

# 飞行动力学第二章公式总结

空气动力：

$$X=C_x q S \quad \text{阻力公式}$$

$$Y=C_y q S \quad \text{升力公式}$$

$$Z=C_z q S \quad \text{侧向力公式}$$

$$q=\frac{\rho V^2}{2} \quad \text{动压公式}$$

升力：

$$C_y=f(Ma, \alpha, \delta) \quad \text{升力系数函数}$$

$$C_y=C_{y0} + C_y^\alpha \alpha + C_y^{\delta z} \delta z \quad \text{升力系数在攻角和侧偏角不大的情况下的表达式}$$

$$C_y=C_y^\alpha \alpha + C_y^{\delta z} \delta z \quad \text{轴对称时}$$

$$Y=Y_0 + Y^\alpha \alpha + Y^{\delta z} \delta \quad \text{升力在攻角和侧偏角不大的情况下的表达式}$$

$$Y^\alpha=C_y^\alpha \frac{\rho V^2}{2} \alpha \quad \text{攻角不大情况下攻角变化引起的升力}$$

$$Y^{\delta z}=C_y^{\delta z} \frac{\rho V^2}{2} \delta z \quad \text{侧偏角不大的情况下侧偏角变化引起的升力}$$

侧向力：

$$C_z=C_z^\beta \beta + C_z^{\delta z} \delta z \quad \text{侧向力系数在侧滑角和侧偏角不大的情况下的表达式}$$

$$-C_z^\beta=C_y^\alpha \quad \text{轴对称下成立 (不大)}$$

$$-C_y^{\delta z}=C_z^{\delta z} \quad \text{轴对称下成立 (不大)}$$

阻力：

$$X=X_0+X_i \quad \text{阻力的组成由零升阻力和诱导阻力构成}$$

$$C_x=C_{x0}+C_{xi} \quad \text{阻力系数由零升阻力系数和诱导阻力系数构成}$$

气动力矩：

$$M_{x1}=m_{x1} q S L \quad \text{滚转力矩}$$

$$M_{y1}=m_{y1} q S L \quad \text{偏航力矩}$$

$$M_{z1}=m_{z1} q S L \quad \text{俯仰力矩}$$

俯仰力矩：

$M_z = f(M_a, H, \alpha, \delta_z, \omega_z, \dot{\alpha}, \dot{\delta}_z)$  俯仰力矩的函数

$M_z = M_{z0} + M_z^\alpha \alpha + M_z^{\delta_z} \delta_z + M_z^{\omega_z} \omega_z + M_z^{\dot{\alpha}} \dot{\alpha} + M_z^{\dot{\delta}_z} \dot{\delta}_z$  参数不大的情况下升力表达式

$m_z = m_{z0} + m_z^\alpha \alpha + m_z^{\delta_z} \delta_z + m_z^{\bar{\omega}_z} \bar{\omega}_z + m_z^{\bar{\alpha}} \bar{\alpha} + m_z^{\bar{\delta}_z} \bar{\delta}_z$  无量纲力矩因数表达式

$\bar{\delta}_z = \dot{\delta}_z L / V$  舵偏角速度对应的无量纲参数

$\bar{\alpha} = \dot{\alpha} L / V$  攻角速度对应的无量纲参数

$\bar{\omega}_z = \omega_z L / V$  俯仰角速度对应的无量纲参数

$M_z^\alpha = C_z^\alpha S q \alpha (x_g - x_F) = m_z^\alpha S q \alpha L$  升力矩和力表达式之间的关系

$m_z^\alpha = C_z^\alpha (\bar{X}_g - \bar{X}_F)$  攻角升力系数和攻角升力矩系数之间的关系

$m_z^{\delta_z} = C_z^{\delta_z} (\bar{X}_g - \bar{X}_F)$  舵偏角升力系数和舵偏角升力矩系数之间的关系

$m_z = m_z^\alpha \alpha + m_z^{\delta_z} \delta_z$  轴对称定常直线飞行下的升力矩系数表达式

$m_z^\alpha \alpha_b + m_z^{\delta_z} \delta_z = 0$  “瞬时平衡假设”下的升力矩平衡状态方程

$C_b^y = C_b^\alpha \alpha_b + C_b^{\delta_z} \delta_{zb} = (C_b^\alpha - C_b^{\delta_z} \frac{m_z^\alpha}{m_z^{\delta_z}}) \alpha_b$  “瞬时平衡”状态下平衡升力的表达式

