航天器控制原理

第十七讲 自旋卫星的稳定性

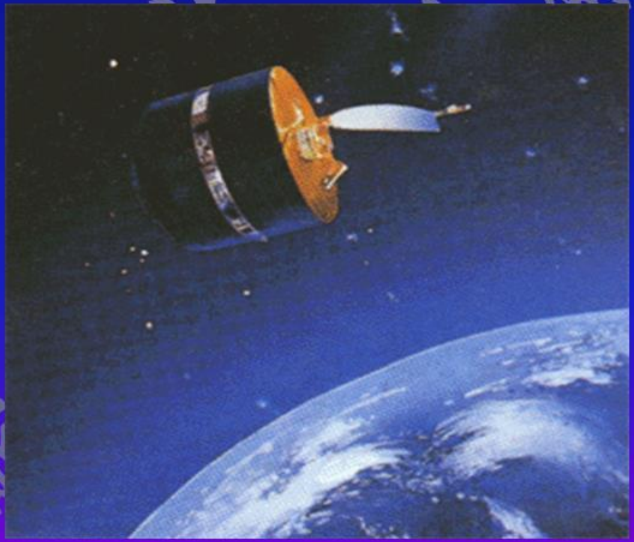
主讲：刘莹莹

西北工业大学 精确制导与控制研究所

第十七讲　自旋卫星的稳定性

1、自旋卫星的稳定性

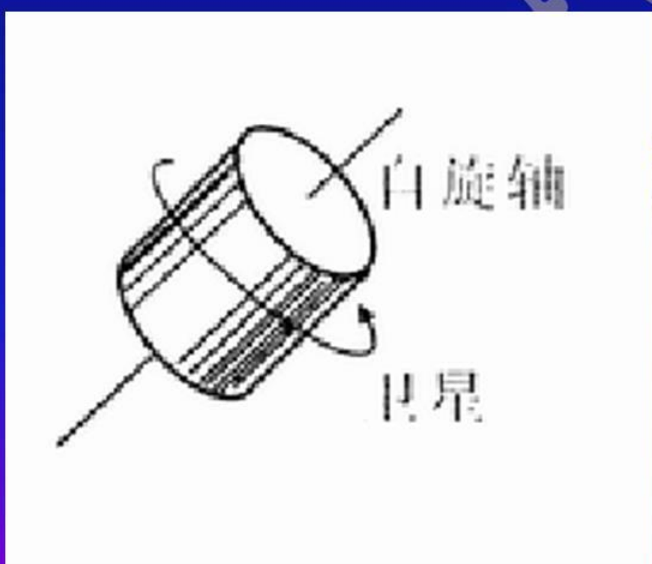
2、绕最小惯量轴自旋出现的问题



1、自旋卫星的稳定性

自旋稳定的原理：陀螺定轴性

航天器的自旋轴方向在惯性空间定向



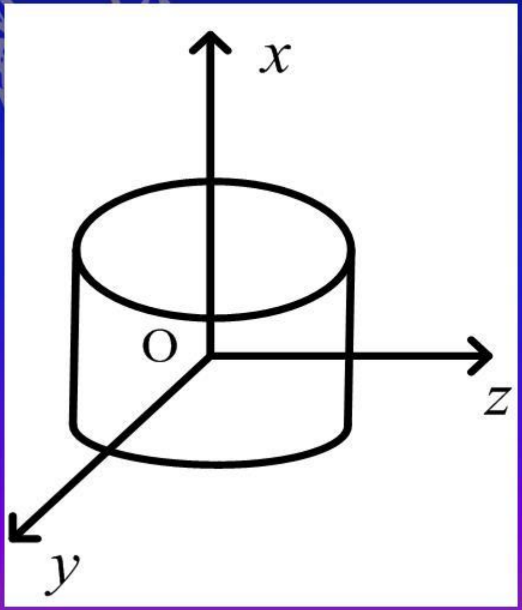

优酷

自旋稳定的原理

$$\dot{\vec{H}} + \vec{\omega} \times \vec{H} = \vec{M} \qquad \vec{H} = \boldsymbol{I}\vec{\omega}$$

令本体坐标系 $Oxyz$是卫星的主惯量轴，卫星姿态自由转动（ $\vec{M} = 0$

$$\begin{cases} I_x \dfrac{d\omega_x}{dt} + \omega_y \omega_z \left(I_z - I_y \right) = 0 \\ I_y \dfrac{d\omega_y}{dt} + \omega_x \omega_z \left(I_x - I_z \right) = 0 \\ I_z \dfrac{d\omega_z}{dt} + \omega_x \omega_y \left(I_y - I_x \right) = 0 \end{cases}$$



