冗余传感器故障诊断的最优奇偶向量法与广义似然比检验法的等效性[⑳]

张玲霞[1,2], 陈　明[1], 刘翠萍[3]

1.西北工业大学 自动化学院 测量与控制技术研究所, 陕西 西安　710072
2.西安电子科技大学 机电工程学院, 陕西 西安　710071
3.济南宏济堂制药有限责任公司, 山东 济南　250013

摘　要: 通过分析用于冗余传感器量测系统故障检测与隔离(FDI)的广义似然比检验(GLT)方法和最优奇偶向量检验(OPT)方法,指出用 OPT方法进行 FDI所存在的问题,并进行修正。证明了 GLT方法和修正后的 OPT方法进行 FDI是完全等效(一致)的。

关　键　词: 故障检测与隔离,最优奇偶向量法,广义似然比检验法,冗余传感器
中图分类号: V249.3　　文献标识码: A　　文章编号: 1000-2758(2005)02-0266-05

在容错组合导航系统中惯导系统常作为参考系统,其可靠性是至关重要的。对于惯导系统本身常采用冗余技术和容错设计以提高它的可靠性。对捷联惯性导航系统(SINS)来讲,惯性传感器(陀螺仪和加速度计)是导航与控制系统的关键部件,通常是控制系统中容易发生故障的部分易受不良环境的影响,而且由于它们的体积和重量都比较小,因此在传感器级采用冗余技术。那么,对于多传感器斜置的捷联式惯性导航系统,故障(特别是小幅值的软故障)检测和诊断方法的优劣直接关系到容错设计的成功与否。广义似然比检验(GLT)方法和最优奇偶向量(OPT)方法是用于冗余传感器系统 FDI的常用方法[1~7]。本文主要讨论这两种方法的有效性问题。

1　GLT和 OPT方法的简要回顾

1.1　GLT方法

设由 m 个同等精度的传感器构成的冗余量测方程为

$$Z = HX + \varepsilon \tag{1}$$

式中,$X \in R^n$ 是待测的系统状态,如导航系统中的加速度或角速度;$Z \in R^m$ 是 m 个传感器的量测值($m > n$);$H \in R^{m\times n}$ 是传感器配置的安装矩阵,是列满秩矩阵;ε 是 m 维零均值、协方差为 $\sigma^2 I_m$ 的高斯白噪声序列,即 $E(\varepsilon) = 0$, $E(\varepsilon\varepsilon^T) = \sigma^2 I_m$, I_m 为 m 阶单位矩阵。

定义如下奇偶方程为: $p = VZ$, V 是行满秩 $(m-n)\times m$ 矩阵,由方程 $VH = 0$, $VV^T = I_{m-n}$ 确定。V 矩阵通常由 $W = I_m - H(H^T H)^{-1}H^T$ 的前 $m-n$ 行用 Potter方法[2]构造。

显然,奇偶向量 p 独立于待测状态 X 而仅与噪声或可能的故障有关。实际上,当传感器无故障时,奇偶向量 p 仅是噪声的函数,即 $p = VHX + V\varepsilon = V\varepsilon$,称 p 为 $m-n$ 维奇偶残差向量。当传感器发生故障时,量测方程(1)变为 $Z = HX + f + \varepsilon$, f 是故障向量,于是 $p = V\varepsilon + Vf$,这时奇偶向量不仅与噪声有关,还与故障有关。正是由于奇偶向量在无故障和有故障情况下的不一致性,为故障检测提供了基础。

(1)故障判决函数和故障判决准则

在传感器无故障时, $E(p) = 0$, $E(pp^T) = \sigma^2 I_{m-n}$; 在传感器有故障时, $E(p) = Vf$, $E[(p - Vf)(p - Vf)^T] = \sigma^2 I_{m-n}$,其中 I_{m-n} 为 $m-n$ 阶单

