

# 可变遗忘因子递推最小二乘法对时变参数测量

陈 涵<sup>1</sup>, 刘会金<sup>1</sup>, 李大路<sup>1</sup>, 代 静<sup>2</sup>

(1. 武汉大学电气工程学院, 武汉 430072; 2. 国网 武汉高压研究院, 武汉 430074)

**摘 要:** 针对传统的递推最小二乘法对于非平稳环境下的突变和时变信号的跟踪能力不够, 常常无法检测到信号特征参数的问题, 提出了在指数加权递推最小二乘法中引入可变的加权遗忘因子 $\lambda$ , 对电力系统时变信号的幅值、相位、频率进行测量的方法。加权 $\lambda$ 对算法的收敛速度和跟踪能力有很大影响, 如能很好的调节 $\lambda$ , 既可确保对时变参数的快速跟踪能力, 又能具备小的参数估计误差。仿真结果表明: 与传统的递推最小二乘法相比, 该方法测量精度和收敛速度更优越, 即使在低信噪比环境下, 也能较精确的测出时变参数值。

**关键词:** 递推最小二乘法; 可变遗忘因子; 幅值; 相位; 频率; 电力系统

中图分类号: TM 93

文献标志码: A

文章编号: 1003-6520(2008)07-1474-04

## Time-varying Parameters Measurement by Least Square Method with Variable Forgetting Factors

CHEN Han<sup>1</sup>, LIU Hui-jin<sup>1</sup>, LI Da-lu<sup>1</sup>, DAI Jing<sup>2</sup>

(1. School of Electrical Engineering, Wuhan University, Wuhan 430072, China;

2. Wuhan High Voltage Research Institute of SGCC, Wuhan 430074, China)

**Abstract** Least Square Method (LSM) algorithm has weak tracking performance in the non-stationary environment, and it can not measure the time-varying parameters generally. With increasing in using the nonlinear loads in the power system, the waves of voltage or current are time-varying, and the amplitude, phase, frequency changes with the time, these changes will cause the measurement error. In this paper, a method for measuring time-varying parameters (amplitude, phase, frequency) of power system is proposed. The forgetting factors impact the rate of convergence and the tracking performance, so the improved forgetting factors are introduced to the RLS algorithm, making sure the fast tracking and low parametric error variance properties, and improving the stabilization of algorithm, the self-adaptable sample interval, and the precision of measured frequency. Two instances are simulated: (1) the amplitude, phase change and the frequency changes; (2) the low signal-to-noise environment. The simulation results show that the proposed method is superior in the precision and the rate of convergence, even in the low signal-to-noise environment, the proposed method also can measure the time-varying parameters precisely.

**Key words:** RLS algorithm; forgetting factor; amplitude; phase; frequency; power system

## 0 引 言

自适应控制和自适应信号处理中对递推估计算法很重要的要求就是该算法跟踪时变参数的能力。目前, 自适应递推估计算法主要有卡尔曼(Kalman)滤波<sup>[1]</sup>, 递推最小二乘法(RLS)<sup>[2]</sup>和最小均方差(LMS)自适应算法<sup>[3]</sup>。Kalman滤波有良好的跟踪能力, 但是该算法需要事先确定有关噪声的统计参数<sup>[4, 5]</sup>, 计算量大, 且其增益和协方差矩阵初值的选取决定了它的收敛速度和去噪性能<sup>[6]</sup>。后两类自适应算法, 具有良好的抑制噪声的能力, 不计及噪声统计特性的影响<sup>[7-9]</sup>。其中RLS算法, 具有比LMS算法更加快的收敛速度, 对输入矢量相关矩阵本征值范围内的变化不敏感<sup>[10]</sup>。但是它只适用于平稳环

