

航天飞行器设计

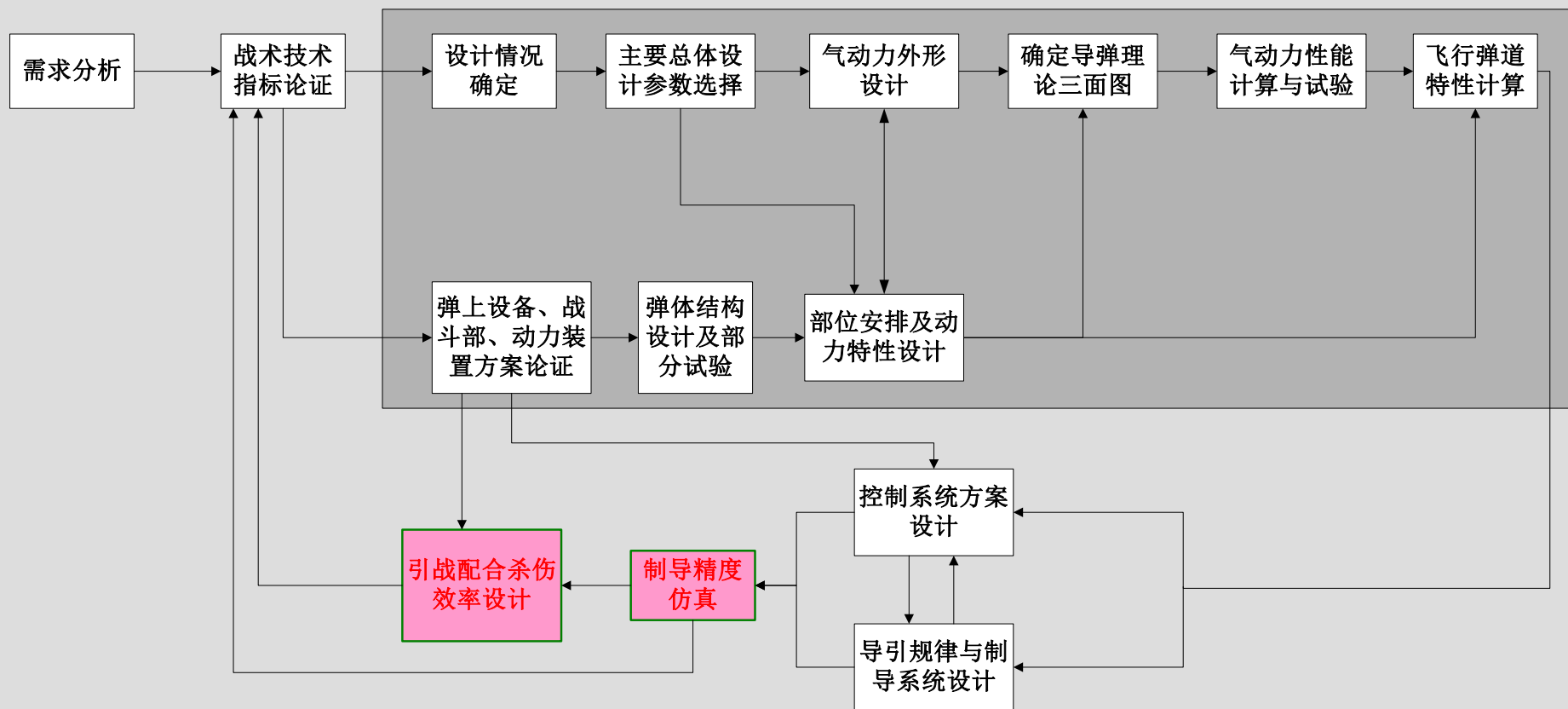
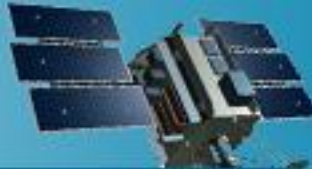


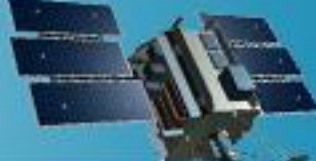
第6章 导弹系统性能分析



航天飞行器设计

HANGTIAN FEIXINGQI SHEJI



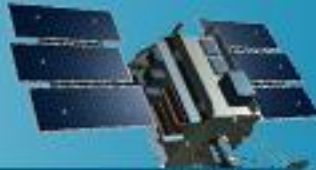


主要内容

§ 6.1 导弹制导精度分析

§ 6.2 防空导弹单发杀伤概率计算

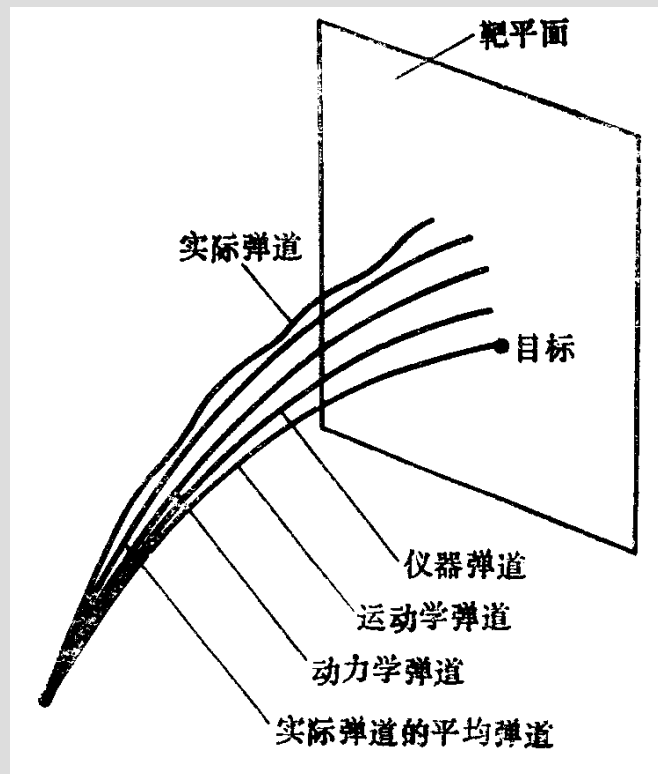
§ 6.3 防空导弹武器杀伤区和发射区

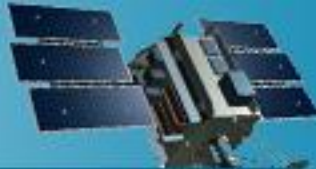


一、制导误差概念

在导弹向目标重复射击时，由于外界和内部的随机因素影响，导弹的运动轨迹不可能重合，形成弹道散布。

产生原因：在随机因素干扰的作用下，导弹制导回路形成控制信号不准确、传递有变形、执行有偏差的现象；在制导系统惯性作用下，控制命令形成、传递和执行存在延迟现象。





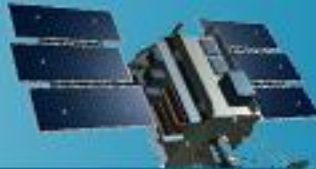
1. 与制导误差有关的几种弹道

(1) 运动学弹道：在没有随机干扰和惯性（导弹和制导系统）的影响下，导弹质心在空中飞过的航迹，又称理想弹道。

(2) 动力学弹道：只考虑弹体及制导系统的惯性影响，而不考虑随机干扰条件下，导弹质心在空中飞过的航迹，又称理论弹道。

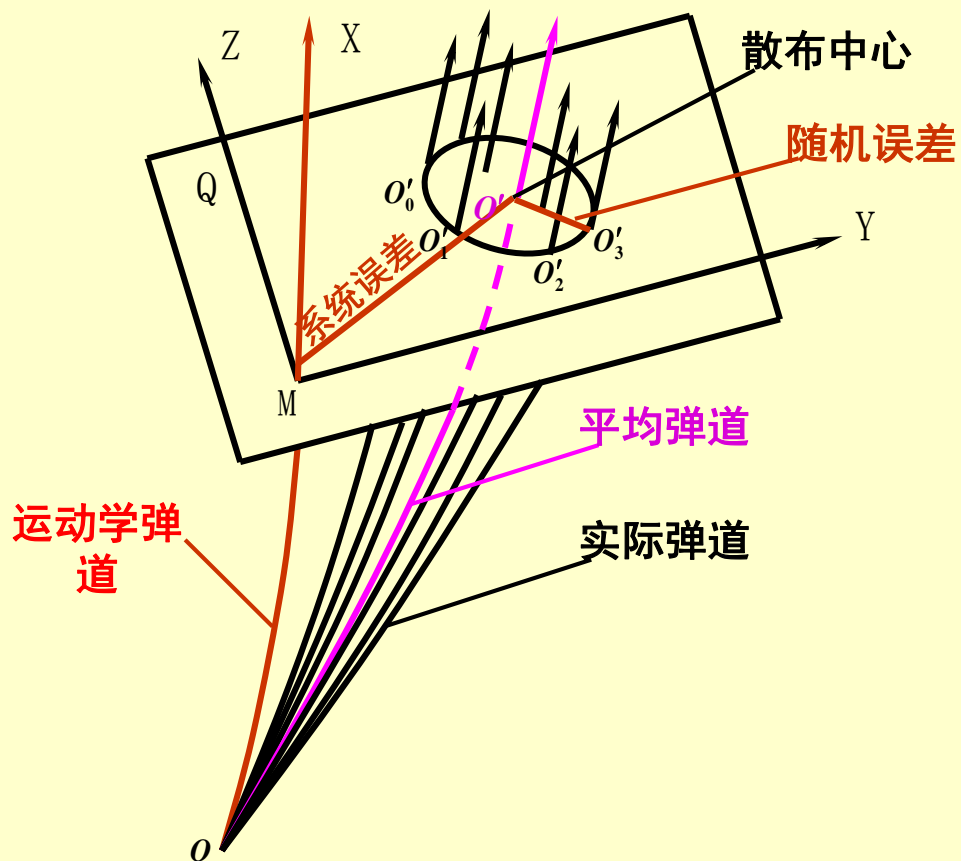
(3) 实际弹道：既考虑随机干扰，又考虑弹体和制导系统惯性时，导弹在空中飞行的航迹。

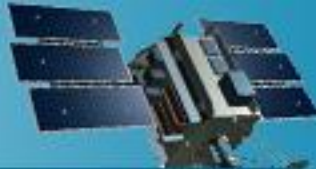
(4) 平均弹道：许多实际弹道的平均值；在制导系统中仅有系统误差，而没有随机误差的弹道。