⑳ 收稿日期: 2004-02-16
作者简介: 张玲霞(1965-),女,西北工业大学博士生,现为西安电子科技大学副教授,主要从事自动测试与故障诊断、虚拟仪器技术、数据融合技术和可靠性理论及应用的研究。

位矩阵。用 p 构造故障判决函数

$$FD_{GLT}=\frac{1}{\sigma^2}(p^{T}p) \tag{2}$$

显然，$FD_{GLT}\sim\chi^2(m-n)$，给定置信概率 α，得检测门限 $T=\chi^2_{\alpha}(m-n)$，则故障判决准则为

$$\begin{cases} FD_{GLT}<T & \text{无故障} \\ FD_{GLT}\geq T & \text{有故障} \end{cases} \tag{3}$$

(2)故障隔离函数和故障隔离准则

故障隔离判决函数为

$$FI_{GLT}(i)=\frac{(p^{T}V_i)^2}{V_i^{T}V_i} \tag{4}$$

式中，V_i 为矩阵 V 的第 i 列。若

$$FI_{GLT}(k)=\max_{1\leq i\leq m}\{FI_{GLT}(i)\} \tag{5}$$

则表明第 k 个传感器可能已出故障。

1.1 OPT方法[3]

为了讨论奇偶向量方法，这里考虑更一般的测量方程

$$Z=HX+Df+F\varepsilon \tag{6}$$

式中，f 是故障向量，ε 与式(1)中的含义相同。D、F 分别是故障输入阵和噪声输入阵。为了设计对特定传感器故障敏感的奇偶向量，建立如下性能指标函数

$$\begin{aligned} S_i &= \max\frac{(v_i^{T}De_i)^2}{\|v_i^{T}F\|^2+\sum_{j\neq i}(v_i^{T}De_j)^2} \\ &= \max\frac{(v_i^{T}De_i)^2}{v_i^{T}(FF^{T}+\sum_{j\neq i}De_je_j^{T}D^{T})v_i},\quad VH=0 \end{aligned} \tag{7}$$

式中，$\|v_i^{T}F\|$ 为向量 $v_i^{T}F$ 的长度或模；e_i，v_i 分别为 I_m 的第 i 列向量和所要设计的第 i 个传感器故障检测的最优奇偶向量。$v_i^{T}De_i$ 和 $v_i^{T}De_j$ 表示对第 i 个和第 j 个传感器故障的敏感度，而 $\|v_i^{T}F\|$ 表示对噪声的敏感度。分子表示对被测传感器故障的灵敏度的度量，分母表示对其它传感器故障以及所有噪声的灵敏度的度量，此外保留了奇偶约束条件。

当考虑奇偶约束条件时，奇偶向量 v_i 可以表示成 V 的线性组合 $v_i=V^{T}c_i$，代入(7)式，则在 $c_i=aM_{Bi}^{-1}u$ 处达到其最大值，其中：a 为任意实数，$u_i=VDe_i\in R^{m-n}$；$M_{Bi}=V(FF^{T}+DD^{T}-De_ie_i^{T}D^{T})V^{T}$ 为 $m-n$ 阶对称阵。

于是所求向量 v_i 称为最优奇偶向量，并由下式给出

$$v_i=V^{T}c_i=aV^{T}M_{Bi}^{-1}u_i \tag{8}$$

不失一般性，将 v_i 单位化，得最优奇偶向量 $v_i^{*}=v_i/\|v_i\|$，这样用 v_i^{*} 可以对第 i 个传感器是否发生故障进行检测。为了表示方便，下面将单位化后的最优奇偶向量 v_i^{*} 仍用 $v_i(i=1,2,\cdots,m)$ 表示，于是相应的最优奇偶残差为 $\gamma_i^{*}=v_i^{T}Z(i=1,2,\cdots,m)$。若 $f=0$，$\gamma_i^{*}\sim N(0,\sigma^2\|v_i^{T}F\|^2)$。