境, 对于非平稳环境, 跟踪能力不能满足要求。

因电力系统中非线性负荷的增加, 使得电网的电压和电流波形呈现时变性, 幅值、相角、频率都会随时间发生变化, 这些变化对电力系统基频测量将会带来误差。传统的适用于平稳信号的方法已无法满足要求。考虑到加权 $\lambda$ 对算法的收敛速度和跟踪性能也有很大影响: 其值越小, 则对时变参数的跟踪能力越强, 但同时噪声越敏感; 其值越大, 则跟踪能力减弱, 但对噪声不敏感, 收敛时的参数估计误差也越小<sup>[11, 12]</sup>。本文提出一种可变 $\lambda$ 的递推最小二乘法, 该方法再结合线性组合器的使用<sup>[13-15]</sup>, 不仅可精确地由相位的变化测出频率值, 还可以测出时变信号的幅值, 使算法的鲁棒性进一步提高。

## 1 传统的指数加权的递推最小二乘法

按指数加权的递推最小二乘法, 即是使用指数加权的误差平方和作为代价函数:

基金资助项目: 国家自然科学基金(50677045)。

Project Supported by National Natural Science Foundation of

China(50677045)

$$J(n)=\sum_{i=0}^n\lambda^{n-i}\|d(i)-\omega^H(n)u(i)\|^2。$$

式中,  $H$  为共轭转置因子;  $\lambda$  称作加权遗忘因子, 且  $0\leq\lambda\leq 1$ ;  $n$  为迭代次数;  $u(i)$  为第  $n$  次的输入信号矢量;  $\omega(n)$  为第  $n$  次的迭代权系数矢量;  $d(i)$  为期望响应; 经推导, 可以得到按指数加权的递推最小二乘法<sup>[16]</sup>:

$$\begin{cases} e(n)=d(n)-\omega(n-1)u(n); \\ re(n)=\lambda+u^H(n)p(n-1)u(n); \\ k(n)=p(n-1)u(n)re^{-1}(n); \\ p(n)=\lambda^{-1}(p(n-1)-k(n)u^H(n)p(n-1)); \\ \omega(n)=\omega(n-1)+k(n)e^*(n)。 \end{cases}$$

式中,  $k(n)$  为增益向量;  $p(n)$  为  $R(n)$  的逆矩阵,

$$R(n)=\sum_{i=0}^n\lambda^{n-i}u(i)u^H(i)。$$

该算法是基于平稳环境意义下的, 采用确定性模型, 状态转移矩阵为常数。故在非平稳环境下, 很难跟踪环境的统计变化。

## 2 引入可变加权遗忘因子 $\lambda$ 的原理

按指数加权的递推最小二乘法自适应算法引入了  $\lambda$ 。  $\lambda=1$  相当于各时刻的误差被“一视同仁”, 即无任何遗忘功能, 或具有无穷记忆功能, 此时, 指数加权的最小二乘方法退化为一般的最小二乘方法。  $\lambda=0$ , 则只有现时刻的误差起作用, 而过去时刻的误差完全被遗忘<sup>[13]</sup>。在非平稳环境下, 希望  $\lambda$  足够小, 只需要有限的最近时刻的误差起作用, 使算法能够很快的跟踪上非平稳信号的局部趋势<sup>[8]</sup>。另外, 希望在稳态情况下,  $\lambda$  能够逐渐变大到一个合适的值, 以减小参数估计误差。故提出可变遗忘因子  $\lambda^{[11]}$ :

$$\begin{aligned} \lambda(n) &= \lambda_{\min} + (1 - \lambda_{\min})^{2^{L(n)}}; \\ L(n) &= -\text{NINT}(\rho e(n)^2)。 \end{aligned}$$

式中,  $\text{NINT}$  指接近于  $\rho e(n)^2$  的最小整数;  $\rho$  为一个敏感增益, 控制  $\lambda$  趋近 1 的速率; 当估计误差  $e(n)$  趋于无穷时, 得到  $\lambda$  的最小值  $\lambda_{\min}$ ; 当  $e(n)$  趋于 0 时,  $\lambda=1$ 。根据多次仿真结果本文实际算例取  $\lambda_{\min}=0.7$ ,  $\rho=5$ 。