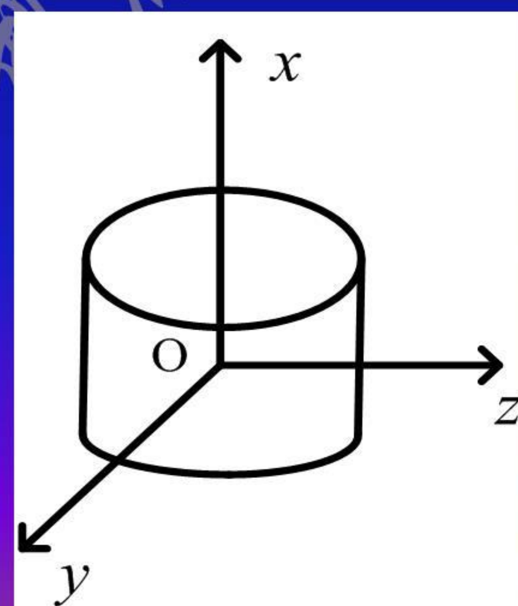
假设卫星绕 Ox 轴自旋，且

(1) 星体相对于自旋轴是轴对称的，

$$I_y = I_z = I_t$$

(2) $\omega_x >> \omega_y$，$\omega_x >> \omega_z$。

$$\begin{cases} I_x \dfrac{d\omega_x}{dt} + \omega_y \omega_z \cancel{\left(I_z - I_y\right)} = 0 \\ I_y \dfrac{d\omega_y}{dt} + \omega_x \omega_z \left(I_x - I_z\right) = 0 \\ I_z \dfrac{d\omega_z}{dt} + \omega_x \omega_y \left(I_y - I_x\right) = 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} I_x \dfrac{d\omega_x}{dt} = 0 \\ \dfrac{d\omega_y}{dt} + \dfrac{\left(I_x - I_z\right)}{I_y}\omega_x\omega_z = 0 \\ \dfrac{d\omega_z}{dt} + \dfrac{\left(I_y - I_x\right)}{I_z}\omega_x\omega_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} \omega_x = \omega_{x0} = 常数 \\ \boxed{\begin{array}{l} \dfrac{d^2\omega_y}{dt^2} + \dfrac{\left(I_x - I_z\right)}{I_y}\omega_x\dot{\omega}_z = 0 \\ \dfrac{d^2\omega_z}{dt^2} + \dfrac{\left(I_y - I_x\right)}{I_z}\omega_x\dot{\omega}_y = 0 \end{array}} \end{array}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{d^2\omega_y}{dt^2} + \underline{\frac{\left(I_x - I_z\right)}{I_y}\frac{\left(I_x - I_y\right)}{I_z}}\omega_x^2\omega_y = 0$$

$$\frac{d^2\omega_z}{dt^2} + \underline{\frac{\left(I_x - I_y\right)}{I_z}\frac{\left(I_x - I_z\right)}{I_y}}\omega_x^2\omega_z = 0$$

$$\frac{d^2\omega_y}{dt^2}+\frac{(I_x-I_z)}{I_y}\frac{(I_x-I_y)}{I_z}\omega_x^2\omega_y=0$$

$$\frac{d^2\omega_z}{dt^2}+\frac{(I_x-I_y)}{I_z}\frac{(I_x-I_z)}{I_y}\omega_x^2\omega_z=0$$

$$\lambda=\omega_x^2\frac{I_x-I_z}{I_y}\frac{I_x-I_y}{I_z}$$

$$\begin{cases}\omega_x=\omega_{x0}=\text{常数}\\ \boxed{\dfrac{d^2\omega_y}{dt^2}+\lambda\omega_y=0}\\ \dfrac{d^2\omega_z}{dt^2}+\lambda\omega_z=0\end{cases}$$

对方程 $\frac{d^2\omega_y}{dt^2}+\lambda\omega_y=0$ 进行拉普拉斯变换

得到 $\omega_y(s)=\frac{s}{s^2+\lambda}\omega_{y0}+\frac{1}{s^2+\lambda}\dot{\omega}_{y0}$

$\lambda<0$ $\omega_y(t)=(\frac{1}{2}\omega_{y0}+\frac{1}{2\sqrt{-\lambda}}\dot{\omega}_{y0})e^{\sqrt{-\lambda}t}$

$$+(\frac{1}{2}\omega_{y0}-\frac{1}{2\sqrt{-\lambda}}\dot{\omega}_{y0})e^{-\sqrt{-\lambda}t}$$

$\lambda=0$ $\omega_y(t)=\dot{\omega}_{y0}t+\omega_{y0}$

$\lambda>0$ $\omega_y=\omega_{y0}\cos(\sqrt{\lambda}t)+\frac{\dot{\omega}_{y0}}{\sqrt{\lambda}}\sin(\sqrt{\lambda}t)$

