



西北工业大学
NORTHWESTERN POLYTECHNICAL UNIVERSITY



捷联惯导与组合导航原理

**Principles of Strapdown Inertial Navigation
and Multi-Sensor Integrated Navigation Systems**

主讲：陈凯 副教授

电话：15309218366

E-Mail: chenkai@nwpu.edu.cn

飞行控制研究所



西北工业大学
NORTHWESTERN POLYTECHNICAL UNIVERSITY



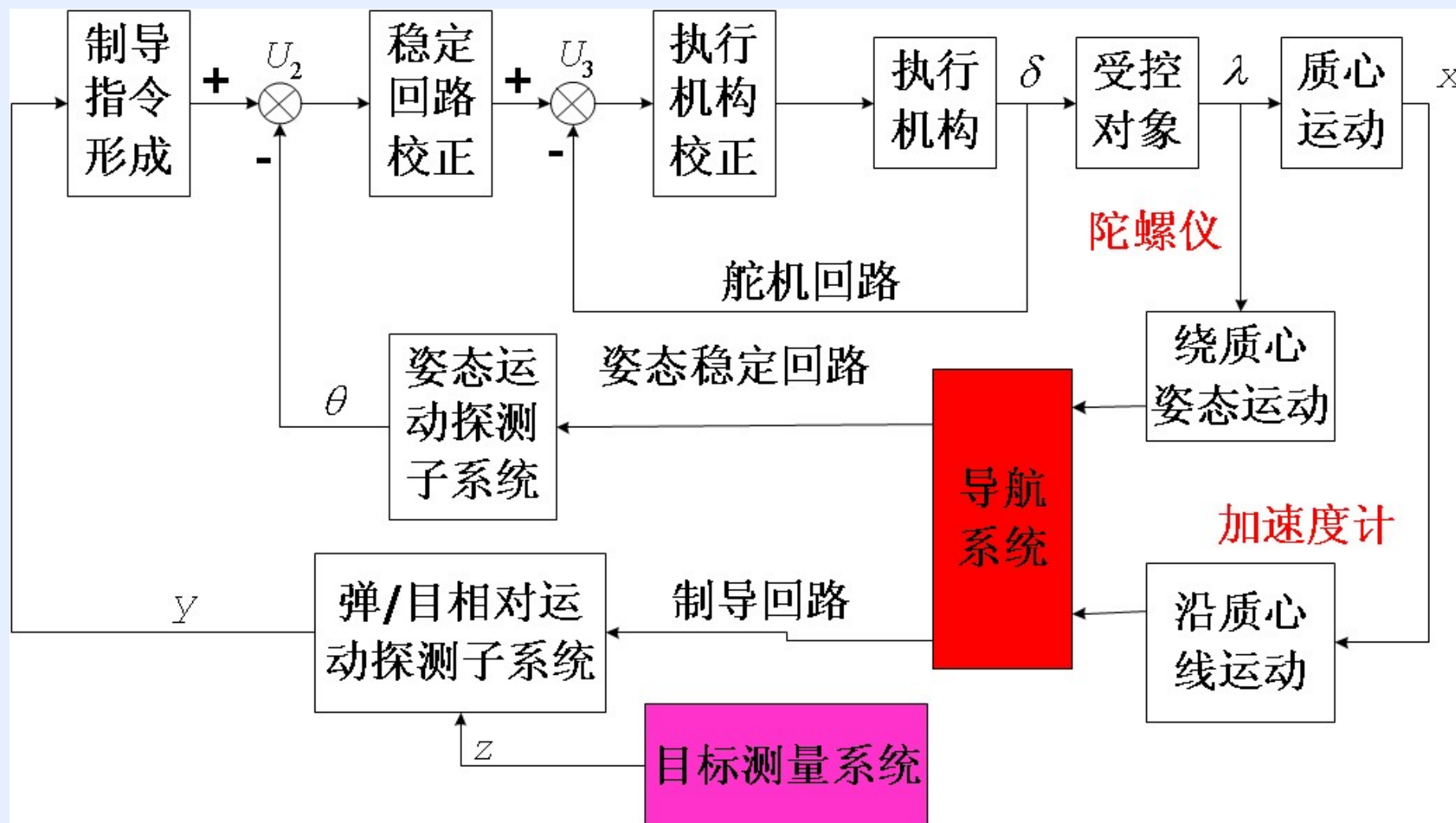
主讲：陈凯 副教授

电话：15309218366

飞行控制研究所



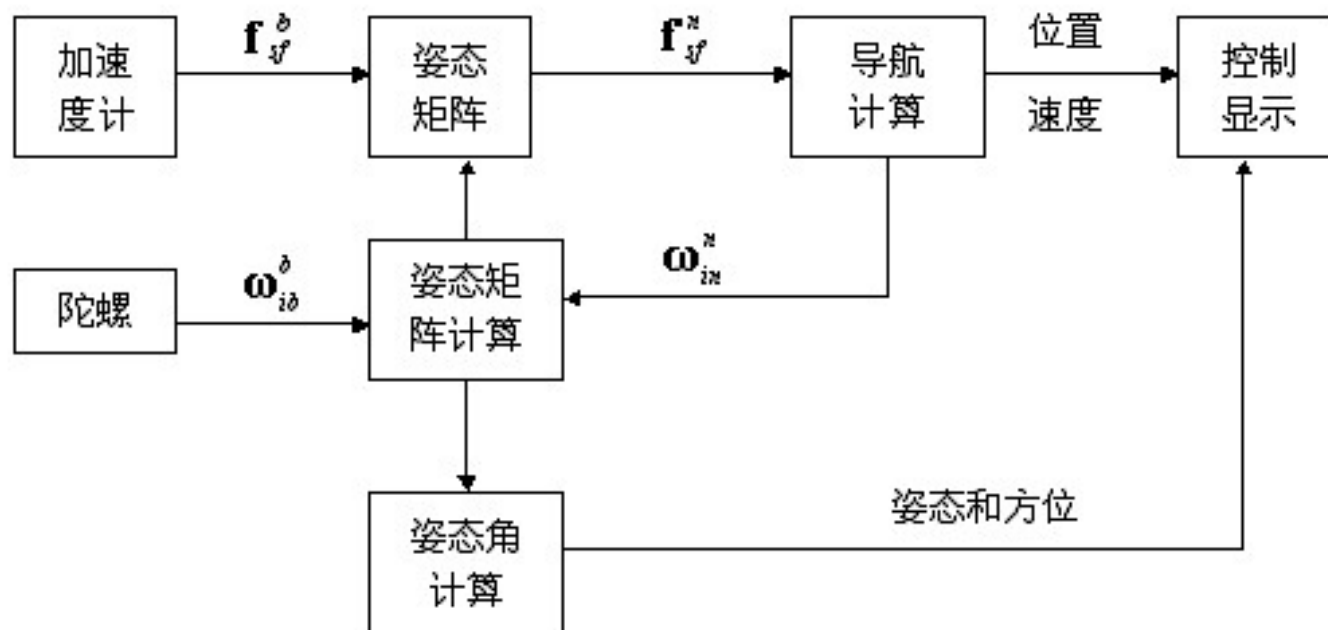
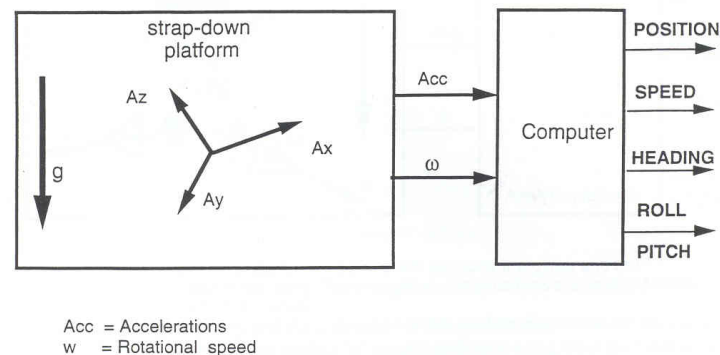
飞控专业下的惯性元件



导弹制导控制系统的一般组成



“捷联 (strapdown)” 这一术语的英文原意是“捆绑”的意思。因此，所谓的捷联惯性系统就是将惯性敏感元件（陀螺和加速度计）直接“捆绑”在运载器的机体上，完成制导与导航任务的系统。





惯导系统关键技术

惯导系统的四个关键技术

惯性器件

标定 Calibration

对准 Alignment

导航 Navigation

核心问题

陀螺仪与加速度计特性



陀螺仪定义说明

经典、传统定义: 对称平衡的高速旋转刚体，用专门的悬挂装置支承起来，使旋转的刚体能绕与自转轴不相重合或平行的另一条轴或另二条轴转动的专门装置。

广义陀螺仪定义: 能自主地测量物体角速度或角位移的器件，也称为陀螺仪。包括光学陀螺仪、振动陀螺仪、硅微机械陀螺仪等新型陀螺仪应运而生，扩大了陀螺仪家族的阵营，它们具有完全崭新的特性。**没有陀螺框架结构。**



第三章 捷联惯性器件-陀螺仪

- 3.1 陀螺仪的分类
- 3.2 陀螺仪基本知识
- 3.3 陀螺仪基本特性



3.1 陀螺仪的分类

陀螺仪分类1

(一)按陀螺仪研制成功并得到实际应用的先后顺序分类

- 第一代陀螺仪：框架陀螺仪 **20世纪50年代前**
- 第二代陀螺仪：浮子陀螺仪 **20世纪60年代起**
- 第三代陀螺仪：动调陀螺仪 **20世纪70年代**

期间高精度静电陀螺仪技术趋于完善，在高精度领域得到应用。

- 光学陀螺仪：**20世纪80年代** 激光陀螺仪、光纤陀螺仪

激光陀螺已经达到惯性级的精度，在高中精度的领域得到成功应用。光纤陀螺仪的后来居上，大有挑战激光陀螺之势，正在向惯性级精度努力。

- 硅微陀螺仪：**20世纪80年代末90年代初** 中低领域

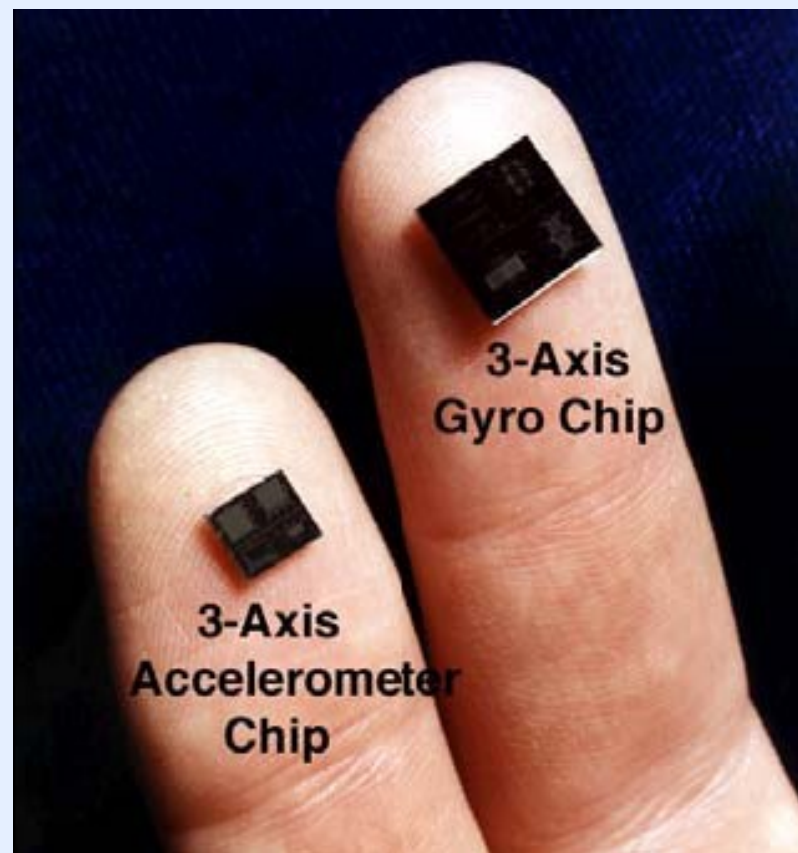


惯性器件比较



INS/GPS Technology Trends
George T. Schmidt
Draper Laboratory, Inc.
MIT, 2003

它5个常平架，直径约1.5米，重约908kg，系统精度约为0.925km/h



Inertial Navigation Sensors
Neil M. Barbour
Draper Laboratory, Inc.
MIT, 2003



陀螺仪分类2

(二)按陀螺仪的基本工作原理分类

- **机械转子陀螺**：液浮、动调、静电以及气浮自由转子、磁浮陀螺和超导陀螺；
- **振动陀螺仪**：音叉振动陀螺、半球谐振陀螺、压电振动陀螺、硅微陀螺仪；
- **光学陀螺仪**：激光、光纤及集成光学或称为光波导陀螺 陀螺仪类型不同，工作原理各异，因而不同类型陀螺仪的误差机理也有不同，标志陀螺仪性能的参数和陀螺仪的误差模型也各不相同。



陀螺仪分类3

(三)按陀螺仪的功能分类

- **自由度**：单自由度陀螺仪、二自由度陀螺仪、三自由度陀螺仪

单自由度陀螺仪只能检测和控制一条轴，二自由度陀螺仪可以检测和稳定两条轴，三自由度陀螺仪可以检测和稳定三条轴。

- **检测的量**：位置陀螺仪和速率陀螺仪

用陀螺仪构成稳定平台式系统，无论是空间稳定系统还是相对地理坐标系稳定的系统，陀螺仪工作在位置状态。

在速率捷联系统中，陀螺仪检测运载体的角速率，光学陀螺、振动陀螺可以直接输出角速率信号，机械转子陀螺与陀螺再平衡回路组合在一起，也可输出角速率信号。



陀螺仪分类4

(四)按陀螺仪的精度分类

分 类	精 度（漂移）	用途
高精度（惯性级）	优于 $10^{-3}^{\circ}/h$	远程运载火 箭、洲际导弹、核潜艇
中等精度（导航级）	优于 $10^{-2}^{\circ}/h$	飞机的航姿系统、船用平台罗经
中低精度陀螺仪	$0.1^{\circ}/h$ 左右	用于工作时间较短的相对精度较低的系统，如各战术武器，发控稳瞄等系统
低精度陀螺仪	$0.1\sim 1^{\circ}/h$	用于交通车辆、工业的运动检测
角速率传感器	$0.01^{\circ}/s$	



