上可积,  $F$  在  $[a, b]$  上连续, 且除  $x \in \tilde{[a, b]}$  外有  $F'(x) = f(x)$ , 则有

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

六、已知  $f(x)$  在  $[0, 2]$  上可导, 且  $f(1) = -e, f(2) = e^2$ , 证明存在

$\xi \in (0, 2)$ , 使得  $\xi f'(\xi) = (\xi - 1)f(\xi)$