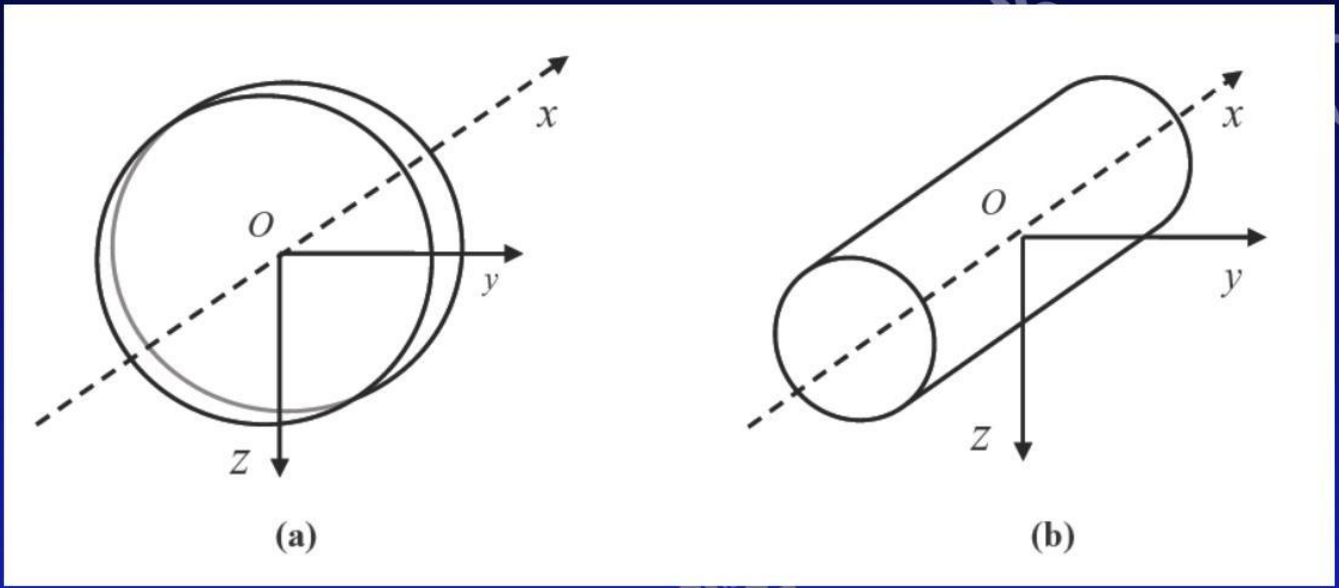
满足李雅普诺夫意义下稳定的充要条件是：$\lambda > 0$

$$\lambda = \omega_x^2 \frac{I_x - I_z}{I_y} \frac{I_x - I_y}{I_z}$$

(a) $I_x > I_y$ 且 $I_x > I_z$ 即星体绕最大主惯量轴旋转；

(b) $I_x < I_y$ 且 $I_x < I_z$ 即星体绕最小主惯量轴旋转。

自旋轴为最大惯量轴或最小惯量轴都是稳定的