第三章 捷联惯性器件-陀螺仪

- 3.1 陀螺仪的分类
- 3.2 陀螺仪基本知识（传统定义）
- 3.3 陀螺仪基本特性



1、几个基本概念1

• **转子**：能绕自身轴高速旋转的物体就是转子。工程中许多绕自身旋转轴高速旋转的物体，如喷气发动机的涡轮、电动机和发电机的转子、以及其它飞速旋转的物体，都可以统称为转子，或陀螺转子。

陀螺：当高速自转物体的物体不仅绕自转轴旋转，还同时绕空间一个轴或两个轴旋转时，这时的物体便统称为陀螺。



1、几个基本概念2

陀螺效应：陀螺具有一系列特殊的运动现象和规律，称为陀螺效应。如**进动性、定轴性**，这也是我们这门课要重点学习的内容。

陀螺仪：敏感角运动的装置称为陀螺仪。具体的：将高速旋转的转子，通过一套框架系统支承起来，使转子能绕一个固定点转动，这种装置的总体就称为陀螺仪。一般包括：转子、框架系统和角传感器等。

说明：新型陀螺仪：如光学陀螺仪、**MEMS**陀螺仪，没有传统的陀螺框架。我们本节课主要将传统框架式陀螺。



1、几个基本概念3

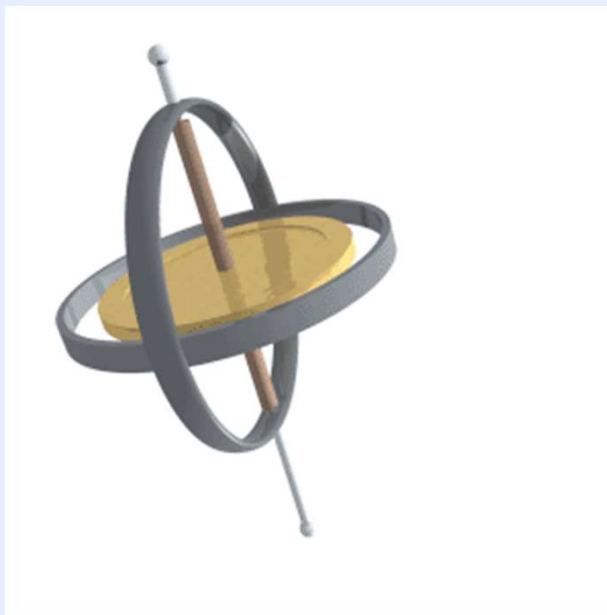
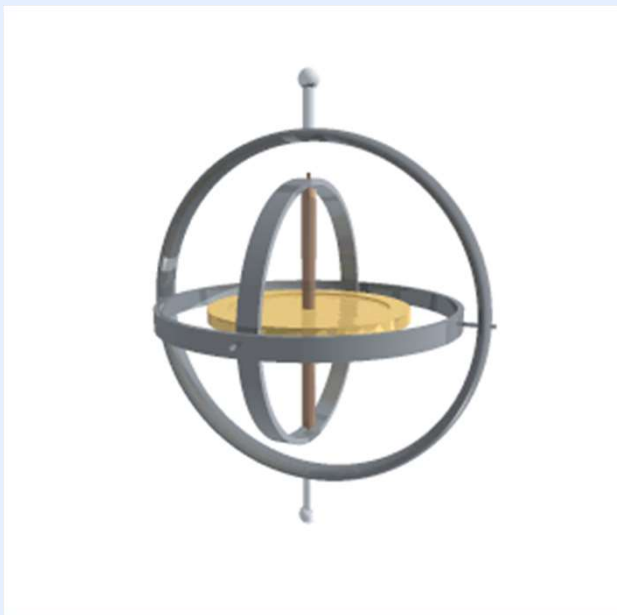
转子并非陀螺，具有陀螺效应的飞转物体才能称为陀螺。





陀螺仪举例说明

1. 说明构成：转子和简单框架构成
2. 当转子不旋转时，不具有陀螺效应；
3. 当转子高速旋转时，将具有陀螺效应，如进动性和定轴性
4. 这是我们理解机械式陀螺仪的很好方法



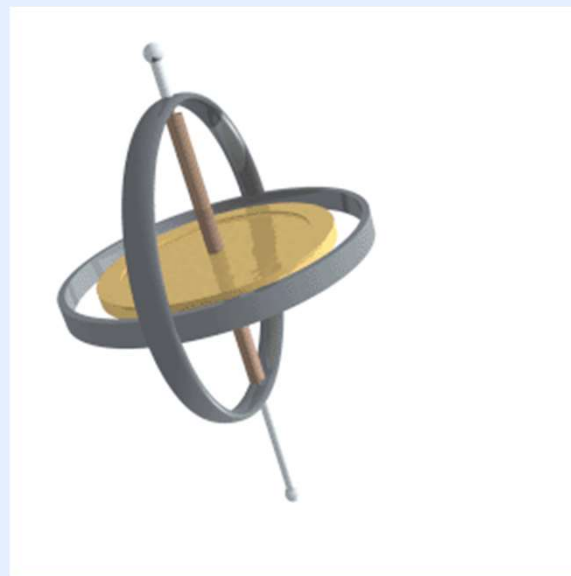
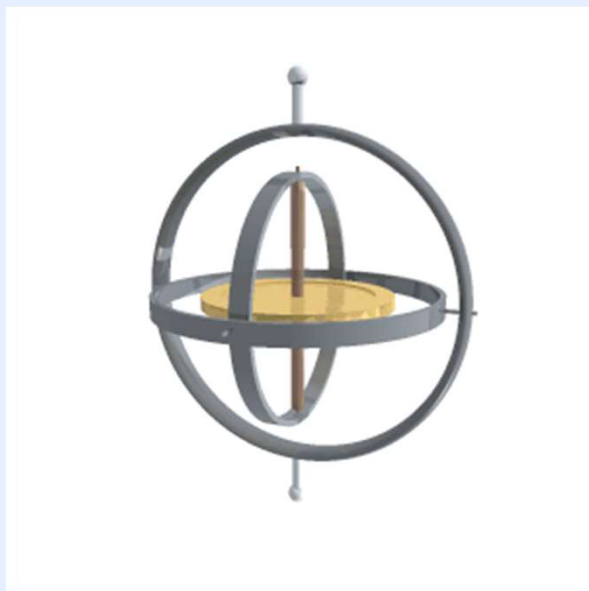
难以置信
的陀螺仪-
平衡感
.mp4



1、几个基本概念3

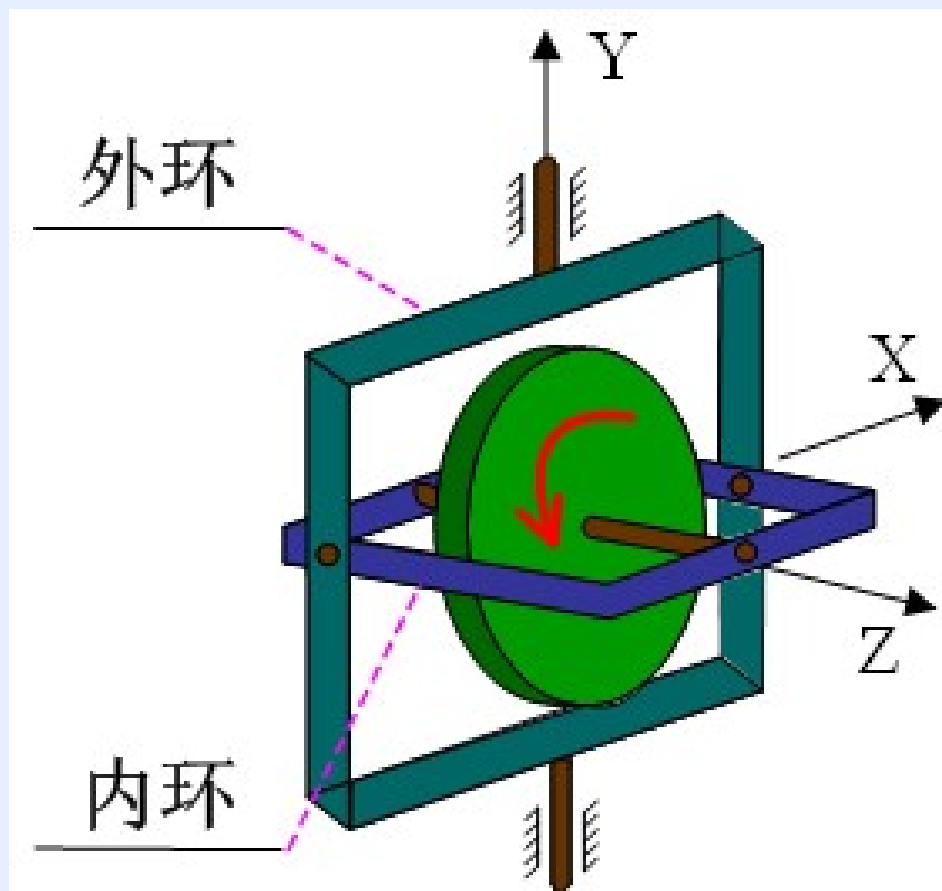
作用：它经常用作测量飞行器的姿态角、角速度，它是一种重要的测量元件。

按自由度分类：在飞行器所应用的陀螺仪中，从它自身的结构来分，不外是三自由度陀螺仪及二自由度陀螺仪两种类型。





三自由度陀螺仪

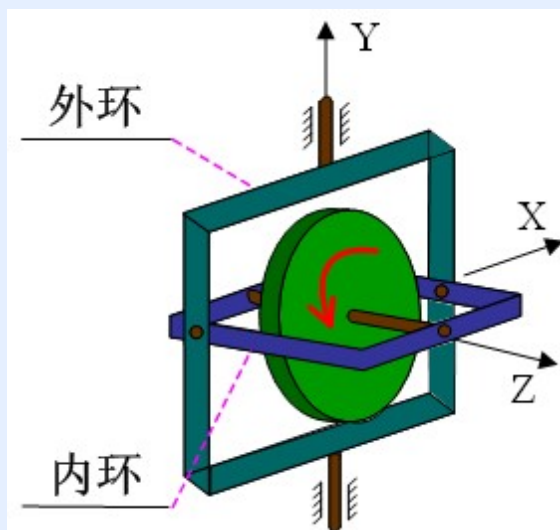


组成：三自由度陀螺仪的原理示意图如图**3-1**所示，它是由**转子**（陀螺马达）、万向支架**内环**及万向支架**外环**所组成。

图**3-1** 三自由度陀螺仪原理示意图



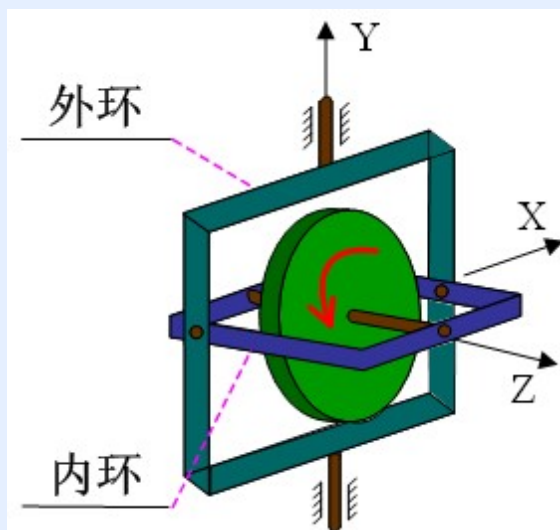
三自由度陀螺仪



说明结构示意图。转子装在内环里，并以常值角速度 Ω 绕自转轴 OZ 相对内环高速旋转。内环通过一对轴承与外环相连，并可绕内环轴 OX 相对外环转动。外环又通过一对轴承与陀螺仪的壳体相连，并可绕外环轴 OY 相对壳体转动。**这种结构的陀螺转子可以绕 OZ 、 OX 、 OY 三个轴自由旋转，因而称为三自由度陀螺仪。内环、外环通称为万向支架。**