故障检测和隔离函数为将 γ_i^{*} 标准化的统计量

$$\gamma_i=\gamma_i^{*}/(\sigma\|v_i^{T}F\|)\quad(i=1,2,\cdots,m) \tag{9}$$

故障检测和隔离策略：

(1) 给定虚警率 α，查标准正态分布的 $1-\alpha/2$ 分位数，得故障检测和隔离门限：$T=u_{1-\alpha/2}$

(2) 计算 γ_i 中的绝对值最大者：$|\gamma_k|=\max_i|\gamma_i|$。

(3) 如果 $|\gamma_k|>T$，则判断第 k 个传感器发生故障；否则，判断传感器无故障。

2　OPT方法故障检测虚警率分析及其存在的问题

OPT方法在确定检测门限时，先给定一个虚警率值 α，再由单个传感器的最优奇偶残差确定检测门限。但是这种确定方法忽视了极值的分布问题，如果每次取其中绝对值最大者或平方值最大者进行故障检测，必然出现较大的虚警率。为了得出这一结论，下面给出定理1。

定理1(Theorem 1)　假设最优奇偶残差为 $\gamma_1,\gamma_2,\cdots,\gamma_m$ 由(9)式给出，给定虚警率 α，取检测门限 $T_1=u_{1-\alpha/2}$，令 $|\gamma_k|=\max_i|\gamma_i|$，则

$$P(|\gamma_k|>T)\geq 1-(1-\alpha)^s \tag{10}$$

式中，s 为相互独立的奇偶残差的个数，且 $s<m$。

证明　不失一般性，假定最优奇偶残差 $\gamma_1,\gamma_2,\cdots,\gamma_m$ 中极大线性无关组为 $\gamma_1,\gamma_2,\cdots,\gamma_s$，$s<m$。由于最优奇偶残差 $\gamma_1,\gamma_2,\cdots,\gamma_m$ 是服从标准正态分布的随机序列。由条件概率公式可以计算

$$\begin{aligned} P(|\gamma_k|>T) &= P(\max_i|\gamma_i|>T) \\ &= 1-P(\max_i|\gamma_i|\leq T) \\ &= 1-P(\max_{1\leq i\leq s}|\gamma_i|\leq T,\max_{s+1\leq i\leq m}|\gamma_i|\leq T) \\ &= 1-P(\max_{1\leq i\leq s}|\gamma_i|\leq T)\cdot \\ &\quad P(\max_{s+1\leq i\leq m}|\gamma_i|\leq T\Big|\max_{1\leq i\leq s}|\gamma_i|\leq T) \end{aligned} \tag{11}$$

因最优奇偶残差 $p_{s+1},\cdots,\gamma_m$ 与 $\gamma_1,\gamma_2,\cdots,\gamma_s$ 是不独立的，因而(11)式中的 $P(\max_{s+1\leq i\leq m}|\gamma_i|\leq T|\max_{1\leq i\leq s}|\gamma_i|\leq T)$ 满足

$$0<P(\max_{s+1\leq i\leq m}|\gamma_i|\leq T\Big|\max_{1\leq i\leq s}|\gamma_i|\leq T)\leq 1 \tag{12}$$

将 (12) 式代入 (11) 式中,有

$$P(|d_k| > T) \geq 1 - P(\max_{1\leq i\leq s}|d_i| \leq T)$$

$$= 1 - (1 - T)^s \qquad (13)$$

(10) 式得证。

定理 1说明,利用 OPT方法进行故障检测和诊断时,其检测虚警率下限为 $1-(1-T)^s$。由于 $0<T<1$,所以检测虚警率下限 $1-(1-T)^s>T$。