实际弹道相对于运动学弹道的偏差，称制导误差。

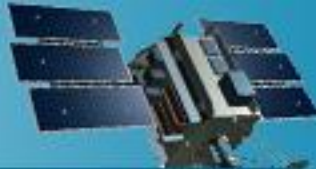
靶平面内的制导误差称脱靶量。





2. 造成制导误差的因素

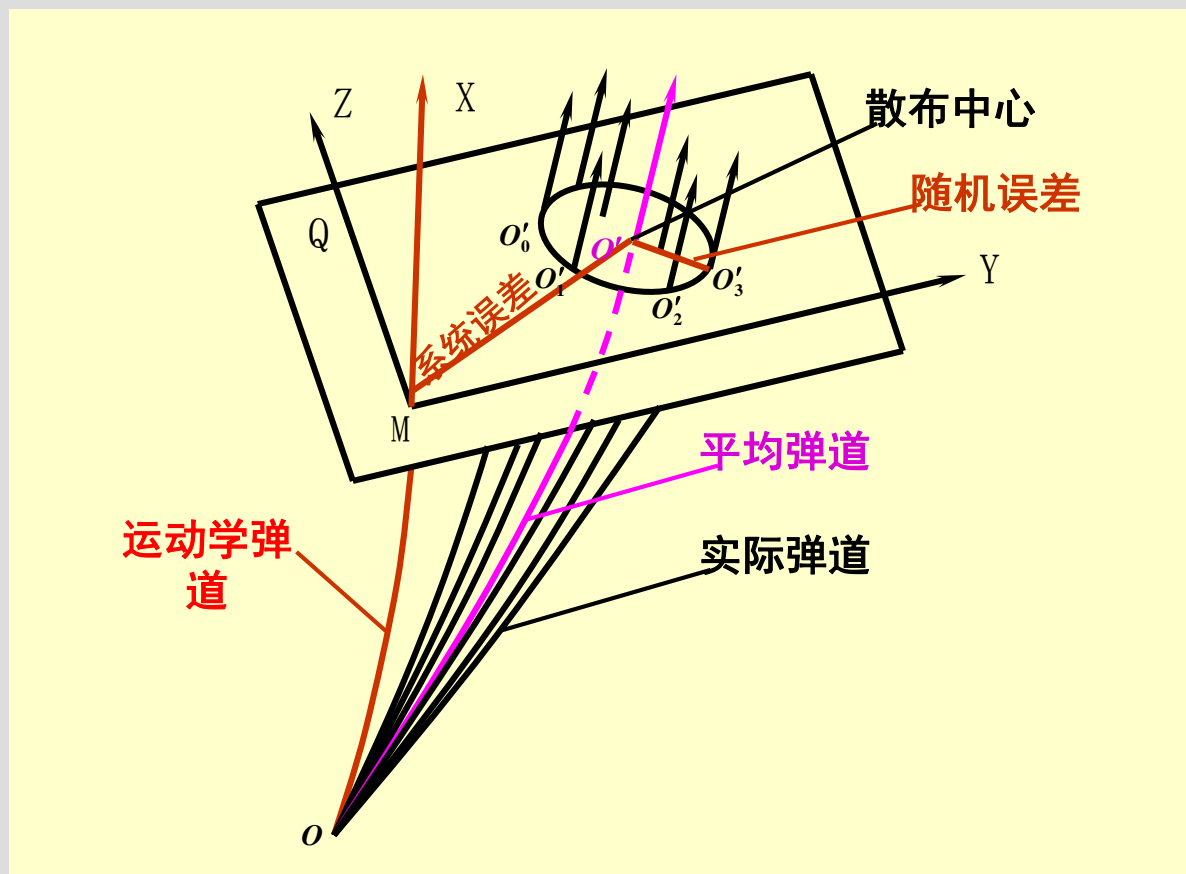
- (1) 由目标机动飞行或其它原因引起的目标反射或辐射信号的脉动干扰。
- (2) 弹上和地面制导设备的固有干扰。
- (3) 导弹本身误差和制导回路惯性等造成的干扰。
- (4) 动力装置推力变化和推力偏心的干扰。
- (5) 观察、测量、仪器加工、装配不精确和结构不完善等引起的干扰。
- (6) 大气的不稳定干扰。
- (7) 大气和工业的电干扰。
- (8) 对方制造的干扰。