三自由度陀螺仪

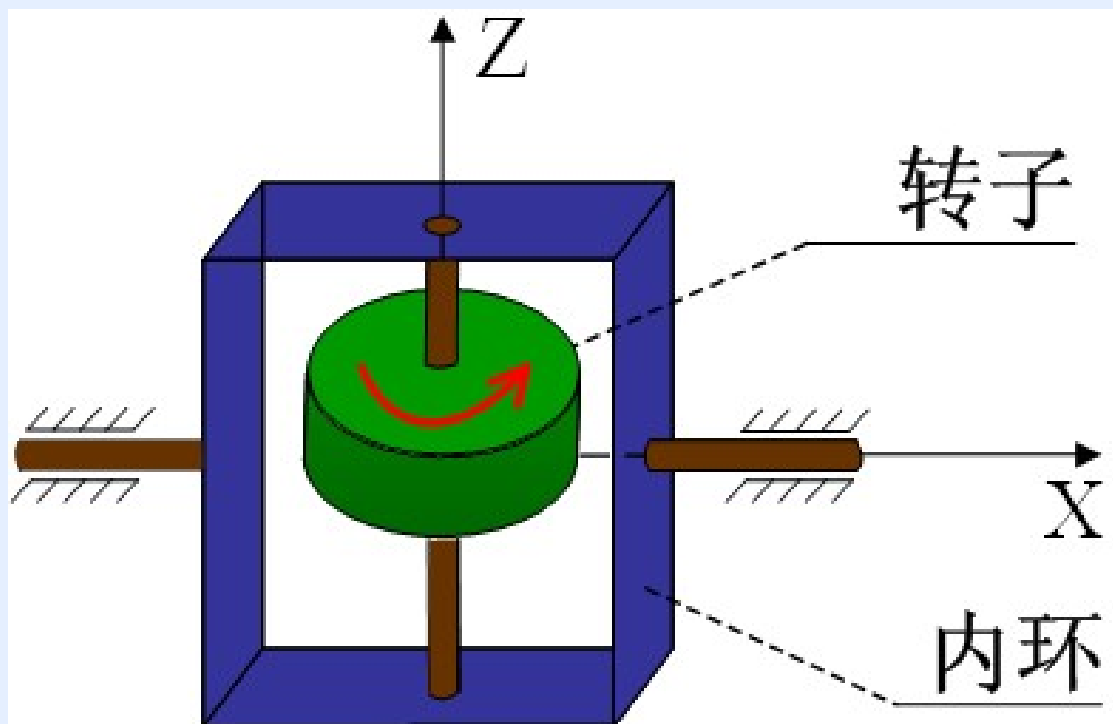


实际上，转子、内环、外环是三自由度陀螺仪最基本的组成部分，为了使用需要，还必须有形成仪表测量信号的传感器。

在三自由度陀螺仪的实际应用中，主要研究陀螺仪自转轴**OZ**的运动特性，因此我们把图**2-1**所示的陀螺仪也称之为三自由度基本陀螺仪。



二自由度陀螺仪



组成：图3-2为二自由度陀螺仪原理示意图，它由**转子**（陀螺马达）、**内环**组成。

图3-2 二自由度陀螺仪原理示意图



二自由度陀螺仪

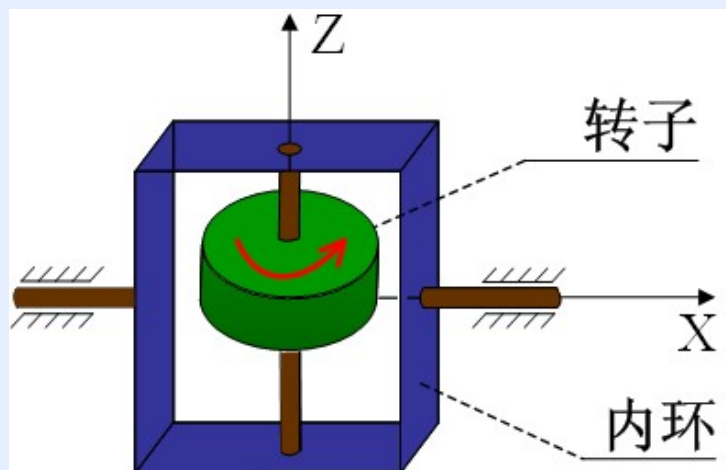


图3-2

转子安装在内环内的轴承上，并以常值角速度 Ω 绕自转轴 OZ 相对内环高速地旋转，内环通过一对轴承与陀螺仪壳体相连，并可以绕内环轴 OX 相对壳体转动。

内环轴 OX 与自转轴 OZ 互相垂直并交于一点 O ，该点 O 为陀螺仪的不动点，陀螺的所有角运动都是以某一瞬时角速度相对于固定不动点 O 而转动。

由于该种陀螺仪具有两个自由度故称之为二自由度陀螺仪。

在二自由度陀螺仪的实际应用中，主要研究陀螺仪自转轴 OZ 的运动特性，我把图3—2所示的陀螺仪也称为二自由度基本陀螺仪。

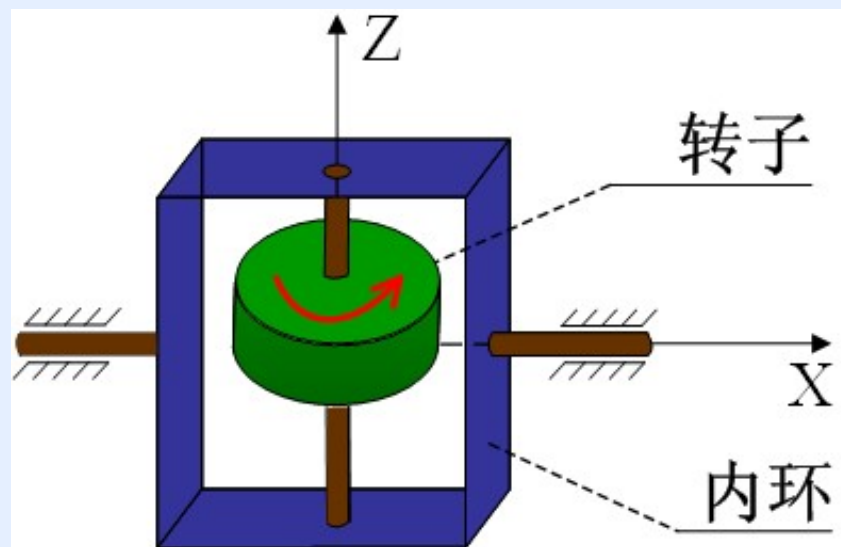
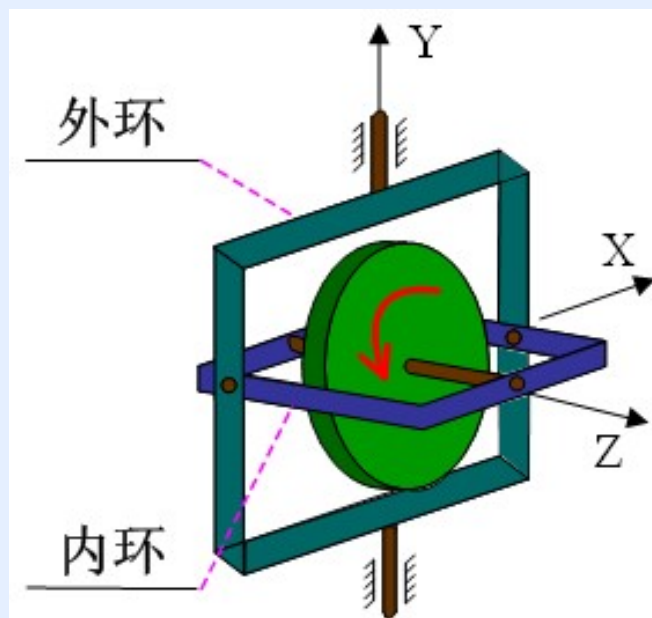


传统陀螺仪表的分类

(A)按自由度分类

(1) 三自由度陀螺仪

(2) 二自由度陀螺仪





传统陀螺仪表的分类

(B) 按陀螺仪在飞行器上的功能来分

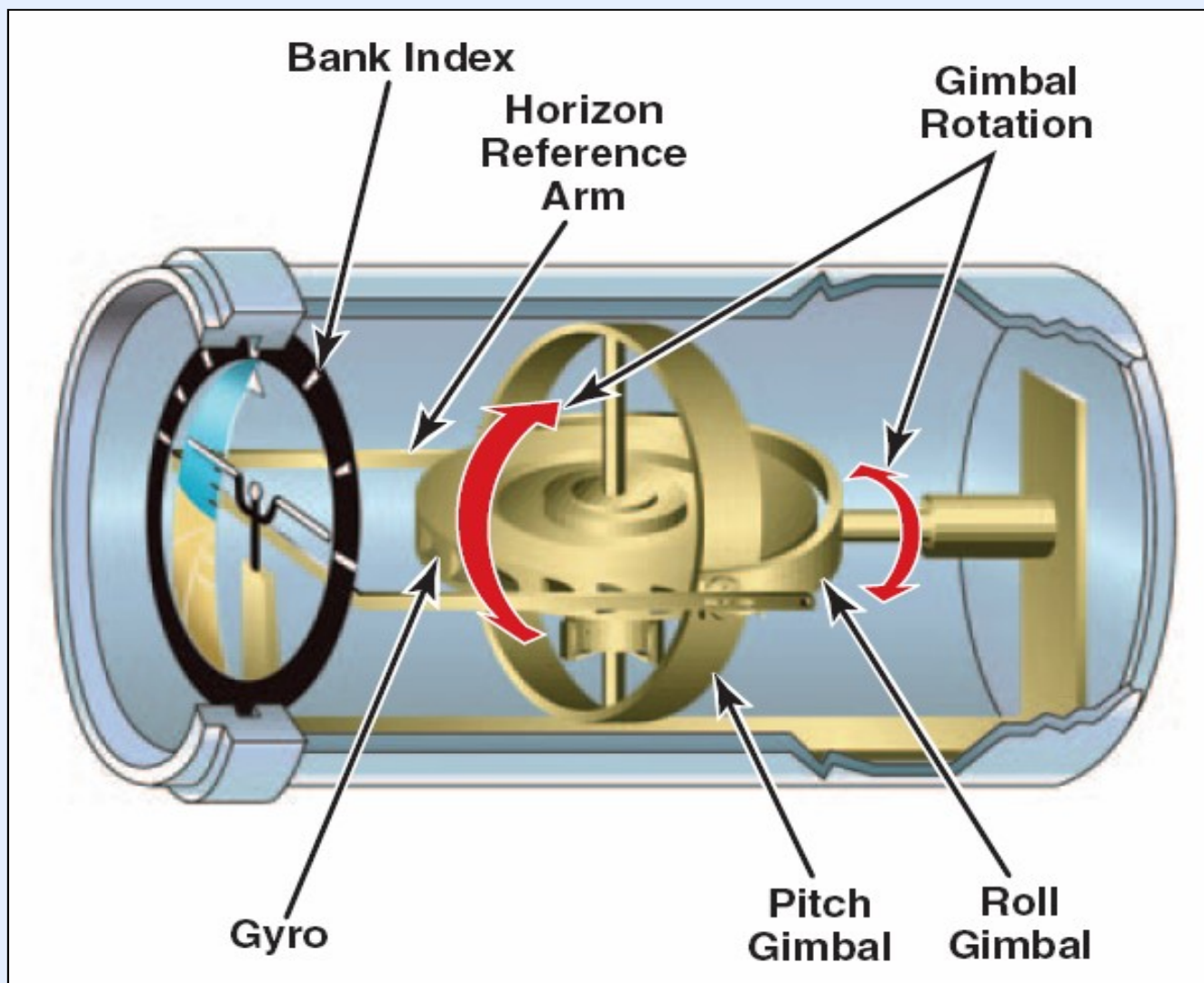
(1) 姿态陀螺仪：它在飞行器上提供某一姿态的参考基准，并且用来测量及控制飞行器的姿态。这类仪表包括自由陀螺仪、垂直陀螺仪及陀螺方向仪等。

(2) 测速陀螺仪表：它们用来测量飞行器的姿态角速度、姿态角加速度以及线加速度。这类仪表包括速率陀螺仪及陀螺加速度表等。

(3) 陀螺平台：它们能在承受较大的外负荷力矩情况下起到姿态陀螺仪的作用，并且可以用来稳定及控制飞行器上的其他部件或设备。这类陀螺装置中包括单轴陀螺平台，双轴陀螺平台，三轴陀螺平台及多环平台等。