## 3 可变 $\lambda$ 递推最小二乘法对时变参数的测量

### 3.1 计算模型

电力系统的时变电压或电流模型可表示为离散时间形式:

$$\begin{aligned} y(n) &= A(n)\sin(\omega n + \varphi) + v(n) \\ &= A(n)\sin((\omega_0 + \Delta\omega)n + \varphi) + v(n) \\ &= A(n)\sin(\omega_0 n + (\Delta\omega n + \varphi)) + v(n) \\ &= A(n)\sin(\omega_0 n + \varphi(n)) + v(n) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= A(n)\sin\Phi(n)\cos\omega_0 n + \\ &\quad A(n)\cos\Phi(n)\sin\omega_0 n + v(n) \\ &= |\cos\omega_0 n, \sin\omega_0 n| \begin{bmatrix} A(n)\sin\Phi(n) \\ A(n)\cos\Phi(n) \end{bmatrix} + v(n)。 \end{aligned}$$

式中,  $A(n)$  为基波的幅值;  $\Phi(n)$  为基波的相角的变化;  $\omega_0$  为基波角频率;  $v(n)$  为观察噪声。

结合可变  $\lambda$  递推最小二乘法, 设输入为

$$u(n)=[\cos\omega_0 n, \sin\omega_0 n]。$$

则由估计输出  $y(n)$ , 可以自适应的求出权系

数, 从而得到组合系数  $\begin{bmatrix} A(n)\sin\Phi \\ A(n)\cos\Phi \end{bmatrix}$ 。

### 3.2 时变参数的估计

在求得组合系数后, 可得时变信号的幅值, 相位的变化和由此衍生出的频率。

$$\text{将组合系数} \begin{bmatrix} A(n)\sin\Phi \\ A(n)\cos\Phi \end{bmatrix} \text{表示为} \begin{bmatrix} x_1(n) \\ x_2(n) \end{bmatrix};$$

$$A(n)=\sqrt{x_1(n)^2+x_2(n)^2};$$

$$\Phi(n)=\arg\tan\frac{x_1(n)}{x_2(n)};$$

$$\Delta f=\frac{1}{2\pi}\frac{d\Phi}{dt}-\frac{1}{2\pi}\frac{(\Phi(n)-\Phi(n-1))}{T}。$$

式中,  $\Delta f$  为频率的变化量;  $T$  为实测频率的倒数。

## 4 仿真算例

设信号为

$$\begin{cases} y(1:160)=2.0\sin(\omega_0 n + \pi/18)\text{ V}; \\ y(161:512)=1.5\sin(\omega_0 n + \pi/9)\text{ V}。 \end{cases} \quad (1)$$

信号的采样频率为 800 Hz, 基频为 50 Hz, 采样点数为 512。

采用本文提出的基于可变  $\lambda(n)$  的递推最小二乘法和按指数加权的传统递推最小二乘法作比较, 主要分析频率测量的结果。

在按指数加权的传统递推最小二乘法中, 取  $\lambda=0.9$ 。算法初始化:

$$\begin{aligned} \hat{\omega}(0|1) &= \hat{\omega}(0) = 0; \\ p(0, -1) &= p(0) = \delta^{-1}I。 \end{aligned}$$

式中,  $\hat{\omega}$  为  $\omega$  的估计值;  $\delta^{-1}$  为常数, 取  $10^{-4}$ ;  $I$  为单位矩阵。

### 4.1 幅值和相角变化时参数的测量

对于式(1)所设的信号模型, 在采样点数  $n=160$  时,  $A(n)$  和初相角发生了变化, 同时频率  $f$  由 50 Hz 变为 45 Hz。在该情况下, 采用本文的方法, 仿真测量到的时变幅值、相角、频率见图 1。可见本文提出的方法明显优于传统递推最小二乘法。在不到一个周期的时间即可跟踪上参数的初始值。在参数