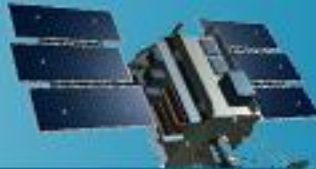


3. 制导误差分类

(1) 按照性质分类

- 系统误差：平均弹道相对于运动学弹道的偏差。
- 随机误差：实际弹道相对于平均弹道的偏差。





(2) 按产生的原因分类

动态误差、仪器误差和起伏误差。



动态误差产生的

仪器由制导回路各环节上的随机干扰因素引起的误差。

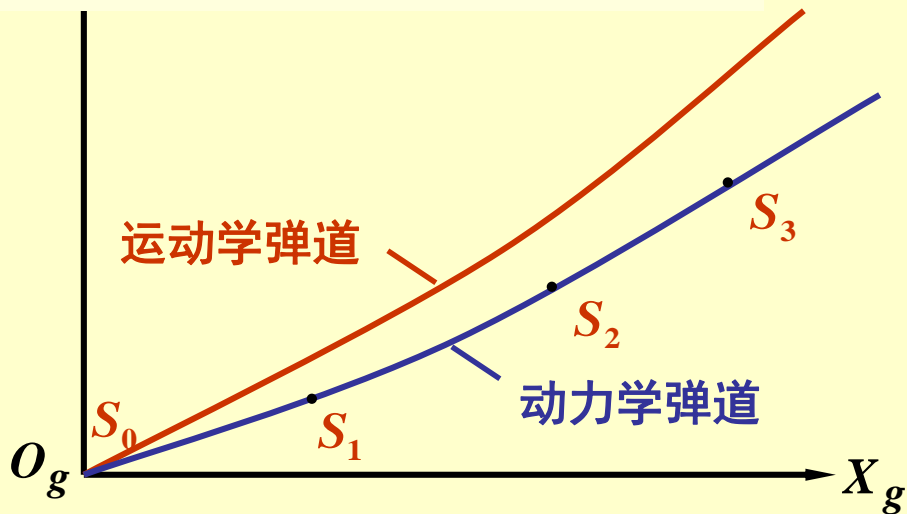
1. 动力学弹道弯曲

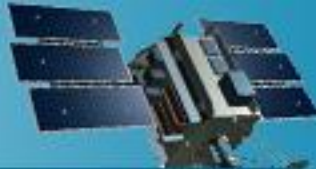
不精确而引起的误差。

和制导系统存在惯性；

2. 重力作用；

3. 目标机动。





4. 制导误差的数字特征量

制导误差是一个二维随机变量 (y, z) ，可采用数学期望 E 和方差 σ^2 描述。制导误差：

$$r = r_d + r_c + r_s$$

其中， r_d ——动态误差；

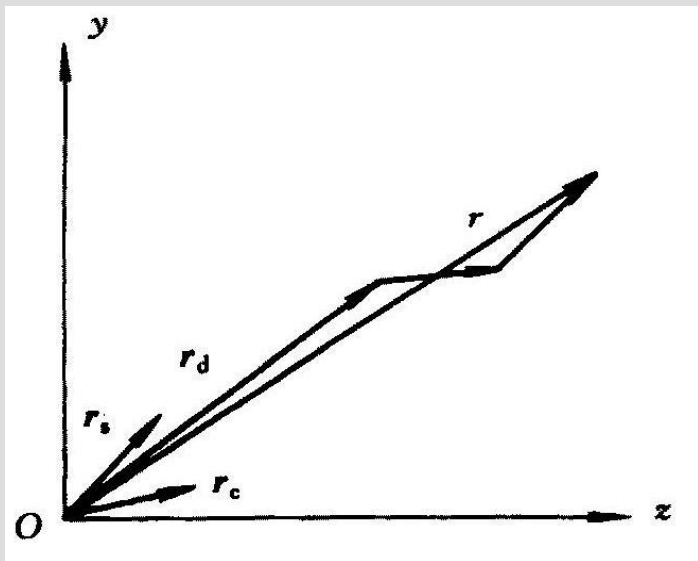
r_c ——起伏误差；

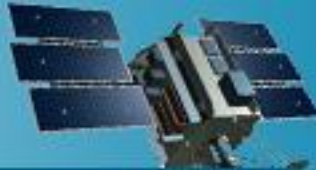
r_s ——仪器误差。

将以上4个矢量分别投影到 y, z 轴上，可得：

$$y = y_d + y_c + y_s$$

$$z = z_d + z_c + z_s$$





4. 制导误差的数字特征量（数学期望）

由随机变量之和的数学期望等于随机变量数学期望之和，
可得：

$$y_0 = y_{d0} + y_{c0} + y_{s0}$$

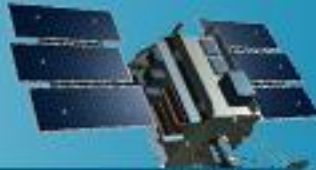
$$z_0 = z_{d0} + z_{c0} + z_{s0}$$

其中，起伏误差完全是随机的， y_{c0} ， z_{c0} 为零。可得：

$$y_0 = y_{d0} + y_{s0}$$

$$z_0 = z_{d0} + z_{s0}$$

制导误差的数学期望即为系统误差，描述了实际弹道的平均状态，决定了实际弹道散布中心的位置。



4. 制导误差的数字特征量（方差）

制导误差的方差反映了实际弹道相对于散布中心的离散程度。

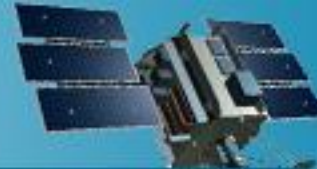
根据：随机变量之和的方差等于随机变量方差和，得：

$$\sigma_y^2 = \sigma_{yd}^2 + \sigma_{yc}^2 + \sigma_{ys}^2$$

$$\sigma_z^2 = \sigma_{zd}^2 + \sigma_{zc}^2 + \sigma_{zs}^2$$

制导误差数字特征量获取方法：

- 理论分析
- 计算机仿真
- 实弹射击
- 组合方法



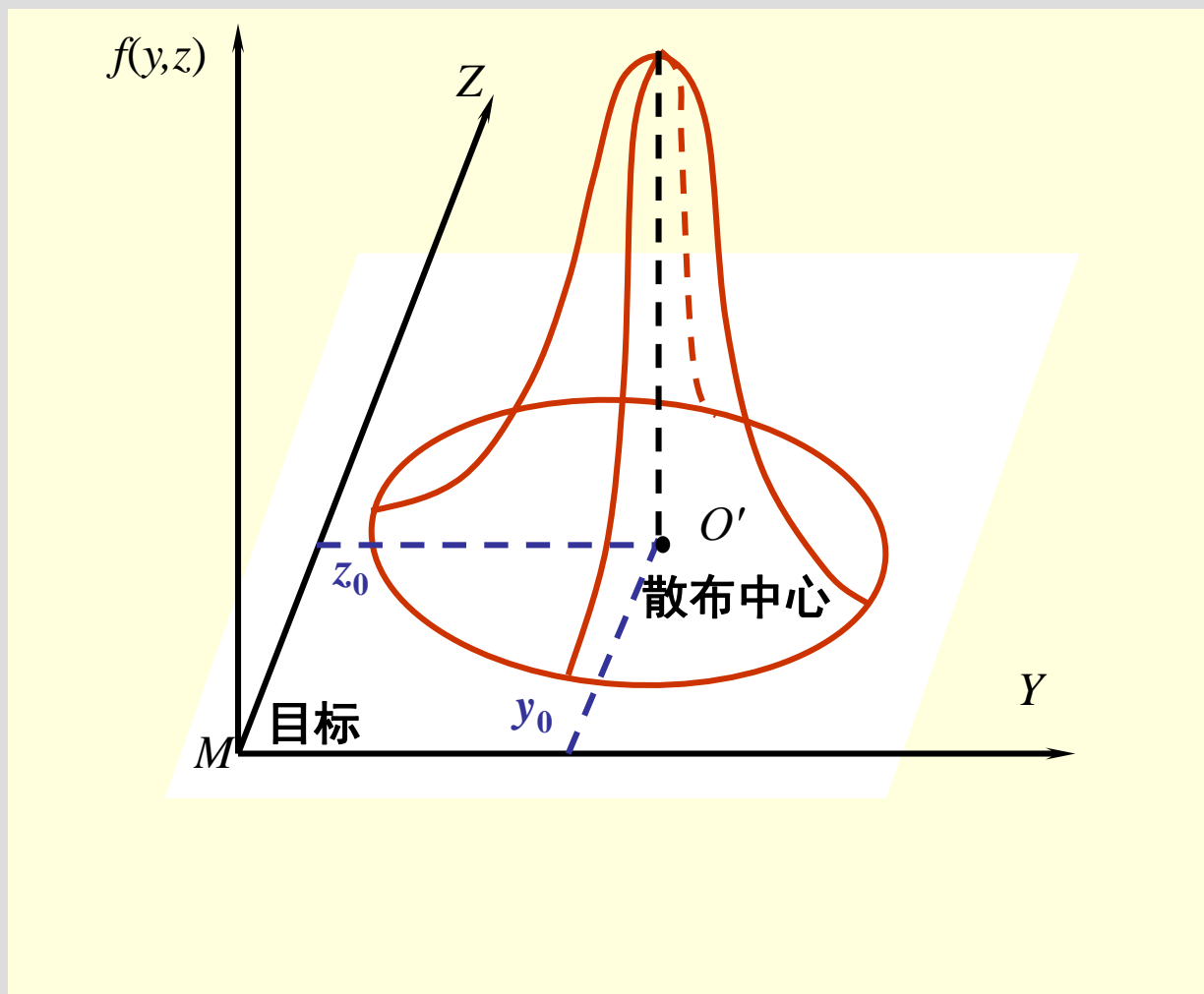
二、制导误差分布规律

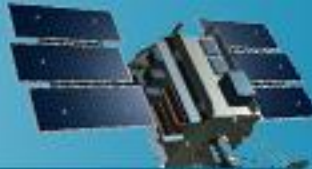
1. 一般情况

- 弹道在靶平面内的散布为椭圆
- y 与 z 方向分量具有相关性
- 制导误差的坐标轴与散布椭圆的主轴不一致

$$f(y, z) = \frac{1}{2\pi\sigma_y\sigma_z\sqrt{1-\rho_{yz}^2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2(1-\rho_{yz}^2)} \left[\frac{(y-y_0)^2}{\sigma_y^2} - \frac{2\rho_{yz}(y-y_0)(z-z_0)}{\sigma_y\sigma_z} + \frac{(z-z_0)^2}{\sigma_z^2} \right] \right\}$$

$$\rho_{yz} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (y-y_0)(z-z_0)f(y, z)dydz}{\sigma_y\sigma_z} = \frac{Cov(y, z)}{\sigma_y\sigma_z}$$





2. 椭圆散布

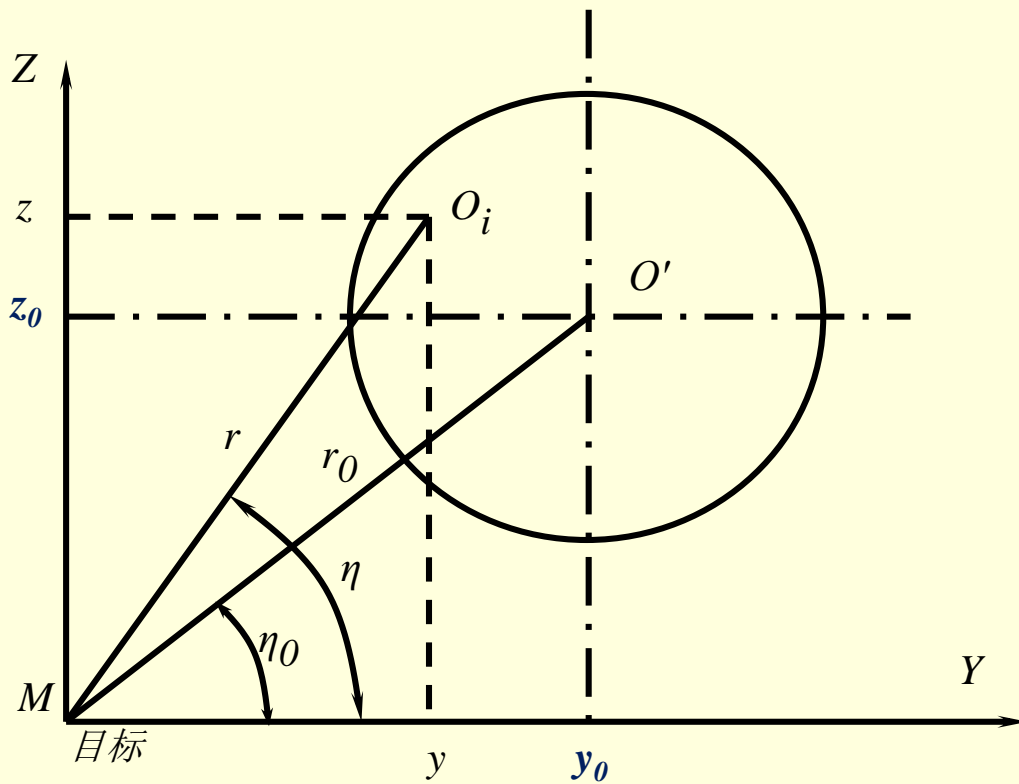
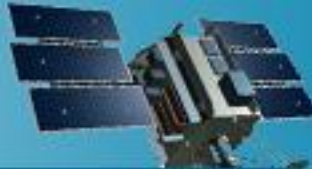
- 制导误差在0y轴与0z轴上相互独立 ($\rho_{yz}=0$)
- 制导误差的坐标轴与散布椭圆的主轴一致

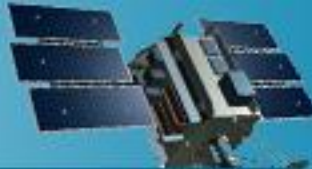
$$f(y, z) = \frac{1}{2\pi\sigma_y\sigma_z} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\frac{(y-y_0)^2}{\sigma_y^2} + \frac{(z-z_0)^2}{\sigma_z^2} \right] \right\}$$

3. 圆散布

- 制导误差在0y轴与0z轴上相互独立 ($\rho_{yz}=0$)
- 制导误差的坐标轴与散布椭圆的主轴一致
- 椭圆长半轴与短半轴相等 ($\sigma_y = \sigma_z$)

$$f(y, z) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\frac{(y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}{\sigma^2} \right] \right\}$$





三、导弹落入给定区域的概率

1. 落入给定圆内的概率

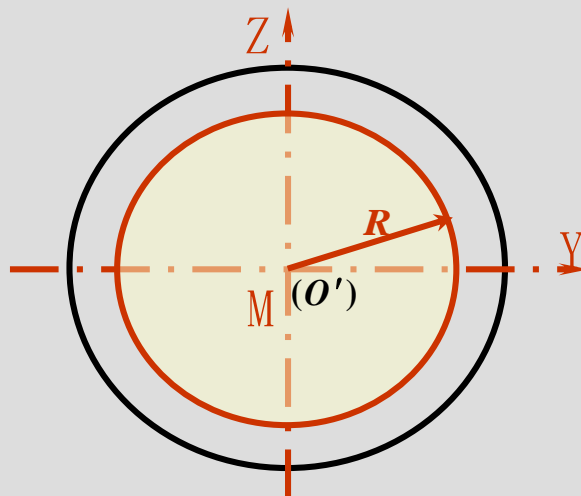
(1) 弹道散布为圆散布, 散布中心与目标中心重合.