$m_z^\alpha |_{\alpha=\alpha_b} < 0$  纵向静稳定条件

$m_z^{C_y} = \frac{\partial m_z}{\partial C_y} = (\bar{X}_g - \bar{X}_F)$  稳定性的定量表示——静稳定度

$\Delta \alpha = \arctan \frac{r \omega_z}{V}$  俯仰角速度引起的下洗角度

$M_z^{\omega_z} = M_z^{\bar{\omega}_z} \bar{\omega}_z q S L$  俯仰阻尼力矩表达式

$\varepsilon(t) = \varepsilon^\alpha(\alpha(t) - \dot{\alpha} \Delta t)$  实际下洗角

偏航力矩：

$m_y = m_y^\beta \beta + m_y^{\delta_y} \delta_y + m_y^{\bar{\omega}_y} \bar{\omega}_y + m_y^{\bar{\omega}_x} \bar{\omega}_x + m_y^{\bar{\delta}_y} \bar{\delta}_y + m_y^{\bar{\beta}} \bar{\beta}$  偏航力矩系数表达式

$\bar{\omega}_y = \omega_y L / V$  偏航角速度对应的无量纲因数

$\bar{\delta}_y = \dot{\delta}_y L / V$  航向舵偏角速度对应的无量纲因数

$\bar{\beta} = \dot{\beta} L / V$  偏航角速度对应的无量纲因数

滚转矩：

$$m_x = m_{x0} + m_x^\beta \beta + m_x^{\delta_y} \delta_y + m_x^{\delta_x} \delta_x + m_x^{\bar{\omega}_x} \bar{\omega}_x + m_x^{\bar{\omega}_y} \bar{\omega}_y \quad \text{滚转矩因数的表达式}$$

$$m_x^\beta \beta < 0 \quad \text{横向静稳定性的条件}$$

$$M_h = m_h q_t S_t b_t \quad \text{铰链力矩模式表达式}$$

$$M_h = -Y_t h \cos(\alpha + \delta_z) \quad \text{铰链力矩实际表达式}$$

$$M_h \approx M_h^\alpha \alpha + M_h^{\delta_z} \delta_z \quad \text{铰链力矩的近似表达式}$$

推力：

$$P = m_s \mu_e + S_a (P_a - P_h) \quad \text{推力的表达式}$$

$$M_p = R_p \times P \quad \text{推力力矩表达式}$$

重力：

$$G = G_1 + F_e \quad \text{重力表达式}$$

$$F_e = m R_e \Omega_e^2 \cos \psi_e \quad \text{离心惯性力的表达式}$$

$$g = g_0 \frac{R_e^2}{(R_e + H_e)^2} \quad \text{重力加速度随高度变化的表达式}$$

导弹建模基础：

$$m \frac{dV}{dt} = F \quad \text{质心移动的力学公式}$$

$$\frac{dH}{dt} = M \quad \text{绕质心转动的力学公式}$$

导弹质心移动的力学方程：

$$m \frac{dV}{dt} = m \left( \frac{\partial V}{\partial t} + \Omega \times V \right) = F \quad \text{用相对坐标系表示以绝对坐标系为基准的矢量变化率表示力}$$

$$\rho = \frac{V}{\dot{\theta}} \quad \text{曲率半径的计算公式}$$

$$a_{y2} = V \dot{\theta} \quad \text{弹道弯曲速度}$$

导弹绕质心转动的力学方程：

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial t} + \omega \times H = M \quad \text{用相对坐标系表示以绝对坐标系为基准的矢量变化率表示力矩}$$

$$H = J \cdot \omega \quad \text{动量矩}$$

$$M = J \cdot \alpha \quad \text{力矩}$$

$$J = \begin{Bmatrix} J_{x1} & -J_{x1y1} & -J_{z1x1} \\ -J_{x1y1} & J_{y1} & -J_{y1z1} \\ -J_{z1x1} & -J_{y1z1} & J_{z1} \end{Bmatrix} \quad \text{三维空间下转动惯量矩阵}$$