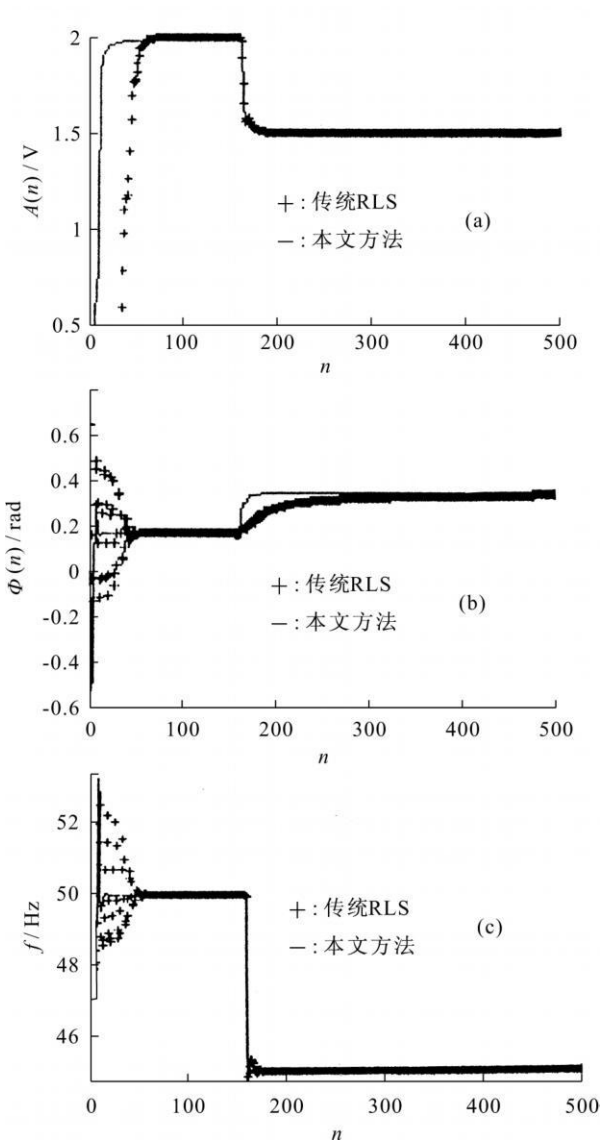


图1 测得的时变幅值(a)相角(b)频率(c)估计值

Fig.1 Estimation of time varying amplitude, phase, frequency

发生时变的过程中,也仅用不到一个周期的时间完成参数的时变跟踪。对于  $f$  的测量,用文[13]提出的自适应采样间隔,取得了很好的测量精度。

图2为两种算法的最小均方误差,从图中可看出可变  $\lambda$  的引入加快了收敛速度,同时减小了跟踪时变参数时的误差值。

4.2 噪声情况下参数的测量

实际的采样信号往往受到噪声等因素的干扰,为了检测本文算法的抗噪性,在4.1节设定情况下,加入信噪比  $SNR=10$  dB 的噪声信号,本文主要通过  $f$  测量的情况来比较两种算法的抗干扰能力。

由图3可见,可变  $\lambda$  的递推最小二乘法基本不受噪声的干扰,只是在测量过程中有一些微小的波动,仍可准确地测出  $f$  的变化。而传统的算法抗噪

