

**VERSUCH NUMMER**

**TITEL**

AUTOR A

authorA@udo.edu

AUTOR B

authorB@udo.edu

Durchführung: DATUM

Abgabe: DATUM

TU Dortmund – Fakultät Physik


## Inhaltsverzeichnis

# 1 Theorie

## 2 Theorie

### 2.1 Radioaktiver Zerfall von $^{137}\text{Cs}$

Das Isotop  $^{137}\text{Cs}$  zerfällt mit einer Halbwertszeit von etwa 30 Jahren über einen  $\beta$ -Zerfall in  $^{137}\text{Ba}$ . In 94,6% der Fälle läuft dieser Vorgang über einen angeregten Zustand von  $^{137}\text{Ba}$  ab. Mit einer Wahrscheinlichkeit von 5,4% führt der  $\beta$ -Zerfall direkt in den Grundzustand des Barium-Kerns. Der Übergang des angeregten Kerns in seinen Grundzustand erfolgt durch Aussendung eines Photons mit einer charakteristischen Energie von 0,662 MeV bei einer Halbwertszeit von 153 s. Die Energie des Photons entspricht dabei der Energiedifferenz der beiden Zustände des Barium-Kerns. Abbildung 1 zeigt das Zerfallsschema von  $^{137}\text{Cs}$ .



figures/cs137\_Zerfallsschema.png

**Abbildung 1:** Zerfallsschema von  $^{137}\text{Cs}$  in  $^{137}\text{Ba}$ . Beim Zerfall über einen angeregten Zustand des Barium-Kerns wird zusätzlich zum  $\beta$ -Teilchen ein  $\gamma$ -Quant mit der charakteristischen Energie 0,662 MeV emittiert.

## 2.2 Wechselwirkung von elektromagnetischer Strahlung mit Materie

Der Durchgang von  $\gamma$ -Strahlung durch Materie ist geprägt von der Wechselwirkung der Photonen mit den Hüllenelektronen der Atome des Absorbermaterials. Im Folgenden werden die drei in der Regel dominierenden Prozesse diskutiert: Der Photoeffekt, die Comptonstreuung und die Paarbildung.

- Der Photoeffekt beschreibt die Wechselwirkung eines Photons mit einem Hüllenelektron, wobei das Photon seine Energie  $E_\gamma$  vollständig an das Elektron abgibt und das Elektron aus seiner Bindung entfernt wird. Es erhält dabei die Energie  $E_e = E_\gamma - E_B$ . Das Auftreten des Photoeffektes erfolgt erst, sobald die Bindungsenergie  $E_B$  des Elektrons kleiner als die Photonenergie ist, woraus sich die Bedingung  $E_\gamma > E_B$  ergibt. Der Photoeffekt dominiert bei Energie unter 100 keV. Der Wirkungsquerschnitt ist proportional zu  $Z^5$ , woraus folgt, dass der Effekt bei schwereren Elementen stärker zum tragen kommt.
- Der zweite Effekt wird als Comptonstreuung bezeichnet. Hierbei wird das Photon an einem freien Elektron inelastisch gestreut. Das Photon gibt dabei unter Richtungsänderung Energie an das Elektron ab, wird dabei allerdings nicht vernichtet. Der Wirkungsquerschnitt der Comptonstreuung ist proportional zu  $Z^2$ . Der Effekt dominiert im Energiebereich zwischen 100 keV und 10 MeV.
- Der dritte Prozess ist die Paarerzeugung. Sie tritt bei Energien oberhalb der doppelten Ruhemasse des Elektrons auf, also ab 1,02 MeV. Hierbei wird der Photon unter Erzeugung eines Elektrons und eines Positrons ausgelöscht. Aufgrund des Impulserhaltungssatzes wird dabei stets auch Energie auf den Atomkern übertragen. Da mit  $\gamma$ -Strahlung der Energie 0,662 MeV gearbeitet wird, trägt die Paarerzeugung im folgenden Versuch nicht bei.

