



航天器控制原理

# 第二十四讲 飞轮姿态控制系统

主讲：刘莹莹

西北工业大学 精确制导与控制研究所

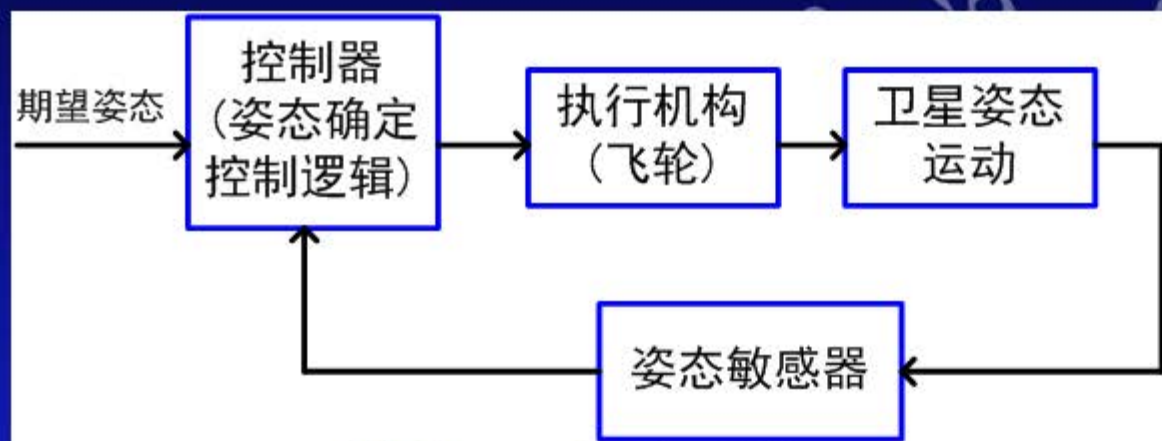




# 第二十四讲 飞轮姿态控制系统

- 1、飞轮姿态控制原理
  - 2、零动量反作用轮姿态控制
  - 3、零动量反作用轮的斜装和操作
- 
- 航天器控制原理

# 1、飞轮姿态控制原理



一个单轴系统，即航天器和飞轮同时都作单自由度平面转动。

飞轮的动量矩

$$H_m = I(\Omega + \dot{\theta})$$

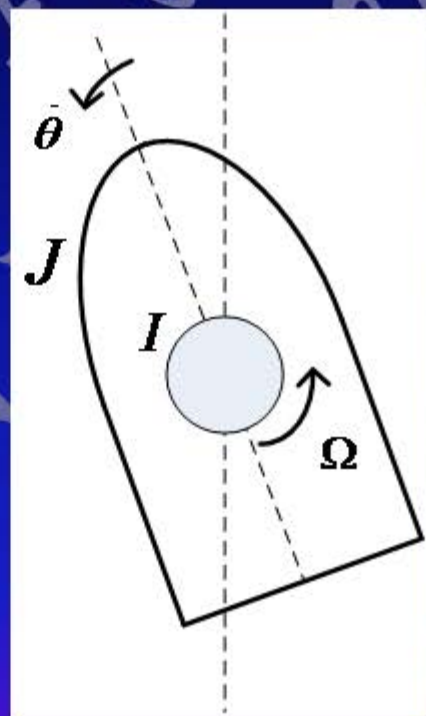
航天器本体的动量矩

$$H_b = (J - I)\dot{\theta}$$

动量矩定理

$$\frac{d}{dt}(H_b + H_m) = M_d$$

$$\frac{d}{dt}(J\dot{\theta} + I\Omega) = M_d$$





动力学方程为

$$J\ddot{\theta} + \underline{I\dot{\Omega}} = M_d$$

$$J\ddot{\theta} = -\underline{I\dot{\Omega}} + M_d = \underline{M_c} + M_d$$

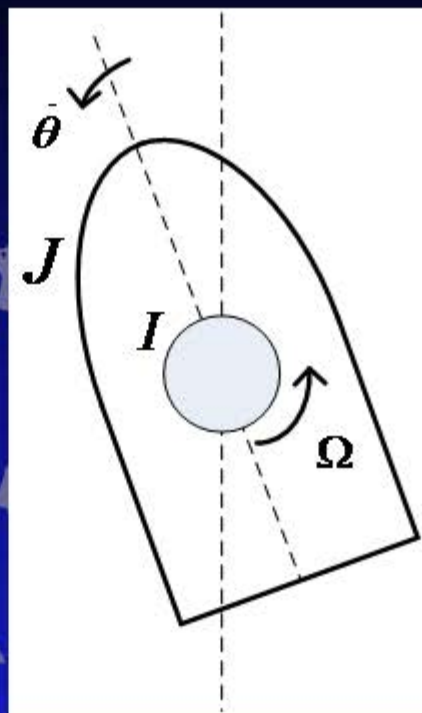
$$\dot{\theta}_0 = 0$$

$$J\dot{\theta} + I(\Omega - \Omega_0) = \int_0^t M_d dt$$

$$\dot{\theta} = 0$$

$$I\Omega - I\Omega_0 = H_m - (H_m)_0 = \Delta H_m = \int_0^t M_d dt$$

$$\Omega = \Omega_0 + \frac{1}{I} \int_0^t M_d dt$$



★ 航天器受到的扰动力矩由周期性的和非周期性的两部分组成。

当扰动力矩为常值时

$$\Omega = \Omega_0 + \frac{1}{I} \int_0^t M_d dt = \Omega_0 + \frac{M_d}{I} t$$

飞轮达到饱和的时间

$$\Omega_{\max} = \Omega_0 + \frac{M_d}{I} t_{\max}$$

$$t_{\max} = \frac{I}{M_d} (\Omega_{\max} - \Omega_0) = \frac{1}{M_d} [(H_m)_{\max} - (H_m)_0]$$

飞轮不适合于克服非周期性的扰动

★ ★ ★

若扰动力矩是周期变化的

$$M_d = M \sin \omega_o t$$

$$\Omega = \Omega_0 + \frac{1}{I} \int_0^t M_d dt = \frac{M}{I \omega_o} (1 - \cos \omega_o t) + \Omega_0$$

若飞轮的饱和角速度满足


$$\Omega_{\max} \geq \Omega_0 + \frac{2M}{I \omega_o}$$

$$I \Omega_{\max} - I \Omega_0 = (H_m)_{\max} - (H_m)_0 \geq \frac{2M}{\omega_o}$$