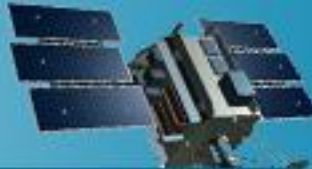
概率密度函数:

$$f(y, z) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left\{-\frac{y^2 + z^2}{2\sigma^2}\right\} = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left\{-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right\}$$

微元概率:

$$dP = f(y, z)dS$$





单元圆环概率：

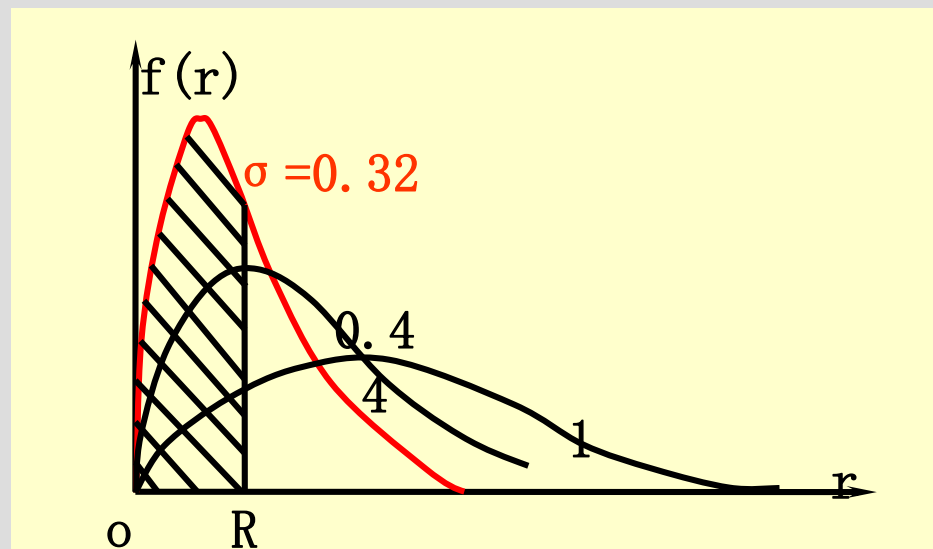
$$P(r < R < r + dr) = \int_0^{2\pi} \frac{r}{2\pi\sigma^2} \exp\left\{-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right\} d\eta dr = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left\{-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right\} dr$$

脱靶量的概率密度：

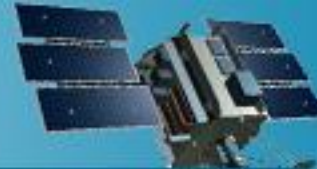
$$f(r) = \frac{r}{\sigma^2} e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}$$

给定半径圆落入概率：

$$\begin{aligned} P(r < R) &= \int_0^R f(r) dr = \int_0^R \frac{r}{\sigma^2} e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} dr \\ &= 1 - e^{-\frac{R^2}{2\sigma^2}} \end{aligned}$$



瑞利分布函数



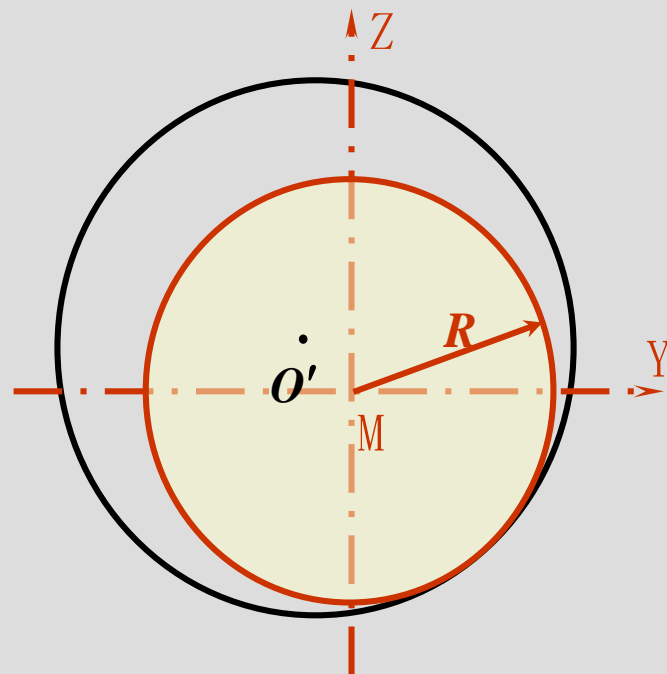
(2) 弹道散布为圆
散布,散布中心与目标
质心不重合.

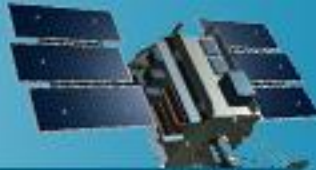
概率密度函数（直角坐标）：

$$f(y, z) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} [(y - y_0)^2 + (z - z_0)^2] \right\}$$

概率密度函数（极坐标）：

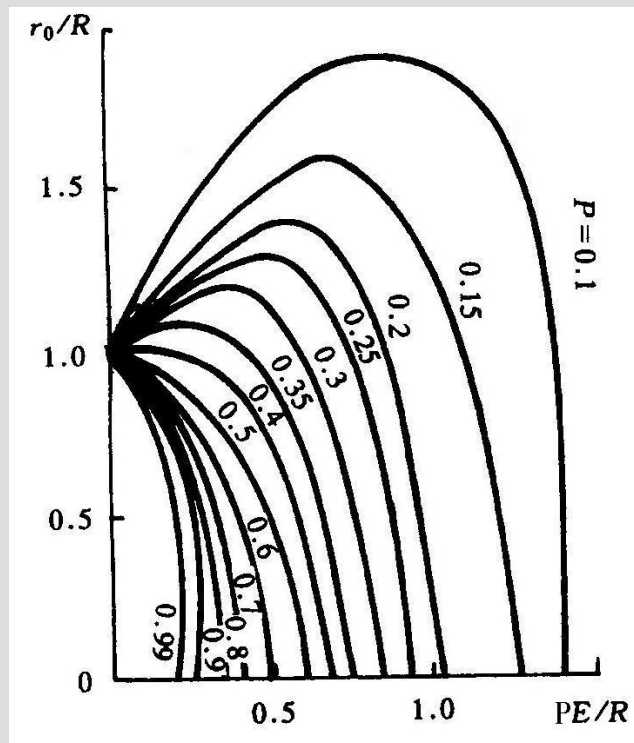
$$f(r, \eta) = \frac{r}{2\pi\sigma^2} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} [r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos(\eta - \eta_0)] \right\}$$





脱靶量的概率密度:

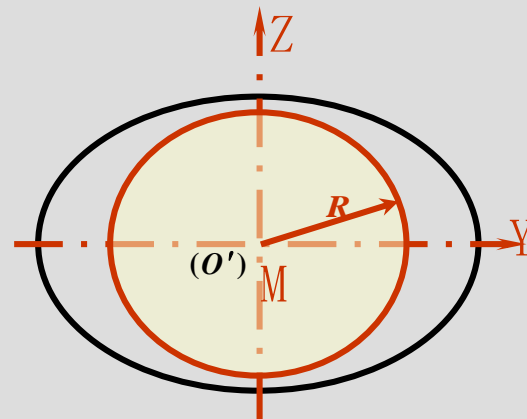
$$\begin{aligned}f(r) &= \int_0^{2\pi} f(r, \eta) d\eta \\&= \int_0^{2\pi} \frac{r}{2\pi\sigma^2} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}[r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos(\eta - \eta_0)]\right\} d\eta \\&= \int_0^{2\pi} \frac{r}{2\pi\sigma^2} \exp\left\{-\frac{r^2 + r_0^2}{2\sigma^2}\right\} \cdot \exp\left\{\frac{rr_0}{\sigma^2} \cos(\eta - \eta_0)\right\} d\eta \\&= \frac{r}{\sigma^2} \exp\left\{-\frac{r^2 + r_0^2}{2\sigma^2}\right\} \int_0^{2\pi} \frac{1}{2\pi} \exp\left\{\frac{rr_0}{\sigma^2} \cos(\eta - \eta_0)\right\} d\eta \\&= \frac{r}{\sigma^2} \exp\left\{-\frac{r^2 + r_0^2}{2\sigma^2}\right\} \cdot I_0\left(\frac{rr_0}{\sigma^2}\right)\end{aligned}$$



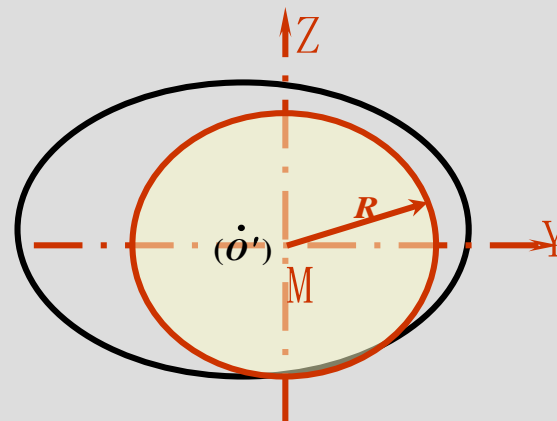
莱斯分布
(广义瑞利分布)

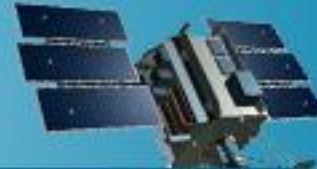


(3) 弹道散布为椭圆散布, 散布中心与目标质心重合.



(4) 弹道散布为椭圆散布, 散布中心与目标质心不重合.



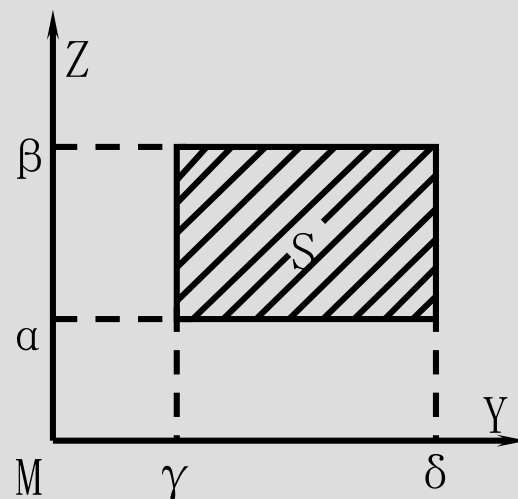


2. 落入复杂区域内的概率

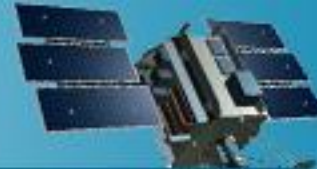
导弹命中目标在靶平面上的投影，就意味着命中了目标。而目标在靶平面上投影的形状一般是个复杂的图形。

$$P[(y, z) \in S_T] = \iint_{S_T} f(y, z) dy dz$$

(1) 长方形（相对速度坐标系的原点与中心不重合）。

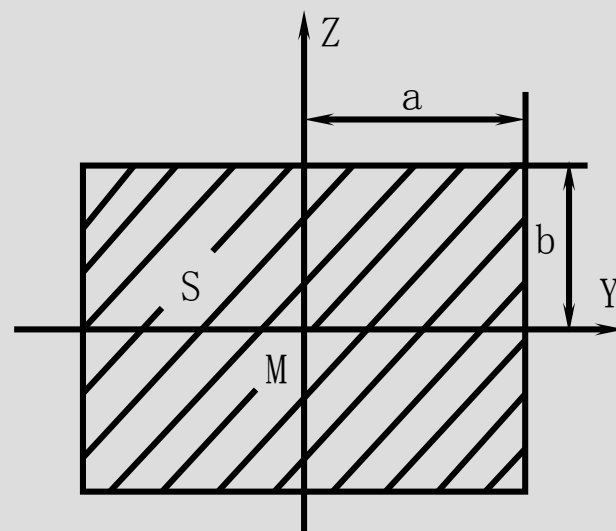


$$P[(y, z) \in S_T] = \frac{1}{2\pi} \int_{-a}^a \int_{-b}^b \exp \left[-\frac{(y - y_0)^2}{2\sigma_y^2} - \frac{(z - z_0)^2}{2\sigma_z^2} \right] d\left(\frac{y}{\sigma_y}\right) d\left(\frac{z}{\sigma_z}\right)$$