$$\frac{dm}{dt} = -m_s(t) \quad \text{导弹质量流率方程}$$

$$m = m_0 - \int_{t_0}^{t_f} m_s(t) dt \quad \text{导弹质量方程}$$

角度几何关系：

$$\cos\varphi = \cos\alpha_1 \cos\alpha_2 + \cos\beta_1 \cos\beta_2 + \cos\gamma_1 \cos\gamma_2 \quad \text{余弦定理}$$

$$\alpha = \vartheta - \theta \quad \text{无侧转无侧滑角度关系时}$$

$$\beta = \psi - \psi_v \quad \text{无攻角无侧转时角度关系}$$

操纵关系方程：

$$N = P + R \quad \text{控制力为空气动力与推力的合力}$$

$$N = N_n + N_\tau \quad \text{控制力的切向与法向的分解}$$

$$N_\tau = P_\tau - X \quad \text{切向控制力分解}$$

$$N_n = P_n + Y + Z \quad \text{法向控制力分解}$$

导弹飞行的运动方程组（轴对称型导弹，以地面为绝对坐标系）：

质心移动的动力学方程（弹体->弹道坐标系）：

$$m \frac{dV}{dt} = P \cos\alpha \cos\beta - X - mg \sin\theta \quad \text{切向运动的动力学方程}$$

$$mV \frac{d\theta}{dt} = P(\sin\alpha \cos\gamma_v + \cos\alpha \sin\beta \sin\gamma_v) + Y \cos\gamma_v - Z \sin\gamma_v - mg \cos\theta \quad \text{竖直法向运动的动力学方程}$$

$$-mV \cos\theta \frac{d\psi_v}{dt} = P(\sin\alpha \sin\gamma_v - \cos\alpha \sin\beta \cos\gamma_v) + Y \sin\gamma_v + Z \cos\gamma_v \quad \text{水平法向运动的动力学方程}$$

绕质心转动的动力学方程（弹体坐标系）：

$$J_x \frac{d\omega_x}{dt} + (J_z - J_y) \omega_y \omega_z = M_x \quad \text{弹体x轴力矩表达式}$$

$$J_y \frac{d\omega_y}{dt} + (J_x - J_z) \omega_z \omega_x = M_y \quad \text{弹体y轴力矩表达式}$$

$$J_z \frac{d\omega_z}{dt} + (J_y - J_x) \omega_x \omega_y = M_z \quad \text{弹体z轴力矩表达式}$$

质心移动的运动学方程（弹道->地面坐标系）：

$$\frac{dx}{dt} = V \cos \theta \cos \psi_v \quad \text{地面坐标系 } x \text{ 轴方向运动学方程}$$

$$\frac{dy}{dt} = V \sin \theta \quad \text{地面坐标系 } y \text{ 轴方向运动学方程}$$

$$\frac{dz}{dt} = -V \cos \theta \sin \psi_v \quad \text{地面坐标系 } z \text{ 轴方向运动学方程}$$

绕质心转动的运动学方程 (弹体->地面坐标系):

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_y \sin \gamma + \omega_z \cos \gamma \quad \text{俯仰角角速度表达式}$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{1}{\cos \theta} (\omega_y \cos \gamma + \omega_z \sin \gamma) \quad \text{偏航角角速度表达式}$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \omega_x - \tan \theta (\omega_y \cos \gamma + \omega_z \sin \gamma) \quad \text{滚转角角速度表达式}$$

质量方程:

$$\frac{dm}{dt} = -m_s$$

角度转换:

$$\sin \beta = \cos \theta [\cos \gamma \sin(\psi - \psi_v) + \sin \theta \sin \gamma \cos(\psi - \psi_v)] - \sin \theta \cos \theta \sin \gamma \quad \text{侧滑角用其他角的表达关系}$$

$$\cos \alpha = [\cos \theta \cos \theta \cos(\psi - \psi_v) + \sin \theta \sin \theta] / \cos \beta \quad \text{俯仰角用其他角进行表示}$$

$$\cos \gamma_v = [\cos \gamma \cos(\psi - \psi_v) - \sin \theta \sin \gamma \sin(\psi - \psi_v)] / \cos \beta \quad \text{速度滚转角的表示}$$