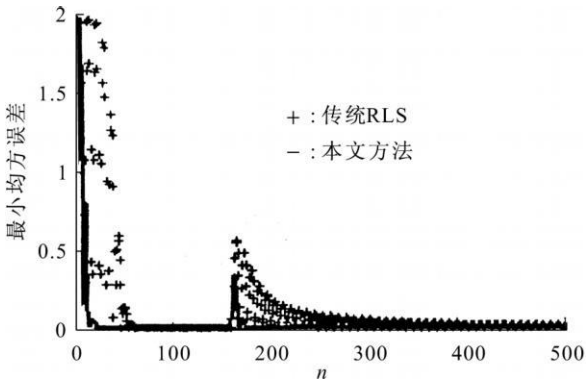


图2 两种算法的最小均方误差

Fig.2 Minimum mean square error

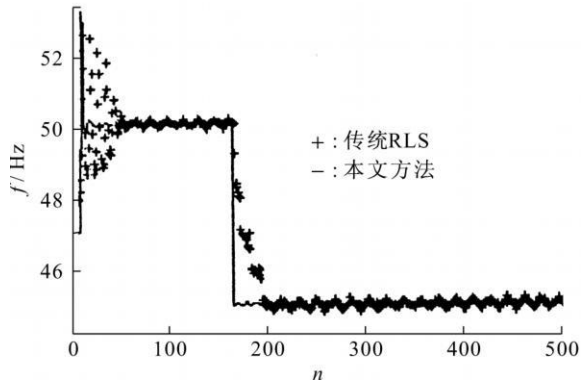


图3 噪声情况下测得的时变频率估计值

Fig.3 Estimation of time varying frequency with low noise

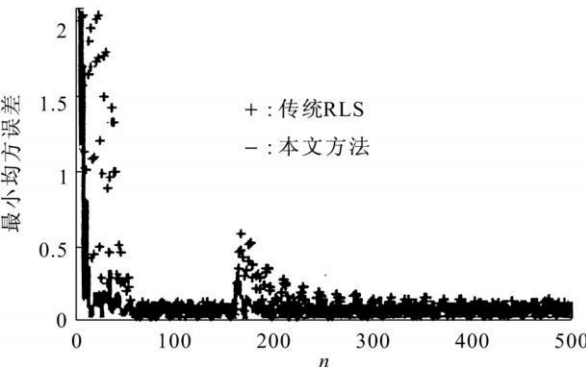


图4 噪声情况下两种算法的最小均方误差

Fig.4 Minimum mean square error

声能力弱,在频率发生变化时,滞后本文算法约3个周期才跟踪上变化的趋势,且波动较大。噪声情况下两种算法的最小均方误差见图4。

5 结 语

可变  $\lambda$  递推最小二乘法相比传统的递推最小二乘法在跟踪能力和收敛速度方面都有所改进,可变

$\lambda$  调节了常量  $\lambda$  不能同时满足收敛速度快和参数估计误差小的矛盾。能够对时变参数如  $A(n)$ 、 $\Phi(n)$  及  $f$  的测量。通过仿真结果还可看出: 可变  $\lambda$  递推最小二乘法有良好的抗噪能力, 即使在低信噪比情况下, 仍能较为准确且快速的跟踪上参数的变化。