结论 用 OPT方法进行故障检测与诊断所得虚警率高于事先给定的虚警率 T。

3 GLT方法与 OPT方法确定的故障隔离函数的内在联系

引理 1[4] 若矩阵 $\boldsymbol{W}=\boldsymbol{I}_m-\boldsymbol{H}(\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H})^{-1}\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}$,$\boldsymbol{H}$ 是 $m\times n(m>n)$的列满秩矩阵,则矩阵 $\boldsymbol{W}$具有以下性质

$$(\mathrm{a})\quad \boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{W}\quad \boldsymbol{W}^2=\boldsymbol{W} \qquad (14)$$

$$(\mathrm{b})\quad \boldsymbol{W}\cdot\boldsymbol{W}_i=\boldsymbol{W}_i\quad i=1,2,\cdots,m \qquad (15)$$

$$(\mathrm{c})\quad w_{ii}=\boldsymbol{W}_i^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{W}_i=\|\boldsymbol{W}_i\|^2 \quad 且$$

$$0<w_{ii}<1\quad i=1,2,\cdots,m \qquad (16)$$

式中,$\boldsymbol{W}_i$ 为 $\boldsymbol{W}$的第 i个列向量,w_{ii} 为 $\boldsymbol{W}$的第 i行第 i列元素。

引理 2 若矩阵 $\boldsymbol{W}=\boldsymbol{I}_m-\boldsymbol{H}(\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H})^{-1}\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}$,$\boldsymbol{V}$是 $\boldsymbol{W}$的行向量中 $m-n$个极大线性无关组单位化、正交化以后得到的 $(m-n)\times m$矩阵,则

$$\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}=\boldsymbol{W} 或 \boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}_i=\boldsymbol{W}_i(i=1,2,\cdots,m) 或$$

$$\boldsymbol{V}_i^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{V}_j=w_{ij}(i,j=1,2,\cdots,m) \qquad (17)$$

定理 2(Theorem 2) 由 GLT方法确定的各冗余传感器的故障隔离函数是由 OPT方法确定的各冗余传感器的故障隔离函数的平方,即

$$FI_{\mathrm{GLT}}(i)=d_i^2\quad (i=1,2,\cdots,m) \qquad (18)$$

式中的 $FI_{\mathrm{GLT}}(i)$和 d_i分别由(4)式和(9)式给出。

证明 在方程(6)中 $\boldsymbol{D},\boldsymbol{F}$均取 m阶单位矩阵,由(9)式可以计算

$$d_i=\frac{d_i^*}{e\|\boldsymbol{v}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}\|}=\frac{d_i^*}{e}=\frac{1}{e}\boldsymbol{v}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}$$

$$=\frac{a}{e}(\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{Bi}^{-1}\boldsymbol{u})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}=\frac{a}{e}(\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{Bi}^{-1}\boldsymbol{V}_i)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z} \qquad (19)$$

式中,T是保证最优奇偶向量 $\boldsymbol{v}_i$ 为单位向量的常系数。因

$$\boldsymbol{M}_{Bi}^{-1}=[\boldsymbol{V}(\boldsymbol{F}\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{D}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{D}\boldsymbol{e}_i\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}})\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}]^{-1}$$

$$=[\boldsymbol{V}(2\boldsymbol{I}_3-\boldsymbol{e}_i\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}})\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}]^{-1}$$

$$=(2\boldsymbol{I}_3-\boldsymbol{V}\boldsymbol{e}_i\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}})^{-1}=(2\boldsymbol{I}_3-\boldsymbol{V}_i\boldsymbol{V}_i^{\mathrm{T}})^{-1}$$

根据矩阵的反演公式

$$(\boldsymbol{A}_{11}-\boldsymbol{A}_{12}\boldsymbol{A}_{22}^{-1}\boldsymbol{A}_{21})^{-1}=\boldsymbol{A}_{11}^{-1}+$$

$$\boldsymbol{A}_{11}^{-1}\boldsymbol{A}_{12}(\boldsymbol{A}_{22}-\boldsymbol{A}_{21}\boldsymbol{A}_{11}^{-1}\boldsymbol{A}_{12})^{-1}\boldsymbol{A}_{21}\boldsymbol{A}_{11}^{-1}$$