控制方程:

$$\varepsilon_1 = 0 \quad \text{俯仰方向的控制方程}$$

$$\varepsilon_2 = 0 \quad \text{滚转方向的控制方程}$$

$$\varepsilon_3 = 0 \quad \text{偏航方向的控制方程}$$

$$\varepsilon_4 = 0 \quad \text{速度大小的控制方程}$$

描述导弹纵向运动的方程组 (忽略  $z$ 、 $\beta$ 、 $\psi$ 、 $\psi_v$ 、 $\omega_y$ 、 $\gamma$ 、 $\gamma_v$ 、 $\omega_x$ ):

质心移动的动力学方程:

$$m \frac{dv}{dt} = P \cos \alpha - X - mg \sin \theta \quad \text{纵向平面内沿速度方向的动力学方程}$$

$$mV \frac{d\theta}{dt} = P \sin \alpha + Y - mg \cos \theta \quad \text{纵向平面内速度从法线方向的动力学方程}$$

绕质心转动的动力学方程:

$$J_z \frac{d\omega_z}{dt} = M_z \quad \text{纵向平面内绕弹体 } z \text{ 轴旋转的动力学方程}$$

质心移动的运动学方程：

$$\frac{dx}{dt} = V \cos \theta \quad \text{纵向平面水平运动学方程}$$

$$\frac{dy}{dt} = V \sin \theta \quad \text{纵向平面竖直运动学方程}$$

绕质心转动的运动学方程：

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_z \quad \text{弹体绕 } z \text{ 轴转动}$$

质量方程：

$$\frac{dm}{dt} = -m_s \quad \text{质量变化方程}$$

几何关系方程：

$$\alpha = \vartheta - \theta \quad \text{纵向平面俯仰角、弹道倾角、攻角之间的关系}$$

控制方程：

$$\varepsilon_1 = 0 \quad \text{俯仰方向的控制方程}$$

$$\varepsilon_4 = 0 \quad \text{速度大小的控制方程}$$

侧向运动方程组（基于纵向运动方程组）：

质心移动的动力学方程：

$$-mV \cos \theta \frac{d\psi_v}{dt} = P (\sin \alpha + Y) \sin \gamma_v - (P \cos \alpha \sin \beta - Z) \cos \gamma_v \quad \text{速度侧法向方向动力学方程}$$

绕质心转动的动力学方程：

$$J_x \frac{d\omega_x}{dt} = M_x - (J_z - J_y) \omega_z \omega_y \quad \text{绕弹体 } x \text{ 轴转动的力矩守恒}$$

$$J_y \frac{d\omega_y}{dt} = M_y - (J_x - J_z) \omega_x \omega_z \quad \text{绕弹体 } y \text{ 轴转动的力矩守恒}$$

质心移动的运动学方程：

$$\frac{dz}{dt} = -V \cos \theta \sin \psi_v \quad \text{地面坐标系下 } z \text{ 轴方向的运动}$$

绕质心转动的运动学方程：

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{1}{\cos \vartheta} (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma) \quad \text{偏航方向转动方程}$$

$$\frac{dy}{dt} = \omega_x - \tan\theta(\omega_y \cos\gamma - \omega_z \sin\gamma) \quad \text{滚转方向转动方程}$$

几何关系方程：

$$\sin\beta = \cos\theta[\cos\gamma \sin(\psi - \psi_v) + \sin\theta \sin\gamma \cos(\psi - \psi_v)] - \sin\theta \cos\theta \sin\gamma \quad \text{侧滑角用其他角的表达关系}$$

$$\cos\gamma_v = [\cos\gamma \cos(\psi - \psi_v) - \sin\theta \sin\gamma \sin(\psi - \psi_v)] / \cos\beta \quad \text{速度滚转角的表示}$$

