# VERSUCH NUMMER

# TITEL

AUTOR A authorA@udo.edu

AUTOR B authorB@udo.edu

Durchführung: DATUM

Abgabe: DATUM

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	3	
2	Theorie  2.1 Prinzip eines Helium-Neon-Lasers	<b>3</b> 3 4 6	
3	Durchführung	7	
4	Auswertung4.1Überprüfung der Stabilitätbedingung und Untersuchung des Multimodenbetrie 4.1.14.1.1Untersuchung des Multimodenbetriebs4.2Beobachtung der TEM-Moden4.2.1Beobachtung der TEM $_{00}$ -Mode4.2.2Beobachtung der TEM $_{01}$ -Mode4.3Bestimmung der Polarisation4.4Bestimmung der Wellenlänge	8 10 10 11 14	3
5	Diskussion	17	
Lit	teratur	17	

### 1 Zielsetzung

In diesem Versuch soll der aufbau eines Helium-Neon-Lasers untersucht werden. Genauer gesagt soll die Stabilitätsbedingung des Lasers überprüft, zwei transversal emittierte Moden (TEM-Moden) vermessen, die Polarisation des ausgesandten Lichtes gemessen und die Wellenlänge bestimmt werden.

### 2 Theorie

In diesem Versuch wird ein Helium-Neon-Laser (light amplification by stimulated emission of radiation) verwendet.

### 2.1 Prinzip eines Helium-Neon-Lasers

Allgemein ist ein Laser aus drei Hauptbestandteilen aufgebaut. Damit sind ein verstärkendes Medium, ein Resonationssystem und eine Energiepumpe gemeint. Das verstärkende Medium ist in diesem Fall das Helium-Neon-gasgemisch, welches sich in einer Glasröhre befindet, an deren Enden sogenannte Brewster-Fenster angebracht sind. Fällt Licht auf die Brewster-Fenster ein, das parallel zu ihrer Ebene polarisiert ist, so kann es die Fenster unreflektiert passieren. Restliche Polarisationen werden jedoch zu einem Teil reflektiert. Eine Polarisationsrichutng wird gegebnüber der anderen bevorzugt (Mode des Lasers). Hinter den Brewster-Fenster befinden sich die Elemente des Resonators. Es sind zwei Spiegel, die unterschiedlich gewölbt sein können. Das bedeutet, es handelt sich um einen optischen Resonator, indem sich eine stehende Welle durch Interferenz bilden kann, falls die halbe Wellenlänge des Lichtes ein Vielfaches der Resonatorlänge ist.

Generell ist die Wellenlänge des Lasers von den Energieübergängen abhängig, die in ihm stattfinden. So gilt für die Frequnz des emittierten Lichtes

$$\nu = \frac{E_{\rm k} - E_{\rm i}}{h}.\tag{1}$$

In dieser Gleichung beschreibt  $E_{\rm k}$  die Energie des angeregten und  $E_{\rm i}$  die Energie des tieferen Zustandes [1]. Die Wellenlänge lässt sich dannn mittels eines Gitters bestimmen, wobei die Gitterformel

$$\lambda = \frac{b \cdot a}{\sqrt{d^2 + a^2}} \tag{2}$$

gilt. a ist der BAstand der Maxima hinter dem Gitter, b die Spaltbreite und d die Distanz zum Schirm auf den die Maxima porjiziert werden [5].

Damit es zu Übergängen dieser Art kommen kann, muss zunächst Energie in das System gepumpt werden. Im Laseraufbau sind dafür zwei Elektroden an den Enden des Glasröhrchens installiert, sodass ein Strom von einer Elektrode zur anderen durch das Gas fließen kann. Dabei wird das Gas, bzw. die Heliumatome ionisiert und angeregt, sodass es sich auf einem Energieniveau von annähernd gleicher Höhe wie Neon befindet.

Daher können die Heliumatome jetzt Stöße zweiter Art mit Neon durchführen. Das führt zu einer Anregung der Neonatome, sodass von Besetzungsinversion gesprochen werden kann. Eine initiale spontane Photonemission eines angeregten Neonatoms führt daraufhin zu stimulierter Emission durch weitere angeregte Neonatome. Diese Photonen bilden das Laserlicht. Wenn ihre Polarisation nicht durch die Brewster-Fenster reflektiert wird, dann werden sie durch die Resonatorspiegel immer wieder durch das verstärkende Medium geleitet, woraufhin es zu immer mehr stimulierter Emission kommt. Schließlich kann der Laserstrahl das System durch einen der teildurchlässigen Resonatorspiegel verlassen. Dadurch entsteht jedoch auch ein Auskopplungsverlust [5].