得

$$\boldsymbol{M}_{Bi}^{-1}=(2\boldsymbol{I}_3)^{-1}+(2\boldsymbol{I}_3)^{-1}\boldsymbol{V}_i(1-\boldsymbol{V}_i^{\mathrm{T}}(2\boldsymbol{I}_3)^{-1}\boldsymbol{V}_i)^{-1}$$

$$\boldsymbol{V}_i^{\mathrm{T}}(2\boldsymbol{I}_3)^{-1}=\frac{1}{2}\boldsymbol{I}_3+\frac{1}{2}\boldsymbol{V}_i(2-\boldsymbol{V}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}_i)^{-1}\boldsymbol{V}_i^{\mathrm{T}}$$

上式中的 $\boldsymbol{V}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}_i$ 为一标量,由引理 1知,$\boldsymbol{V}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}_i$ 实际上是矩阵 $\boldsymbol{W}=\boldsymbol{I}_m-\boldsymbol{H}(\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H})^{-1}\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}$ 的对角线上第 i个元素 w_{ii}。所以

$$\boldsymbol{M}_{Bi}^{-1}=\frac{1}{2}\left(\boldsymbol{I}_3+\frac{1}{2-w_{ii}}\boldsymbol{V}_i\boldsymbol{V}_i^{\mathrm{T}}\right) \qquad (20)$$

另外,(19)式中的常数 a可以如下计算

$$\boldsymbol{v}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{v}_i=[a(\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{Bi}^{-1}\boldsymbol{V}_i)^{\mathrm{T}}]\cdot[a(\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{Bi}^{-1}\boldsymbol{V}_i)]$$

$$=a^2(\boldsymbol{V}_i^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{M}_{Bi}^{-1}\cdot\boldsymbol{V})(\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{Bi}^{-1}\boldsymbol{V}_i)$$

$$=\frac{a^2}{4}\boldsymbol{V}_i^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{I}_3+\frac{1}{2-w_{ii}}\boldsymbol{V}_i\boldsymbol{V}_i^{\mathrm{T}}\right)^2\boldsymbol{V}_i$$

$$=\frac{a^2}{4}\boldsymbol{V}_i^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{I}_3+\frac{2}{2-w_{ii}}\boldsymbol{V}_i\boldsymbol{V}_i^{\mathrm{T}}+\frac{1}{(2-w_{ii})^2}\boldsymbol{V}_i\boldsymbol{V}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}_i\boldsymbol{V}_i^{\mathrm{T}}\right)\boldsymbol{V}_i$$

$$=\frac{a^2}{4}\left(w_{ii}+\frac{2w_{ii}^2}{2-w_{ii}}+\frac{w_{ii}^3}{(2-w_{ii})^2}\right)$$

$$=\frac{a^2w_{ii}}{(2-w_{ii})^2}=1$$

结合(16)式,$a=\dfrac{2-w_{ii}}{\sqrt{w_{ii}}}$。

因此

$$d_i=\frac{a}{e}(\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{Bi}^{-1}\boldsymbol{V}_i)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}=\frac{a}{e}\cdot(\boldsymbol{V}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{Bi}^{-1}\boldsymbol{V})\boldsymbol{Z}$$

$$=\frac{a}{2e}\cdot\boldsymbol{V}_i^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{I}_3+\frac{1}{2-w_{ii}}\boldsymbol{V}_i\boldsymbol{V}_i^{\mathrm{T}}\right)\cdot\boldsymbol{V}\boldsymbol{Z}$$

$$=\frac{a}{2e}\left(\boldsymbol{V}_i^{\mathrm{T}}+\frac{w_{ii}}{2-w_{ii}}\boldsymbol{V}_i^{\mathrm{T}}\right)\boldsymbol{V}\boldsymbol{Z}$$

$$=\frac{a}{(2-w_{ii})e}\boldsymbol{V}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}\boldsymbol{Z}=\frac{1}{\sqrt{w_{ii}}\,e}\boldsymbol{V}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}\boldsymbol{Z}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{w_{ii}}\,e}\boldsymbol{W}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z} \qquad (21)$$