## 参 考 文 献

- [1] 马静波, 杨洪耕. 自适应卡尔曼滤波在电力系统短期负荷预测中的应用[J]. 电网技术, 2005, 29(1): 75-79.  
MA Jing-bo, YANG Hong-geng. Application of adaptive kalman filter in power system short-term load forecasting[J]. Power System Technology, 2005, 29(1): 75-79.
- [2] 吴广宁, 谢恒堃, 马积勋, 等. 大型发电机在线监测的自适应数字滤波系统[J]. 高电压技术, 1996, 22(4): 36-38.  
WU Guang-ning, XIE Heng, MA Ji-xun, et al. An adaptive digital filter used for on-line of pd monitoring in large turbine generator[J]. High Voltage Engineering, 1996, 22(4): 36-38.
- [3] 詹国强, 吴正国. 一种新的变步长 LMS 自适应滤波算法[J]. 海军工程大学学报, 2006, 18(2): 110-113.  
ZHAN Guo-qiang, WU Zheng-guo. A novel variable step size adaptive filtering LMS algorithm[J]. Journal of Naval University of Engineering, 2006, 18(2): 110-113.
- [4] Kiyoshi, Nishiyama. A non-linear filter for estimating a sinusoidal signal and its parameters in white noise; on the case of a single sinusoid[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1997, 45(4): 970-981.
- [5] Dash P K, Jena R K, Panda G, et al. An extended complex kalman filter for frequency measurement of distorted signals[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and measurement, 2000, 49(4): 746-753.
- [6] Dash P K, Pradhan A K, Panda G. Frequency estimation of distorted power systems signals using extended complex Kalman filter[J]. IEEE Trans on Power Delivery, 1999(14): 761-766.
- [7] Yegui Xiao, Liying Ma, Rabab Kreideh Ward, et al. Fast RLS fourier analyzers in the presence of frequency mismatch[C] // Proceedings of the 2004 International Symposium on Circuits and Systems 2004 ISCAS' 04. Vancouver, Canada: [s. n.], 2004: 497-500.
- [8] Xiao Y, Tadokoro Y, Shida K. Adaptive algorithm based on least mean p-power error criterion for Fourier analysis in additive noise[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1999, 47(4): 1172-1181.
- [9] 胡绍民. 基于最小二乘拟合测量电力系统频率的新方法[J]. 电力系统自动化, 2000, 16(10): 32-34.  
HU Shao-min. A new method for measuring power system frequency based on least square FIT[J]. Automation of Electric Power Systems, 2000, 16(10): 32-34.
- [10] Haykin Simon, Sayed Ali H, Zeidler R, et al. Adaptive tracking of linear time-variant systems by extended rls algorithms[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1997, 45(5): 1118-1128.
- [11] Park D J. Fast tracking RLS algorithm using novel variable

forgetting factor with unity zone[J]. Electronics Letters, 1991, 27(23): 2150-2151.

- [12] Meng J. Fast-converging minimum frequency error RLS lattice filter for narrowband interference with discrete frequency steps[J]. IEEE Trans on Signal Process, 1997, 45(5): 1118-1128.
- [13] 李振然. 利用递推最小二乘算法和自适应采样实现微机电量变送器[J]. 电力系统自动化, 1995, 19(3): 48-52.  
LI Zhen-ran. Using the recursive least square algorithm and adaptive sampling to realize microcomputer electrical quantity transducer[J]. Automation of Electric Power Systems, 1995, 19(3): 48-52.
- [14] 石 敏, 吴正国, 尹为民. 基于 RLS 算法的时变谐波检测[J]. 电工技术学报, 2005, 20(1): 50-53.  
SHI Min, WU Zheng-guo, YIN Wei-min. Time-varying harmonic detection based on RLS algorithm[J]. Transaction of China Electrotechnical Society, 2005, 20(1): 50-53.
- [15] 王建畴, 冉启文, 纪延超, 等. 基于小波变换的时变谐波检测[J]. 电力系统自动化, 1998, 22(8): 52-55.  
WANG Jian-ze, RAN Qi-wen, JI Yan-chao, et al. Time-varying transient harmonics measurement based on wavelet transform[J]. Automation of Electric Power Systems, 1998, 22(8): 52-55.
- [16] 张贤达. 现代信号处理[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005.  
ZHANG Xian-da. Modern signal processing[M]. Beijing: Tsinghua University Publication, 2005.

陈 涵

1981—, 女, 博士生

从事电能质量方向的研究

E-mail: brightfay1111@163.com



CHEN Han

Ph. D. candidate

刘会金

1952—, 男, 教授, 博导

从事电能质量方向的研究



LIU Hui-jin

Professor

李大路

1981—, 男, 博士生

研究方向为基于 WAMS 的电力系统稳定及控制

E-mail: lidalubenzamin@163.com



LI Da-lu

Ph. D. candidate

收稿日期 2007-02-07

编辑 郭守珠