

基于 MATLAB 的卡尔曼滤波法参数辨识与仿真

童余德 周永余 陈永冰 周岗

(海军工程大学电气与信息工程学院导航工程系, 武汉 430033)

摘 要: 本文介绍了基于 MATLAB 的使用卡尔曼滤波法进行参数辨识的设计与仿真方法。简述了参数辨识的概念和卡尔曼滤波法应用于参数辨识的基本原理, 结合实例与最小二乘法进行比较, 给出了相应的仿真结果和分析。

关键词: Matlab 参数辨识 卡尔曼滤波法 最小二乘法

中图分类号: TP311 TN713 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-4862 (2009) 08-0047-04

Kalman Filter Parameter Identification and Emulate Based on Matlab

Tong Yude, Zhou Yongyu, Chen Yongbing, Zhou Gang

(College of Naval Architecture and Power, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

Abstract: This paper introduces the methods of design and simulation of parameter identification using kalman filter theory based on Matlab. This paper also introduces the concept of parameter identification and the basic principle of how to apply kalman filter theory to parameter identification. Finally, according to two examples, the methods of kalman filter theory and least squares used in parameter identification are compared and the simulation and results are also analyzed.

Key words: Matlab; parameter identification; kalman filter theory; least squares

1 引言

系统辨识是根据系统的输入、输出数据辨识“灰色系统”或“黑色系统”。系统辨识中比较常见的是最小二乘法。卡尔曼滤波主要用于系统状态估计, 但经过变换后也可以进行参数辨识, 是一种新型的辨识算法。卡尔曼滤波又称最小方差线性递推滤波, 在实时测量的信息中消除随机干扰和无用信息, 滤出可靠的有用信息。将卡尔曼滤波法应用于系统辨识具有很多优点, 如能得到参数的最小方差估计, 递推充分多的步数, 参数及方差阵的估计不依赖于它们的初值, 且具有良好的稳定性。本文结合算法利用具体算例, 系统地介绍了卡尔曼滤波在系统辨识中的应用。

MATLAB是一套高性能数字计算和可视化软件, 它集成了概念设计、算法开发、建模仿真, 构成了一个使用方便、界面友好的用户环境, 其强大的扩展功能为各领域的应用提供了工程研究计算的途径。本文使用MATLAB7.1的M语言对卡尔曼滤波法参数辨识算法进行编程实现系统参数的辨识与仿真。该方法已在对船舶运动参数辨识中得到了很好地应用。

2 参数辨识的概念

对于一个简单的系统, 可以通过分析其过程的运动规律, 应用一些已知的定理和原理, 建立数学模型, 即所谓的“白箱建模”。但对于比较复杂的生产过程, 该建模方法有很大的局限性。由

收稿日期: 2009-03-25

作者简介: 童余德(1984-), 男, 硕士研究生, 研究方向: 组合导航与智能化测控控制。

于过程的输入输出信号一般总是可以测量的,而系统的动态特性必然表现在这些输入输出数据中,故可以利用输入输出数据所提供的信息来建立过程的数学模型。所谓系统辨识,就是测试建模法,即通过分析未知系统的实验或运行数据(输入输出数据),来建立一个与所测系统等价的数学模型。我们又将系统辨识建模称作“黑箱建模”。系统辨识又分为参数辨识和阶次辨识,在本文中假设系统阶次已知,只讨论参数辨识问题。

3 基本卡尔曼滤波方程

设线性系统的动态方程如下:

$$\begin{cases} X(k+1) = \Phi(k+1, k)X(k) + \Gamma(k+1, k)W(k) \\ Z(k) = H(k)X(k) + V(k) \end{cases} \quad (1)$$

式中, $W(k)$ 和 $V(k)$ 都是零均值的白噪声序列, $W(k)$ 与 $V(k)$ 相互独立,在采样间隔内, $W(k)$ 和 $V(k)$ 为常值,其统计特性如下:

$$\begin{cases} E\{W(k)\} = 0, \text{Cov}\{W(k), W(j)\} = Q_k \delta_{kj} \\ E\{V(k)\} = 0, \text{Cov}\{V(k), V(j)\} = R_k \delta_{kj} \\ \text{Cov}\{W(k), V(j)\} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

状态向量的初始值 $X(0)$ 的统计特性给定为:

$$\begin{aligned} E\{X(0)\} &= \mu_0; \\ \text{Var}\{X(0)\} &= E\{[X(0) - \mu_0][X(0) - \mu_0]^T\} = P_0 \end{aligned} \quad (3)$$

