第五章 基于最优鲁棒特征结构配置的被动容错控制设计

根据容错控制策略不同，容错控制有被动和主动之分。其中被动容错控制的主要特点是“以不变应万变”，即正常情况和故障情况都使用同一个控制器。它通常利用鲁棒控制技术使得系统对特定的故障集合不敏感，减小容错控制器对故障诊断单元的依赖性，降低设计难度。因此，在被动容错控制中，可以不需要在线的故障信息，各种潜在的故障类型在控制器设计之初，作为先验知识被考虑进去。这样在不改变控制器结构和参数的条件下，利用鲁棒控制技术使整个闭环系统对某些确定的故障具有不敏感性，使得在发生执行机构故障、传感器故障或被控对象故障的情况下，所设计的控制器依然能使闭环系统保持稳定。

极点配置是现代控制理论中基于状态反馈进行控制系统设计的一种基本方法。特征结构配置方法不同于极点配置，不但配置闭环极点，而且还配置闭环极点重数和特征向量，因而可以更加准确地调节系统性能。本节章基于鲁棒特征结构配置对一类执行机构故障的被动容错控制。

5.1 特征结构配置的基本原理

一个线性系统的性能是由它的特征结构确定的，特征结构包括闭环特征值和特征向量。其中，特征值主要决定系统的稳定性和动态性能，而相应的特征向量的选择却对系统的过渡过程特性有着较大的影响。因此，特征结构配置不仅需要满足极点位置的要求，而且还要关注特征向量的影响。

考虑如下连续 LTI 系统

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \tag{5-1-1}$$

式中，$x(t) \in R^n$ 为状态向量，$u(t) \in R^r$ 为控制输入，$y(t) \in R^m$ 为系统输出，A、B、C、D 为适当维数常数矩阵，且 (A, B) 可控。选取如下状态反馈律

$$u(t) = -Kx(t) \tag{5-1-2}$$

其中，$K \in R^{r \times n}$ 为状态反馈增益矩阵。可得如下闭环系统

$$\dot{x}(t) = A_c x(t) \tag{5-1-3}$$

$$A_c = A - BK \tag{5-1-4}$$

$$(\lambda_i I - A_c) v_i = 0 \quad \Rightarrow \quad \left[\lambda_i I - (A - BK)\right] v_i = 0 \quad (i = 1, 2, \cdots, n) \tag{5-1-5}$$

其中 λ_i 为闭环系统特征值，v_i 是与 λ_i 对应的特征向量。假设 λ_i 没有重根，则与之对应的 n 个特征向量 v_i 相互独立。将上式移项

$$(\lambda_i I - A)v_i = -BKv_i = -Bp_i \quad \Rightarrow \quad (A-\lambda_i I)v_i = Bp_i \tag{5-1-6}$$

其中

$$p_i = Kv_i \tag{5-1-7}$$

称为配置列向量。由式（5-1-6）可得

$$v_i = (A-\lambda_i I)^{-1} Bp_i \tag{5-1-8}$$

显然上式中$(A-\lambda_i I)^{-1}$存在，根据式（5-1-7）可得

$$\underset{r\times n}{P} = \underset{r\times n}{K}\,\underset{n\times n}{V} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{bmatrix} p_1 & \cdots & p_i & \cdots & p_n \end{bmatrix} = K\begin{bmatrix} v_1 & \cdots & v_i & \cdots & v_n \end{bmatrix}$$

其中，P称为配置矩阵，V称为闭环特征矩阵。

$$\begin{aligned} K = PV^{-1} &= \begin{bmatrix} p_1 & \cdots & p_i & \cdots & p_n \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_1 & \cdots & v_i & \cdots & v_n \end{bmatrix}^{-1} \\ &= \begin{bmatrix} p_1 & \cdots & p_i & \cdots & p_n \end{bmatrix}\begin{bmatrix} (A-\lambda_1 I)^{-1}Bp_1 & \cdots & (A-\lambda_i I)^{-1}Bp_i & \cdots & (A-\lambda_n I)^{-1}Bp_n \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{5-1-9}$$

上式为状态反馈增益阵K的特征结构表达式。其中λ_i是经K构成的n个特征值，p_i是n个配置列向量，由式（5-1-7）可知p_i也决定了期望特征向量。由此可见，作为可自由和独立选择的设计参数包括n个闭环特征值和n个配置列向量。

系统（5-1-1）的零输入响应

$$x(t) = \sum_{i=1}^{n}\left[w_i^T x(0)\right]e^{\lambda_i t}v_i = \sum_{i=1}^{n}\alpha_i(t)v_i \tag{5-1-10}$$

其中，$\alpha_i(t) = \left[w_i^T x(0)\right]e^{\lambda_i t}$为时间$t$的标量函数，$v_i$是闭环系统（右）特征向量，$w_i$是闭环系统左特征向量，将（4-1-7）式代入有

$$Kx(t) = \sum_{i=1}^{n}\alpha_i(t)Kv_i = \sum_{i=1}^{n}\alpha_i(t)p_i \tag{5-1-11}$$

结合式（5-1-2）可得

$$u(t) = -\sum_{i=1}^{n}\alpha_i(t)p_i \tag{5-1-12}$$

由式（5-1-11）和（5-1-12）可知，标量系数$\alpha_i(t)$由左特征向量w_i和状态变量初值$x(0)$构成。闭环系统状态变量$x(t)$由标量系数$\alpha_i(t)$和（右）特征向量v_i构成，而控制作用量由标量系数$\alpha_i(t)$和配置向量p_i构成。由此，v_i可生成状态空间，p_i以同样的方式生成控制空间（或子空间）。但与v_i不同的地方在于，p_i不会随着状态变量的坐标变换而改变，而v_i则会改变。

综合上述，特征值λ_i决定闭环系统运动模态，而配置向量p_i（或右特征向量v_i）则决定其在各个控制量（或状态变量）上的分布。当性能指标包含在系统特征结构里时，特征结构配置能获得精确的稳定性和期望的动态性能。