Der verwendetet helium-Neon Laser ist ein Vier-Niveau-Laser, wobei für die Energieniveaus gilt:  $E_0 < E_1 < E_2 < E_3$ . Bei einem solchen Laser wird von  $E_0$  nach  $E_3$  gepumpt. Außerdem gilt die Bedingung, dass der Übergang von  $E_1$  nach  $E_0$  durch spontane Emission sehr schnell verläuft, sodass die entsprechenden Elektronen schneller wieder auf  $E_3$  gepumpt werden, als sie von dort aus wieder zurück in den Grundzustand sinken können. Außerdem muss die bedignung gelten, dass der Übergang von  $E_2$  nach  $E_1$  sehr langsam verläuft. Dann sammeln sich viele Elktronen in  $E_2$  an [4].

#### 2.2 Stabilität eines optischen Resonators

Allgemein kann zwischen instabilen und stabilen Resonatoren unterschieden werden. Als stabil gilt ein Resonator genau dann, wenn der Lichtstrahl den Resonator immer wieder durchläuft und nicht nach einigen Umläufen komplett ausgekoppelt wird. Stabilität wird dann erreicht wenn die Länge des Resonators einem Vilefachen der halben Wellenlänge des Lichtes entspricht. Dann ergibt sich eine stehende Welle, deren Frequenz anderen Moden gegenüber bevorzugt wird, da sie durch wiederholtes Durchlaufen des Mediums weitere Emission dieses Spektrums induziert. Es wird von gespeicherter Pumpenergie innerhalb dieser Strahlungsnergie gesprochen.

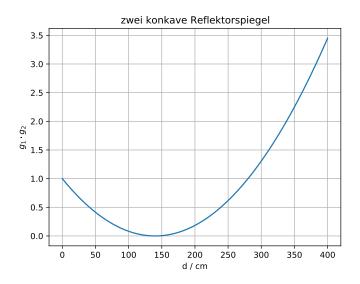
Zur Realisation eines stabilen Resonators muss die Stabilitätsbedingung

$$0 < g_1 \cdot g_2 < 1bzw.g_1 = g_2 = 0 \tag{3}$$

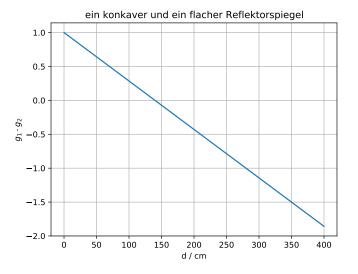
gelten, wobei die Stabilitätsparameter  $g_{\rm i}$  über die Realtion

$$g_1 \cdot g_2 = \left(1 - \frac{d}{b_1}\right) \cdot \left(1 - \frac{d}{b_2}\right) \tag{4}$$

definiert sind. In Gleichung (4) bezeichnen die Parameter  $b_i$  die Krümmnugsradien der Resonatorspiegel, wobei auch  $b_i = \infty$  gelten kann, wenn es sich um einen ungekrümmten Spiegel handelt. d bezeichnet hingegen den Abstand zwischen den Spiegeln. Das bedeutet Gleichung (4) ist für zwei konkave Spiegel quadratisch in d und zeigt für einen flachen und einen konkaven Spiegel eine lineare Abhängigkeit von d [1].



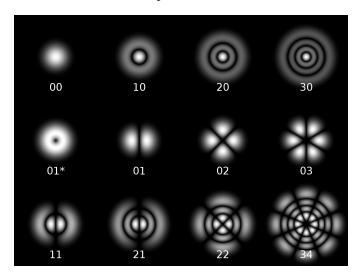
**Abbildung 1:** Auf dieser Abbildung ist der Verlauf von Gleichung (4) dargestellt, wobei für die Parameter  $b_1=b_2=140\,\mathrm{cm}$  gilt.



**Abbildung 2:** Auf dieser Abbildung ist ebenfalls der Verlauf von Gleichung (4) dargestellt, wobei für dei Parameter  $b_1=\infty$  und  $b_2=140\,\mathrm{cm}$  gilt.