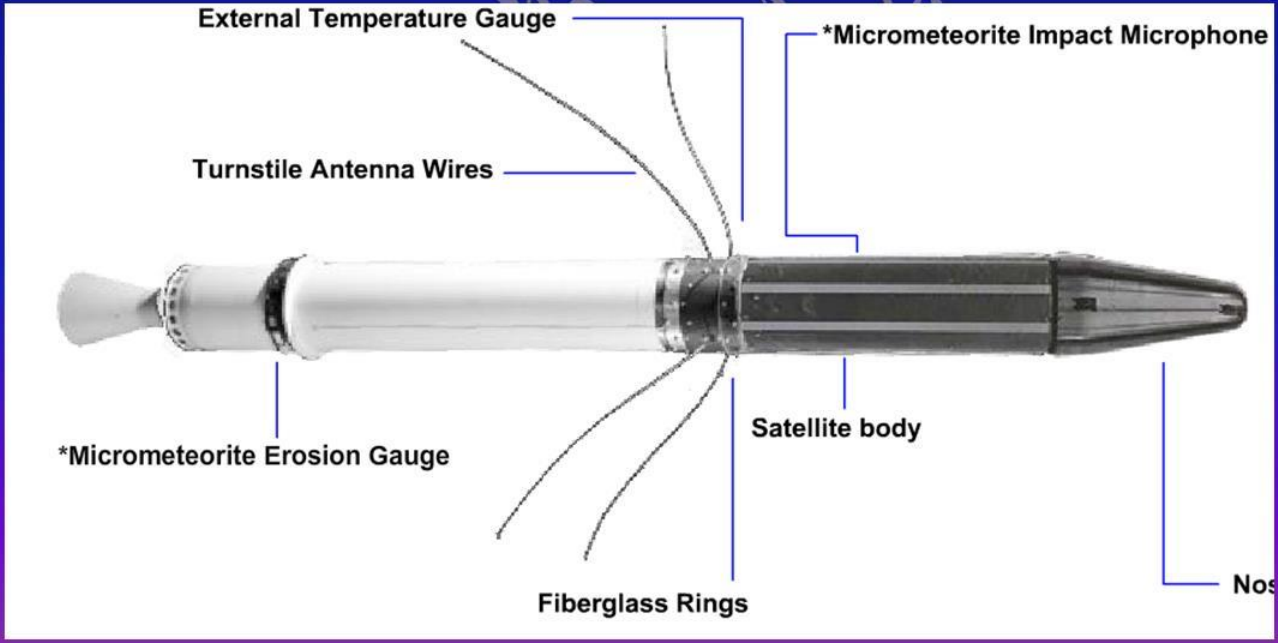


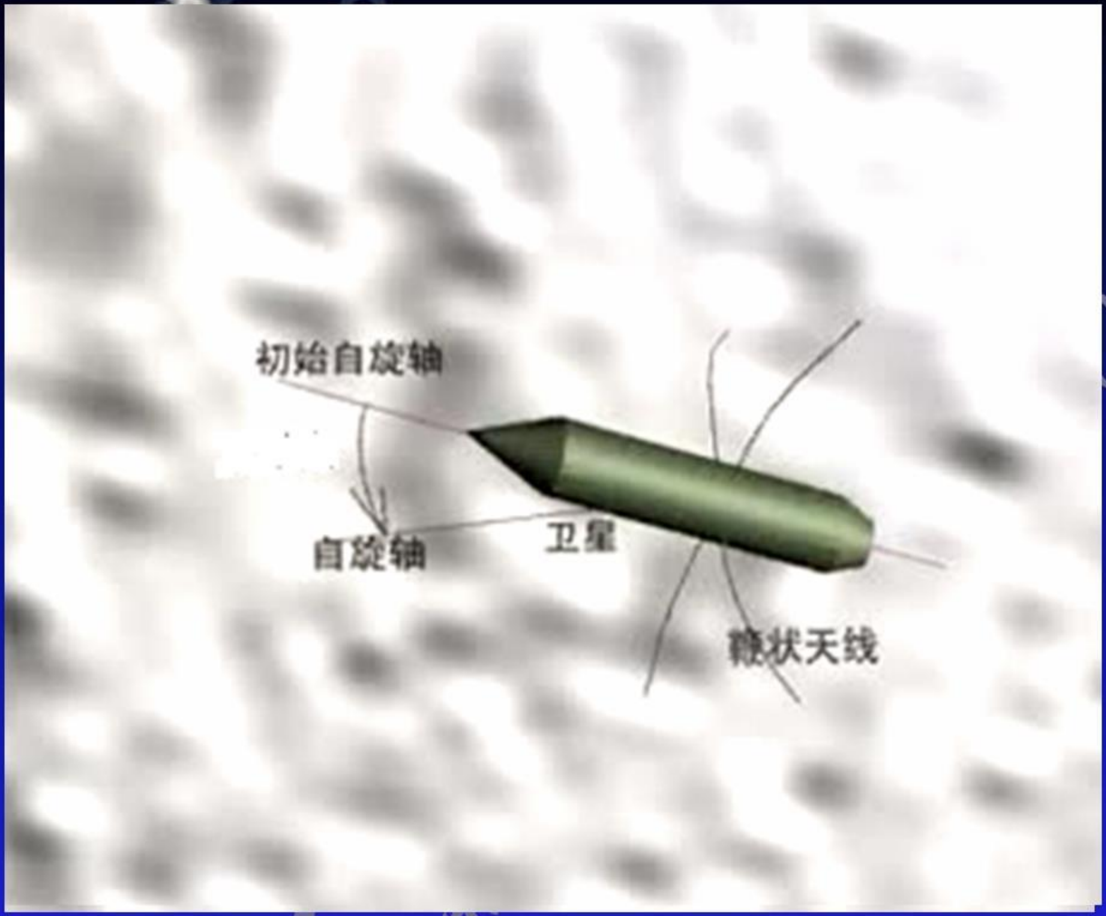
$$I_x > I_y \qquad I_x < I_y$$

$$I_x > I_z \qquad I_x < I_z$$

2、绕最小惯量轴自旋出现的问题

1958年美国发射第一颗人造地球卫星“探险者1号”(Explorer—I)探测和研究宇宙射线和微流星体，它就是一个长圆柱体。





在这次飞行前，人们没有怀疑过绕最小惯量轴旋转的稳定性。为什么实际飞行是不稳定的？