1996年 2 月　　西北工业大学学报　　Feb. 1996
第14卷第1期　JOURNAL OF NORTHWESTERN POLYTECHNICAL UNIVERSITY　Vol. 14 No. 1

用矩阵奇异值分解设计鲁棒故障诊断观测器*

胡昌华①　王　青①　陈新海②　许化龙③

摘　要　基于观测器的故障诊断是控制系统故障诊断的一种重要方法，其关键是对未建模误差和噪音等未知干扰因素(简称未知输入)的鲁棒性。作者从频域中分析了观测器的误差，得出了对未知输入具有鲁棒性的条件方程式，基于矩阵的奇异值分解理论提出了一种可用于计算机迭代求解的算法，大量的仿真实例验证了本文提出方法的有效性。

关键词　故障诊断，奇异值分解，鲁棒观测器
中图分类号　TP277

引　言

大型复杂系统故障诊断越来越引起人们的重视，在控制系统故障诊断中首先发展起来的是基于观测器的故障诊断方法[1]，对未知干扰输入的鲁棒性是决定基于观测器故障诊断方法成败的关键因素，因而近年来引起了人们的广泛重视并提出了许多方法，如 Wünnberg 和 Frank 提出的未知输入观测器 KCF 方法[2]，这些方法大都较复杂难以应用。本文基于矩阵的奇异值分解理论，提出了一种简单的可用计算机迭代求解的方法。

1　问题的描述

考虑一个存在建模误差和故障的线性系统，其数学描述可表达为

$$\begin{cases}\dot{X} = (A + \Delta A)X + (B + \Delta B)U + N_s V_s + f_s & \text{(1a)}\\ Y = CX + f_s & \text{(1b)}\end{cases}$$

式中　X 为 $R^{n\times 1}$ 状态变量，U 为 $R^{r\times 1}$ 控制变量，Y 为 $R^{m\times 1}$ 观测变量，V_s 为干扰．A、B、C 为合适维矩阵，ΔA、ΔB 表示建模误差，f_s 表示执行机构或控制组件故障的向量或矩阵，f_s 表示传感器故障的向量或矩阵。

把(1)式的未知因素归并到一起，得(2)式

$$\begin{cases}\dot{X} = AX + BU + Ed + f_s \quad (E = [\Delta A \quad \Delta B \quad N_s],\ d^{T} = [X \quad U \quad V_s]) & \text{(2a)}\\ Y = CX + f_s & \text{(2b)}\end{cases}$$

(2)式的现时观测器为

$$\begin{cases}\dot{\hat{X}} = A\hat{X} + BU + K(\hat{Y} - Y) & \text{(3a)}\\ \hat{Y} = C\hat{X} & \text{(3b)}\end{cases}$$

---

① 西北工业大学博士生　② 西北工业大学教授　③ 二炮工程学院教授

本文收到日期：1995—04—20　* 国家教委博士点基金资助课题

令

$$\in = \hat{X} - X, \quad e = W(\hat{Y} - Y) \tag{4}$$

则

$$\in = (A + KC)\in - Ed - f_s - Kf_s, \quad e = wc\in - wf_s \tag{5}$$

令

$$H = WC \tag{6}$$

则

$$\in = (A + KC)\in - Ed - f_s - Kf_s, \quad e = H\in - Wf_s \tag{7}$$

当不存在建模误差和噪声，且系统无故障时，合适地选择 K，使 $(A+KC)$ 稳定，则有

$$\lim_{t\to\infty} \in(t) = 0, \quad \lim_{t\to\infty} e(t) = 0 \tag{8}$$

当系统出现故障时(8)式不成立，即

$$\lim_{t\to\infty} e(t) \neq 0 \tag{9}$$

因此通过简单的决策方法（如阀值逻辑）就可判断故障是否发生

$$r^{*}_{(t)} = \begin{cases} 1 & \text{当 } e(t) > \delta \text{ 表示系统故障} \quad (10a) \\ 0 & \text{当 } e(t) < \delta \text{ 表示系统正常} \quad (10b) \end{cases}$$

问题是建模误差和干扰等未知输入因素也影响到 $\in(t)$ 和 $e(t)$，使系统稳态误差也偏离了当不存在建模误差和故障的标称状态下的值。因此未知输入是引起虚警和误检、降低检测性能的关键因素，鲁棒观测器的设计任务就是要设计一个观测器，使其残差对故障的发生敏感，而对未知输入具有鲁棒性。

2　问题的解

由(7)式进行拉氏变换，经整理得

$$e(s) = -H(sI - A - KC)^{-1}Ed - H(sI - A - KC)^{-1}f_s - H(sI - A - KC)^{-1}Kf_s - Wf_s \tag{11}$$

由(11)式知对未知输入具有鲁棒性的条件为

$$H(sI - A - KC)^{-1}E = 0, \text{等价于 } HE = 0 \tag{12}$$

因此问题归结为求解满足(12)式的 H。若 H 有 p 行，且 $\operatorname{rank}E \leqslant n - p$，则可直接由(12)式求解 H，但当这一条件不满足时，必须通过其它途径，下面引入一种奇异值分解的迭代求解方法。