控制方程：

$$\varepsilon_2 = 0 \quad \text{侧滑角的控制方程}$$

$$\varepsilon_3 = 0 \quad \text{滚转角的控制方程}$$

有侧滑无倾斜的水平运动方程组：

条件：

$$\theta = 0 \quad \text{弹道倾角为零}$$

$$\gamma = \gamma_v = 0 \quad \text{滚转角为零}$$

$$\omega_x = 0 \quad \text{滚转角速度为零}$$

质心移动的动力学方程（弹体->弹道坐标系）：

$$m \frac{dV}{dt} = P \cos\alpha \cos\beta - X \quad \text{切向运动的动力学方程}$$

$$P \sin\alpha + Y = mg \quad \text{竖直方向运动的动力学方程}$$

$$-mV \cos\theta \frac{d\psi_v}{dt} = -P \cos\alpha \sin\beta + Z \quad \text{水平方向运动的动力学方程}$$

绕质心转动的动力学方程（弹体坐标系）：

$$J_y \frac{d\omega_y}{dt} = M_y \quad \text{弹体y轴力矩表达式}$$

$$J_z \frac{d\omega_z}{dt} = M_z \quad \text{弹体z轴力矩表达式}$$

质心移动的运动学方程（弹道->地面坐标系）：

$$\frac{dx}{dt} = V \cos\psi_v \quad \text{地面坐标系x轴方向运动学方程}$$

$$\frac{dz}{dt} = -V \sin\psi_v \quad \text{地面坐标系z轴方向运动学方程}$$

绕质心转动的运动学方程（弹体->地面坐标系）：

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \omega_z \text{ 俯仰角速度表达式}$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{\omega_y}{\cos\vartheta} \text{ 偏航角速度表达式}$$

质量方程：

$$\frac{dm}{dt} = -m_s$$

角度转换：

$$\alpha = \vartheta \text{ 俯仰方向角度关系}$$

$$\beta = \psi - \psi_v \text{ 偏航方向角度关系}$$

控制方程：

$$\varepsilon_2=0 \text{ 偏航方向的控制方程}$$

$$\varepsilon_4=0 \text{ 速度大小的控制方程}$$

导弹的质心运动：

条件：

$$m_z^{\alpha} \alpha_b + m_z^{\delta_z} \delta_{zb} = 0 \text{ 攻角方向的力矩守恒}$$

$$m_y^{\beta} \beta_b + m_y^{\delta_y} \delta_{yb} = 0 \text{ 侧滑角方向的力矩守恒}$$

$$\varepsilon_1=0 \quad \varepsilon_2=0 \quad \varepsilon_3=0 \quad \varepsilon_4=0 \text{ 俯仰、侧滑、滚转、速度方向上实现理想控制}$$

质心移动的动力学方程（弹体->弹道坐标系）：

$$m \frac{dV}{dt} = P \cos \alpha_b \cos \beta_b - X_b - mg \sin \theta \text{ 切向运动的动力学方程}$$

$$mV \frac{d\theta}{dt} = P(\sin \alpha_b \cos \gamma_v + \cos \alpha_b \sin \beta_b \sin \gamma_v) + Y_b \cos \gamma_v - Z_b \sin \gamma_v - mg \cos \theta \text{ 竖直法向运动的动力学方程}$$

$$-mV \cos \theta \frac{d\psi_v}{dt} = P(\sin \alpha_b \sin \gamma_v - \cos \alpha_b \sin \beta_b \cos \gamma_v) + Y_b \sin \gamma_v + Z_b \cos \gamma_v \text{ 水平法向运动的动力学方程}$$

质心移动的运动学方程（弹道->地面坐标系）：

$$\frac{dx}{dt} = V \cos \theta \cos \psi_v \text{ 地面坐标系x轴方向运动学方程}$$

$$\frac{dy}{dt} = V \sin \theta \text{ 地面坐标系y轴方向运动学方程}$$

$$\frac{dz}{dt} = -V \cos \theta \sin \psi_v \text{ 地面坐标系z轴方向运动学方程}$$



质量方程：

$$\frac{dm}{dt} = -m_s$$

描述导弹质心铅锤平面内运动方程组：

质心移动的动力学方程：

$$m \frac{dv}{dt} = P \cos \alpha - X - mg \sin \theta \quad \text{纵向平面内沿速度方向的动力学方程}$$

$$mV \frac{d\theta}{dt} = P \sin \alpha + Y - mg \cos \theta \quad \text{纵向平面内速度纵线方向的动力学方程}$$