则该离散系统卡尔曼最优滤波的基本公式如下:

$$\begin{cases} \hat{X}(k|k) = \hat{X}(k|k-1) + K(k)[Z(k) - H(k)\hat{X}(k|k-1)] \\ \hat{X}(k|k-1) = \Phi(k, k-1)\hat{X}(k-1|k-1) \\ K(k) = P(k|k-1)H^T(k)[H(k)P(k|k-1)H^T(k) + R_k]^{-1} \\ P(k|k-1) = \Phi(k, k-1)P(k-1|k-1)\Phi^T(k, k-1) \\ \quad + \Gamma(k, k-1)Q_{k-1}\Gamma^T(k, k-1) \\ P(k|k) = [I - K(k)H(k)]P(k|k-1)[I - K(k)H(k)]^T \\ \quad + K(k)R_k K^T(k) \end{cases} \quad (4)$$

4 卡尔曼滤波法应用于系统辨识

卡尔曼滤波器除了用于动态系统的状态估计外,还可以用于动态系统参数的在线辨识,特别是时变参数的估计。设被辨识系统可由下列差分方程描述:

$$\begin{aligned} y(k) &+ a_1 y(k-1) + a_2 y(k-2) + \cdots + a_n y(k-n) \\ &= b_1 u(k-1) + b_2 u(k-2) + \cdots + b_m u(k) + e(k) \end{aligned} \quad (5)$$

式中, $u(k)$, $y(k)$ 分别为系统的输入输出序列; $a_i (i=1, 2, \dots, n)$, $b_j (j=1, 2, \dots, m)$ 为系统未知参数; $\{e(k)\}$ 为零均值高斯白噪声序列,且 $E\{e(k)e^T(j)\} = R_k \delta_{kj}$ 。

采用卡尔曼滤波器估计系统参数时,首先,应将系统的未知参数看作是未知状态,然后,将描述系统动态的差分方程式(5)转换成相应的状态空间方程,为此,令

$$\begin{cases} x_1(k) = a_1(k), x_2(k) = a_2(k) \\ \cdots \cdots \\ x_n(k) = a_n(k), x_{n+1}(k) = b_1(k) \\ \cdots \cdots \\ x_{n+m}(k) = b_m(k) \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} x_1(k+1) = a_1(k) + w_1(k) \\ x_2(k+1) = a_2(k) + w_2(k) \\ \cdots \cdots \\ x_n(k+1) = a_n(k) + w_n(k) \\ x_{n+1}(k+1) = b_1(k) + w_{n+1}(k) \\ \cdots \cdots \\ x_{n+m}(k+1) = b_m(k) + w_{n+m}(k) \end{cases} \quad (7)$$

其中, $\{w_i(k)\} (i=1, 2, \dots, n+m)$ 表示参数中噪声部分。假如它们都是零均值高斯白噪声序列,而且与

$$\begin{aligned} X^T(k) &= [x_1(k) \ x_2(k) \cdots x_n(k) \ x_{n+1}(k) \cdots x_{n+m}(k)] \\ &= [a_1(k) \ a_2(k) \cdots a_n(k) \ b_1(k) \cdots b_m(k)] \end{aligned}$$

$\{e(k)\}$ 独立。这样,由(6)式可得 $n+m$ 维向量表示系统的待估计参数。由式(7)可以写出系统的状态方程

$$X(k+1) = X(k) + W(k) \quad (8)$$

其中 $W(k)$ 是由 $w_i(k) (i=1, 2, \dots, n+m)$ 组成的向量,且 $E\{W(k)W^T(j)\} = Q_k \delta_{kj}$ 再令

$$\begin{aligned} H(k) &= [-y(k-1) \ -y(k-2) \cdots \\ &\quad -y(k-n) \ u(k-1) \cdots u(k-m)] \end{aligned} \quad (9)$$

则由系统动态方程式(5),可以写出系统的观测方程

$$y(k) = H(k)X(k) + e(k) \quad (10)$$

将 (4-5) 和 (11) 作为状态空间方程, 即

$$\begin{cases} X(k+1) = X(k) + w(k) \\ y(k) = H(k)X(k) + e(k) \end{cases} \quad (11)$$

直接利用 Kalman 滤波的基本方程 (令 $\Phi = I, \Gamma = I$) 可得其辨识算法公式如下:

$$\begin{cases} \hat{X}(k|k) = \hat{X}(k-1|k-1) \\ \quad + K(k)[y(k) - H(k)\hat{X}(k-1|k-1)] \\ K(k) = P(k|k-1)H^T(k)[H(k)P(k|k-1)H^T(k) + R_k]^{-1} \\ P(k|k-1) = P(k-1|k-1) + Q_{k-1} \\ P(k|k) = [I - K(k)H(k)]P(k|k-1)[I - K(k)H(k)]^T \\ \quad + K(k)R_kK^T(k)P(k|k) \\ = [I - K(k)H(k)]P(k|k-1) \end{cases} \quad (12)$$