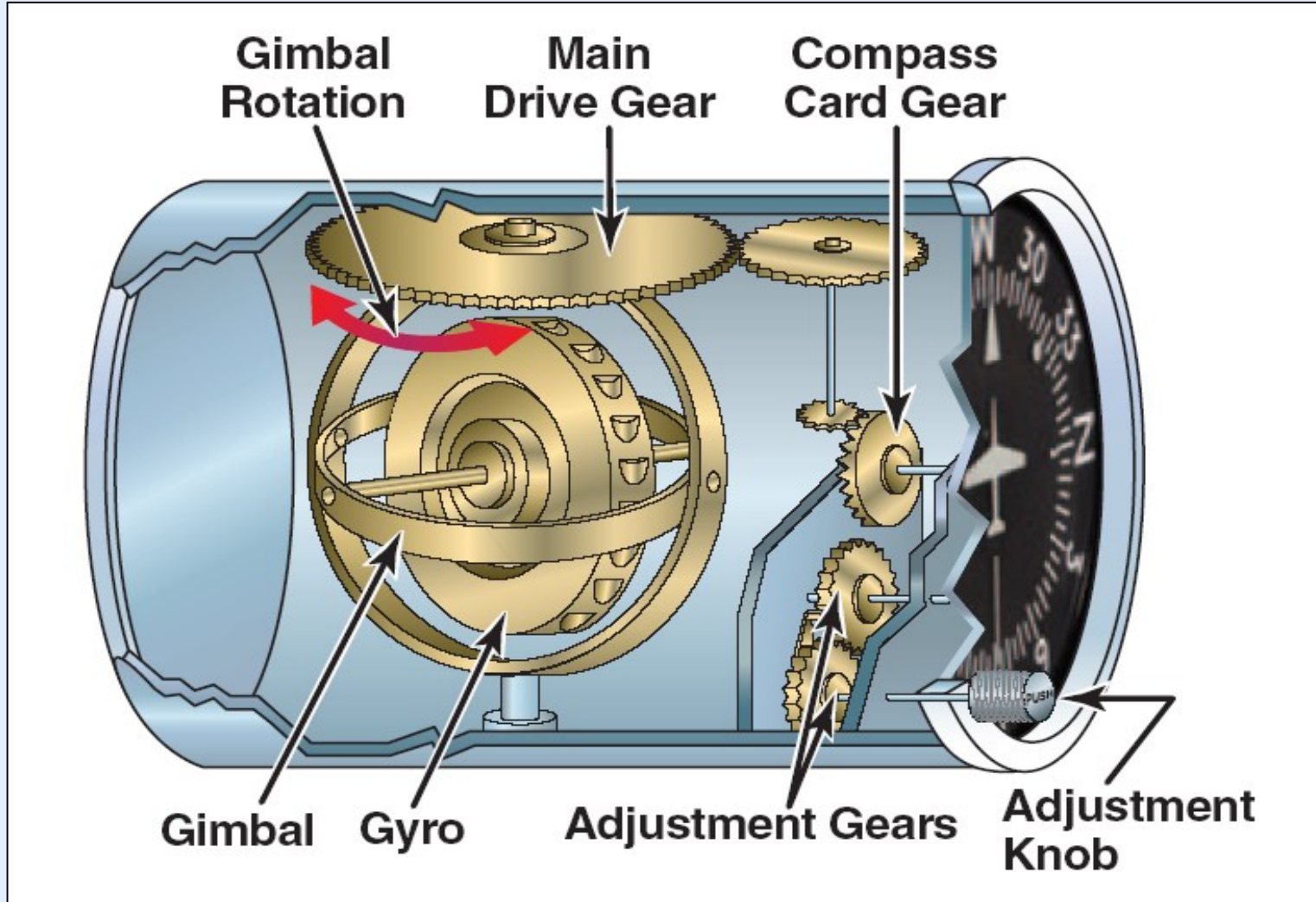


传统陀螺仪表的举例1 - 陀螺地平仪



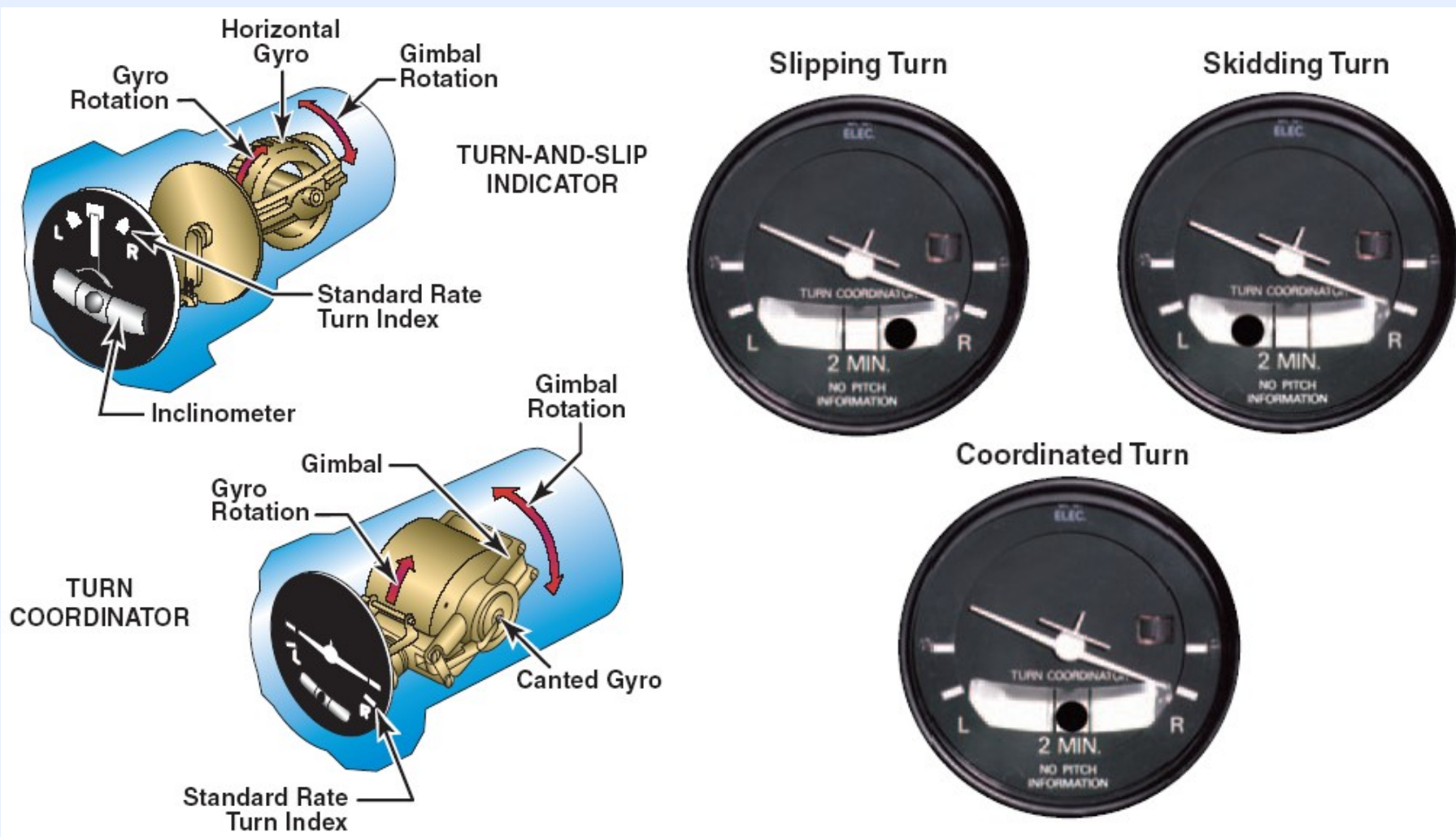


传统陀螺仪表的举例2 - 航向指示器





传统陀螺仪表的举例3 -转弯协调仪





第三章 捷联惯性器件-陀螺仪

- 3.1 陀螺仪的分类
- 3.2 陀螺仪基本知识
- 3.3 陀螺仪基本特性



3.3 陀螺仪基本特性

1 陀螺仪的进动性

2 陀螺仪的定轴性

3 陀螺仪的反作用特性-陀螺力矩

难以置信的陀螺仪-平衡感.wmv



1. 进动现象及基本规律

1、当陀螺**转子不转**时，在内环上吊重物，遂产生绕内环轴的外力矩 M ，使转子轴绕内环轴转动，如图2-3所示，这是显而易见。

2、假如**转子高速旋转**，绕内环轴作用同样的力矩 M ，则得到不同于一般刚体的运动现象。这时转子轴并不绕内环轴转动，而是绕外环轴转动，如图2-4所示。

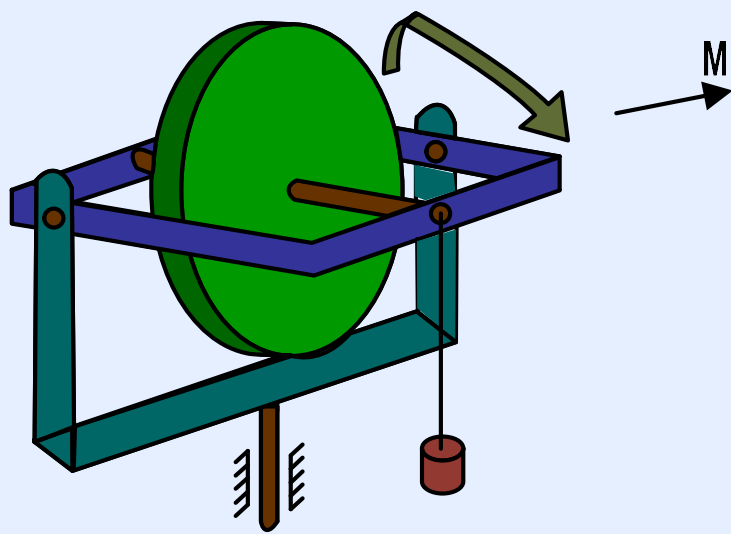


图3-3

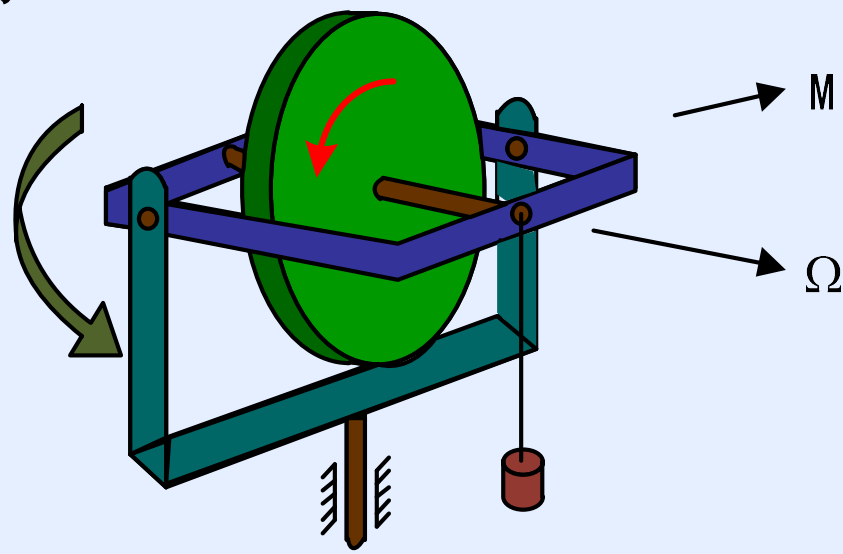
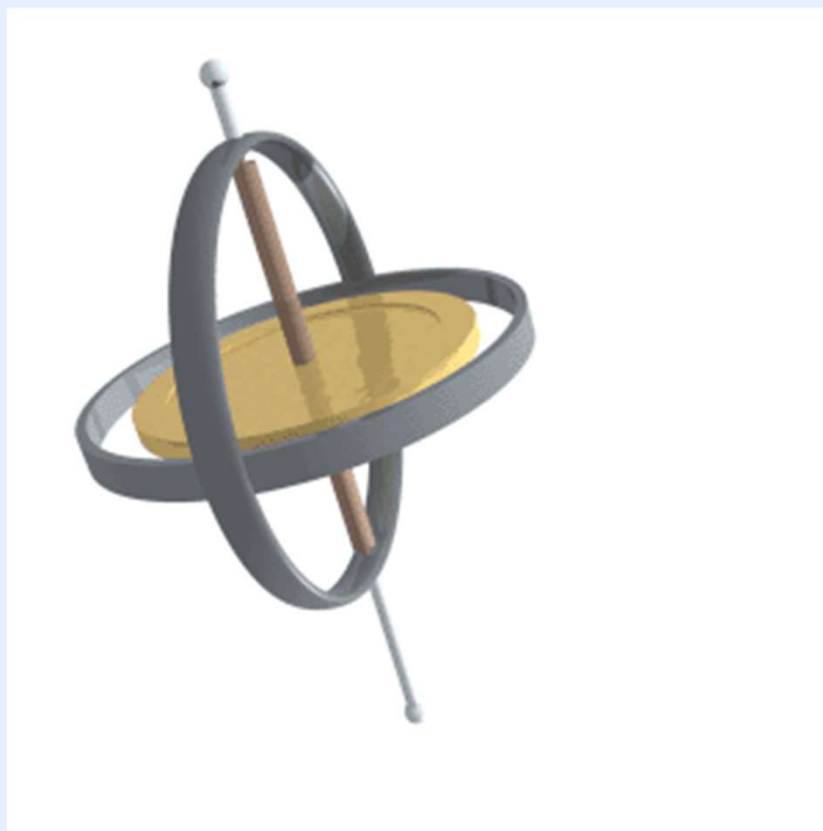


图3-4



进动现象的视频演示

三轴陀螺仪原理试验~_标清.flv





1. 不转时，将没有绕y轴旋转现象
2. 转子高速旋转时，将产生绕y轴（外环）的旋。
3. 力矩大小不同，绕y轴旋转速度不同。
4. 力矩方向不同，绕y轴旋转方向不同。

因此，这种陀螺仪的外力矩作用方向与支架运动方向不一致，而呈互相垂直的现象，叫陀螺仪的**进动现象**，或称陀螺仪的**进动性**。

进动性是陀螺的主要特性之一，它是描述在常值（或称持续）外力矩作用下产生的陀螺现象，这种特性广泛地应用在陀螺仪表中。



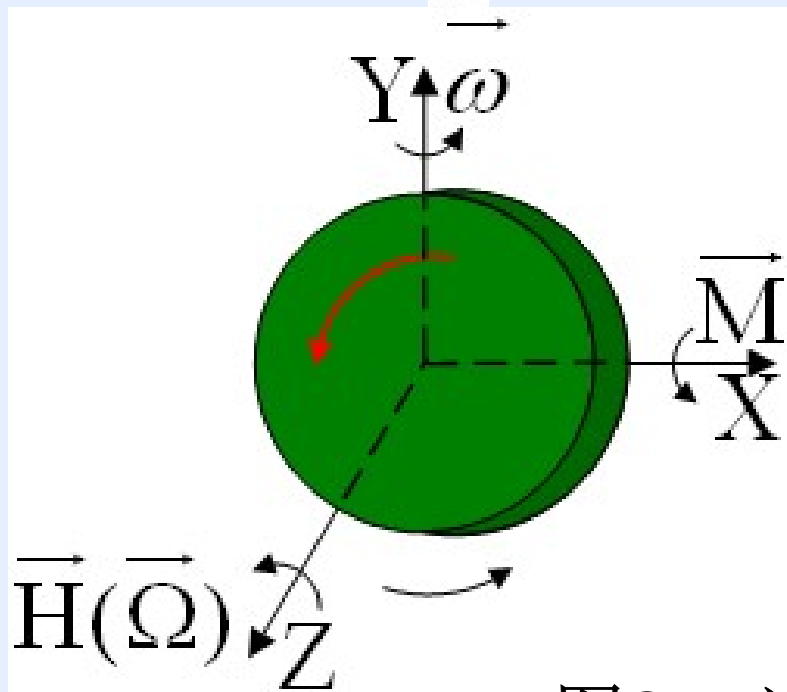
进一步可看出，假如改变所吊重物的质量，使外力矩大小不同，则绕相应轴的转动角速度大小也不同，大的外力矩产生大的转动角速度，小的外力矩产生小的转动角速度，这个转动角速度通常称为**进动角速度** $\vec{\omega}$ 。

以上说明，陀螺转子轴在空间的方向是可以改变，可以控制的，只要按其进动规律加上适当的外力矩，就能使转子轴方向按需要变化。



陀螺仪进动方向准则

反复实验的结果表明，转子轴自转方向、外力矩作用方向均为一定的情况下，进动方向也是有一定规律的。假设转子旋转矢量以 $\vec{\Omega}$ 表示，外力矩矢量以 \vec{M} 表示，进动角速度矢量以 $\vec{\omega}$ 表示，三者的关系如图2-5所示。



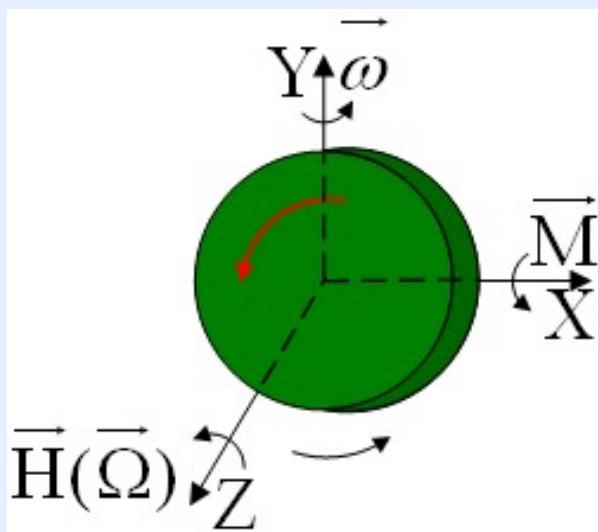
图中陀螺仪转子轴进动方向是使自转矢量沿最短路程趋向于外力矩矢量。这个规律称为三自由度陀螺仪的进动方向准则。三者关系可用右手定则表示。

图2-5 进动方向准则



陀螺仪的进动运动

我们得出这样的结论：当三自由度陀螺仪具有足够大的转子动量矩，并且作用在陀螺仪上的外力矩 \vec{M} 与动量矩不重复时，将使陀螺仪在与外力矩 \vec{M} 垂直方向上产生运动，这个运动称之为陀螺的**进动运动**。





陀螺仪进动定律的矢量表达式

那么，转子轴自转方向、外力矩作用方向、以及进动方向，他们之间存在什么数学关系呢？我们从数学上对其进行描述如下：

$$\overline{\omega} \times \overline{H} = \overline{M} \quad (2.1)$$

其中：

\overline{H} 转子动量矩

\overline{M} 外力矩矢量

$\overline{\omega}$ 进动角速度矢量



陀螺仪进动性的要点

$$\overline{\omega} \times \overline{H} = \overline{M} \quad (2.1)$$

上述陀螺仪的进动性的要点有两个：

1. 一是外力矩作用下陀螺仪的进动方向，
2. 二是进动角速度的大小，这两个要点是研究陀螺仪的基本特性及各种陀螺仪工作原理的主要基础。

（这是根据矢量的特点确定的：矢量具有大小和方向）



进动定律矢量表达式的展开1

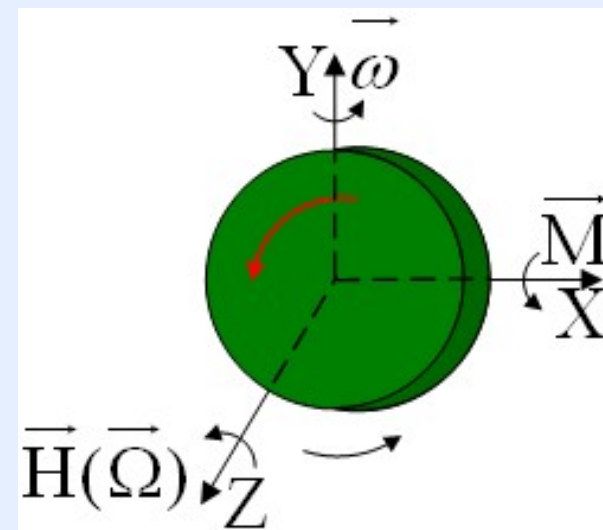
$$\vec{\omega} \times \vec{H} = \vec{M} \quad (2.1)$$