而 GLT中的故障隔离函数

$$FI_{\mathrm{GLT}}(i)=\frac{(\boldsymbol{p}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}_i)^2}{\boldsymbol{V}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}_i}=\frac{1}{e^2}\frac{(\boldsymbol{Z}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}_i)^2}{w_{ii}}$$

$$=\frac{1}{e^2}\frac{(\boldsymbol{Z}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_i)^2}{w_{ii}}=\frac{1}{e^2}\frac{(\boldsymbol{W}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z})^2}{w_{ii}}$$

$$=\left(\frac{\boldsymbol{W}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}}{\sqrt{w_{ii}}\,e}\right)^2 \qquad (22)$$

比较(21)式、(22)式知定理 2中的(18)式成立。

4 OPT方法故障检测函数的修正

由定理 2知: 用 $FI_{GLT}(i)(i=1,2,\cdots,m)$ 中最大值和用 $d_i = d_i^{*}/(\sigma\| v_i^{T}F\|)(i=1,2,\cdots,m)$ 中绝对值最大判断相应的故障传感器,其效果是相同的。它们分别服从自由度为 1的 χ^2 分布和标准正态分布。但正如 $FI_{GLT}(i)(i=1,2,\cdots,m)$ 没有被同时用于检测故障是否发生的原因一样, $d_i = d_i^{*}/(\sigma\| v_i^{T}F\|)(i=1,2,\cdots,m)$ 也不能在 OPT方法中用作故障判决函数,因为它们之间并不相互独立,无法根据最大值分布由虚警率来确定故障检测和隔离门限。那么必须另外寻求故障判决函数。为此,再看以下两个引理。

引理 **3**[8]　$\boldsymbol{Y}$ 是服从高斯分布的 m 维随机列向量,且 $E(\boldsymbol{Y})=0$, $E(\boldsymbol{Y}\boldsymbol{Y}^{T})=\sigma^2\boldsymbol{I}_m$。若 $\boldsymbol{X}_l=\alpha_l^{T}\boldsymbol{Y}$, α_l 是 m 维的列向量 $(l=1,2,\cdots,s)$,则随机向量 $\boldsymbol{X}_1,\boldsymbol{X}_2,\cdots,\boldsymbol{X}_s$ 相互独立的充要条件是向量 $\alpha_1^{T},\alpha_2^{T},\cdots,\alpha_s^{T}$ 是一组正交向量。

由最优奇偶向量 $\boldsymbol{v}_i$ 的设计可知, $\boldsymbol{v}_i$ 是奇偶矩阵 $\boldsymbol{V}$ 的行向量的线性组合,而矩阵 $\boldsymbol{V}$ 的秩为 $m-n$。因而 $\boldsymbol{v}_1,\boldsymbol{v}_2,\cdots,\boldsymbol{v}_m$ 是一组线性相关向量组,其秩与矩阵 $\boldsymbol{V}$ 的秩相同,等于 $m-n$。也就是说,故障判决函数只能由 $m-n$ 个独立的最优奇偶向量构成。根据引理 3,要寻找 $m-n$ 个独立的最优奇偶向量,就是要从 m 个最优奇偶向量中构造 $m-n$ 个正交向量 $\boldsymbol{v}_{01},\boldsymbol{v}_{02},\cdots,\boldsymbol{v}_{0(m-n)}$。

取故障检测函数为

$$FD_{OPT}=\sum_{i=1}^{m-n}(d_{0i})^2=\sum_{i=1}^{m-n}(\boldsymbol{v}_{0i}^{T}\boldsymbol{Z}/\sigma)^2 \tag{23}$$

由于 $\boldsymbol{v}_{0i}^{T}\boldsymbol{Z}/\sigma$ 服从标准正态分布,于是 FD_{OPT} 服从自由度为 $m-n$ 的 χ^2 分布。