飞轮将不会饱和。

飞轮适合于克服周期性的扰动





必须用外力矩，对多余的储存在飞轮中的动量矩进行卸载。卸载力矩必须大于扰动力矩。

设卸载力矩为常值力矩，且远大于外加扰动力矩。

$$J\ddot{\theta} + I\dot{\Omega} = M_r + M_d \approx M_r$$

$$\cancel{J\dot{\theta}} + I(\Omega - \Omega_0) = \int_0^t M_r dt$$

$$I\Omega - I\Omega_0 = M_r t$$







$$I\Omega = M_r t + I\Omega_0$$

$$= M_r t_d + I\Omega_0 = 0$$

卸载时间


$$t_d = \left| \frac{I\Omega_0}{M_r} \right|$$




与喷气推力器三轴姿态稳定系统相比，飞轮三轴姿态稳定系统具有多方面的优点。

(1) 飞轮可以给出较精确的连续变化的控制力矩，可以进行线性控制，而喷气推力器只能作非线性开关控制。

(2) 飞轮所需要的能源是电能，可以不断通过太阳能电池在轨得到补充，因而适合于长寿命工作。







(3) 飞轮控制系统适合于克服周期性扰动，推力器适合克服常值扰动。

(4) 飞轮控制系统能够避免热气推力器对光学仪器的污染。

飞轮存在两个主要问题。

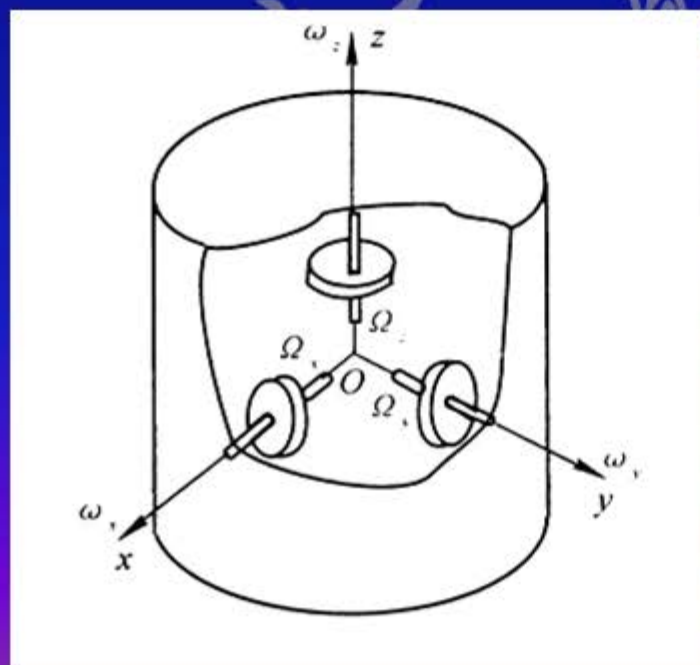
(1) 飞轮会发生速度饱和。需要有第二个系统来进行卸载。

(2) 由于转动部件的存在，轴承的寿命和可靠性受到限制。目前得到解决，可以使飞轮工作寿命在10年以上。



## 2、零动量反作用轮姿态控制

零动量反作用轮三轴姿态稳定系统：  
在航天器的3个主惯量轴上各装一个反作用轮，3个反作用轮相互正交。



## 航天器总动量矩

$$h_x = I_x \omega_x + I \Omega_x$$

$$h_y = I_y \omega_y + I \Omega_y$$

$$h_z = I_z \omega_z + I \Omega_z$$

代入欧拉力矩方程式

$$\begin{cases} M_x = \dot{h}_x + \omega_y h_z - \omega_z h_y \\ M_y = \dot{h}_y + \omega_z h_x - \omega_x h_z \\ M_z = \dot{h}_z + \omega_x h_y - \omega_y h_x \end{cases}$$

## 航天器动力学方程

$$I_x \frac{d\omega_x}{dt} + (I_z - I_y) \omega_y \omega_z + I (\dot{\Omega}_x + \Omega_x \omega_y - \Omega_y \omega_z) = M_{dx}$$

$$I_y \frac{d\omega_y}{dt} + (I_x - I_z) \omega_x \omega_z + I (\dot{\Omega}_y + \Omega_x \omega_z - \Omega_x \omega_z) = M_{dy}$$

$$I_z \frac{d\omega_z}{dt} + (I_y - I_x) \omega_x \omega_y + I (\dot{\Omega}_z + \Omega_y \omega_x - \Omega_x \omega_y) = M_{dz}$$

$\omega_x, \omega_y, \omega_z \rightarrow 0 \quad \varphi, \theta, \psi \rightarrow 0$  线性化