由式(2.1)可以求出陀螺仪进动角速度在陀螺坐标系**OXYZ**上的投影表达式, 设 $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ 分别代表坐标轴各轴向的单位向量, 根据工程中的实际约束条件, 则有:

$$\vec{\omega} = \omega_X \vec{i} + \omega_Y \vec{j} + \omega_Z \vec{k}$$

$$\vec{H} = 0\vec{i} + 0\vec{j} + H\vec{k}$$

$$\vec{M} = M_X \vec{i} + M_Y \vec{j} + 0\vec{k}$$

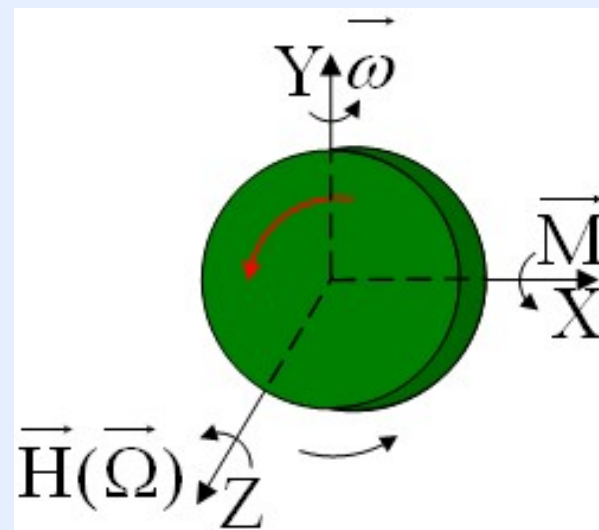




进动定律矢量表达式的展开2

$$\vec{\omega} \times \vec{H} = \vec{M} \quad (2.1)$$

以上代入式(2.1)则可求得
根据矢量叉乘性质, 可得:



$$\begin{bmatrix} 0 & -\omega_Z & \omega_Y \\ -\omega_Z & 0 & -\omega_X \\ -\omega_Y & \omega_X & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_X \\ M_Y \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$M_Z = 0 \quad \text{通过工程约束保证}$$



进动定律矢量表达式的展开3

$$\overline{\omega} \times \overline{H} = \overline{M} \quad (2.1)$$

$$\omega_Y H = M_X, \quad -\omega_X H = M_Y \quad (2.2)$$

因此，陀螺仪进动角速度在坐标系上的投影表达式为：

$$\omega_Y = \frac{M_X}{H}, \quad \omega_X = \frac{-M_Y}{H} \quad (2.3)$$

如前所述：这种陀螺仪的外力矩作用方向与支架运动方向不一致，而呈互相垂直的现象，叫陀螺仪的**进动现象**，或称陀螺仪的**进动性**。



2.进动性的特点1

$$\omega_Y = \frac{M_X}{H}, \quad \omega_X = \frac{-M_Y}{H} \quad (2.3)$$

通过式（2.3），我们可以进一步说明进动性的特点如下：

（1）当陀螺仪转子的动量矩 H 大小一定时，陀螺仪的进动角速度 ω 的大小与外力矩 M 大小成正比。即外力矩 M 愈大，进动角速度 ω 也就愈大；外力矩愈小，进动角速度也就愈小。

（2）当外力矩大小一定时，陀螺仪的进动角速度 ω 和转子动量矩 H 的大小成反比，也就是动量矩越大，进动角速度就越小，动量矩越小，进动角速度愈大。但是需要注意动量矩不能太小，太小了就不能具有陀螺效应了。



2.进动性的特点2

（3）进动的不迟延性。

当外力矩作用在陀螺仪上的瞬时，陀螺仪就毫不迟延地产生进动；而当外力矩除去的瞬时，陀螺仪的进动就毫不迟延地消失。

当外力矩大小或方向改变时，陀螺仪进动角速度的大小或方向也就毫不迟延地产生相应的改变。这些表现就是陀螺仪进动的不迟延性，也叫陀螺仪进动的“无惯性”运动。

当然事实上“毫不迟延”是相对而言，完全无惯性是不存在的，只是当陀螺转子的动量矩足够大时，陀螺仪的进动不迟延是很高的。因此，通常认为陀螺仪进动是不迟延的。



3.进动性的物理本质

我们说陀螺仪之所以称为陀螺仪，是因为具有陀螺效应，如进动性、定轴性。那么为什么会有进动性？进动性的物理本质如何解释了？

实际上，对于机械运动系统，不管运动多么复杂，或看起来多么神奇，都可用力学的相关知识进行解释和说明。如对于陀螺的进动性，就可用力矩和哥氏加速度等力学知识进行推导和解释。



3.进动性的物理本质表现

在课堂上不详细推导，感兴趣的同学可在课后深入学习

。

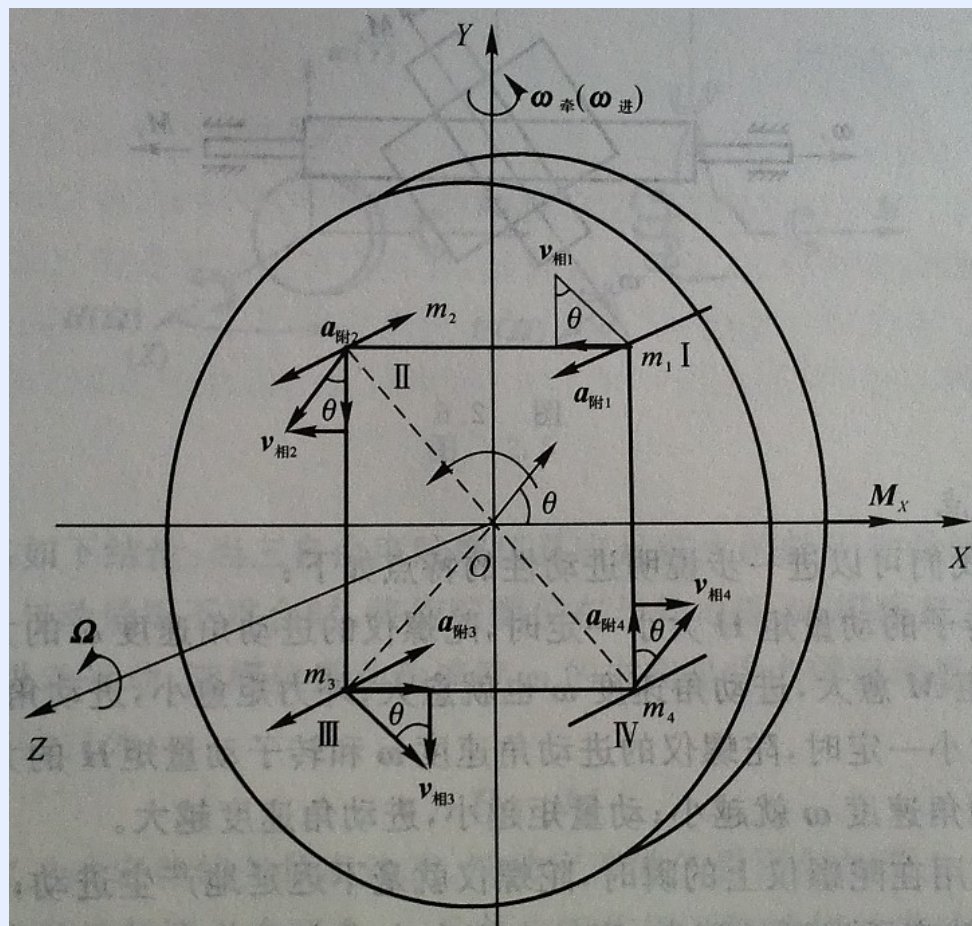


图2-7 牵连运动和哥氏加速度



陀螺仪的进动性，总结

至此。对于三自由度陀螺仪在外力矩作用下的进动运动有了一个基本的认识，归纳如下：

（1）陀螺仪的进动运动并没有离开普通刚体的基本力学性质，如在进动过程中转子上各质点的加速度、角加速度方向与外力矩的转向是一致的。

（2）陀螺转子的运动特点是在空间做复合运动，复合运动中的牵连角速度和角加速度或外力矩二者之间的关系不是简单的同方向关系，高速旋转的陀螺仪在外力矩作用下，将产生符合进动方向定则的进动。

（3）陀螺的进动运动仍然属于靠外力推动的机械运动，但它同样要通过事物内部的矛盾性。复合运动中的相对运动和牵连运动之间互相联系影响着，从而形成一定大小和方向的附加加速度，便是这种内部矛盾性的表现。而外力矩则是产生进动不可缺少的外部条件。



3.3 陀螺仪基本特性



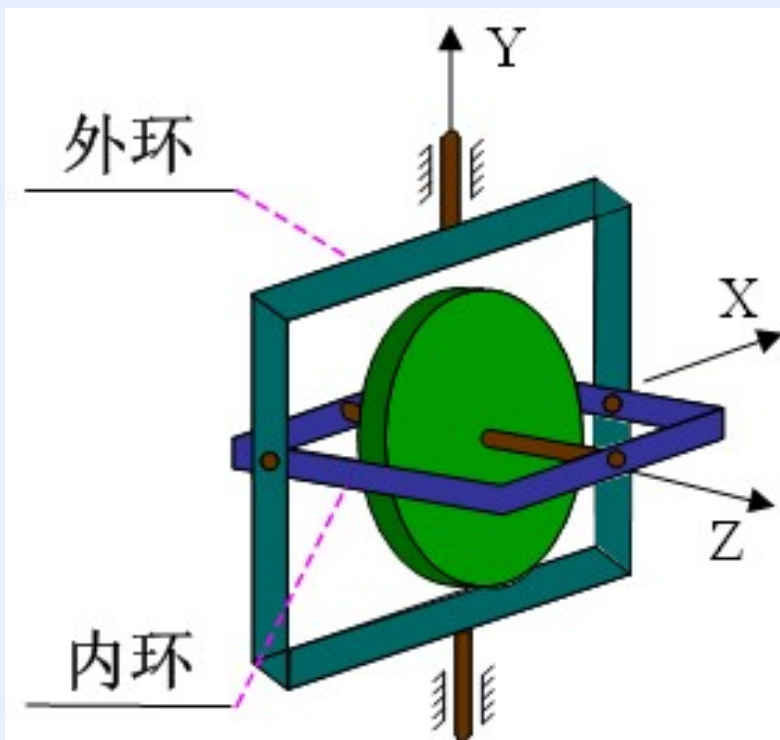
1 陀螺仪的进动性

2 陀螺仪的定轴性

3 陀螺仪的反作用特性-陀螺力矩



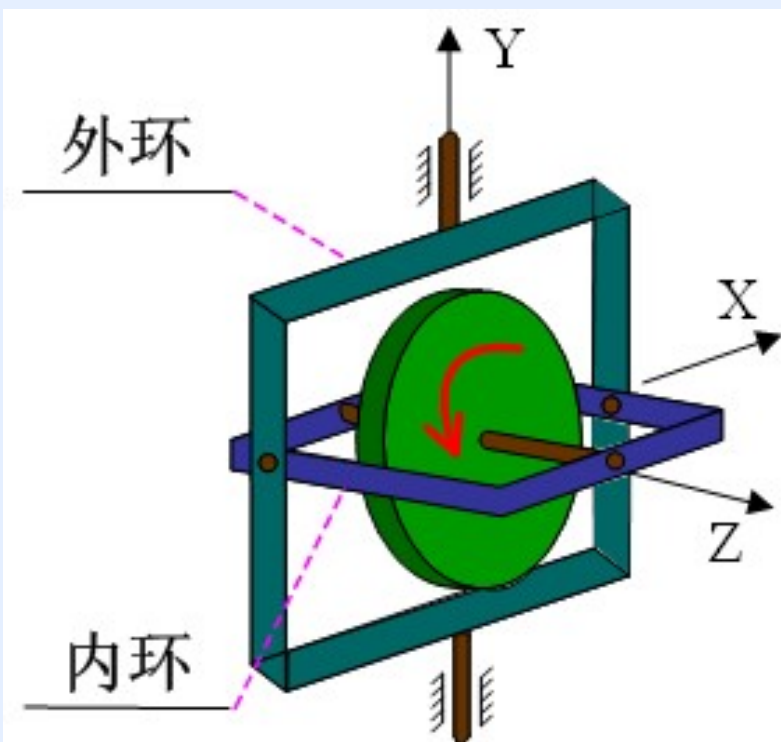
陀螺仪的定轴现象1（定轴性）



当陀螺转子不转时，若摇摆其底座，由于内外环的不平衡，支承有摩擦等干扰力矩存在，尽管它们数值比较小，却很容易带动陀螺转子轴改变方向，这是显而易见的。



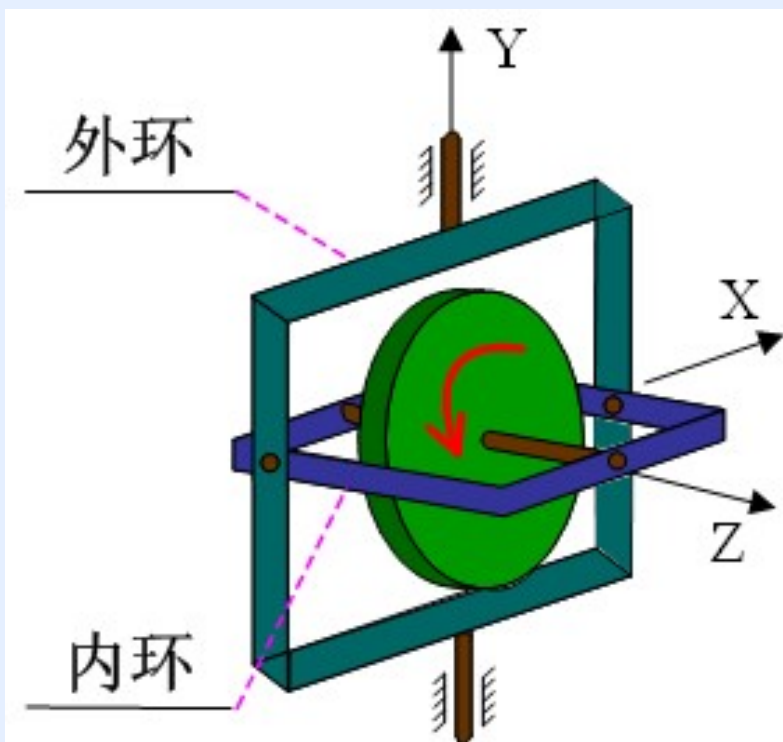
陀螺仪的定轴现象2（定轴性）



当转子以高速 Ω 旋转时，同样摇摆其底座，陀螺仪转子轴几乎看不出有什么方向的变化，好像这时支承的摩擦等干扰力矩带不动转子轴似的，陀螺仪的这种现象，叫**定轴现象**，或称**陀螺仪的定轴性**。转子转速越高，定轴现象越明显，定轴性越好。