质心移动的运动学方程：

$$\frac{dx}{dt} = V \cos \theta \quad \text{纵向平面水平运动学方程}$$

$$\frac{dy}{dt} = V \sin \theta \quad \text{纵向平面竖直运动学方程}$$

质量方程：

$$\frac{dm}{dt} = -m_s \quad \text{质量变化方程}$$

几何关系方程：

$$\delta_{zb} = -\frac{m_z^\alpha}{m_z^{\delta_z}} \alpha_b$$

控制方程：

$$\varepsilon_1 = 0 \quad \text{俯仰方向的控制方程}$$

$$\varepsilon_4 = 0 \quad \text{速度大小的控制方程}$$

导弹质心在水平面内的运动方程组：

条件：

$$\theta = 0 \quad \text{弹道倾角为零}$$

$$\gamma = \psi = 0 \quad \text{滚转角为零}$$

$$\omega_x = 0 \quad \text{滚转角速度为零}$$

$$\alpha \rightarrow 0 \quad \text{攻角很小}$$

$$\beta \rightarrow 0 \quad \text{侧滑角很小}$$

质心移动的动力学方程 (弹体->弹道坐标系):

$$m \frac{dV}{dt} = P - X_b \quad \text{切向运动动力学方程}$$

$$P \alpha_b + Y = mg \quad \text{竖直去向运动动力学方程}$$

$$-mV \cos \theta \frac{d\psi_v}{dt} = -P \beta_b + Z_b \quad \text{水平去向运动动力学方程}$$

质心移动的运动学方程 (弹道->地面坐标系):

$$\frac{dx}{dt} = V \cos \psi_v \quad \text{地面坐标系 x 轴方向运动学方程}$$

$$\frac{dz}{dt} = -V \sin \psi_v \quad \text{地面坐标系 z 轴方向运动学方程}$$

质量方程:

$$\frac{dm}{dt} = -m_s$$

角度转换:

$$\psi = \psi_v + \beta_b \quad \text{偏航角、速度偏转角、侧滑角水平飞行时的几何关系}$$

$$\theta = \alpha \quad \text{水平飞行时俯仰角和攻角之间的几何关系}$$

$$m_z^\alpha \alpha_b + m_z^{\delta_z} \delta_{zb} = 0 \quad \text{攻角方向的力矩守恒}$$

$$m_y^\beta \beta_b + m_y^{\delta_y} \delta_{yb} = 0 \quad \text{侧滑角方向的力矩守恒}$$

控制方程:

$$\varepsilon_2 = 0 \quad \text{滚转方向的控制方程}$$

$$\varepsilon_4 = 0 \quad \text{速度大小的控制方程}$$

过载:

$$\mathbf{n} = \frac{N}{G} \quad \text{过载矢量的定义}$$

$$\mathbf{F}_i = n G_i \quad \text{通过过载来求导弹任意部分的外力大小}$$

过载的投影:

$$n_{x3} = \frac{1}{G} (P \cos \alpha \cos \beta - X) \quad \text{速度坐标系 x 轴方向过载的投影}$$

$$n_{y3} = \frac{1}{G} (P \sin \alpha + Y) \quad \text{速度坐标系 y 轴方向过载的投影}$$

$$n_{z3} = \frac{1}{g} (P \cos \alpha \cos \beta + Z) \quad \text{速度坐标系 } z \text{ 轴方向过载的投影}$$

$$n_{x2} = \frac{1}{g} (P \cos \alpha \cos \beta - X) \quad \text{弹道坐标系 } x \text{ 轴方向过载的投影}$$

$$n_{y2} = \frac{1}{g} (\cos(\gamma_v) (\sin(\alpha) P + Y) - \sin(\gamma_v) (-\sin(\beta) \cos(\alpha) P + Z)) \quad \text{弹道坐标系 } y \text{ 轴方向过载的投影}$$

$$n_{z2} = \frac{1}{g} (\sin(\gamma_v) (\sin(\alpha) P + Y) + \cos(\gamma_v) (-\sin(\beta) \cos(\alpha) P + Z)) \quad \text{弹道坐标系 } z \text{ 轴方向过载的投影}$$