$$I_x \ddot{\varphi} + I \dot{\Omega}_x = M_{dx}$$

$$I_y \ddot{\theta} + I \dot{\Omega}_y = M_{dy}$$

$$I_z \ddot{\psi} + I \dot{\Omega}_z = M_{dz}$$



例如，采用比例微分控制：

$$J\ddot{\theta} = -I\dot{\Omega} + M_d = M_c + M_d$$

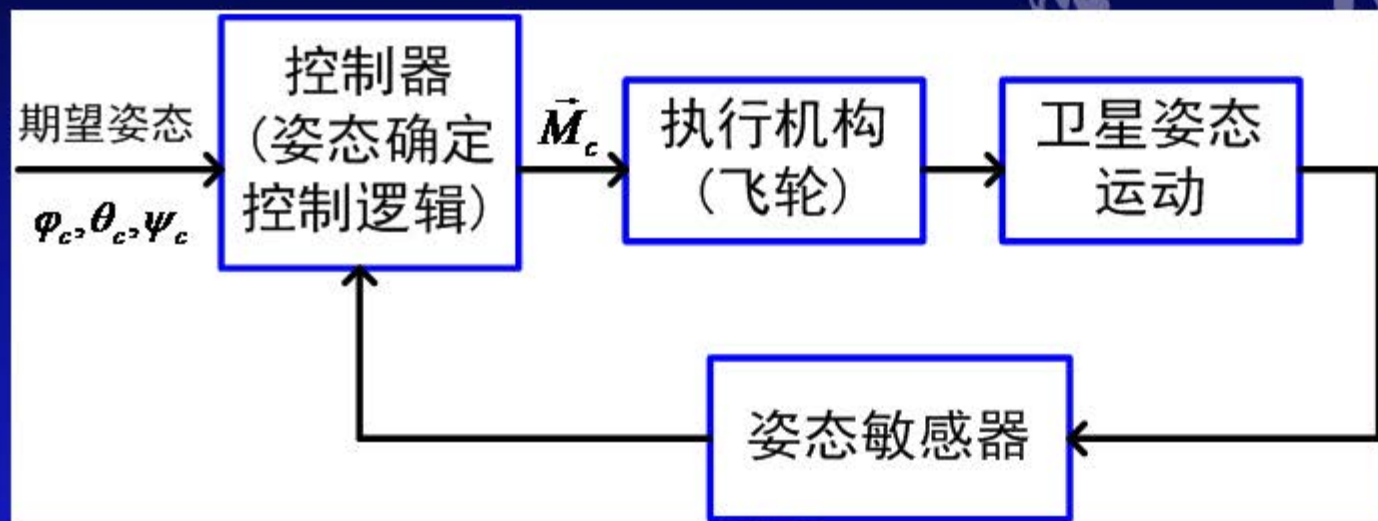
$$M_c = -I\dot{\Omega} = -k_p\theta - k_d\dot{\theta}$$

$$I_y\ddot{\theta} + k_d\dot{\theta} + k_p\theta = M_{dy}$$

$$\ddot{\theta} + \frac{k_d}{I_y}\dot{\theta} + \frac{k_p}{I_y}\theta = \frac{M_{dy}}{I_y}$$