定理 **3**(Theorem 3)[8]　最优奇偶向量 $\boldsymbol{v}_i(i=1,2,\cdots,m)$ 是 $\boldsymbol{W}=\boldsymbol{I}_m-\boldsymbol{H}(\boldsymbol{H}^{T}\boldsymbol{H})^{-1}\boldsymbol{H}^{T}$ 中第 i 个列向量的单位化向量,即

$$(\boldsymbol{v}_1\|\boldsymbol{W}_1\|,\boldsymbol{v}_2\|\boldsymbol{W}_2\|,\cdots,\boldsymbol{v}_m\|\boldsymbol{W}_m\|)=\boldsymbol{W}\quad 或$$

$$\boldsymbol{v}_i=\frac{\boldsymbol{W}_i}{\|\boldsymbol{W}_i\|}=\frac{\boldsymbol{W}_i}{\sqrt{w_{ii}}}\quad i=1,2,\cdots,m \tag{24}$$

5 用 OPT方法与 GLT方法进行 FDI的等效性(或一致性)

定理 **4**(Theorem 4)　OPT方法与 GLT方法故障检测函数相同,即

$$FD_{GLT}=FD_{OPT}$$

式中, FD_{GLT} 和 FD_{OPT} 分别由(2)式和(23)式确定。

证明　如果将由 $\boldsymbol{v}_{01},\boldsymbol{v}_{02},\cdots,\boldsymbol{v}_{0(m-n)}$ 按列构成的矩阵记为 $\boldsymbol{U}$,即 $\boldsymbol{U}=(\boldsymbol{v}_{01},\boldsymbol{v}_{02},\cdots,\boldsymbol{v}_{0(m-n)})$,那么,由引理 2和定理 3知, $\boldsymbol{U}^{T}\boldsymbol{U}=\boldsymbol{I}_{m-n}$, $\boldsymbol{U}\boldsymbol{U}^{T}=\boldsymbol{W}$。

根据(23)式,可以计算 OPT方法中的故障检测函数

$$FD_{OPT}=\sum_{i=1}^{m-n}(\boldsymbol{v}_{0i}^{T}\boldsymbol{Z}/\sigma)^2=\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{m-n}(\boldsymbol{Z}^{T}\boldsymbol{v}_{0i}\cdot\boldsymbol{v}_{0i}^{T}\boldsymbol{Z})$$

$$=\frac{1}{\sigma^2}\boldsymbol{Z}^{T}\sum_{i=1}^{m-n}(\boldsymbol{v}_{0i}\boldsymbol{v}_{0i}^{T})\boldsymbol{Z}$$

因 $\boldsymbol{U}\boldsymbol{U}^{T}=(\boldsymbol{v}_{01},\boldsymbol{v}_{02},\cdots,\boldsymbol{v}_{0(m-n)})\cdot(\boldsymbol{v}_{01},\boldsymbol{v}_{02},\cdots,\boldsymbol{v}_{0(m-n)})^{T}=\sum_{i=1}^{m-n}(\boldsymbol{v}_{0i}\boldsymbol{v}_{0i}^{T})$,所以,由(23)式给出的故障判决函数可以简化为

$$FD_{OPT}=\frac{1}{\sigma^2}(\boldsymbol{Z}^{T}\cdot\boldsymbol{U}\boldsymbol{U}^{T}\cdot\boldsymbol{Z})=\frac{1}{\sigma^2}(\boldsymbol{Z}^{T}\boldsymbol{W}\boldsymbol{Z}) \tag{25}$$

而由(2)式给出的 GLT方法的故障检测函数为

$$FD_{GLT}=\frac{\boldsymbol{p}^{T}\boldsymbol{p}}{\sigma^2}=(\boldsymbol{V}\boldsymbol{Z}/\sigma)^{T}\cdot(\boldsymbol{V}\boldsymbol{Z}/\sigma)$$

$$=\frac{1}{\sigma^2}\boldsymbol{Z}^{T}\boldsymbol{V}^{T}\cdot\boldsymbol{V}\boldsymbol{Z}=\frac{1}{\sigma^2}(\boldsymbol{Z}^{T}\boldsymbol{W}\boldsymbol{Z}) \tag{26}$$