过载表示动力学方程：

$$m \frac{dV}{dt} = N_{x2} + G_{x2} \quad \text{沿速度方向的动力学方程}$$

$$mV \frac{d\theta}{dt} = N_{y2} + G_{y2} \quad \text{沿速度去向纵向对称面内的动力学方程}$$

$$-mV \cos \theta \frac{d\psi_v}{dt} = N_{z2} + G_{z2} \quad \text{沿速度去向横向动力学方程}$$

用  $V$ 、 $\theta$ 、 $\psi_v$  来表示过载：

$$n_{x2} = \frac{1}{g} \frac{dV}{dt} + \sin \theta$$

$$n_{y2} = \frac{V}{g} \frac{d\theta}{dt} + \cos \theta$$

$$n_{z2} = -\frac{V}{g} \frac{d\psi_v}{dt} \cos \theta$$

根据过载判断飞行状态：

$$n_{x2} = \sin \theta \quad \text{等速飞行}$$

$$n_{y2} = \cos \theta \quad \text{不做上下拐弯}$$

$$n_{z2} = 0 \quad \text{不做左右拐弯}$$

曲率半径与过载之间的关系：

$$\rho_{y2} = \frac{V^2}{g(n_{y2} - \cos \theta)} \quad \text{竖直转弯曲率半径与过载之间的关系}$$

$$\rho_{z2} = \frac{V^2 \cos \theta}{g(n_{z2})} \quad \text{水平转弯曲率半径与过载之间的关系}$$

$$n_L = \frac{1}{g} (P \sin \alpha_L + q S C_{y_{max}}) \quad \text{极限过载表达式}$$

$$n_L > n_P > n_R \quad (\text{LIMIT} > \text{PASSABLE} > \text{REQUIRE})$$

铅垂平面内的方案飞行（由控制关系式推导攻角变化从而求出导引方程）：

$\varepsilon_1 = \alpha - \alpha_* = 0$  给定攻角下的理想控制关系式

$\varepsilon_1 = n_{y2} - n_{y2*} = 0$  给定纵向过载下的理想控制关系式

$\alpha = \frac{n_{y2} - (n_{y2b})_{\alpha=0}}{n_{y2b}^{\alpha}}$  给定过载下小攻角的表达式式

$\varepsilon_1 = \theta - \theta_* = 0$  给定单道倾角下的理想控制关系式

$\varepsilon_1 = \vartheta - \vartheta_* = 0$  给俯仰角下的理想控制关系式

$\delta_z = K_{\vartheta}(\vartheta - \vartheta_*)$  给定俯仰角下升降道的偏差控制律

$\theta = \arcsin(\frac{1}{V} \frac{dH_*}{dt})$  给定单道倾角的方案飞行可按给定高度飞行的方案单道

$\alpha = \frac{mg}{P+Y\alpha} \leftarrow [P \sin \alpha + Y = mg]$  等高飞行下小攻角的表达式

$\delta_z = -\frac{m_{z0} + \frac{mgm_z^{\alpha}}{P+Y\alpha}}{m_z^{\delta z}}$  等高飞行小攻角瞬时平衡假设下舵偏角表达式

$\delta_z = \delta_{z0} + K_H(H - H_0) + K_{\dot{H}}\dot{H}$  等高飞行下升降道的偏差控制律 (微分项消除震荡)

侧滑转弯飞行情况下的飞行方案：

$\alpha = \frac{n_{y3} - (n_{y3b})_{\alpha=0}}{n_{y3b}^{\alpha}}$  平衡状态下的攻角纵向过载表达式

$\alpha = \frac{1 - (n_{y3b})_{\alpha=0}}{n_{y3b}^{\alpha}}$  平衡状态下无倾斜的攻角纵向过载表达式

$\alpha = \frac{1/\cos \gamma_v - (n_{y3b})_{\alpha=0}}{n_{y3b}^{\alpha}}$  平衡状态下无侧滑的攻角纵向过载表达式