Durch Überlagerung der verschiedenen Effekte ergeben sich schnell komplexe Abhängigkeiten. Stets wird ein Teil der Energie der Eingangsstrahlung im Material absorbiert. Insgesamt folgt die Abschwächung der Eingangsintensität  $I_0$  einem exponentiellen Verlauf, der Form

$$I = I_0 e^{-\sum_i \mu_i d_i} \quad (1)$$

wobei die  $\mu_i$  die Absorptionskoeffizienten verschiedener Materialien und  $d_i$  deren Dicken bezeichnen. Durch Umstellen der Formel zu

$$\sum_i \mu_i d_i = \ln \left( \frac{I_0}{I_j} \right) \quad (2)$$

ergibt sich die Möglichkeit durch die Messung der Intensitäten  $I_j$  und bei geschickter Wahl der Strahlwege ein Gleichungssystem aufzustellen, mit dessen Hilfe die Verteilung verschiedener Materialien in einem nicht einsehbaren Körper bestimmt werden kann.

### 2.3 Messung der Absorptionskoeffizienten

Im Folgenden wird mit der Matrixschreibweise gearbeitet. Gleichung (2) lässt sich somit schreiben als

$$A \cdot \vec{\mu} = \vec{I} \quad (3)$$

Hierbei bezeichnet  $\vec{\mu}$  den zu bestimmenden Vektor der Absorptionskoeffizienten,  $A$  die Matrix, die Information über die Wegstrecken enthält und  $\vec{I}$  den Vektor der gemessenen Intensitäten gemäß der rechten Seite von Gleichung (2).

Im durchgeführten Versuch wird ein Würfel mit dünner Aluminiumummantelung untersucht, der im Inneren aus  $3 \times 3 \times 3$  gleich großen Teilwürfel besteht. Aus Zeitgründen wird nur eine Schicht untersucht, sodass insgesamt neun Absorptionskoeffizienten zu bestimmen sind. Der Vektor  $\vec{\mu}$  hat demnach die Dimension  $n = 9$ . Die Matrix  $A$  hat die Dimension  $m \times n$ , wobei  $m$  die Dimension des Vektors  $\vec{I}$ , also die Anzahl der durchgeführten Messungen bei unterschiedlichen Projektionen ist. Um das lineare Gleichungssystem mit einem klassischen Ansatz lösen zu können, sind mindestens  $n$  unterschiedliche Projektionen zu wählen, wobei sichergestellt werden muss, dass die resultierende Matrix  $A$  nicht singulär ist. Es empfiehlt sich jedoch zu Gunsten einer besseren Statistik mehr Messungen bzw. Projektionen durchzuführen. Abbildung 2 zeigt die zwölf ausgewählten Projektionen zur Untersuchung einer Schicht des Würfels.



**Abbildung 2:** Darstellung der zwölf gewählten Projektionen für die mittlere  $3 \times 3$  Schicht eines zu untersuchenden Würfels.

Zur Berücksichtigung unterschiedlicher Unsicherheiten auf die gemessenen Werte von  $\vec{I}$