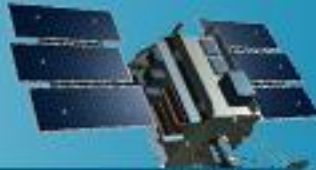
(2) 长方形（相对速度坐标系的原点与中心重合）。

$$\begin{aligned} P[(y, z) \in S_T] &= \frac{1}{2\pi} \int_{-a}^a \int_{-b}^b \exp\left[-\frac{y^2}{2\sigma_y^2} - \frac{z^2}{2\sigma_z^2}\right] d\left(\frac{y}{\sigma_y}\right) d\left(\frac{z}{\sigma_z}\right) \\ &= \Phi\left(\frac{a}{\sqrt{2}\sigma_y}\right) \Phi\left(\frac{b}{\sqrt{2}\sigma_z}\right) \end{aligned}$$



(3) 正方形.

$$P[(y, z) \in S_T] = \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-a/\sigma}^{a/\sigma} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) dy \right]^2$$



四、制导误差的表示方法

1. 系统误差（散布中心）

- 直角坐标系 (y, z)
- 极坐标系 (r_0, η_0)

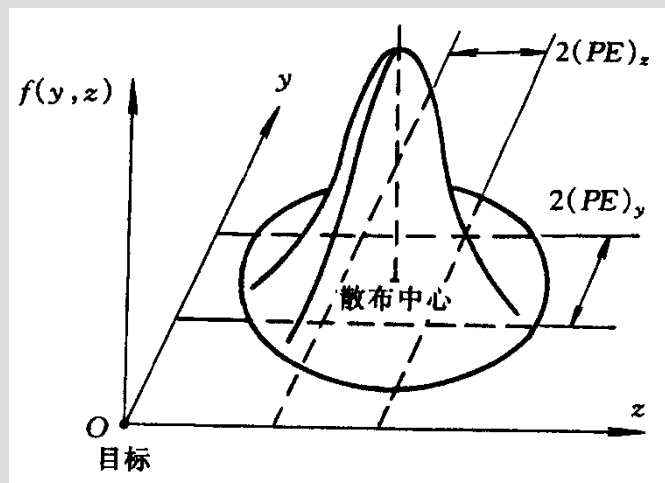
2. 随机误差

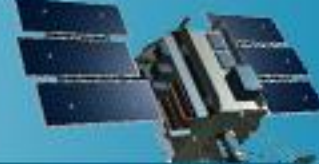
- 标准偏差 (σ_y, σ_z)
- 圆概率偏差 (CEP)

定义：以期望弹着点（散布中心）为圆心的一个圆的半径。在稳定发射条件下，向目标发射 n 发导弹时，有50%的弹着点散布于此圆内。

• 概率偏差 (PE)

定义：落入对称于散布中心且平行于轴或轴的无限长的带状区域的概率为0.5时，此带状区域宽度的一半称为概率偏差。



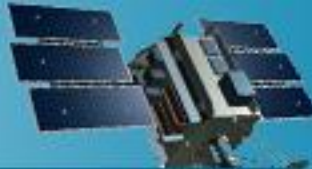


主要内容

§ 6.1 导弹制导精度分析

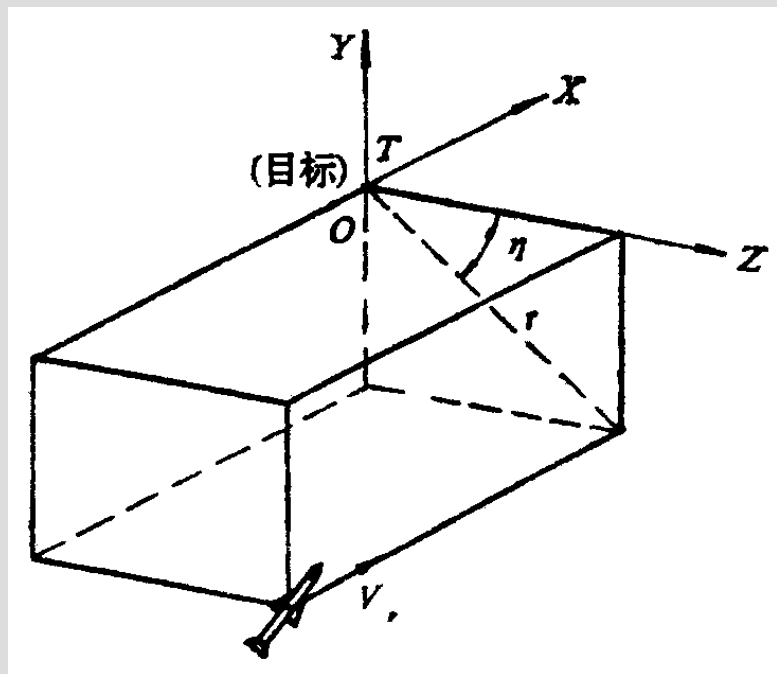
§ 6.2 防空导弹单发杀伤概率计算

§ 6.3 防空导弹武器杀伤区和发射区



一、单发杀伤概率一般表达式

1. 目标相对速度坐标系

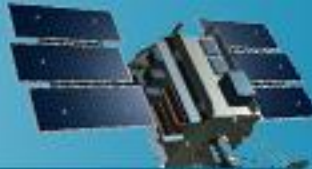


T—目标质心或发动机燃气
喷口；

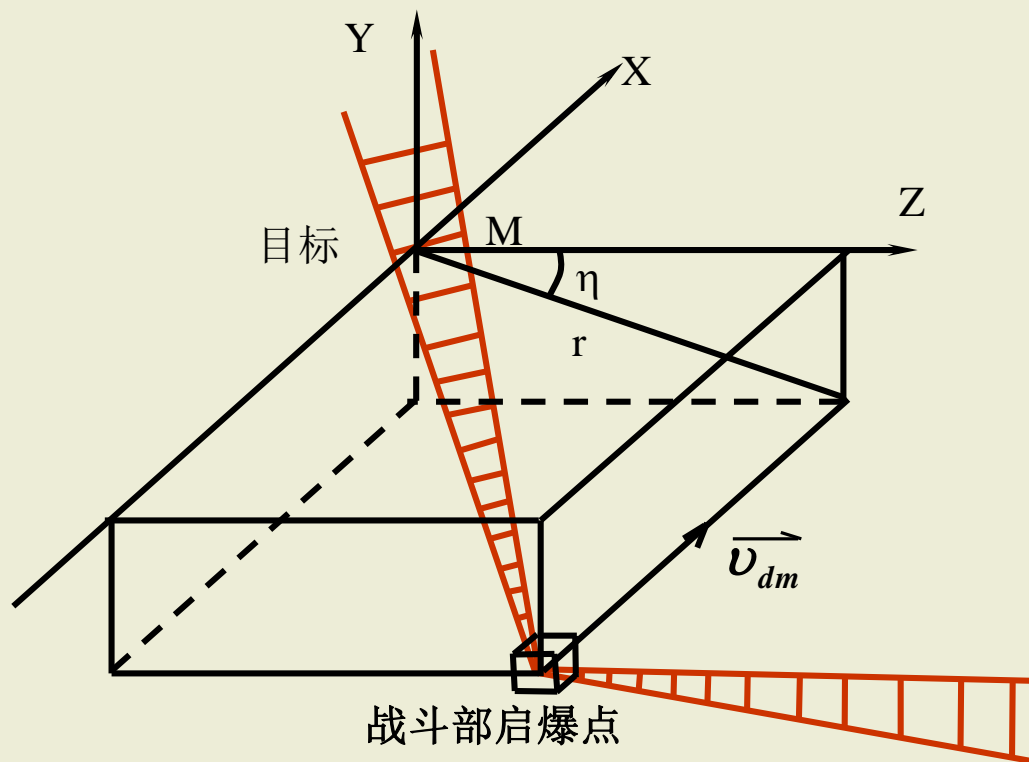
**TX——过T点,方向与导弹相
对目标的速度矢量的方向相
同；**

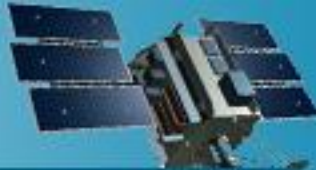
**TY——在包含TX轴的铅垂
平面内，垂直于TX轴向上为
正；**

TZ——符合右手定则。



2. 单发导弹杀伤概率一般表达式





2. 单发导弹杀伤概率一般表达式

- 事件A: 导弹战斗部在目标附近点 (x, y, z) 处的微体 $dx dy dz$ 中启爆并杀伤目标的事件。
- 事件B: 导弹战斗部在目标附近点 (x, y, z) 处启爆的事件。
- 事件C: 导弹战斗部在点 (x, y, z) 处启爆后杀伤目标的事件。

事件B发生的概率:

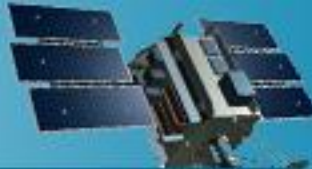
$$P(B) = \int \int \int f(x, y, z) dx dy dz$$

$f(x, y, z)$ 为射击误差规律。

事件C发生的概率:

$$P(C) = \int \int \int G(x, y, z) dx dy dz$$

$G(x, y, z)$ 为目标坐标杀伤规律。



事件A发生的概率：

$$P(A) = P(B \cap C) = P(B) P(C) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y, z) G(x, y, z) dx dy dz$$