$$\frac{k_d}{I_y} = 2\xi\omega \quad \frac{k_p}{I_y} = \omega^2$$

$$M_c = k_p(\theta_c - \theta) + k_d(\dot{\theta}_c - \dot{\theta})$$

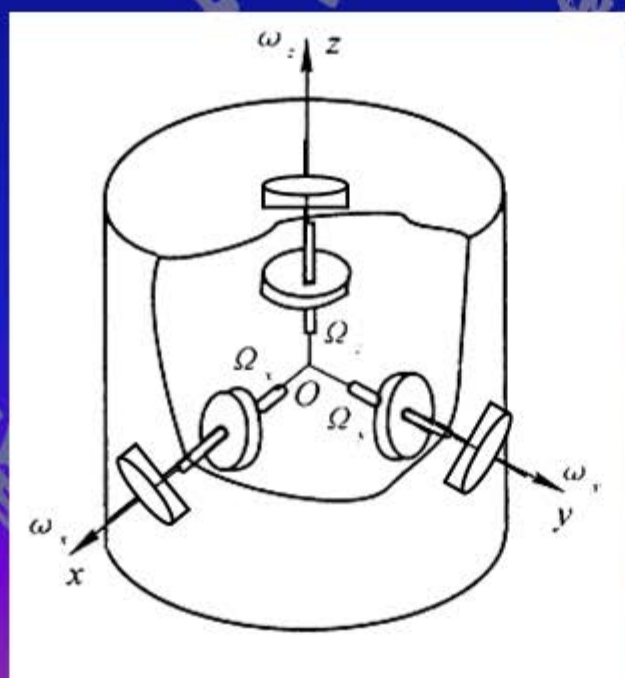


### 3、零动量反作用轮的斜装和操作

3个正交轮能够提供三轴控制力矩。

冗余度 $R=0$ 。

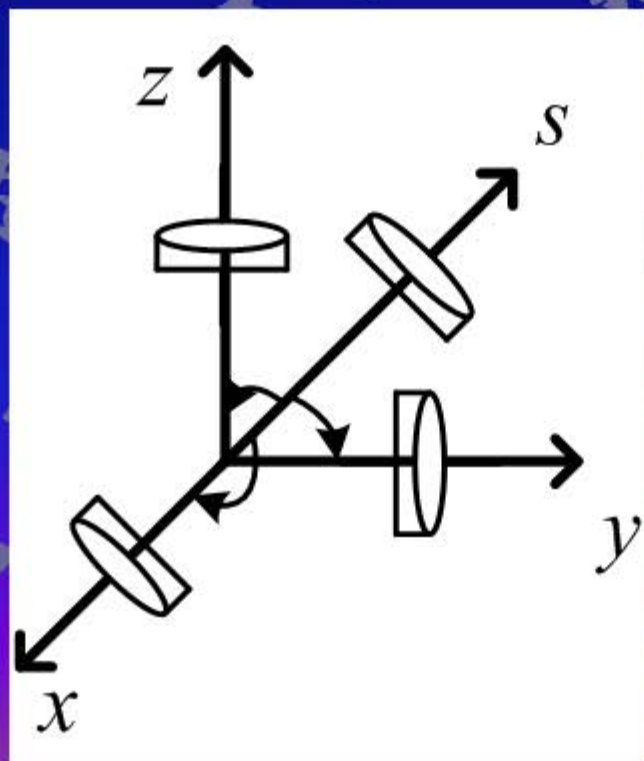
要使 $R=1$ ，6个反作用轮数目较多。



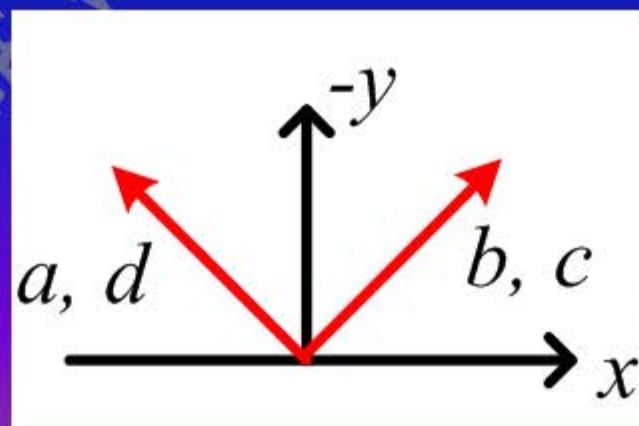
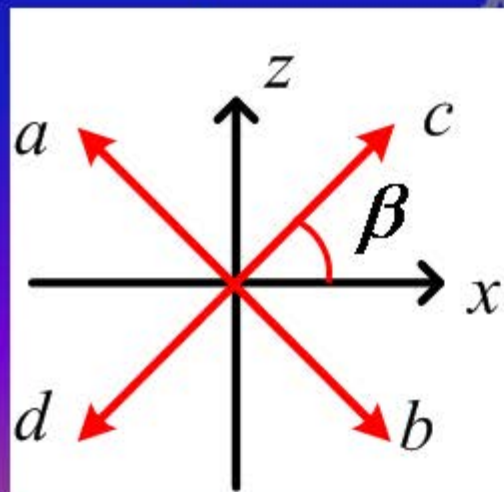
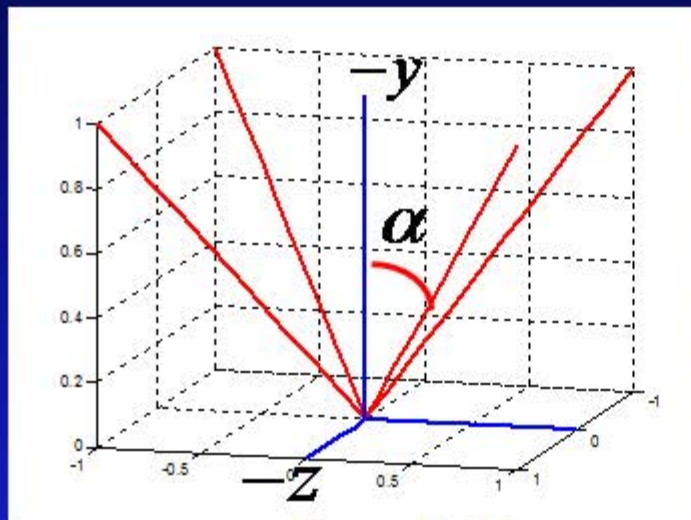