#### 2.3 Resonatormoden

Die Realisation des Lasereraufbaus ermöglicht eine Multimodenstruktur. Das bedeutet innerhalb des Resonator überlagern sich mehrere Moden, sogenannte  $TEM_{\rm mn}$ -Moden. TEM steht für transversale elektromagnetische Mode und die Indizes beschreiben die Ordnung der radialen und tangentialen Moden. In Lasern, deren Polarisation durch bspw. Brewster-Fenster linear ist, ergeben sich rechtwinklige Moden, wie sie auf Abbildung 3 dargestellt sind. Ohne selektiv wirkende optische Filterelemente erscheint auf einem Schirm



**Abbildung 3:** Diese Abbildung zeigt verschiedene rechtwinklige  $TEM_{\rm mn}$ -Moden eines Lasers mit Brewster-Fenstern, wie sie in diesem Versuch genutzt wurde. [3].

hinter dem Ausgang des Lasers immer die  $TEM_{00}$ -Mode, da sie eine Überlagerung aller Moden darstellt. Mit entsprechenden Modenfiltern können diverse Moden herausgefiltert werden, sodass auch andere  $TEM_{\rm mn}$ -Moden dargestellt werden können. Die Amplitudenverteilung jeder  $TEM_{\rm mn}$ -Mode kann über die Formel

$$A_{\rm mn}(x,y,z) = C_{\rm mn} H_{\rm m}(x^*) H_{\rm n}(y^*) \exp(-\frac{x^{*2} + y^{*2}}{4}) \exp(-i\varPhi(x,y,z)) \eqno(5)$$

bestimmt werden, wobei  $C_{\rm mn}$  ein Normierungsfaktor,  $H_{\rm m}$  und  $H_{\rm n}$  die Hermite-Polynome und  $x^*$  und  $y^*$  die normierten Koordinaten mit  $x^* = \sqrt{2}x/\omega$  und  $y^* = \sqrt{2}x/\omega$  beschreiben. Dabei gilt für  $\omega$  die Definition

$$\omega(z) = \sqrt{\lambda \frac{d}{2\pi} \left( 1 + \left( \frac{2z}{d} \right)^2 \right)} \tag{6}$$

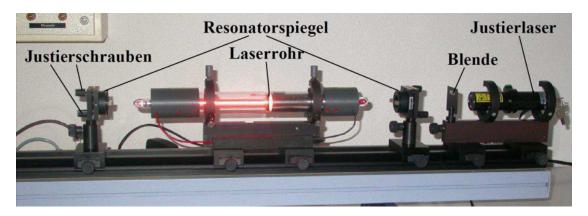
mit der Wellenlänge  $\lambda$ . Bezüglich der Intensitätsverteilung gilt die Proportionalität

$$I(x,y) \propto |A_{\rm mn}|^2 \tag{7}$$

[1].

## 3 Durchführung

Der verwendete Versuchsaufbau ist in Abbildung 4 dargestellt. Der Laser befindet sich auf



**Abbildung 4:** Auf dieser Fotografie ist der Versuchsaufbau mit seinen Hauptkomponenten abgebildet [2].

einer optischen Schiene zusammen mit einem grünen Justierlaser der reduzierten Leistung  $P=0.2\,\mathrm{mW}$ . zur Justage muss dieser grüne Laser auf eine Achse mit de optischen Bank gebracht werden. Das Laserrohr des Helium-Neon-Lasers hat eine Länge von  $l=408\,\mathrm{mm}$  und einen Durchmesser von  $d=1.1\,\mathrm{mm}$ . Die zugehörigen Resonatorspiegel haben einen Durchmesser von  $D=12.7\,\mathrm{mm}$ . Der Krümmungsradius der verwendeten konkaven Spiegel beträgt  $b=140\,\mathrm{cm}$ .

Nach erfolgreicher Justage kann das Messprogramm gestartet werden.

- Als erstes werden die stabilitätsbedingungen für zwei konkave und für einen flachen und einen konkaven Resonatorspiegelüberprüft. Dafür wird der Abstand der Spiegel langsam erhöht. Für zwei konkave Spiegel wird hierbei gleichzeitig das Fourierspektrum der Laserintensität mit einer Photodiode für verschiedene Resonatorlängen vermessen.
- Danach werden die Intensitäten der  $TEM_{00}$  und  $TEM_{10}$ -Mode vermessen, wobei ein Wolfram-Draht senkrecht zur Strahlachse als Modenfilter zur Realisation der  $TEM_{10}$ -Mode in das System eingebracht wird.
- Als letztes wird die Polarisation des Laserlichtes bestimmt, indem ein Polarisator in dem Strahl positioniert wird und die Intensität hinterm Poarisator in Abhängigkeit der Polarisationsrichtung mit einer Photodiode vermessen wird.

### 4 Auswertung

Die Auswertung wird mithilfe von Python erstellt. Dabei werden die Bibliotheken SciPy [??], NumPy [??] und Uncertainties [??] verwendet.