水平面内给定单道偏角下侧滑转弯飞行情况下的飞行方案：

$\varepsilon_2 = \varphi_v - \varphi_{v*} = 0$  给定单道偏角的理想控制关系式

$\frac{dV}{dt} = \frac{P-X}{m}$  切向方程

$\alpha = \frac{1 - (n_{y3b})_{\alpha=0}}{n_{y3b}^{\alpha}}$  竖直去向方程

$-\frac{V}{g} \frac{\frac{d\psi_v}{dt}}{n_{z3b}^{\beta}} = \beta$  水平去向方程

$\frac{dx}{dt} = V \cos \psi_v$  x轴方向方程

$\frac{dz}{dt} = -V \sin \psi_v$  z轴方向方程

$$\varphi_V = \varphi_{V*}(t) \quad \text{给定弹道倾角}$$

水平面内给定侧滑角或偏航角下侧滑转弯飞行情况下的飞行方案：

$\varphi$ ：

$$\varepsilon_2 = \psi_v - \psi_{v*} = 0 \quad \text{给定弹道偏角的理想控制关系式}$$

$\beta$ ：

$$\varepsilon_2 = \beta_v - \beta_{v*} = 0 \quad \text{给定侧滑角的理想关系式}$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{P-X}{m} \quad \text{切向方程}$$

$$\alpha = \frac{1 - (n_{y3b})_{\alpha=0}}{n_{y3b}^{\alpha}} \quad \text{竖直去向方程}$$

$$\frac{d\psi_v}{dt} = \frac{1}{mV} (P\beta - Z) \quad \text{水平去向方程}$$

$$\frac{dx}{dt} = V \cos \psi_v \quad \text{x轴方向方程}$$

$$\frac{dz}{dt} = -V \sin \psi_v \quad \text{z轴方向方程}$$

$\varphi$ ：

$$\psi = \psi_*(t) \quad \text{给定偏航角}$$

$$\beta = \psi - \psi_v \quad \text{水平飞行下侧滑、偏航、弹道偏角之间的几何关系}$$

$\beta$ ：

$$\beta = \beta_*(t) \quad \text{给定侧滑角}$$

水平面内给定侧向过载下侧滑转弯飞行情况下的飞行方案：

$$\varepsilon_2 = n_{x2} - n_{x2*}(t) = 0 \quad \text{给定过载下的控制方程}$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{P-X}{m} \quad \text{切向方程}$$

$$\alpha = \frac{1 - (n_{y3b})_{\alpha=0}}{n_{y3b}^{\alpha}} \quad \text{竖直去向方程}$$

$$\frac{d\psi_v}{dt} = -\frac{g}{V} n_{z2} \quad \text{水平去向方程}$$

$$\frac{dx}{dt} = V \cos \psi_v \quad \text{x轴方向方程}$$

$$\frac{dz}{dt} = -V \sin \psi_v \quad z \text{ 轴方向方程}$$

$$\beta = \frac{n_{z2}}{n_{z2b}^\beta} \quad \beta \text{ 角度和过载间关系}$$

$$n_{z2} = n_{z2*}(t) \quad \text{给定过载}$$

自动瞄准的相对运动方程组 (极坐标系):

$$\frac{dr}{dt} = V_T \cos \eta_T - V \cos \eta \quad \text{导弹与目标之间的矢径方向关系式}$$

$$r \frac{dq}{dt} = V \sin \eta - V_T \sin \eta_T \quad \text{导弹与目标之间的角度方向关系式}$$

$$q = \sigma + \eta \quad \text{导弹自身角度关系式}$$

$$q = \sigma_T + \eta_T \quad \text{目标角度关系式}$$

$$\varepsilon=0 \quad \text{导引关系式}$$

遥控导引的运动学方程组:

$$\frac{dR}{dt} = V \cos \eta \quad \text{基站与导弹之间矢径方向关系式}$$

$$R \frac{d\varepsilon}{dt} = -V \sin \eta \quad \text{速度垂直于目标线方向上的关系式}$$

航天器的开普勒轨道推导:

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} \quad \text{万有引力下的动力学方程}$$

$$\mathbf{h} = \mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}} = \text{const} \quad \text{单位质量的角动量守恒}$$

$$\mathbf{v} \times \mathbf{h} - \mu \frac{\mathbf{r}}{r} = \mathbf{L} \quad \text{拉普拉斯常量守恒}$$

$$\frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} = E = \text{const} \quad \text{能量守恒}$$

$$L^2 = \mu^2 + 2Eh^2 \quad \text{三个守恒量之间的关系}$$