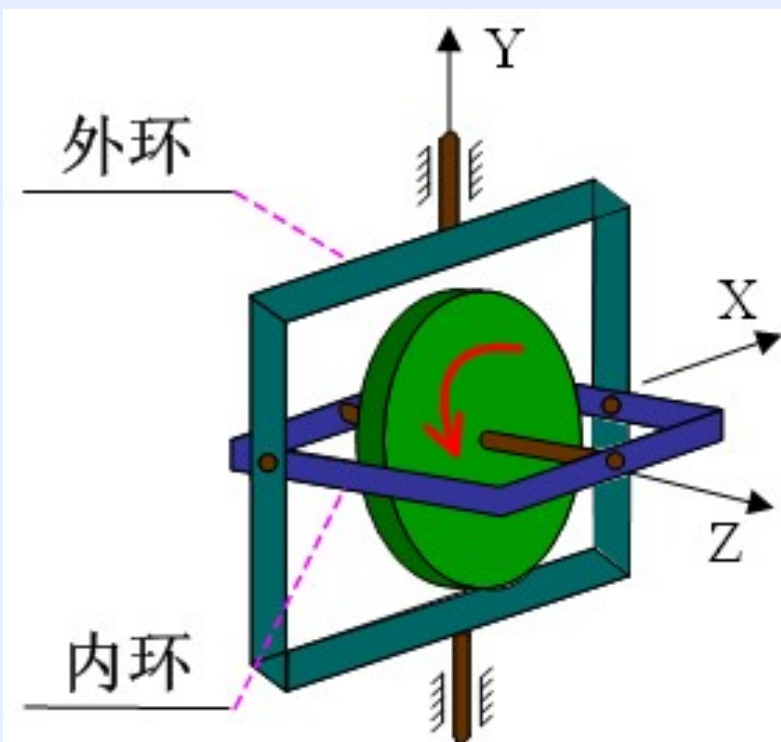
陀螺仪的定轴性



定轴性是陀螺仪主要特性之一，它是描述在微小干扰力矩作用下产生的陀螺现象，陀螺的定轴性在陀螺仪表中也得到广泛的应用。



陀螺仪的缓慢进动活动—漂移



由进动性所讲内容：内外环不平衡、支承环的微小摩擦，也是一种外加力矩作用。在这些干扰力矩作用下，也应产生进动。

在微小干扰力矩和转子转得很快的条件下，转子轴能在相当长的时间内，方位没有明显改变，产生的进动是极其缓慢的，实际设计和生产陀螺仪时，都必须满足上述条件。

解决方法：气浮陀螺，液浮陀螺，三浮陀螺。



陀螺仪的缓慢进动活动—漂移

通常都是以进动角速度的大小来表示陀螺仪定轴性的好坏。

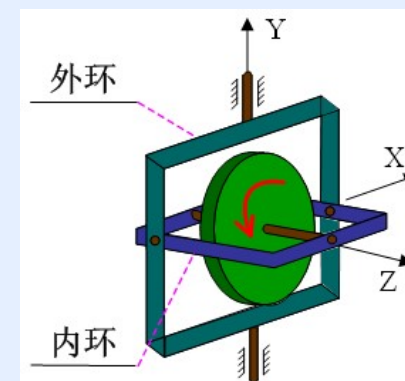
定轴性好的，进动角速度小些；

定轴性差的，进动角速度大些。

并把这些不希望有的干扰力矩作用下的进动角速度，称为**漂移角速度**，简称**漂移**。

以便与有意加力矩使陀螺进动相区别。

陀螺仪的漂移在实际工程中总是存在的，但是在有限时间内，如果漂移的角度小到我们可以忽略的程度，从工程的观点看，我们也说此时陀螺具有定轴性。

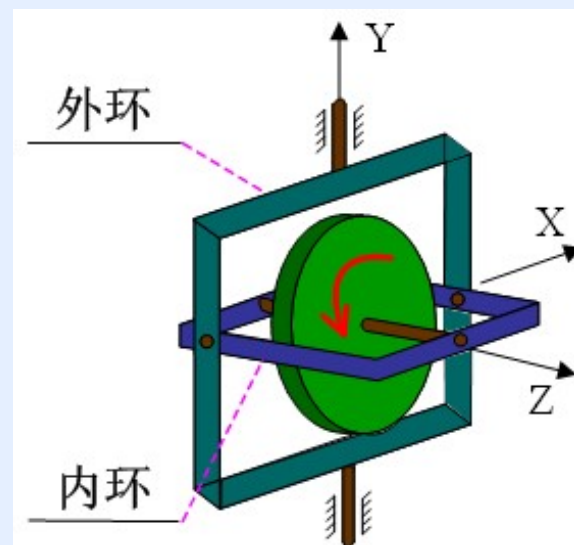




陀螺仪为什么有定轴性呢？

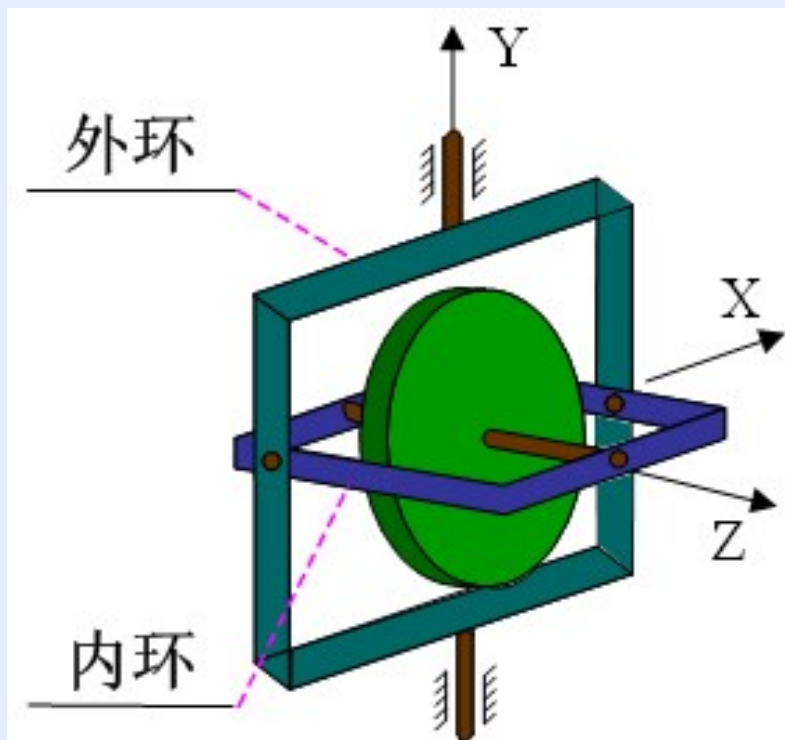
从以上说明的观察条件已经表明，陀螺仪的转子是在外力矩几乎为零的条件下做自转运动的，从牛顿第一定律——惯性定律可知，在没有外力作用的条件下，静者恒静，动者恒动，物体将维持其静止或等速运动状态，所以陀螺转子的自转是惯性旋转运动。

自转轴在空间的方向应维持不变。





陀螺仪的章动性



当转子不转时，在任一环上给以冲击力矩（力矩作用时间极短，作用后立即再不受其它力矩作用，而给环某一初始角速度），在这冲击力矩作用下，陀螺仪就会绕某轴转动很多周才停下来，这是个很自然的现象。



章动现象的视频演示

章动1.avi



陀螺仪的章动性

假若转子以高速 Ω 旋转，同样施加冲击力矩，陀螺仪的转子轴也几乎看不出有什么方向的变化，好像这时冲不动陀螺似的，又呈现了定轴现象。如果把转子转速降低，施以相同的冲击力矩，或者冲击力矩足够大，可看出陀螺转子轴在原来位置附近振荡，这种振荡现象称为陀螺仪的章动现象，又称章动性。

这个振荡随着转子转速的提高，振幅愈小，频率愈高，以致于肉眼看不出有什么变化，章动性也是陀螺仪的重要特性，它是描述在冲击力矩作用下产生的陀螺现象，这时陀螺仪表现的定轴性，其实质是转子轴围绕原来位置，作高频小幅度的振荡或称微幅章动。



陀螺仪的章动性

总之，定轴性使陀螺仪转子轴在空间保持方向不变的特性，在微小干扰力矩或冲击力矩作用下，转子轴都没有明显的转动。

章动运动的规律表明：当外加瞬时冲击力矩作用时，陀螺仪转子动量 H 越大，章动频率就越高，而且章动幅值越小。由此可见，在外加瞬时冲击力矩作用下，陀螺仪转子轴相对惯性空间的方位改变极为微小，这就表明了陀螺仪转子轴相对惯性空间具有很高的保持方位稳定能力，也就是陀螺仪具有很好的定轴性。



陀螺仪的章动性

总之，定轴性使陀螺仪转子轴在空间保持方向不变的特性，在微小干扰力矩或冲击力矩作用下，转子轴都没有明显的转动。

章动运动的规律表明：当外加瞬时冲击力矩作用时，陀螺仪转子动量 \vec{H} 越大，章动频率就越高，而且章动幅值越小。由此可见，在外加瞬时冲击力矩作用下，陀螺仪转子轴相对惯性空间的方位改变极为微小，这就表明了陀螺仪转子轴相对惯性空间具有很高的保持方位稳定能力，也就是陀螺仪具有很好的定轴性。

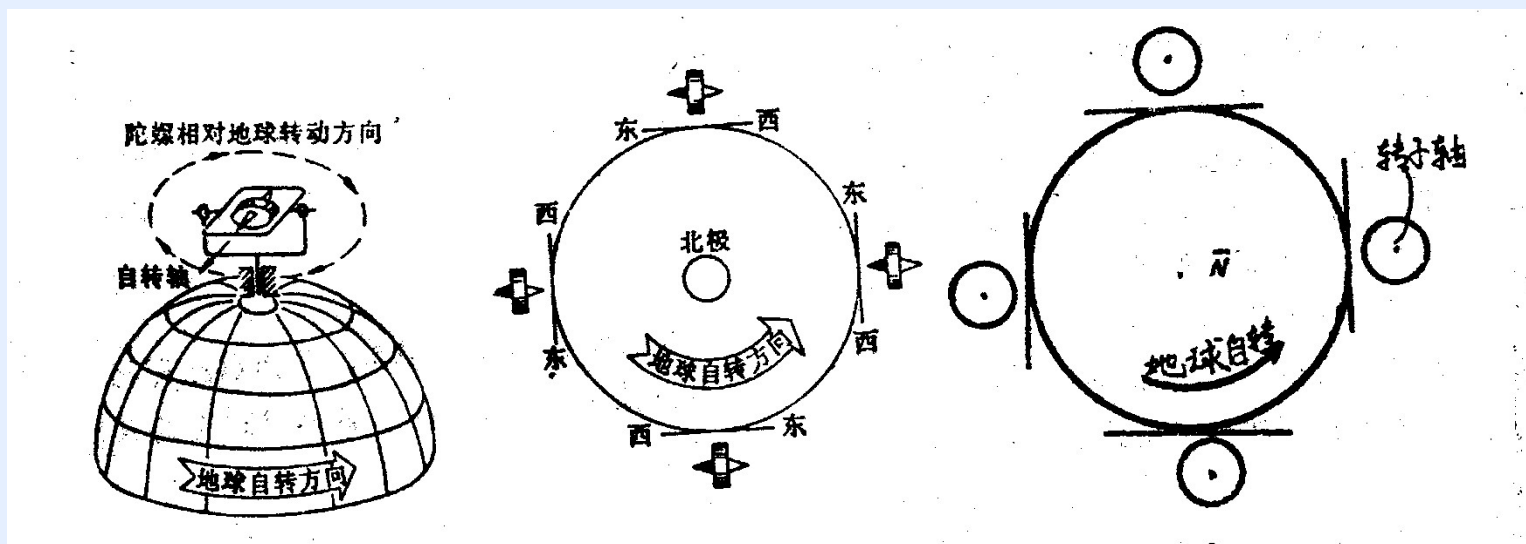


陀螺仪相对地球的表现运动现象

前面指出，陀螺转子相对**惯性空间**有定轴性，但它相对地球有没有定轴性呢？

没有。

取一个三自由度陀螺仪在地球表面上，由于地球的自转，可以观察到陀螺转子相对地球具有运动。





(1) 放在地球的北极点

陀螺相对地球转动方向



将三自由度陀螺仪放在地球的北极点，使转子轴处于水平位置。地球上的观察者**俯视**陀螺转子轴，由于地球自转，发现每**24**小时，按**顺时针**方向转过一周，如图**2-10**所示。

图 2-10



(2) 放在赤道上

将三自由度陀螺仪放在赤道上，使转子轴处于水平沿东西方向，这样，在赤道上的观察者由于地球自转能看到陀螺转子在地球赤道平面内每**24**小时按顺时针方向转过一周，如图**2-11**。