wird Gleichung (3) modifiziert zu

$$WA \cdot \vec{\mu} = W\vec{I} \quad (4)$$

mit der Gewichtungsmatrix

$$W = V[I]^{-1} \quad (5)$$

Die Lösung der Gleichung ist nun gegeben durch

$$\vec{\mu} = (A^TWA)^{-1} (A^TW\vec{I}) \quad (6)$$

Für die Unsicherheiten ergibt sich

$$V[\mu] = (A^TWA)^{-1} \quad (7)$$

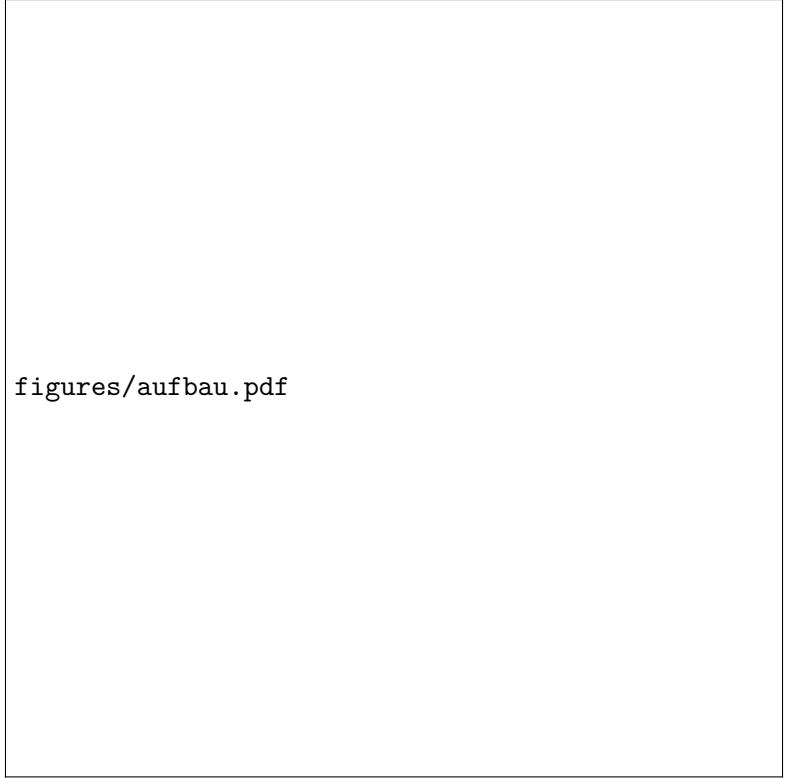
[sample]

### 3 Durchführung

### 4 Durchführung

Abbildung 3 zeigt den wesentlichen Teil des Versuchsaufbaus. Die von der  $^{137}\text{Cs}$  Quelle ausgehende  $\gamma$ -Strahlung wird durch Bleiblocke zu großen Teilen abgeschirmt. Nur in Richtung eines Detektors wird die Strahlung über eine Bleiblende nutzbar gemacht. Bei dem Detektor handelt es sich um einen Szintillationsdetektor, der als szintillierendes Material Natriumiodid (NaI) verwendet. Trifft  $\gamma$ -Strahlung auf das Material, werden dessen Moleküle angeregt und emittieren Photonen. Die Detektion dieser Photonen erfolgt durch einen Photomultiplier, der gemäß der Anzahl eintreffender Photonen ein elektrisches Signal entsprechender Stärke an einen Multichannelanalyzer weitergibt. Dieser histogrammiert die eintreffenden Signale an Hand ihrer Impulshöhe. Die Ausgabe erfolgt über einen angeschlossenen Computer und ein entsprechendes Analyseprogramm. Als zu untersuchende Objekte werden verschiedene Würfel in den Strahlengang gebracht. Auf einer entsprechenden Halterung sind die Würfel horizontal verschiebar und senkrecht zur Horizontalen drehbar gelagert.

Insgesamt werden fünf Messreihen durchgeführt. Zunächst wird eine Messung ohne Würfel im Strahlengang durchgeführt (Nullmessung). Danach folgen Messungen mit einem leeren Würfel (Würfel 1) (d.h. nur die Aluminiumummantelung befindet sich im Strahlengang) für fünf verschiedene Ausrichtungen des Würfels. Sowohl für die Nullmessung, als auch für die Leermessung wird neben der Anzahl an gezählten Ereignissen auch das Strahlungsspektrum aufgenommen. Es folgen Messungen für die Würfel 2 und 3 mit jeweils vier Würfelausrichtungen, wobei bekannt ist, dass Würfel 2 vollständig aus Aluminium und Würfel 3 vollständig aus Blei besteht. Abschließend wird Würfel 5 als ein Würfel mit unbekannter Zusammensetzung aus allen zwölf Richtungen gemäß Abbildung 2 vermessen.



figures/aufbau.pdf

**Abbildung 3:** Versuchsaufbau mit zu untersuchendem Würfel, einem Natriumiodid-Detektor und einer  $^{137}\text{Cs}$  Quelle. Die umfangreiche Bleiabschirmung ist hier nicht zu sehen.

## 5 Auswertung

## 6 Diskussion

## 7 Diskussion

Die Auswertung der beiden Würfel mit homogenen Materialverteilungen ergab die in Tabelle ?? aufgeführten Absorptionskoeffizienten. Vergleicht man diese mit den Literaturwerten in Tabelle ??, so ergeben sich sehr eindeutige Zuordnungen zu den aufgeführten Materialien. Würfel 2 stimmt mit einem bestimmten Koeffizienten von  $\mu_2 = (0,19 \pm 0,01)/\text{cm}$  sehr gut mit einer Zusammensetzung aus Aluminium überein. Die Abweichung beträgt etwa 6 %. Würfel 3 wies nach Messung einen Absorptionskoeffizienten von  $\mu_3 = (1,04 \pm 0,06)/\text{cm}$  auf. Dieser stimmt wiederum am besten mit einer Zusammensetzung aus Blei überein. Die Abweichung beträgt hierbei etwa 16,5 %.

