

航天飞行动力学大作业

——远程火箭弹道设计

一、问题描述

在已知条件下，通过计算得到远程火箭理想弹道，并通过得到的结果验证齐奥尔科夫斯基公式。

二、模型建立

可以建立以下列公式为基础模型：

$$\left. \begin{aligned} \dot{v} &= \frac{P_e}{m} + g \cdot \sin \theta \\ v\dot{\theta} &= \frac{1}{m} \cdot P_e \cdot \alpha + g \cdot \cos \theta \\ \dot{x} &= v \cdot \cos \theta \\ \dot{y} &= v \cdot \sin \theta \\ m &= m_0 - \dot{m} \cdot t \\ \alpha &= A_\varphi \cdot (\varphi_{pr} - \theta) \end{aligned} \right\}$$

其中的 φ_{pr} 可以由下列公式得到：

$$\varphi_{pr} = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & 0 \leq t < t_1 \\ \frac{\pi}{2} + \left(\frac{\pi}{2} - f_{ig} \right) \cdot \left[\left(\frac{t-t_1}{t_2-t_1} \right)^2 - 2 \cdot \frac{t-t_1}{t_2-t_1} \right] & t_1 \leq t < t_2 \\ f_{ig} & t_2 \leq t \leq t_3 \end{cases}$$

$$f_{ig} = \pi/60, \quad t_1 = 10s, \quad t_2 = 130s, \quad t_3 = 150s$$

三、弹道计算

通过 MATLAB 进行数值求解可以得到如下图 3-1 所示结果。

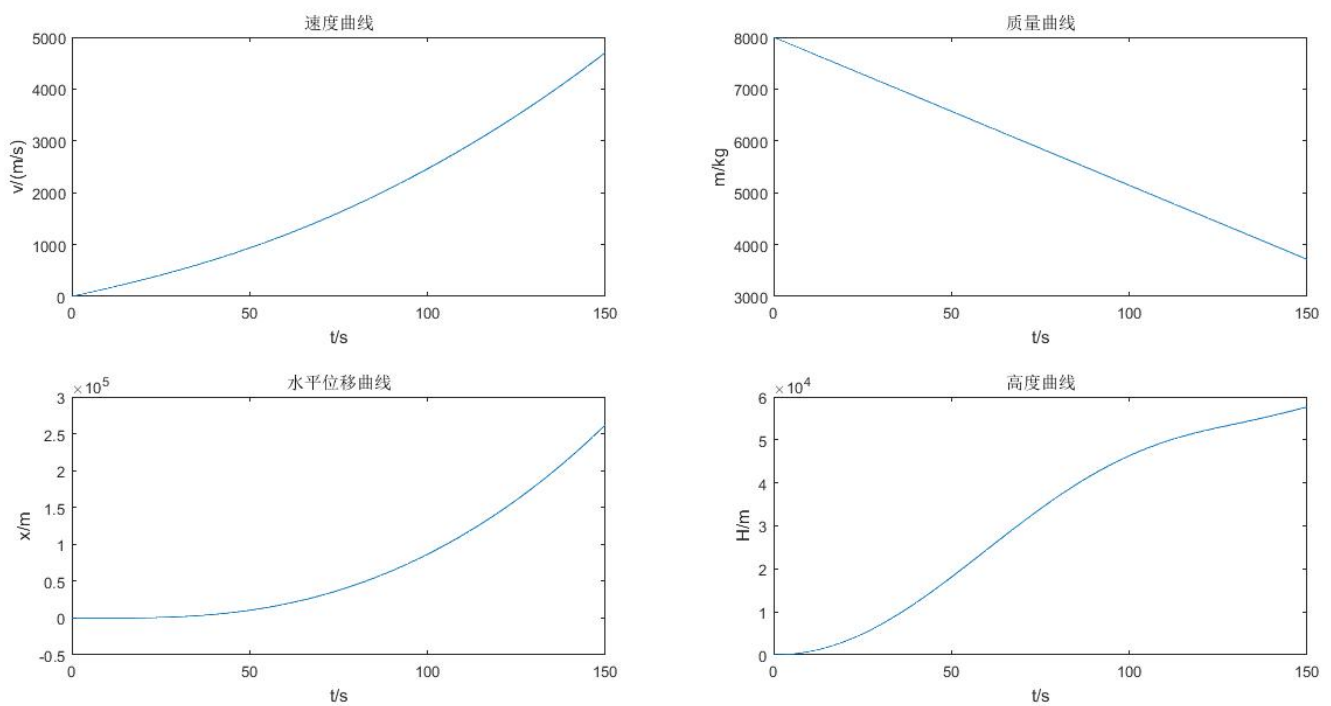


图 3-1 各参数模拟曲线

四、验证齐奥尔科夫斯基公式

由上一步的仿真结果可以得到当火箭飞行至 150s 时，质量由刚开始的 8000kg 降至 3715kg，速度从零升至 6057m/s，又已知喷气速度为 7000kg/s，利用齐奥尔科夫斯基公式：

$$\Delta V = V_e \ln(m_0 / m_1)$$

可计算得到 ΔV 为 5370.38m/s 和实际仿真结果 4706.71m/s 并不是十分接近, 考虑到重力对计算结果的影响, 在迭代过程中除去重力再次计算结果为 5370.65m/s, 与理论结果相当接近, 因此可以认为证明了齐奥尔科夫斯基公式。

五、 程序代码

迭代微分方程组：

```
function dy=Ds(t,y)
dy=zeros(5,1);
dy(1)=200000.*y(3).^(-1)-0.98E1.*sin(y(2));
if(t<10)
    f=pi/2;
elseif(t<130)
    f=pi/2+(29/60*pi)*(((t-10)/120)^2-2*((t-10)/120));
else
    f=pi/60;
end
a=35.*((-1).*y(2)+f);
if(t==0)
    st=0;
else
    st=y(1).^(-1).*(200000.*y(3).^(-1).*a-0.98E1.*cos(y(2)));
end
dy(2)=st;
dy(3)=(-0.2857E2);
dy(4)=y(1).*cos(y(2));
dy(5)=y(1).*sin(y(2));
end
```

求解微分方程组并绘图：

```
[t,x]=ode45('Ds',[0 150],[0 pi/2 8000 0 0]);  
subplot(2,2,1)  
plot(t,x(:,1))  
  
title('速度曲线')  
  
xlabel('t/s')  
ylabel('v/(m/s)')  
subplot(2,2,2)  
plot(t,x(:,3))  
  
title('质量曲线')  
  
xlabel('t/s')  
ylabel('m/kg')  
subplot(2,2,3)  
plot(t,x(:,4))  
  
title('水平位移曲线')  
  
xlabel('t/s')  
ylabel('x/m')  
subplot(2,2,4)  
plot(t,x(:,5))  
  
title('高度曲线')  
  
xlabel('t/s')  
ylabel('H/m')
```