# 4.1 Überprüfung der Stabilitätbedingung und Untersuchung des Multimodenbetriebs

Um die Stabilitätbedingung zu überprüfen wird zunächst eine Spiegelkonstellation mit einem flachen und einem konkaven  $(r=1400\,\mathrm{mm})$  Spiegel verwendet. Laut Gleichung  $(??)[\mathrm{g1*g2}]$  ist die Stabilitätsbeding erfüllt, wenn der Abstand die Bedingung  $d>1400\,\mathrm{mm})$  erfüllt. Für diese Spiegelkonstellation konnte, bis zu einem Abstand von  $d=980\,\mathrm{mm}$ , ein Laserstrahl erzeugt werden. Dies ist unter dem theoretischem Wert und wird in der Diskussion drauf eingegangen.

Die folgende Spiegelkonstellation besteht aus zwei konkaven Spiegeln mit jeweils einem Radius von  $r=1400\,\mathrm{mm}$ . Die Stabilitätbedingung ist erfüllt, wenn der Abstand kleiner ist als  $d=2800\,\mathrm{mm}$ . Die Stabilitätbedingung kann bis zu einem Abstand von 1763 mm gezeigt werden. Für größere Abstände reicht der Versuchsaufbau nicht aus.

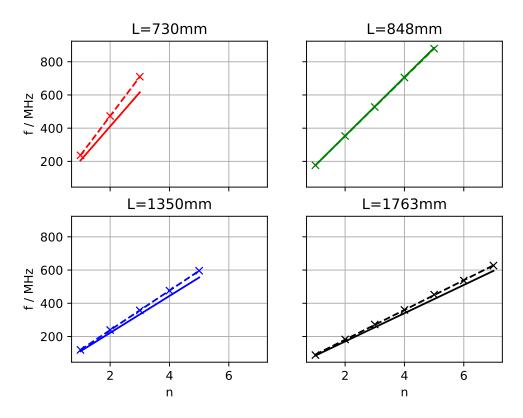
### 4.1.1 Untersuchung des Multimodenbetriebs

Um den Multimodenbetrieb zu untersuchen muss die Intensität mit einer schnellen Photodiode aufgenommen werden. Die Frequenzen der Intensitätsmaxima werden, in Abhängigkeit des Spiegelabstandes, mithilfe einer Fouriertransformation ermittelt. Die Messdaten sind in Tabelle ?? aufgelistet.

Tabe	lle 1	: Messdate	n fü	r die	Untersuchung	g des	Multimoo	denbetrieb	S.
	,	<b>T</b> 00		0.40	7 44	250	7	1500	_

n	$d = 730 \mathrm{mm}$ $f / \mathrm{MHz}$	$d = 848 \mathrm{mm}$ $f/\mathrm{MHz}$	$d = 1350 \mathrm{mm}$ $f/\mathrm{MHz}$	$d = 1763 \mathrm{mm}$ $f/\mathrm{MHz}$
1	236,6	176,6	119,0	88,0
2	473,1	352,8	239,0	182,0
3	709,8	$527,\!5$	357,0	272,0
4	-	704,9	476,0	360,0
5	-	879,1	596,0	452,0
6	-	-	-	537,0
7	-	-	-	627,0

Alle Intensitätsmaxima müssen die Gleichung  $f=\frac{nc}{2d}$  erfüllen. Um das zu überprüfen kann die Frequenz gegen n aufgetragen werden und eine lineare Ausgleichsgrade bestimmt werden. Die Steigung der Graden muss den Wert  $\frac{c}{2d}$  haben. Die Messdaten, Ausgleichsgraden und Theoriegraden sind in Abbildung ?? abgebildet.



**Abbildung 5:** Plots der verschiedenen Abstände um die Bedingung der Frequenzen zu überprüfen. Hierbei sind die Kreuze die Messdaten, die gestrichene Linie die Ausgleichsgrade und die durchgezogene Linie die Theoriegrade.

Die Steigungen der Ausgleichsgraden und die dazugehörigen theoretischen Werte sind in der Tabelle 2 aufgelistet.

**Tabelle 2:** Steigungen der Ausgleichsgraden und theoretische Werte zur Überprüfung des Multimodenbetriebs.

Abstand $d / \text{mm}$	Steigung $a_{\rm gemessen} /  {\rm MHz}$	Steigung $a_{\rm theoretisch}$ / MHz
730	$236,\!60 \pm 0,\!06$	205,34
843	$175{,}71 \pm 0{,}25$	176,76
1350	$119{,}10 \pm 0{,}19$	111,03
1763	$89,5 \pm 0,4$	85,02

Keine der theoretischen Steigungen liegt in der Unsicherheit der gemessenen Steigung, allerdings sind die Größenordnungen in jedem der Fälle richtig.