由矩阵的奇异值分解理论有如下引理

引理1　与 $z_1 z_2 \cdots z_t$ 都具有最好的正交性的矩阵 P 可通过下述优化过程求解[3,4]

$$J = \min \sum_{i=1}^{t} \|P^T z_i\|_F^2 \tag{13}$$

引理2　使(13)式的 J 最小的 P 可通过如下的奇异值分解求得[2,3]

令　$z = [z_1 z_2 \cdots z_t]$，设 z 的奇异值分解为

$$z = U\Sigma V, (\text{式中 } \Sigma = \operatorname{diag}(\sigma_1 \cdots \sigma_n\ 0 \cdots 0)) \tag{14}$$

则　$P = [u_1 u_2 \cdots u_p]^T$，　u_i 为 U 的第 i 列且

$$PZ = 0 \tag{15}$$

由引理1、引理2考虑到鲁棒观测器的条件方程(12)式，易得下面鲁棒观测器定理。

定理　对由(2)式描述的系统，用(3)式作为观测器，具有(5)式的残差系统，使残差 $e(t)$ 对建模误差和噪音等未知干扰具有鲁棒性的观测器 H 阵可由 E 的奇异值分解求得。

若 E 的奇异值分解

$$E = U\Sigma V \tag{16}$$

则　$H = [u_1 \cdots u_r]^{T}$　　(17)

为了便于计算机求解,引入一种迭代求解算法。

算　法　步骤1　由一系列 Householder 变换化矩阵为双对角阵

$$U_n \cdots U_2 U_1 A V_1 V_2 \cdots V_m = \mathscr{U}^{T} A \mathscr{V} = B \tag{18}$$

步骤2　用一系列 Given 变换循环迭代,化双对角阵 B 为对角阵 $\widetilde{B}$

$$U'_l \cdots U'_2 U'_1 B V'_1 V'_2 \cdots V'_k = \mathscr{U}'^{T} B \mathscr{V}' = \widetilde{B} \tag{19}$$

步骤3

$$U = \mathscr{U}'\mathscr{U}, \qquad V = \mathscr{V}\mathscr{V}', \qquad \Sigma = \widetilde{B} \tag{20}$$

且 $A = U\Sigma V$

整个算法可编成程序,由计算机求解。

3　应用举例

某控制系统状态方程描述为

$$\begin{cases} \dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & 1.0 \\ 8.049\,15 & -0.092\,55 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 0 \\ -8.923\,29 \end{bmatrix} \delta, & (21a) \\ Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} X & (21b) \end{cases}$$

采用输出反馈把闭环极点配置在[−2,−5]处,得反馈控制阵

$$L = [2.022\,7 \quad 0.774\,1] \tag{22}$$

闭环系统方程为

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -10 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 18.049\,15 & 6.907\,45 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{式中 } r \text{ 为参考输入信号}) \tag{23}$$

对由(23)式和(21b)式组成的系统,采用形如(3)式的观测器,把观测器两特征值配置在(−10)处,得观测器反馈阵

$$K = \begin{bmatrix} -10 & -1 \\ 10 & -3 \end{bmatrix} \tag{24}$$

考虑系统(21)式存在建模误差

$$\Delta A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1.480\,68 & -0.003\,18 \end{bmatrix}, \quad \Delta B = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.047\,81 \end{bmatrix} \tag{25}$$

即

$$E = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1.480\,68 & -0.003\,18 & -0.047\,81 \end{bmatrix} \tag{26}$$

设计对 E 具有鲁棒性而对故障具有灵敏性的故障诊断鲁棒观测器.由3的论述知,对 E 具有鲁棒性的观测器的设计关键在于求解 H.对 E 进行奇异值分解,考虑到(12)式的条件得