其中, 递推初始值 $\hat{X}(0|0) = \bar{X}(0)$, $P(0|0) = P(0) = \text{Var}\{\bar{X}(0)\}$, Q_k 为参数协方差矩阵, $\hat{X}(k|k)$ 为卡尔曼滤波法参数辨识结果。

5 实例分析

根据上述算法公式, 用 M 语言编写增广最小二乘法和卡尔曼滤波辨识算法函数程序, 将以上两个函数程序分别以其函数名为 M 文件名保存以备调用。首先, 比较最小二乘法与卡尔曼滤波法对时不变系统参数的辨识效果。如图 1 所示仿真对象, 图中 $v(k)$ 是服从 $N(0, 1)$ 正态分布的不相关随机噪声; 输入信号 $u(k)$ 采用 4 阶 M 序列, 幅值为 1。

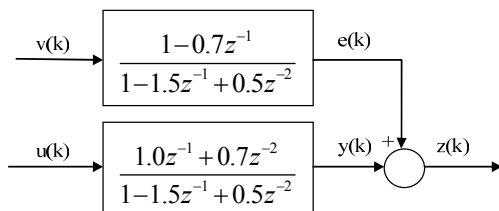


图 1 时不变仿真对象

在 Matlab 软件平台上, 调用增广最小二乘法和 Kalman 滤波法函数估计模型参数, 作出图 1 时不变系统辨识参数变化图如图 2、图 3。

比较图 2 与图 3, 可以看出卡尔曼滤波法对定常参数系统的辨识收敛良好, 精度较高, 与最小二乘法相当。事实上, 当增广最小二乘递推法中

遗忘因子取 1, 卡尔曼滤波递推辨识算法中参数协方差矩阵取零矩阵时, 两种算法是等效的。

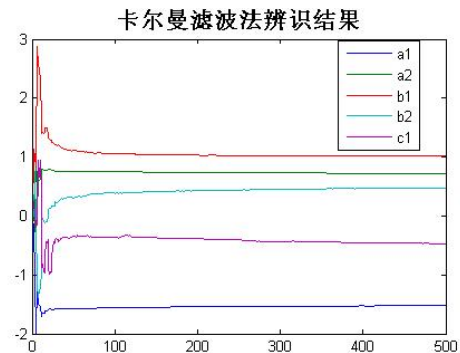


图 2 卡尔曼滤波法辨识结果

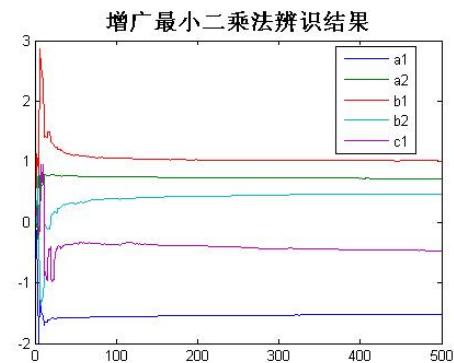


图 3 增广最小二乘法辨识结果

下面比较最小二乘法与卡尔曼滤波法对时变系统参数的辨识效果。本例构造了 a_1 为慢时变参数, a_2 为 -0.5 而 b_1 为 -0.7 时变 ARX 模型。在参数协方差矩阵中, 取 a_1 的噪声自协方差为 0.1, 其余为 0, 利用卡尔曼滤波法对该时变系统进行辨识。同时, 取遗忘因子为 0.9, 利用递推增广最小二乘法对该时变系统进行辨识。在 Matlab 软件平台上, 调用增广最小二乘法和 Kalman 滤波法函数估计模型参数, 作出时变系统递推辨识参数变化图如图 4、图 5。

从图 4、图 5 比较最小二乘法与卡尔曼滤波法对时变系统的辨识效果可以看出 (图 4 中 a_1' 、 a_2' 、 b_1' 为卡尔曼滤波法所得到的参数辨识曲线, 图 5 中 a_1'' 、 a_2'' 、 b_1'' 为最小二乘法所得到的参数辨识曲线, a_1 为时变参数预设值曲线), 卡尔曼滤波法明显优于最小二乘法, 主要体现在两个方面:

(1) 比较图 4 中 a_1 和 a_1' 与图 5 中 a_1 和 a_1'' , 可以看出卡尔曼滤波法对时变参数的跟踪性能明显强于最小二乘法。事实上, 在增广最小二乘法中将遗忘因子取较小时, 时变参数跟踪性能有所提