假若转子处于赤道平面内沿南北方向，则看到转子轴方位不变，如图**2-12**。

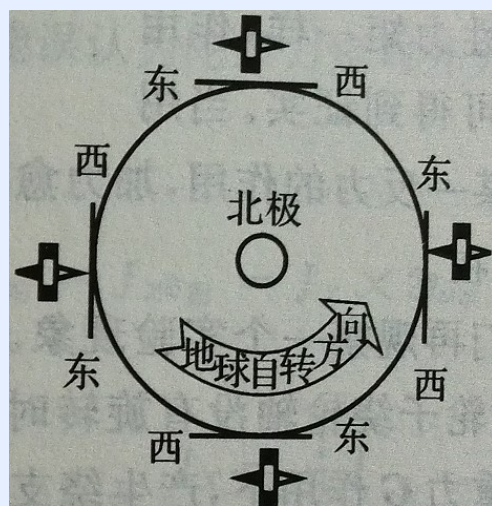


图 2-11 东西方向

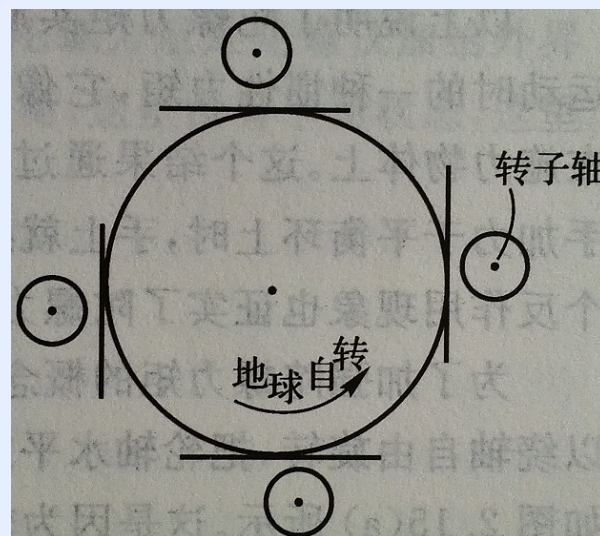


图 2-12 南北方向



(3) 在地球上任一纬度处

将三自由度陀螺仪放在地球上任一纬度 φ 处，并使其转子轴沿南北方向处于水平位置，如图2-13所示，这样地球上的观察者可看到陀螺转子轴在一个以锥角等于 2φ 的圆锥表面上做顺时针周期转动，每24小时转动一周。

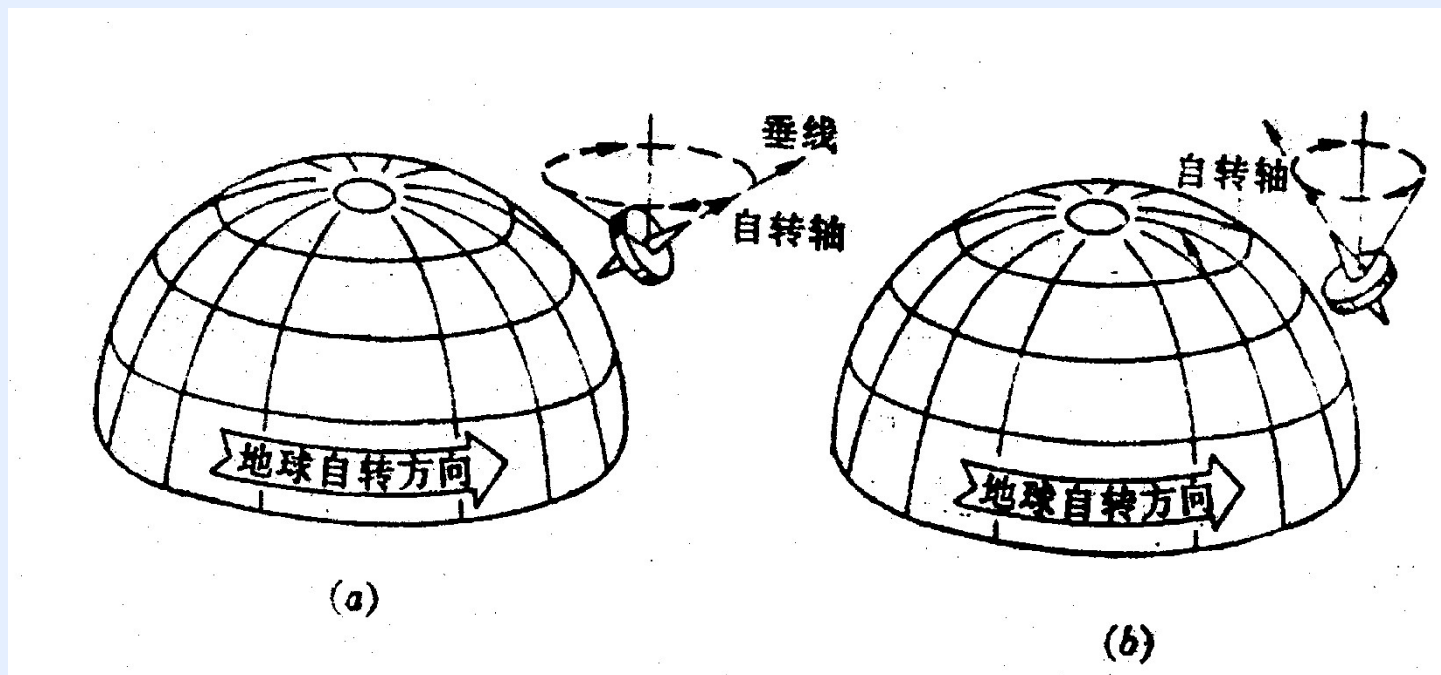
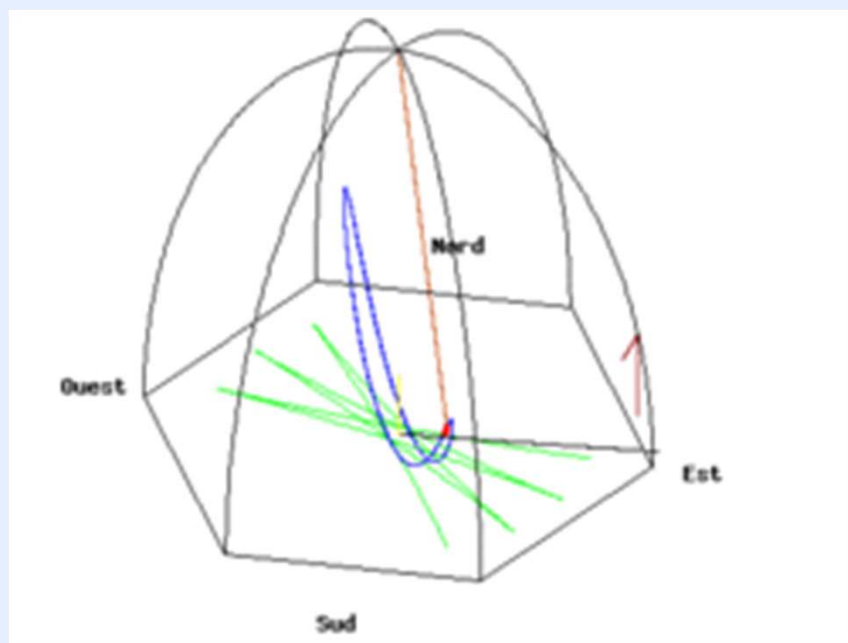


图 2-13



表观运动现象总结

所有上述现象都叫做陀螺仪的表观运动，产生表观运动的原因是因为陀螺转子相对惯性空间的方向不变，而地球却相对惯性空间在转动，所以站在地球上假观察到陀螺转子相对地球的方位在发生改变。陀螺表观运动正好证实了三自由度陀螺仪具有定轴性。



视频：地球自转
的证明与傅科摆



表观运动现象总结

法国物理学家傅科（1819—1868）于1851年做了一次成功的摆动实验，傅科摆由此而得名。实验在法国巴黎的一个圆顶大厦进行，摆长67米，摆锤重28公斤，悬挂点经过特殊设计使摩擦减少到最低限度。



视频：傅科摆



总结

陀螺效应：陀螺具有一系列特殊的运动现象和规律，称为陀螺效应。如**进动性**、**定轴性**，这也是我们这门课要重点学习的内容。

进动性：陀螺仪的外力矩作用方向与支架运动方向不一致，而呈互相垂直的现象，叫陀螺仪的**进动现象**，或称陀螺仪的**进动性**。

定轴性：在外干扰力矩，陀螺仪转子轴几乎看不出有什么方向的变化，好像这时支承的摩擦等干扰力矩带不动转子轴似的，陀螺仪的这种现象，叫**定轴现象**，或称陀螺仪的**定轴性**。



3.3 陀螺仪基本特性



1 陀螺仪的进动性

2 陀螺仪的定轴性

3 陀螺仪的反作用特性-陀螺力矩



陀螺仪的反作用特性-陀螺力矩

1. 陀螺力矩的实质
2. 陀螺力矩的大小
3. 陀螺力矩的方向
4. 陀螺力矩的应用



1. 陀螺力矩的实质1

“进动性的物理本质”一节中已经指出，一个在外力矩 \overline{M}_x 作用下做进动的陀螺转子，有一个和 $\overline{\omega}_x$ 方向的附加角加速度 $\overline{\varepsilon}_{\text{附}}$ ，如图2-14所示。既然有角加速度，必然有相应的惯性力矩，这个惯性力矩叫做陀螺力矩。并且 $\overline{M}_{\text{陀}}$

$$\overline{M}_{\text{陀}} = -J_X \bullet \overline{\varepsilon}_{\text{附}} = -\overline{M}_X$$

或者说，刚体做复合运动时出现附加加速度，因此就产生附加惯性力，如果这一附加惯性力还有力臂存在，那么就产生附加惯性力矩，这个力矩就叫做陀螺力矩。



1. 陀螺力矩的实质

“进动性的物理本质”一节中已经指出，一个在外力矩 \overline{M}_X 作用下做进动的陀螺转子，有一个和 \overline{M}_X 同方向的附加角加速度 $\overline{\varepsilon}_{\text{附}}$ 。既然有角加速度，必然有相应的惯性力矩，这个惯性力矩叫做陀螺力矩 $\overline{M}_{\text{陀}}$ 。并且：

$$\overline{M}_{\text{陀}} = -J_X \bullet \overline{\varepsilon}_{\text{附}} = -\overline{M}_X$$

或者说，刚体做复合运动时出现附加加速度，因此就产生附加惯性力，如果这一附加惯性力还有力臂存在，那么就产生**附加惯性力矩**，这个力矩就叫做**陀螺力矩**。



陀螺力矩(附加惯性力矩)的类比解释

牛顿第一定律(惯性定律): 任何物体都保持静止或匀速直线运动的状态, 直到受到其它物体的作用力迫使它改变这种状态为止。 **惯性参考系**

牛顿第二定律: 物体在受到合外力的作用会产生加速度, 加速度的方向和合外力的方向相同, 加速度的大小正比于合外力的大小与物体的惯性质量成反比。

$F = ma$, 外力矩产生进动角速度

牛顿第三定律: 两个物体之间的作用力和反作用力, 在同一条直线上, 大小相等, 方向相反。

外力矩和陀螺力矩



1. 陀螺力矩的实质---实验描述1

以上说明了陀螺力矩实质上是陀螺转子在做复合运动时的一种惯性力矩，它像一切惯性力矩一样，作用在施力物体上。

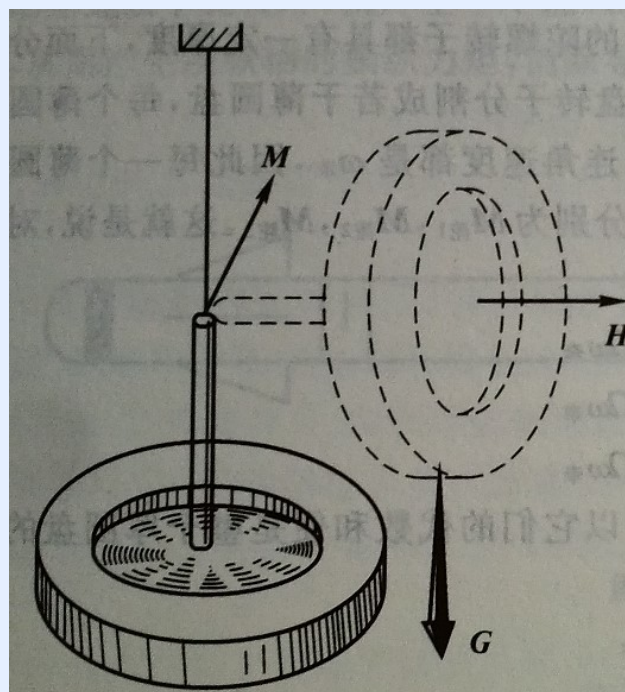
实验现象1：当我们用手加力于平衡环上时，我们手上就感觉到某一反力的作用，加力愈大，手上所感觉到的反力愈大。这个反作用现象也反映了陀螺力矩的存在。



1. 陀螺力矩的实质---实验描述2

用一根绳子系在轮轴上，轮子可以绕轴自由旋转，把轮轴水平放置。

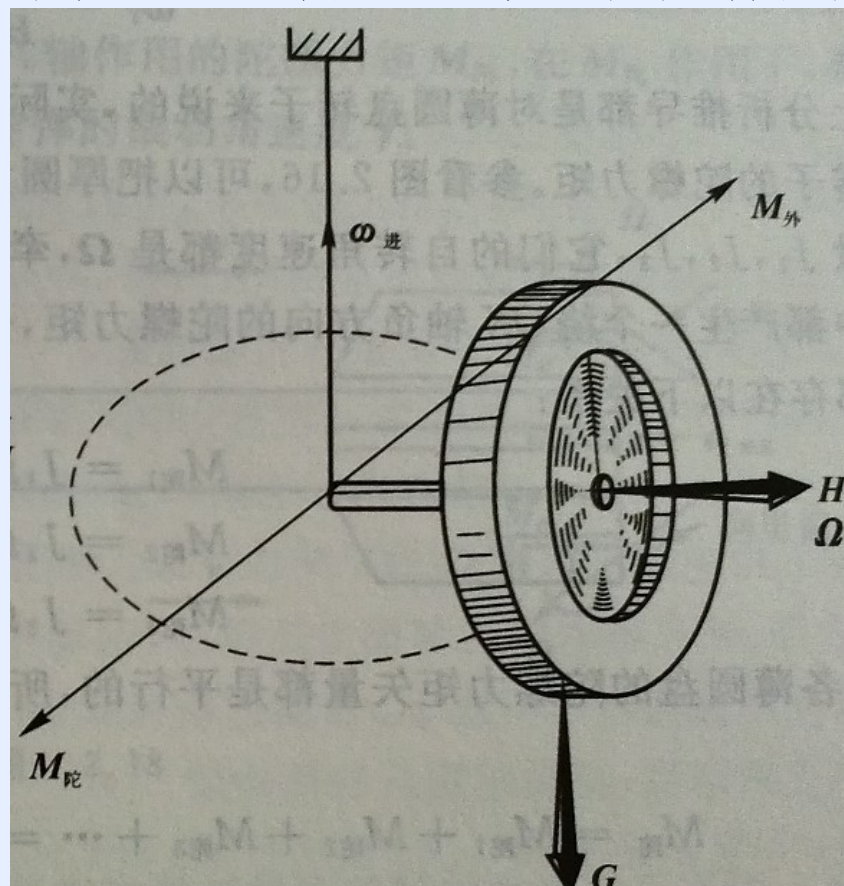
实验现象**2**：当轮子绕轮轴没有旋转时，如将绳子提起，轮子就会下垂，如下图所示，这是因为轮子在重力 **G** 作用下，产生绕支点 **O** （绳系点）的重力矩 $\overline{M}_{\text{重}}$ 使轮子下垂。