单发导弹杀伤概率：

$$P_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y, z) \cdot G(x, y, z) dx dy dz$$

射击误差规律可表示为：

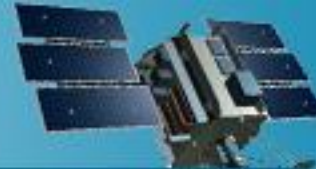
$$f(x, y, z) = f(y, z) \Phi(x, y, z)$$

- $f(y, z)$ 为制导误差规律
- $\Phi(x, y, z)$ 为引信引爆规律

引信引爆规律可表示为：

$$\Phi(x, y, z) = \Phi_1(x/y, z) \Phi_2(y, z)$$

- $\Phi_1(x/y, z)$ 为给定制导误差 (y, z) ，引信引爆点沿x轴的散布规律
- $\Phi_2(y, z)$ 为与制导误差相关的引信引爆规律



单发导弹杀伤概率基本表达式：

$$P_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(y, z) \Phi_1(x/y, z) \Phi_2(y, z) G(x, y, z) dx dy dz$$

定义目标条件坐标杀伤规律

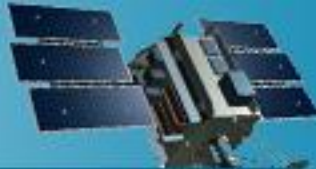
$$G_0(y, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_1(x/y, z) G(x, y, z) dx$$

目标条件坐标杀伤概率可表示为：

$$P_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(y, z) \Phi_2(y, z) G_0(y, z) dy dz$$

在极坐标系下又可表示为：

$$P_1 = \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} f(r, \eta) \Phi_2(r, \eta) G_0(r, \eta) dr d\eta$$



计算单发导弹杀伤概率，需要研究以下问题：

(1) **武器系统的制导误差**

影响：制导误差规律 $f(y, z)$ ；

(2) **战斗部、引信的类型和参数**

影响：引信引爆点沿X轴的散布规律 $\Phi_1(x/y, z)$ 、引信引爆概率 $\Phi_2(y, z)$ 和目标坐标杀伤规律 $G(x, y, z)$ 。

(3) **引战配合特性**

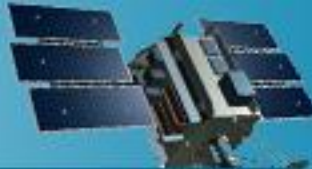
影响到 x 的积分限、 $\Phi_1(x/y, z)$ 和 $G(x, y, z)$ 的确定。

(4) **导弹与目标的遭遇条件**

影响到引战配合特性的优劣。

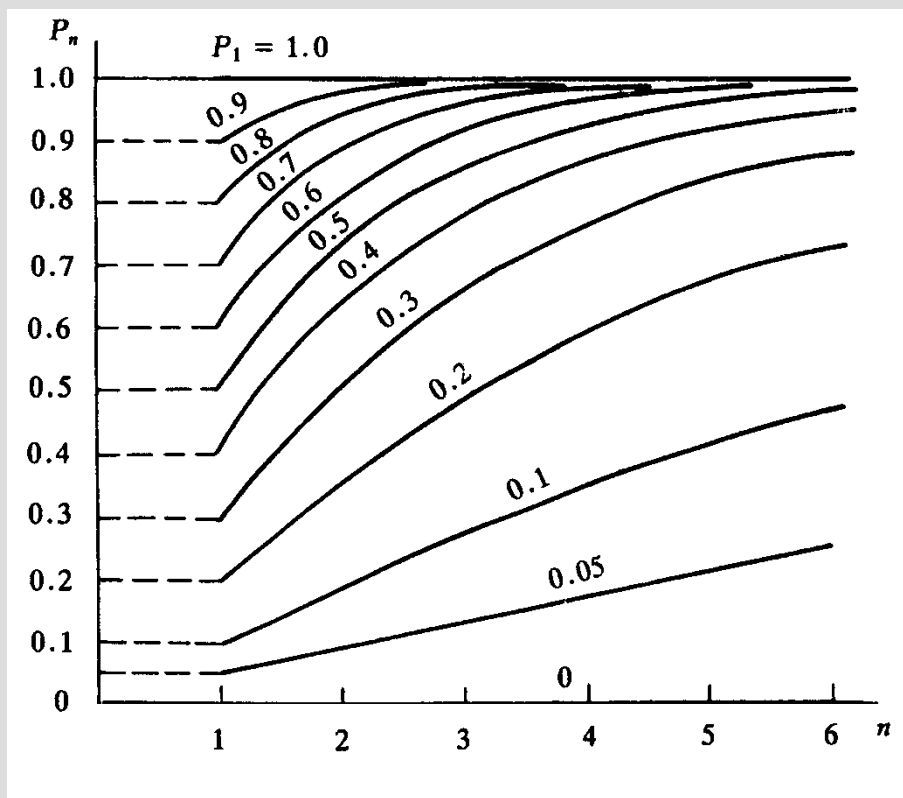
(5) **目标的易损性**

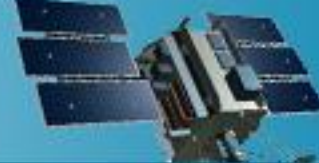
影响到 $G(x, y, z)$ 的确定。



五、多发导弹对单个目标的杀伤概率

$$P_n = P(A) = 1 - \prod_{i=1}^n [1 - P(A_i)] = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P_{1i})$$