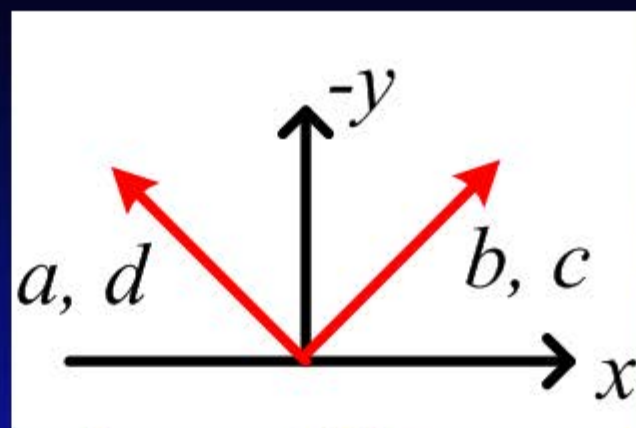
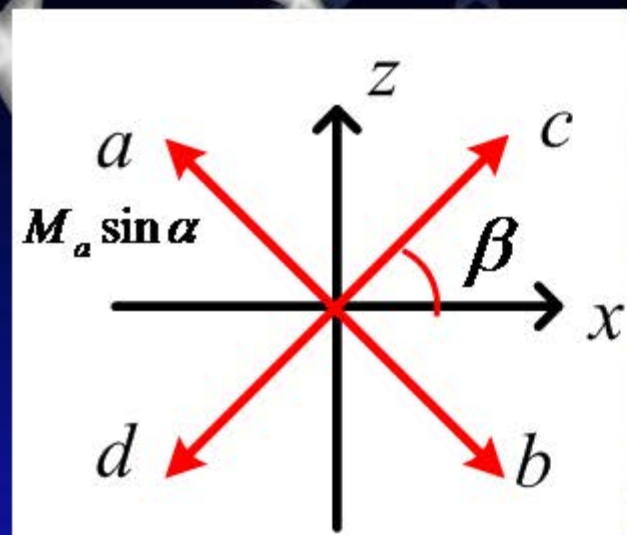
在与三轴成等角的轴线上安装一个备用轮。当3个正交轮中有一个失效时，便启动斜装轮。

控制力矩分配必须经过计算。



另一种方案就是把4个反作用轮都斜装。





$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \alpha \cos \beta & \sin \alpha \cos \beta & \sin \alpha \cos \beta & -\sin \alpha \cos \beta \\ -\cos \alpha & -\cos \alpha & -\cos \alpha & -\cos \alpha \\ \sin \alpha \sin \beta & -\sin \alpha \sin \beta & \sin \alpha \sin \beta & -\sin \alpha \sin \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_a \\ M_b \\ M_c \\ M_d \end{bmatrix}$$

$$= \mathbf{C} \begin{bmatrix} M_a \\ M_b \\ M_c \\ M_d \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{U} = \mathbf{C} \mathbf{U}_n$$