高,然而这却使得参数波动加剧,收敛性能变差,参数辨识结果严重失真。

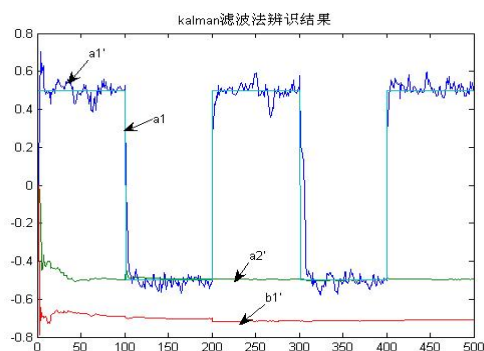


图4 卡尔曼滤波法对时变系统的辨识结果

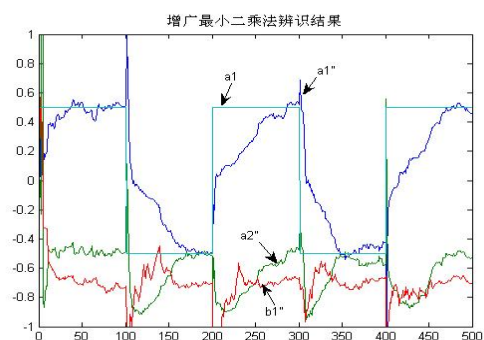


图5 增广最小二乘法对时变系统的辨识结果

(2)比较图 4 和图 5 中的定常参数辨识结果 a_2' 、 b_1' 与 a_2'' 、 b_1'' , 可以看出卡尔曼滤波法对这部分参数的辨识结果亦明显优于最小二乘法。从两图中看出, 卡尔曼滤波法可以同时很好的对时变系统中时变参数 a_1 及定常参数 a_2 、 b_1 进行辨识, 而最小二乘法对二者的辨识效果都较差。究其原因, 卡尔曼滤波法中采用参数协方差矩阵对所有被辨识参数的变化特性进行描述, 因此可以分别对不同的参数进行相应的描述(在本例中取 a_1 的噪声自协方差为 0.1, 其余为 0), 在辨识过程中参数相互影响较小, 因而可以得到较好的辨识结果。而对于递推遗忘因子最小二乘法虽然也能对时变系统进行辨识, 但所取的遗忘因子对所有被辨识参数都产生相同影响, 当被辨识参数变化特性不同或相差较大时(如本例中 a_1 为慢时变参数而 a_2 、 b_1 为定常参数)导致辨识过程中参数间相互影响加大, 参数相消现象严重, 辨识效果变差甚至严重失真。

辨识过程中也发现, 卡尔曼滤波算法本身也有一定的局限性:

(1) 对参数初值 P_0 、 X_0 的选定敏感性比较

强, 初值选择不好, 收敛性会比较差。对此, 可根据系统实际使用传感器的先验知识来设定。

(2) 噪声方差阵 Q 、 R 有时候不能准确知道。对此可以采用自适应滤波, 即根据系统的输入输出运行数据, 在线地对 Q 、 R 进行估计, 随着 Q 、 R 不断改进, 参数估计值也将不断地得到改进。

6 结论

将卡尔曼滤波算法应用到系统辨识中, 在此基础上利用 Matlab 对其进行辨识仿真, 并与最小二乘法进行了系统的比较。在对定常系统的辨识过程中, 卡尔曼滤波算法有很好的收敛性, 能在很短的时间内收敛于真值, 与增广最小二乘法相当。在对时变系统的辨识过程中, 特别是各参数变化特性相差大时, 卡尔曼滤波算法明显优于最小二乘法。仿真结果验证了该算法用于线性系统辨识的有效性。本文介绍的方法在对船舶运动参数辨识中已经得到了很好地应用。

参考文献:

- [1] 王志贤. 最优状态估计与系统辨识[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2004.
- [2] 李鹏波, 胡德文等. 系统辨识基础[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2006.
- [3] 付梦印, 邓志红, 张继伟. Kalman 滤波理论及其在导航系统中的应用[M]. 北京: 科学出版社, 2003.
- [4] ATKINSON D J, ACARNLEY P P, FINCH J W. Observers for induction motor state and parameter estimation[J]. IEEE Trans on Industry Applications, 1991, 27(6): 1 119~1 127.
- [5] 方崇智, 萧德云. 过程辨识[M]. 北京: 清华大学出版社, 1988.
- [6] 赵大明, 施朝健, 彭静. 应用扩展卡尔曼滤波算法的船舶运动模型参数辨识[J]. 上海海事大学学报, 2008, 29(3): 5~9.
- [7] 余璘, 徐锦法. 一种基于 UKF 的系统参数在线辨识方法[J]. 自动化技术与应用, 2007, 26(1): 10~12.
- [8] 丁肇红, 袁震东. 时变系统的 FIR 模型辨识及设计变量[J]. 华东师大学报, 2001, (2): 1~8.
- [9] 齐晓慧, 田庆民, 董海瑞. 基于 Matlab 系统辨识工具箱的系统建模[J]. 兵工自动化, 2006, 25 (10): 88~90.
- [10] 陈永春. MATLAB M 语言高级编程[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.