由(25)式和(26)式即知定理 4成立。

定理 2和定理 4告诉我们: 用修正后的 OPT方法和 GLT方法进行故障检测与隔离,其效果完全相同。

6 结　论

利用现有文献介绍的最优奇偶向量方法进行故障检测与隔离,会造成故障检测的虚警率比事先要求的虚警率高出好几倍。因而,和 GLT方法相比, OPT方法能够提高正确检测率和正确隔离率的说法是不正确的。本文对 OPT方法的故障检测决策进行了修正,给出了构造故障判决函数的思路和具体方法。结论表明: 最优奇偶向量法,设计对特定传感器故障敏感,而对其它传感器故障和量测噪声不敏感的最优奇偶向量,得到了与广义似然比检验法使对数似然函数达到最大所设计的故障隔离统计量殊途同归的效果,和 GLT方法的故障检测和隔离效果完全相同。以上结论适用于同等精度的冗余传感器测量系统,关于一般的冗余量测系统,这两种方法的有效性问题,作者已做了一些研究,但仍有待于

进一步完善。

参考文献:

[1] Daly K C, Gai E, Harrision J V. Generalized Likelihood Test for FDI in Redundant Sensor Configuration, Journal of Guidance and Control, 1979, 2(1): 9~ 17

[2] Potter J E, Suman M C. Thresholdless Redundancy Management with Arrays of Skewed Instruments. AGARDOG-RAPH-224, Control System, 1977, 15(1): 15~ 25

[3] Jin Hong, Zhang Hongyue. Optimal Parity Vector Sensitive to Designated Sensor Fault. IEEE Trans on Aerospace and Electronic System, 1999, 35(4): 1122~ 1128

[4] Jin Hong, Zhang H Y. Configuration of Redundant Sensor System and its Fault Detection Using Parity Vector Method, IFAC Symposium, SAFEPROCESS, 1997

[5] 金 宏,张洪钺,金 忠. 对特定传感器故障敏感的最优奇偶向量检测与隔离方法. 航空学报, 1997, 18(4): 385~ 387

[6] 金 宏, 张洪钺. 组合导航系统的鲁棒故障诊断. 北京航空航天大学学报, 2000, 26(1): 26~ 29

[7] 杨 静,张洪钺. 卫星故障诊断的最优奇偶向量法,航空学报, 2002, 23(2), 183~ 186

[8] 张玲霞. 导航系统故障检测与诊断及其相关理论问题的研究: [博士学位论文]. 西安: 西北工业大学, 2004

Is OPT Better than GLT in Fault Diagnosis of Redundant Sensor System?

Zhang Lingxia[1,2], Chen Ming[1], Liu Cuiping[3]

1. Department of Automatic Control, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China
2. School of Mechano-Electronic Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China
3. Jinan Hongjitang Medicine Co., Ltd., Jinan 250013, China

Abstract Some researchers believe that, compared with Generalized Likelihood ratio Test (GLT), using Optimal Parity-vector Test (OPT) can increase the probability of fault detection and isolation. In fact, using OPT generally gives false warnings several times those given by GLT. In our full paper, we first correct OPT in such a way that it gives no more false warnings than GLT. We prove mathematically that, for redundant system configured by single axis sensors of the same precision, the two methods— GLT and the corrected OPT— of fault detection and isolation lead to completely the same results. It is worth pointing out that the core of our mathematical proof consists of two theorems— Theorems 2 and 4. So the corrected OPT is not better than GLT in fault diagnosis of redundant sensor system.

Key words Fault Detection and Isolation (FDI), GLT (Generalized Likelihood ratio Test) method, OPT (Optimal Parity-vector Test) method, redundant sensor system