## (1) 控制功耗指标比较低

$$U = CU_n \quad U_n = [M_a \quad M_b \quad M_c \quad M_d]^T$$


如果分配矩阵D取安装结构矩阵C的伪逆，可以使分配到各斜装轮的力矩的平方和为最小。

$$U_n = \underline{DU} = C^T (CC^T)^{-1} U$$

$$U_n^T U_n = U^T D^T D U = U^T (CC^T)^{-1} U$$

$$\alpha = 54.74^\circ \quad \beta = 45^\circ$$

$$U_n^T U_n = \frac{3}{4} U^T U$$


$$U_n^T U_n = \frac{3}{4} U^T U$$

4轮斜装的最佳功耗指标是3轮正交  
功耗指标的3/4。

n轮斜装的最佳功耗指标是3轮正交  
功耗指标的3/n。



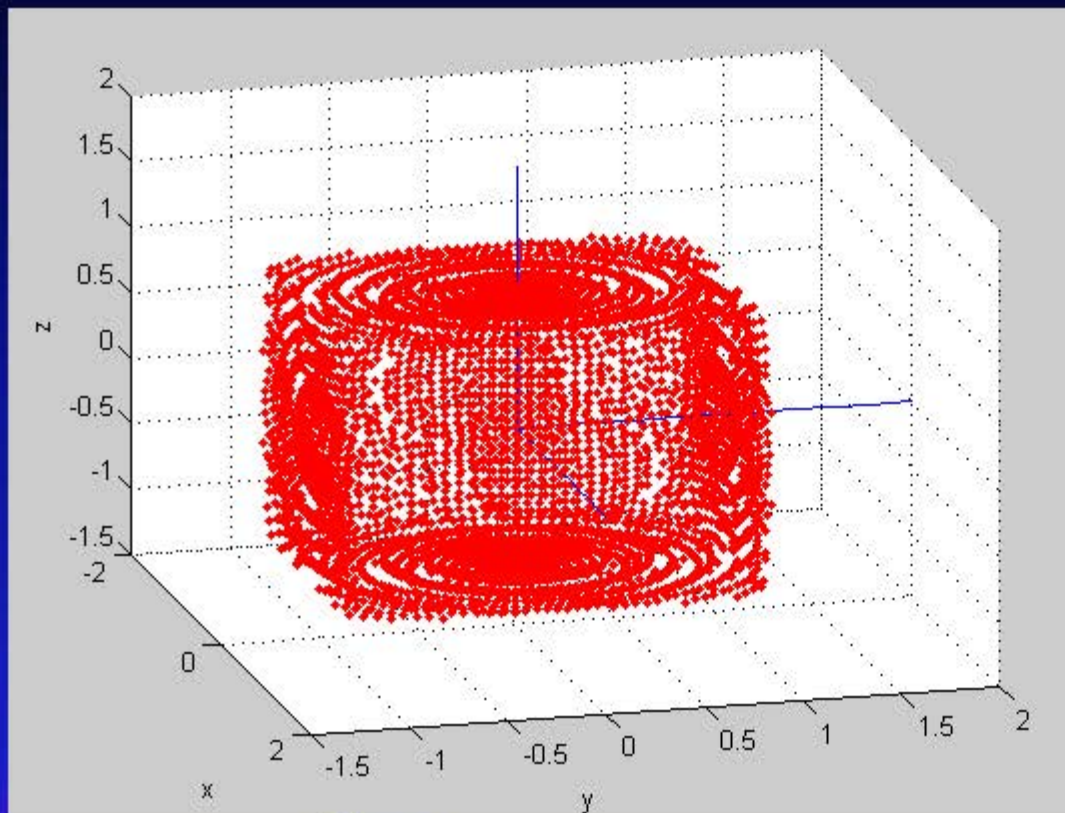
(2)斜装轮的力矩包和动量包比较大

动量包就是指所有反作用轮在本体坐标系中的各个方向上所能提供的最大动量矩矢量的端点形成的包络。

是动量矩储存能力的体现。

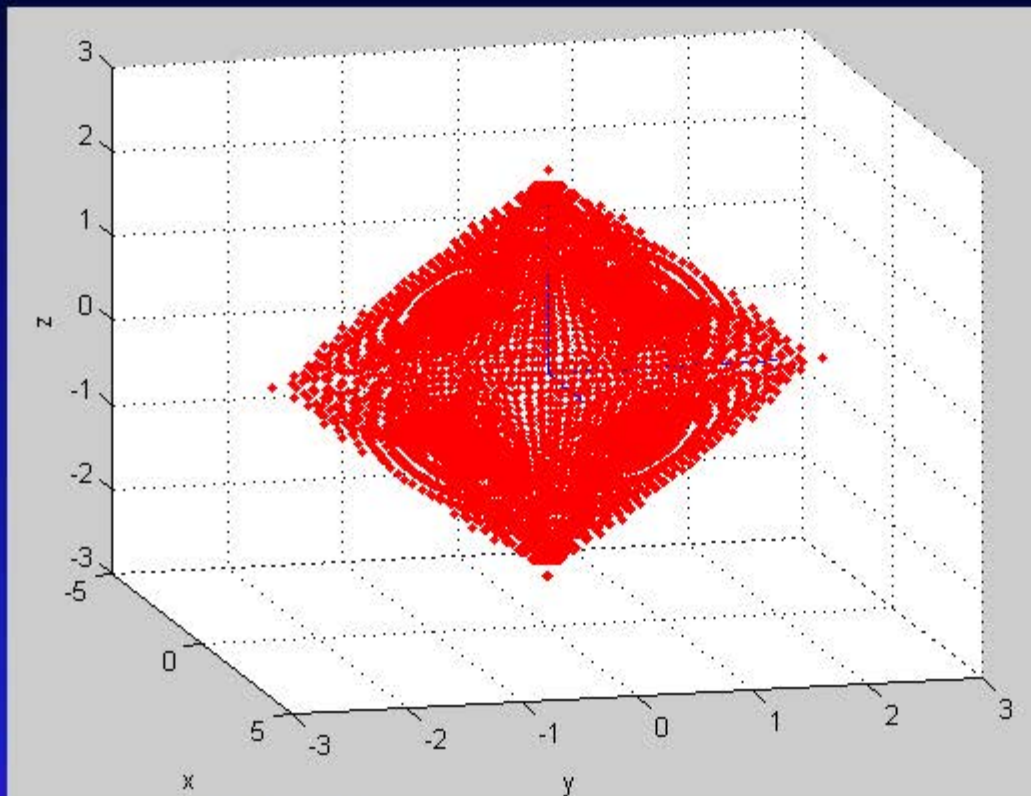
$$I\Omega - I\Omega_0 = H_m - (H_m)_0 = \Delta H_m = \int_0^t M_d dt$$