**Tabelle 1:** Absorptionskoeffizienten einiger Metalle. Die Werte folgen aus den Dichten und Absorptionskoeffizienten der einzelnen Elemente [koeff].

Material	$\sigma$ , $\text{cm}^2/\text{g}$	$\rho$ , $\text{g}/\text{cm}^3$	$\mu$ , $1/\text{cm}$
Blei	0,110	11,34	1,245
Messing	0,073	8,41	0,614
Eisen	0,073	7,86	0,574
Aluminium	0,075	2,71	0,203
Delrin	0,082	1,42	0,116

Die Messwerte für Würfel 5 lassen auf die folgende Zusammensetzung aus Teilwürfeln schließen.

**Tabelle 2:** Aus den verschiedenen Absorptionskoeffizienten bestimmte Zusammensetzung der Teilwürfel von Würfel 5.

Teilwürfel	Absorptionskoeffizient $\mu$ , $1/\text{cm}$	Abweichung, %	Material
1	0,35 $\pm$ 0,08	72,4	Aluminium
2	0,72 $\pm$ 0,06	17,3	Messing (soll: Pb)
3	0,31 $\pm$ 0,08	52,7	Aluminium
4	0,06 $\pm$ 0,06	48,3	Delrin/Luft (soll: Al)
5	1,09 $\pm$ 0,08	12,5	Blei
6	0,15 $\pm$ 0,06	26,1	Aluminium
7	0,14 $\pm$ 0,08	31,0	Aluminium
8	0,28 $\pm$ 0,06	37,9	Aluminium
9	0,12 $\pm$ 0,08	3,4	Delrin (soll: Al)

Diese Schätzung stellt allerdings lediglich eine Verknüpfung des bestimmten Absorptionskoeffizienten mit dem nächsten Wert eines oben aufgeführten Materials dar. Dabei sind die Abweichungen



von den Literaturwerten allerdings durchweg recht hoch. Außerdem sind die statistischen Fehler der einzelnen Messungen bereits ziemlich groß und reichen wie etwa im Fall von Teilwürfel 4 an den Nominalwert. Hier zeigt sich wohl im Vergleich zu den Vermessungen der ersten beiden Würfel, dass der Unterschied in der Statistik, bzw. das Verwenden eines überbestimmten Gleichungssystems den Fehler deutlich vermindert.

Die größten Fehlerquellen liegen allerdings vermutlich in der Datennahme selbst. Besonders die Projektionen, welche nur einen Teilwürfel durchlaufen sind anfällig für Messfehler. Hier beeinflusst schon eine kleine Abweichung von der richtigen Ausrichtung das Ergebnis sehr, weil ein erheblicher Teil des Strahls dann durch andere Teilwürfel verläuft.

Generell aber ist die Genauigkeit der Justage des Würfels in diesem Versuch schwierig, da eine genaue Überprüfung der Ausrichtung wegen fehlender Orientierungshilfen nicht möglich ist. Dies sorgt für eine Ungenauigkeit in der Wegstrecke des Teilchenstrahls, besonders bei den Diagonalprojektionen. Hier tritt aber auch für ein Ausschmieren in nebenliegende Teilwürfel auf.

Des Weiteren ist auch die aus der radioaktiven Quelle stammende Strahlung kein perfekt fokussierter Strahl. Viel mehr treten schon hier "Verschmierungen" und Ungenauigkeiten auf, weswegen besonders bei den diagonalen Projektionen ebenfalls Abweichungen durch nebenliegende Teilwürfel auftreten. Anhand der Größe der Fehler auf die Ergebnisse ist es sehr schwierig, den Messungen für Würfel 5 Materialien zuzuordnen. Dies liegt vorallem auch daran, dass viele Materialien sehr ähnliche Absorptionskoeffizienten haben und somit eine eindeutige Zuordnung schwierig ist. Allerdings zeigen einige Teilwürfel, wie etwa  $\mu_5$  auch sehr klare Zuordnungen.