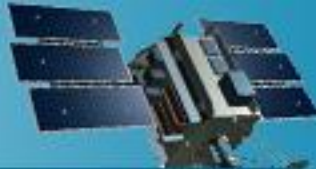


主要内容

§ 6.1 导弹制导精度分析

§ 6.2 防空导弹单发杀伤概率计算

§ 6.3 防空导弹武器杀伤区和发射区

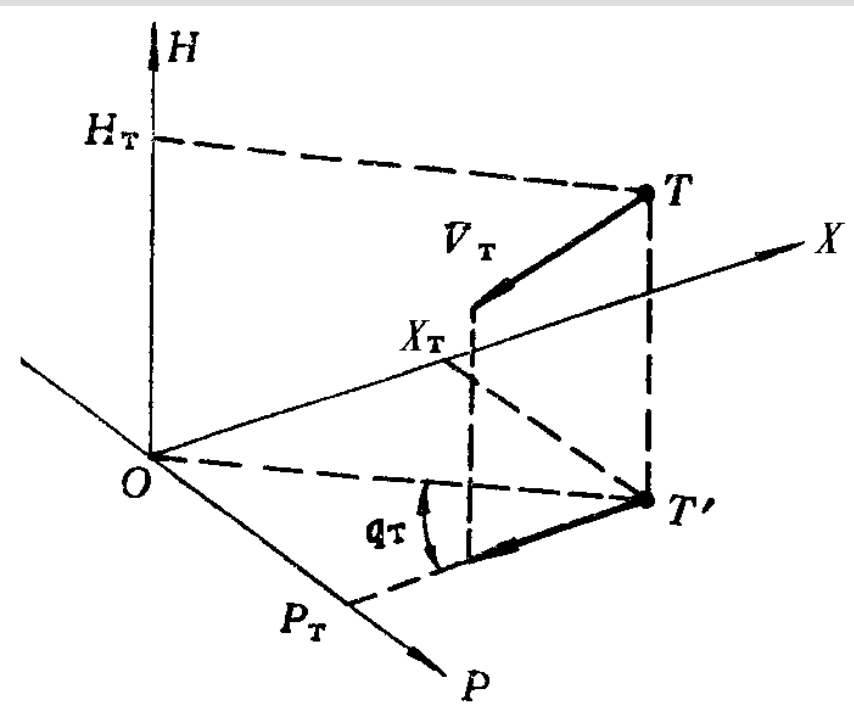


一、杀伤区

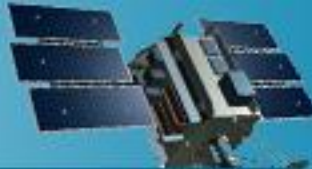
1. 杀伤区定义

杀伤区是指防空导弹武器系统杀伤空中目标概率不低于某一给定值的空域。它确定了武器系统的使用高度、射程、航路捷径和航路角。

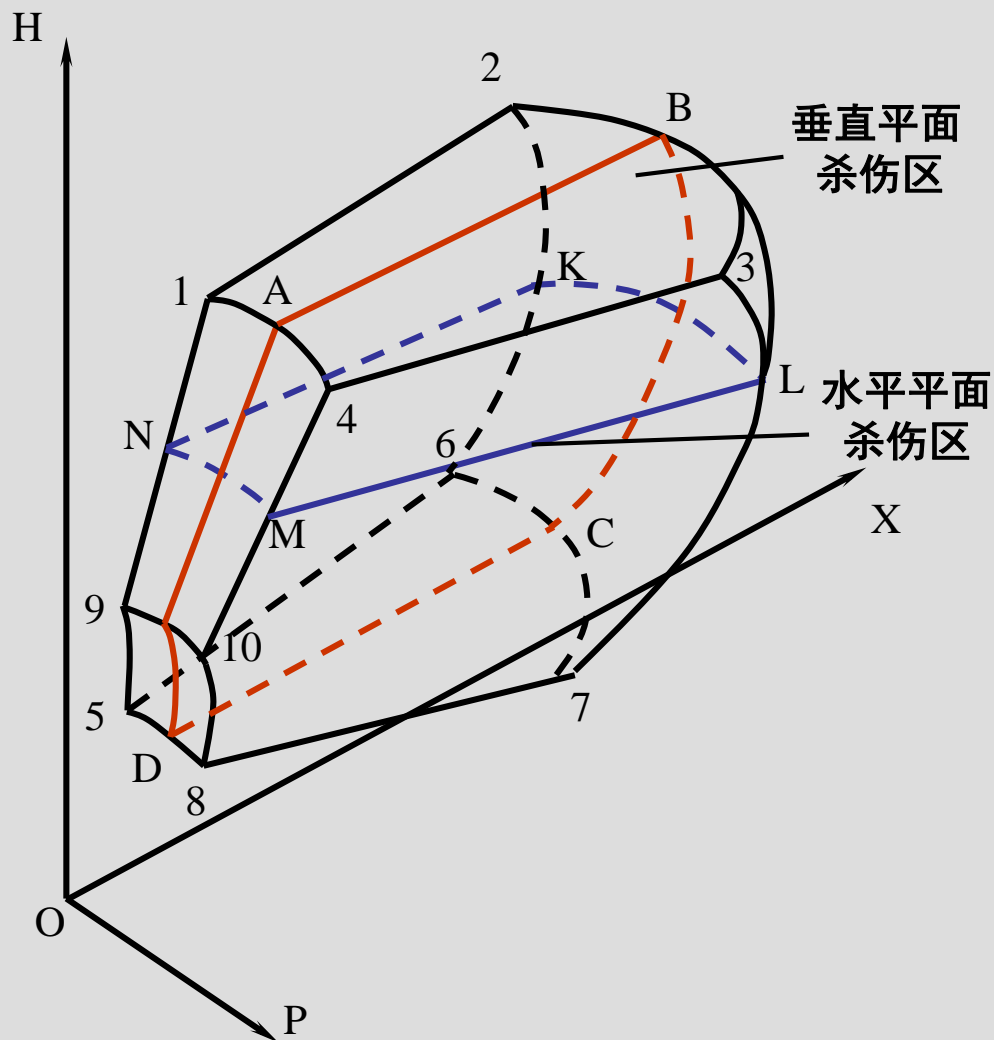
一般采用地面直角坐标系描述。

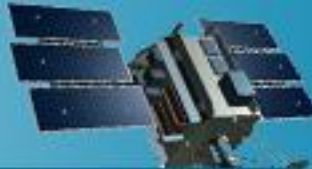


地面直角坐标系

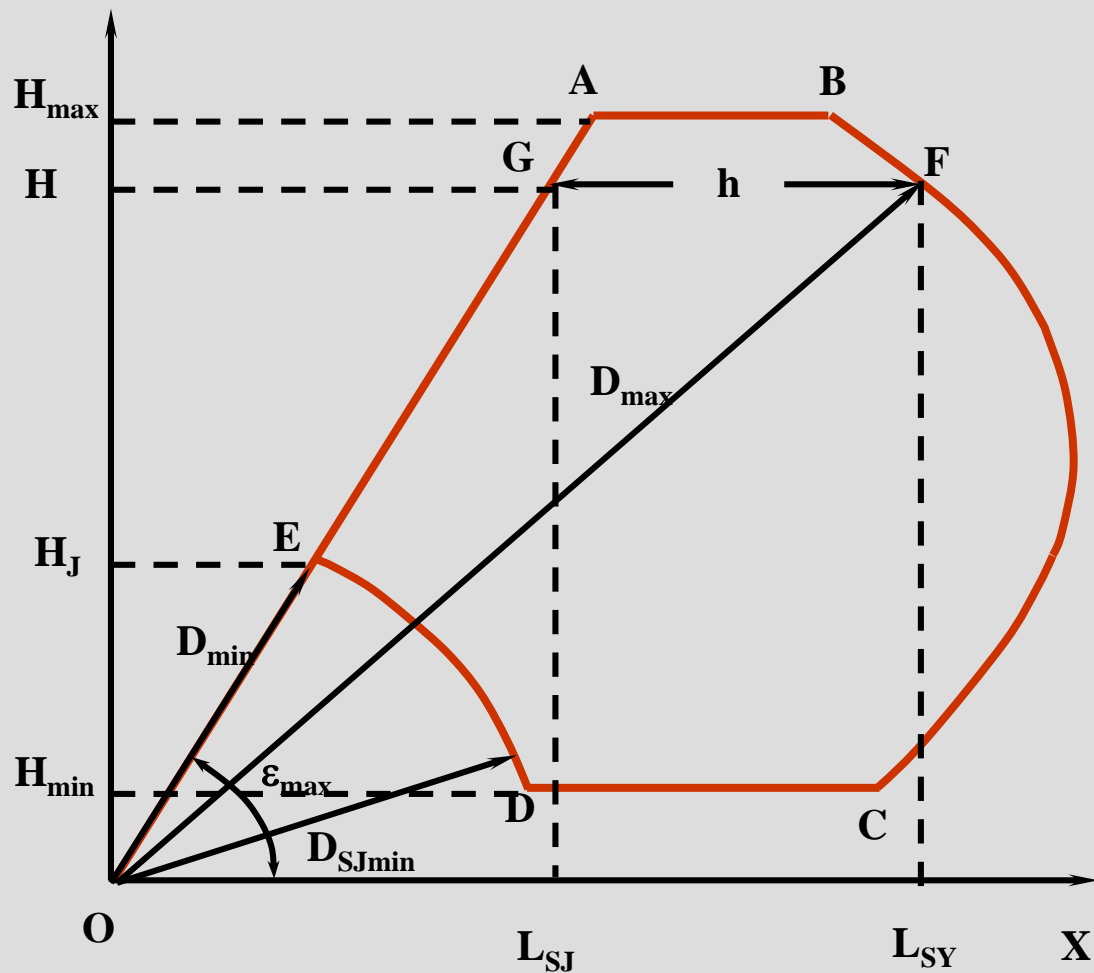


2. 空间杀伤区





3.垂直平面杀伤区



主要参数：

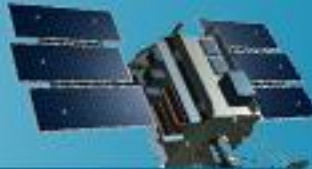
AB—杀伤区高界，对应杀伤目标的最高高度 H_{\max} ；

DC—杀伤区低界，对应杀伤目标的最小高度 H_{\min} ；

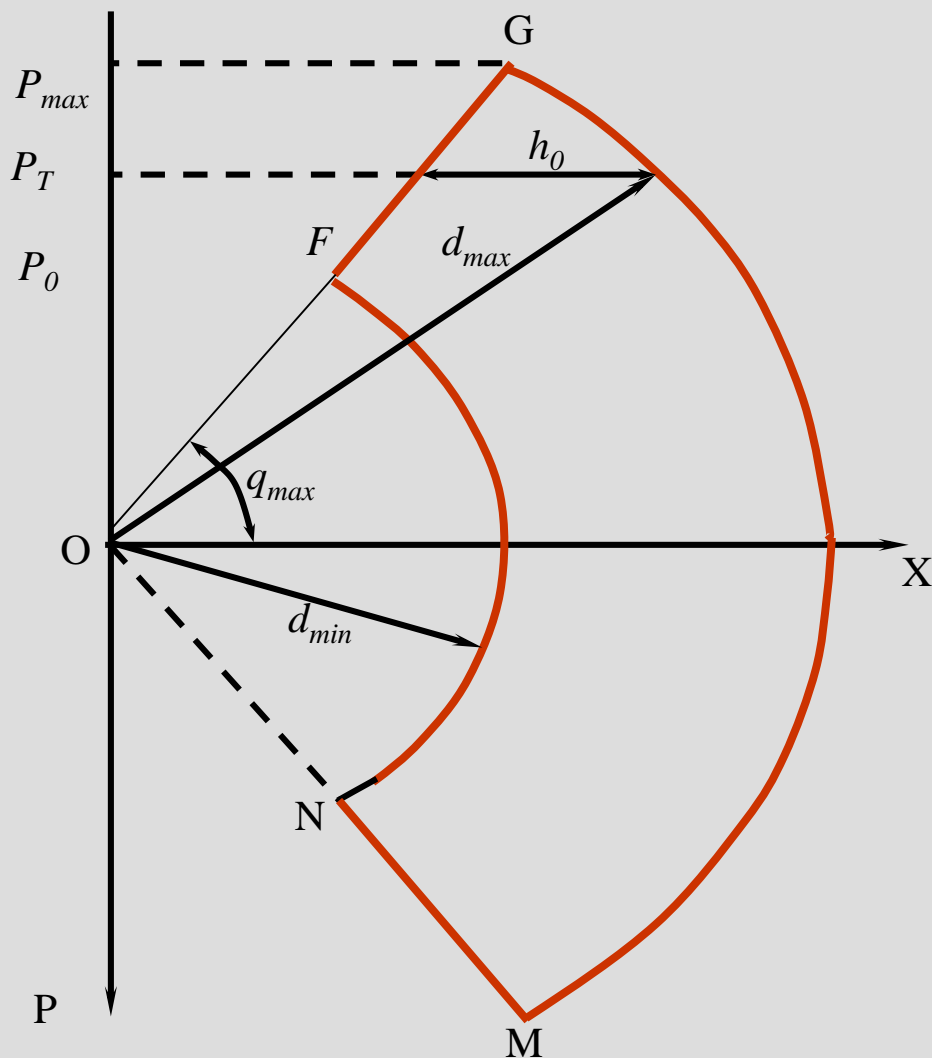
BC—杀伤区远界，对应杀伤区远界斜距 D_{\max} ；

AED—杀伤区近界，对应杀伤区近界斜距和最大高低角 ε_{\max} ；

h—杀伤区纵深。



4.水平平面杀伤区



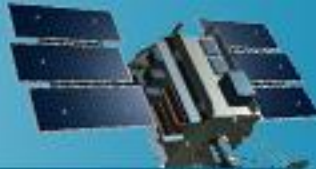
主要参数：

GM—杀伤区远界，对应杀伤区远界斜距在水平面上的投影 d_{max} ；

GF、MN—杀伤区侧界，对应杀伤区的最大航路角 q_{max} ；

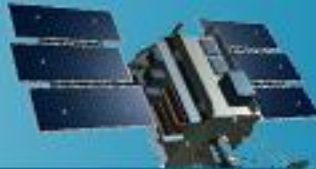
h_0 —杀伤区纵深。

P—航路捷径。



5. 影响杀伤区各边界的主要因素

- 跟踪雷达发现和稳定跟踪目标的距离（**低界**）；
- 控制指令传输的距离（**远界**）；
- 导弹引入段的结束距离（**近界圆弧段**）；
- 导弹发动机的性能和主动段飞行距离（**远界、高界**）；
- 导弹的可用过载和弹道需用过载的大小（**近界直线段、高界、侧界**）；
- 导弹的制导精度（**远、近、高、低、侧界**）；
- 引信、战斗部的性能以及其配合效率（**低界**）；
- 目标的特性，包括飞行特性、易损性、有效反射面积；
- 杀伤概率的给定值；
- 射击条件，如遮蔽角的大小（**低界**）、有无干扰等。