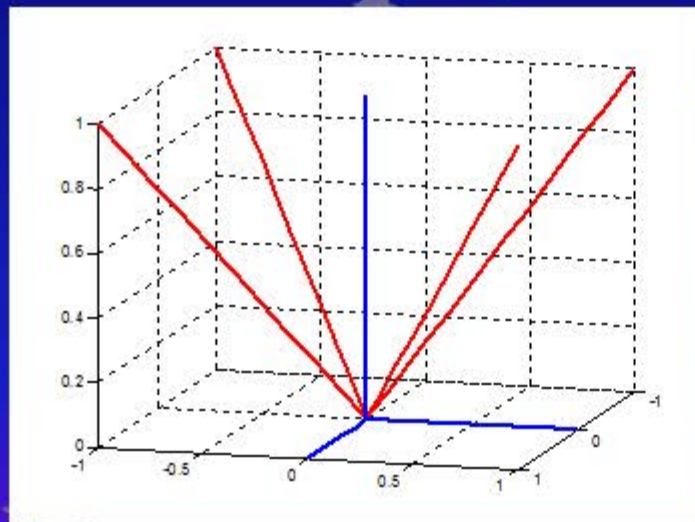
三轮正交





四轮斜装

对飞轮动量矩进行微分就成为控制力矩，可把此称为力矩包。力矩包大说明同样的反作用轮能承受的外部扰动力矩大。



$$\alpha = 54.74^{\circ} \quad \beta = 45^{\circ} \quad M = \left(4/\sqrt{3}\right) M_i$$

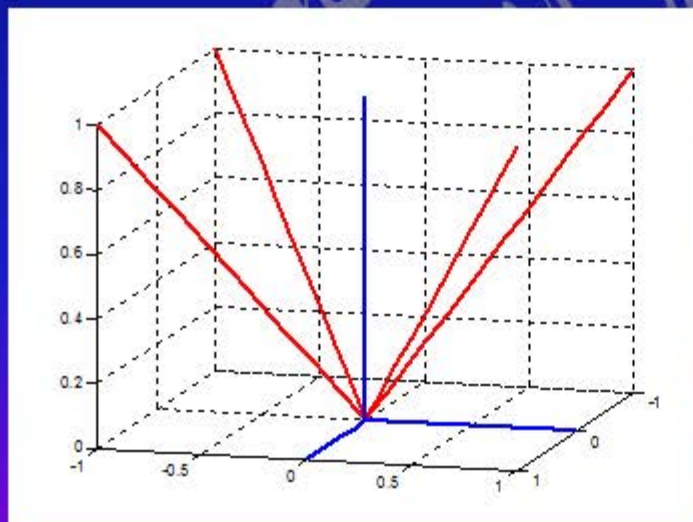
### (3)可靠性高

单个轮子可靠性 安装方式		Q=0.9	Q=0.9168	Q=0.95
1	3正交各加一备份	0.9703	0.9794	0.9925
2	3正交1斜装	0.9477	0.9629	0.9860
3	4个斜装	0.9477	0.9629	0.9860
4	5个斜装	0.9914	0.9950	0.9988
5	6个斜装	0.9987	0.9994	0.9999
6	3个正交无备份	0.7290	0.7706	0.8574



#### (4) 斜装轮适应性大，系统设计灵活

可选择的参数不仅有飞轮的动量矩大小，还有安装形式。因此系统设计的灵活性较大，易于适应各种外部扰动。





# 飞轮姿态控制系统