1. 陀螺力矩的实质---实验描述3

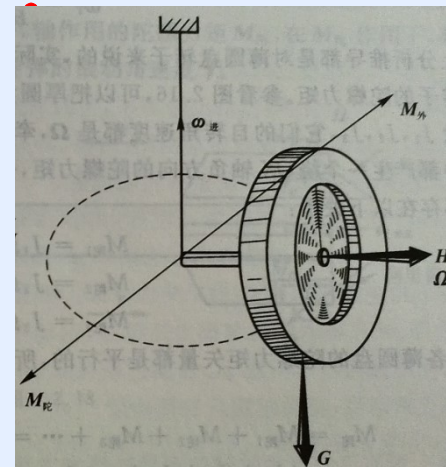
实验现象**3**：如果使轮子绕轮轴以角速度 $\bar{\Omega}$ 快速旋转以后，再提起绳子，轮子就不再下垂了，而是在水平面内做反时针转动（进动），如下图所示。





轮子（转子）为什么不下垂了呢？

轮子绕轮轴自转后，重力矩 \overline{M} 依然存在，这时轮子为什么不下垂了呢？对于这个问题，从两方面分析：



（1）对于轮子本身来说，轮子绕轮轴可以自由旋转，轮轴绕支点●也可以自由转动（并且是两个自由度），因此转子实际上相当于一个三个自由度陀螺仪的转子，所不同的是重心和支点不相重合，因而始终有一个重力矩 $\overline{M}_{重}$ 在起作用 $\overline{M}_{重}$ 就相当于外力矩。根据进动方向定则，已知自转向量 Ω 和外力矩向量 $M_{重}$ ，用右手定则就可以确定进动角速度向量 $\omega_{进}$ ，如图2-15所示，轮子就是按此方向进动的。牛顿第二定律



轮子（转子）为什么不下垂了呢？

（2）轮子和轮轴在 \overline{M} 作用下，为什么不下垂呢？根据力矩平衡原理，我们断定，一定还有另外一个与 \overline{M} 大小相等、方向相反的力矩同时作用在轮轴上，才能使轮轴保持水平。那么这个力矩是哪里来的呢？绳子不可能提供这样的力矩，因此只能是由正在做进动运动的轮子提供的，这就是说，轮子在进动过程中将产生一个与外力矩大小相等方向相反的力矩，作用在轮轴上。我们称这个力矩为**陀螺力矩**。

值得指出，陀螺仪在外力矩 $\overline{M}_{\text{外}}$ 作用下产生进动运动，其进动角速度为 ω ，在陀螺仪进动运动中，就有**陀螺反作用力矩(陀螺力矩)**存在，这一陀螺力矩是陀螺仪加给**外界施力**的反作用力矩。因此，绝对不能误认为陀螺力矩与外力矩相平衡，这里没有平衡状态，这里的运动是陀螺的进动。

牛顿第三定律：力---反作用力



2. 陀螺力矩的大小

$$M_{\text{陀}} = J_X \cdot \varepsilon_{\text{附}} = J_X \cdot 2\omega_{\text{牵}} \cdot \Omega$$

由于我们研究的转子是薄圆盘，所以 $J_X = \frac{1}{2}J$

其中， **J** 为转子绕轴 **OZ** 的极转动惯量，那么

$$M_{\text{陀}} = \frac{1}{2}J \cdot 2\omega_{\text{牵}} \cdot \Omega = J\omega_{\text{牵}}\Omega$$

令 $\bar{H} = J\bar{\Omega}$ 叫做陀螺转子绕自转轴的动量矩，也叫角动量，经常用它标志陀螺转子的旋转特性。 **H** 是个向量， **H** 与 **Ω** 是同方向的，写成矢量式

$$M_{\text{陀}} = H \times \omega_{\text{牵}} \quad (2.5)$$

可见，陀螺力矩的大小等于自转动量矩和牵连转动角速度的乘积。



3. 陀螺力矩的方向

陀螺力矩矢量 \overline{H} 沿最短路径向牵连角速度矢量 $\omega_{\text{牵}}$ 旋转时，右手螺旋前进的方向即为陀螺力矩 $\overline{M}_{\text{陀}}$ 的方向。

当 $\overline{\Omega}$ 与 $\omega_{\text{牵}}$ 不相垂直，其间夹角为 θ ，如图2-17所示，此时确定 $\overline{M}_{\text{陀}}$ 方向的方法仍然不变，只是陀螺力矩的大小为

$$M_{\text{陀}} = \omega_{\text{牵}} H \sin \theta$$

若写成矢量为

$$\overline{M}_{\text{陀}} = \overline{H} \times \omega_{\text{牵}} \quad (2.6)$$

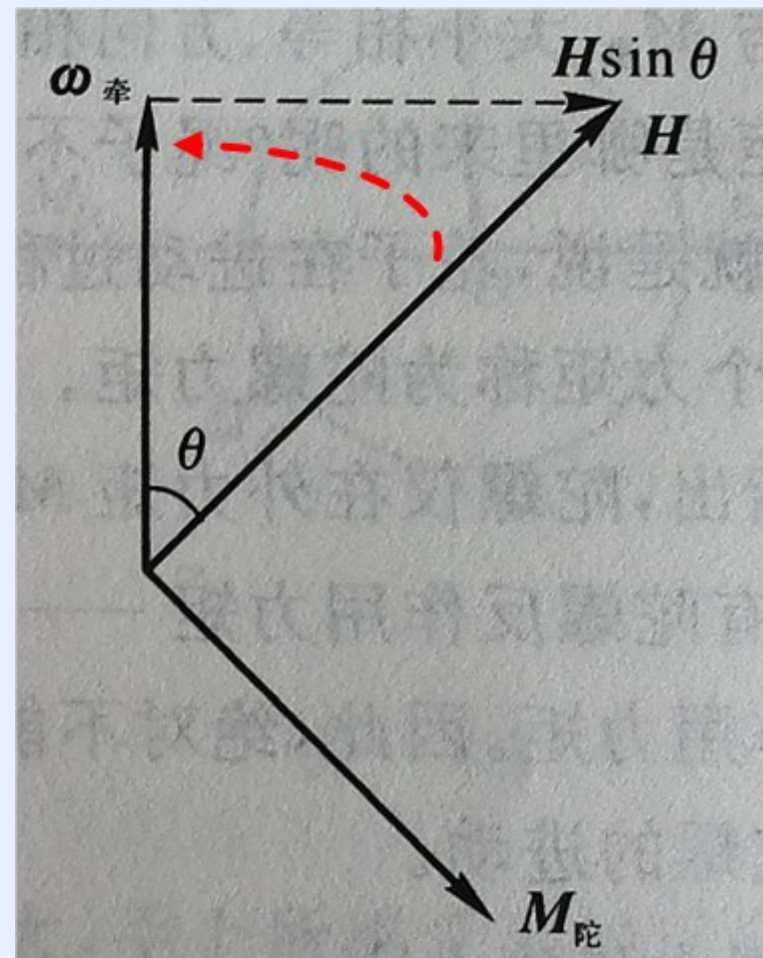


图2-17 陀螺力矩的方向



陀螺力矩的应用---陀螺舵(Rolleron)

陀螺力矩不仅在陀螺仪表中有，在一切有转动部分的机械中，当转轴发生牵连转动，就有陀螺力矩产生。典型应用为陀螺舵
安装陀螺舵的导弹1：



AIM-9L 响尾蛇



陀螺力矩的应用---陀螺舵

安装陀螺舵的导弹2:



PL-9C



陀螺力矩的应用---陀螺舵

安装陀螺舵的导弹3:

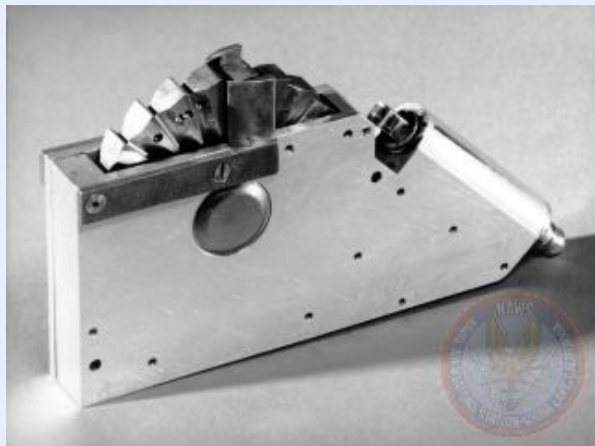
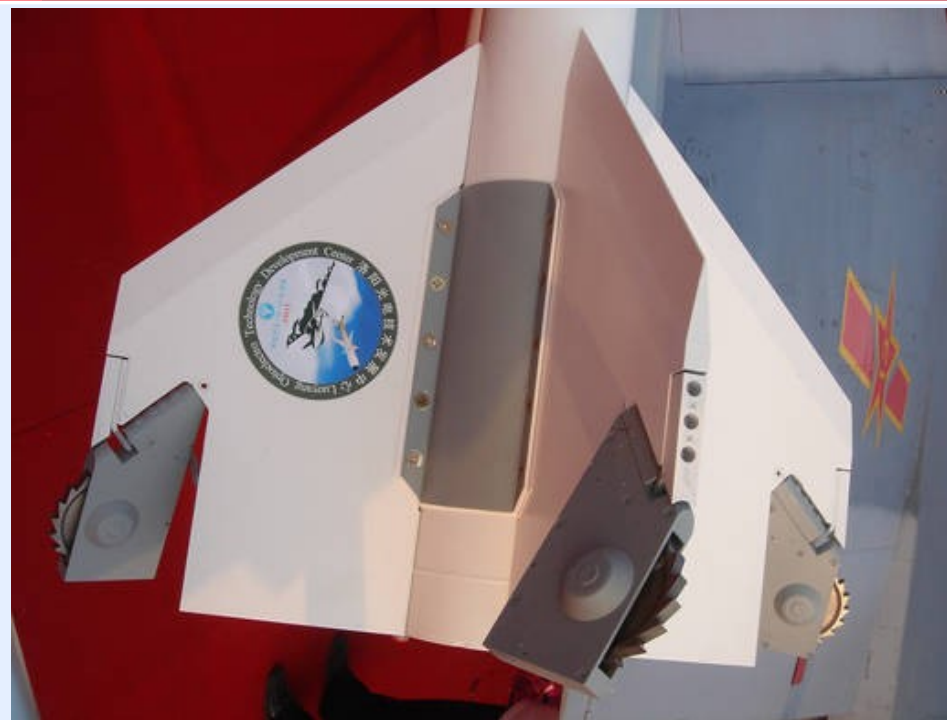


R-3（前苏联）





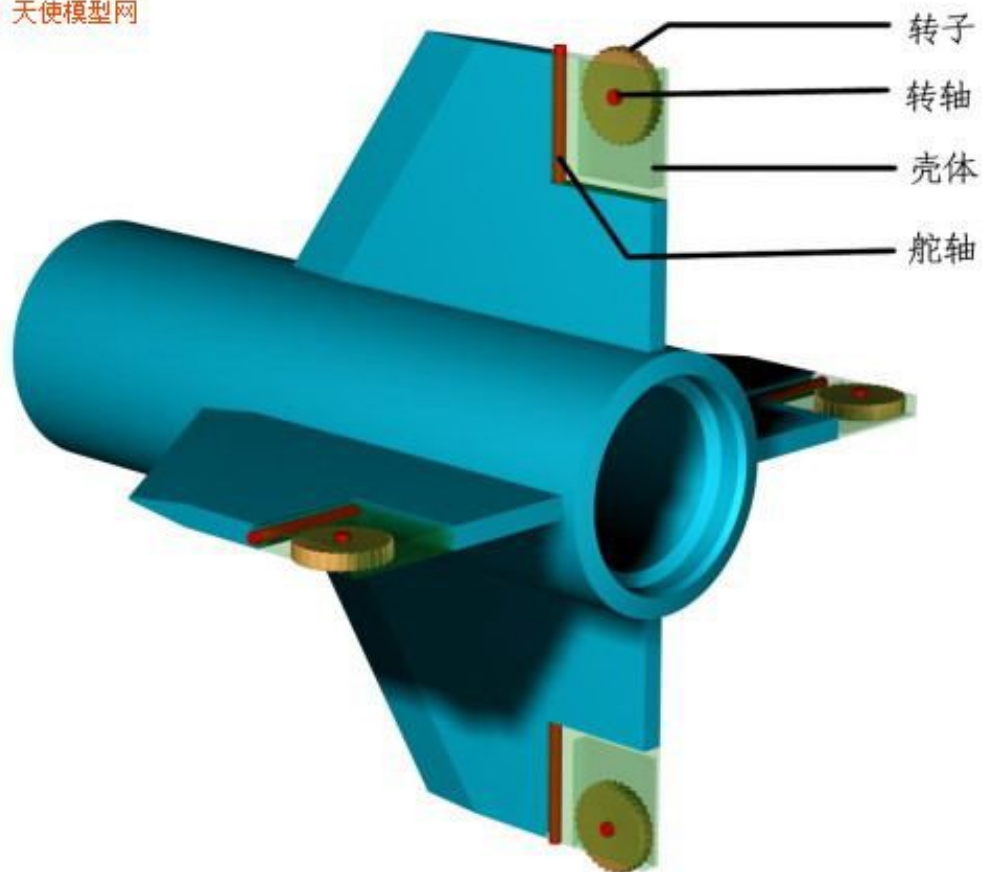
陀螺舵的形状





陀螺舵的组成

FROM WWW.TSMX.CN 天使模型网



陀螺舵是一种利用陀螺进动原理进行偏转的控制面。陀螺舵的部件主要由转子、转轴、壳体和舵轴等组成。陀螺舵是一个二自由度陀螺，其第一个自由度是转子绕转轴旋转，第二个自由度是陀螺舵壳体和转子一起绕舵轴转动。



课后：

**Gyroscopic Instruments - U.S. Navy
Aviation Training Film.mp4**

How_a_gyroscope_guides_a_rocket.mp4

谢谢！