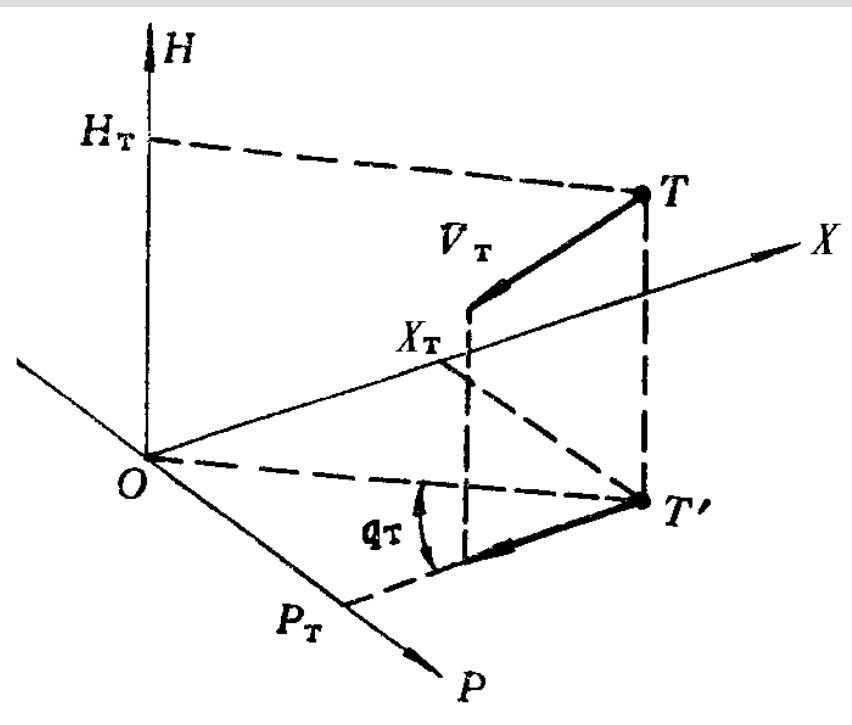


二、发射区

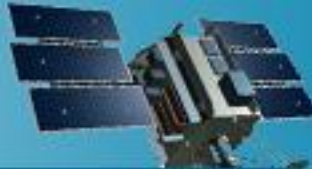
1. 发射区定义

发射区是指在发射导弹时，能够使导弹在杀伤区内与目标遭遇的所有目标位置所构成的空间区域。

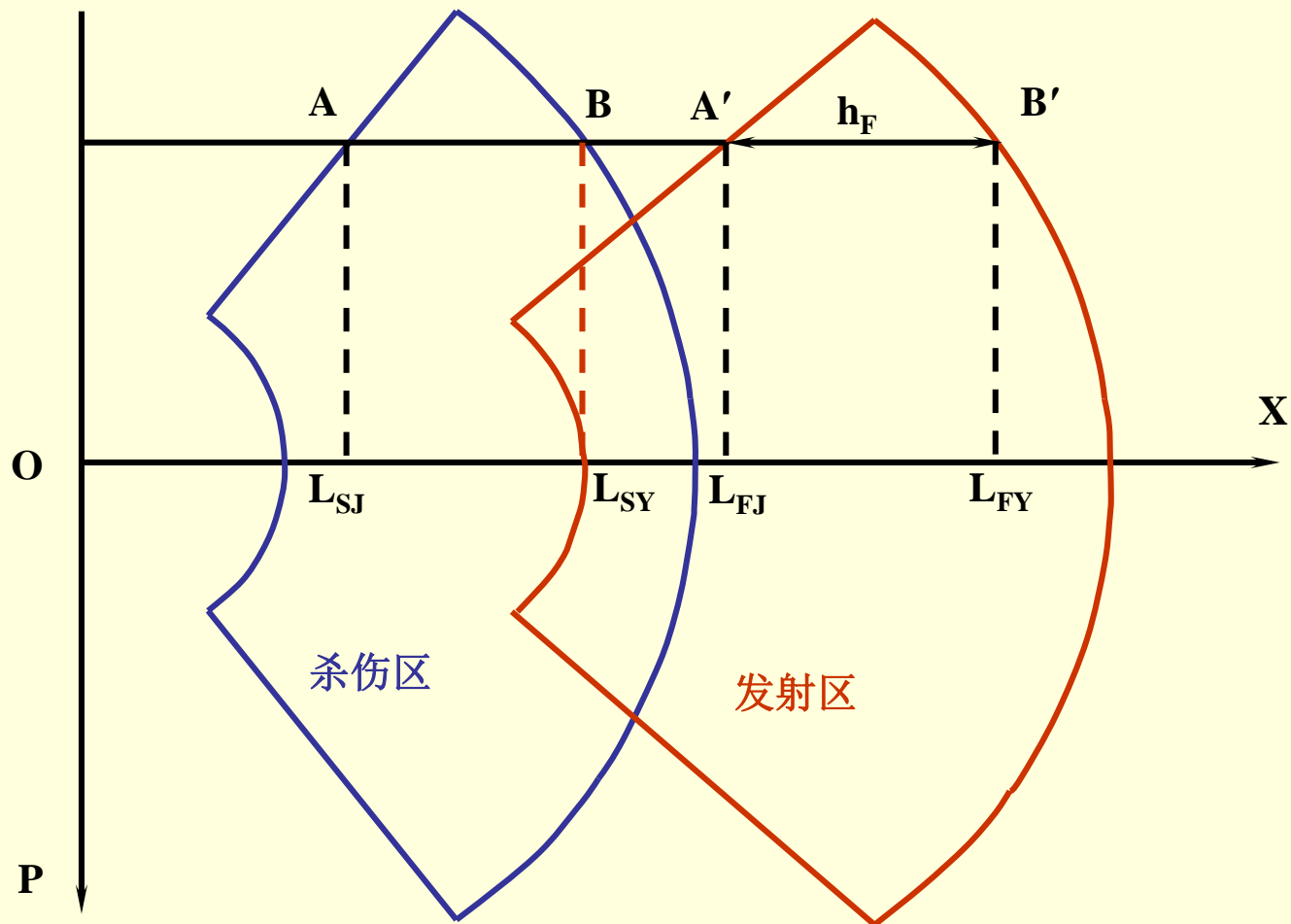
当目标进入发射区时发射导弹，导弹即可在杀伤区内与目标遭遇。

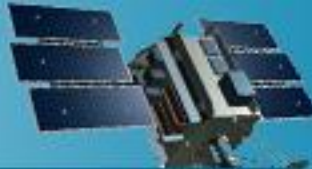


地面直角坐标系

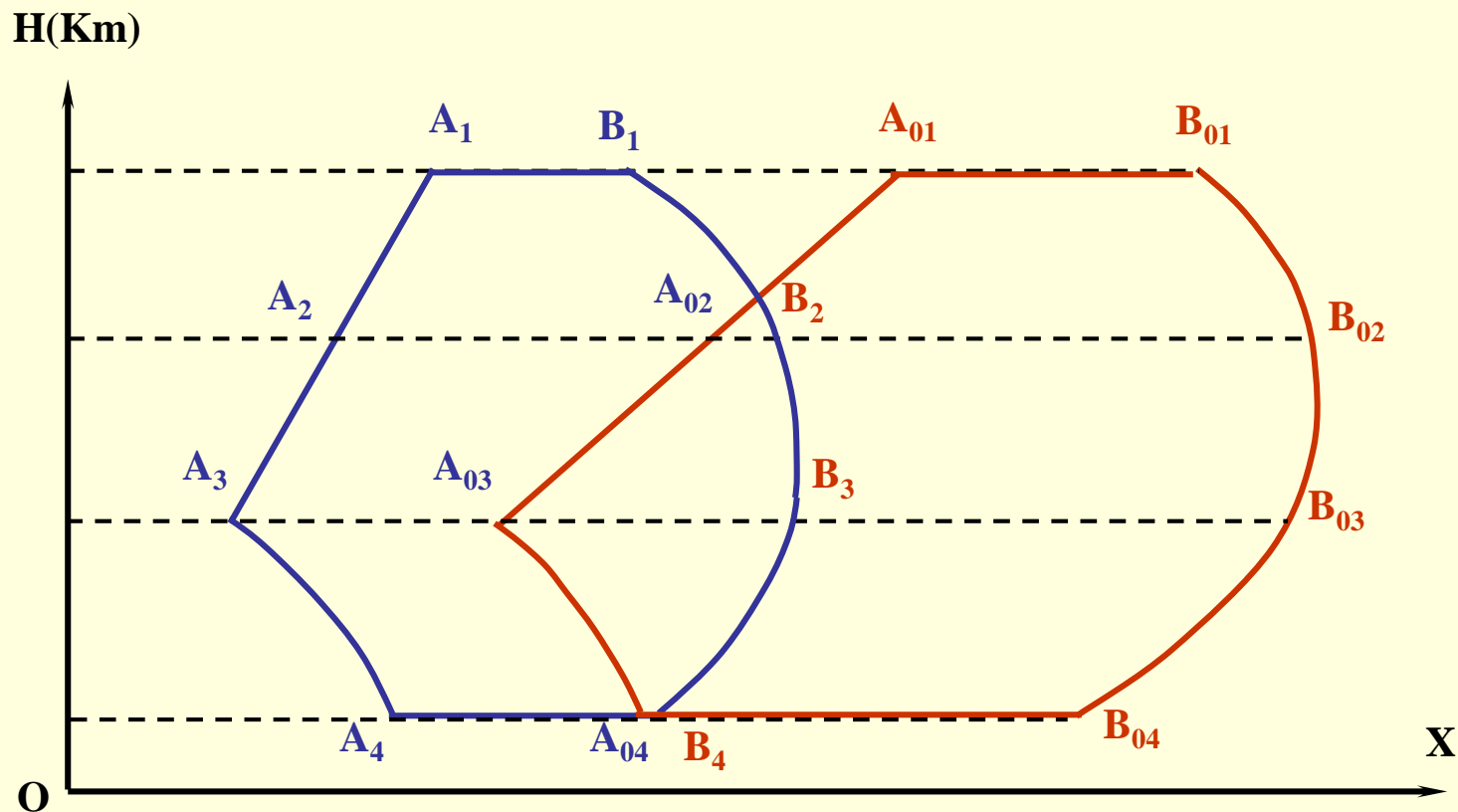


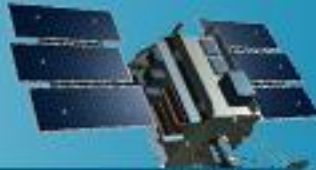
2. 水平平面发射区





3. 垂直平面发射区





4. 可靠发射区

可靠发射区是指这样一个空间区域，当目标进入这个空域时发射导弹，**无论目标如何飞行（直线飞行或机动飞行）**，导弹都将以不低于给定的概率杀伤目标。