$$H = [1 \quad 0] \tag{27}$$

实验1　分别对没有建模误差且不存在故障和存在建模误差 E 但不存在故障两种情况进行仿真,残差结果如图1所示

图1中横坐标表示时间,纵坐标表示输出残差(图2,图3具有同样的坐标定义),图中虚线表示

不存在建模误差时输出误差的范数，实线表示存在建模误差 B 时输出残差的范数。从图1可以看出，由于未建模动态的影响，使初始残差的范数与标称状态的残差出现较大偏离。

实验2 条件与实验1相同，但用鲁棒观测器，输出残差结果如图2所示。

图中虚线表示标称状态残差输出，实线表示存在未建模动态 B 状态下的残差输出，从图中可以看出观测器对 B 具有较强的鲁棒性。

实验3 假定执行机构输入端速率反馈输入通道断路故障，用前述的鲁棒观测器观测残差输出，结果如图3所示。

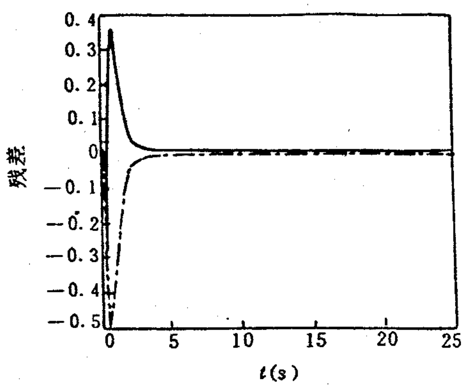

图1 标称状态和存在建模误差状态输出残差比较图

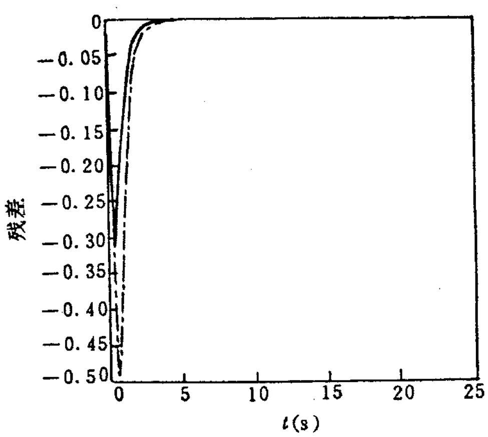

图2 鲁棒观测器残差结果

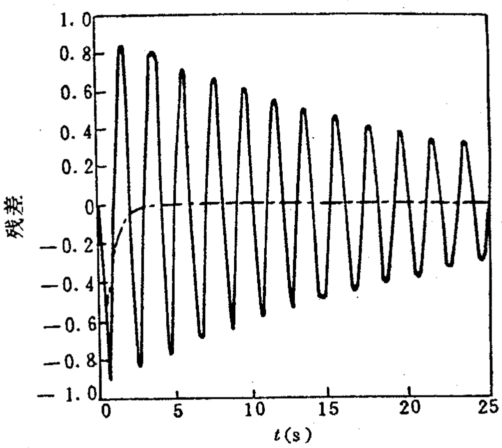

图3 存在执行机构故障时的鲁棒残差输出

图3中实线表示存在执行机构故障时的鲁棒残差输出，虚线对应标称状态下的残差输出，故障使残差出现较大的正偏差(与标称状态相反且有反复振荡的现象，故障现象得以充分表现。

由实验1～3可得到如下结论：

1. 直接利用现时观测器输出残差对系统进行故障诊断，当系统存在未建模动态时，可能会引起虚警。

2. 利用该文所述的方法设计的鲁棒观测器对未建模动态和随机干扰具有较好的抑制作用，而对故障具有较好的敏感性。

4 结 论

利用矩阵奇异值分解理论，提出了一种对未建模动态和随机干扰等未知因素具有鲁棒性的故障观测器设计方法，该方法用计算机迭代求解，计算简便，便于实际使用，仿真试验证实了该方法的有效性。

参 考 文 献

1 Beard R V. Failure Accommodation in Linear System Through Self-Organization. Rept MVT-71-1, Cambridge: MA, Man Vehicle Lab, 1971

2 Frank P M, Wunnenberg J. Robust Fault Diagnosis Using Unknown Inputs Observer Schemes. In: Patton R J, Frank P M, Clark R N, (Eds). Fault Diagnosis in Dynamic Systems: Theory and Application. NJ: Prentice Hall, Englewood Cliffs, 48~98

3 Lou X, Wiusky A S, Verghese G C. Optimally Robust Redundancy Relation for Failure Detection in Uncertain Systems. Automatica, 1986, 22: 333~344

4 威尔金森 J H. 代数特征值问题. 北京:科学出版社, 1987

A Robust Observer for Fault Diagnosis

Hu Changhua Wang Qing Chen Xinhai Xu Hualong

(College of Aeronautics
Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072)

Many recent papers deal with fault diagnosis through comparing real system with observer system. This paper deals also with this problem but in a different way: more important still, it is much simpler and much more easily implemented.

Our idea is essentially the design of a robust observer system. It reduces factors not related to fault, such as noise and unmodeling factors, to below allowable limits. Such reduction is needed for smooth detection of faults, such reduction is achieved through adjusting gain and feedback gain of observer system. Gain and feedback gains must be so adjusted as to satisfy condition equation, eq. (12), which is obtained through frequency domain analysis. Some papers also present condition equations, but they are different from eq. (12).

Finally we offer simulation results in Figs. 1 through 3. Fig. 1 gives the simulation results of an observer system without reducing factors not related to fault to below allowable limits, Fig. 2 shows that our specially designed observer system does nearly completely eliminate the effect of such factors; Fig. 3 shows that our observer system does give very clear indication of the existence of fault.

We emphasize that the simplicity and easy implementation of our observer are due to that we employ the theory of singular value decomposition on solving the condition equation. This design is accomplished automatically with an iterative algorithm.

Key words fault diagnosis, singular value decomposition, robust observer