### 4.2 Beobachtung der TEM-Moden

Um die TEM-Moden zu beobachten wird der Laserstrahl mit einer Streulinse vergrößert und mit einer Photodiode wird die Intensität senkrecht zur Strahlachse gemessen. Es werden zwei Moden untersucht.

### 4.2.1 Beobachtung der TEM<sub>00</sub>-Mode

Die aufgenommenen Intensitäten sind in Tabelle 3 aufgelistet.

Tabelle 3: Aufgenommene Intensitäten für die Untersuchung der  $\mathrm{TEM}_{00}\text{-Mode}.$ 

Abstand zum Strahlmittelpunkt $a  /  \text{mm}$	Intensität $I/A$
-8,0	0,048
-6,0	$0,\!189$
-4,0	$0,\!423$
-3,0	$0,\!657$
-2,0	0,917
0,0	1,316
2,0	1,042
4,0	$0,\!545$
6,0	$0,\!385$
8,0	$0,\!35$
10,0	$0,\!203$
12,0	0,39

Wie in Abbildung 6 zu sehen ist, wird an die gemessene Daten eine Gaußfunktion

$$G(x) = G_0 \exp\left(-\left(\frac{x-\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2\right) \tag{8}$$

gefittet.

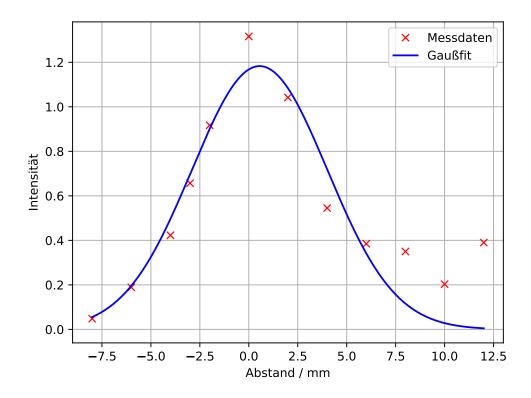


Abbildung 6: Gemessene Daten und Fitfunktion der  $\mathrm{TEM}_{00}\text{-Mode}.$ 

Die Fitparameter der Funktion sind

$$\begin{split} G_0 = & (3.5 \pm 0.4) \; \mathrm{A} \\ \mu = & (1.18 \pm 0.13) \, \mathrm{mm} \\ \sigma = & (0.6 \pm 0.4) \, \mathrm{mm}. \end{split}$$

# 4.2.2 Beobachtung der $\mathsf{TEM}_{01}$ -Mode

Um die  $\mathrm{TEM}_{01}$ -Mode zu sehen muss ein dünner Draht in die Mitte des Strahles eingesetzt werden. Die so aufgenommenen Daten sind in Tabelle 4 aufgelistet.

Tabelle 4: Aufgenommene Intensitäten für die Untersuchung der  $\mathrm{TEM}_{01}\text{-Mode}.$ 

Abstand zum Strahlmittelpunkt $a  /  \text{mm}$	Intensität $I/A$
12,0	0,305
10,0	0,428
8,0	0,545
6,0	$0,\!462$
4,0	$0,\!293$
2,0	0,144
0,0	0,002
-2,0	0,046
-3,0	0,081
-4,0	$0,\!105$
-6,0	0,2
-8,0	$0,\!215$
$-10,\!0$	$0,\!152$
-12,0	0,076
-14,0	0,014

In den Daten sind zwei Maxima zu erkennen, daher wird pro Maxima eine Gaußfunktion angepasst. Diese beiden Gaußfunktionen werden addiert um die gesamt Verlauf darzustellen.

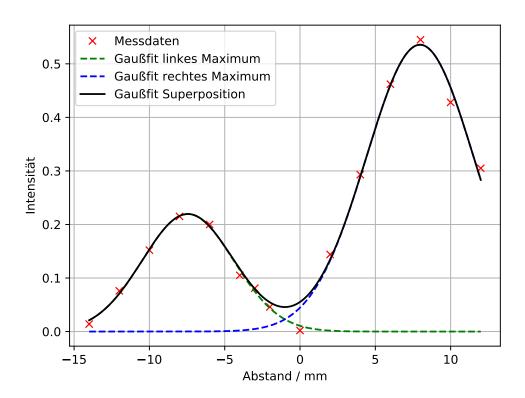


Abbildung 7: Gemessene Daten und Fitfunktion der  $\mathrm{TEM}_{01}\text{-Mode}.$ 

Die Fitparameter der beiden Funktionen sind

$$\begin{split} G_{0 \text{links}} = & (0,220 \pm 0,005) \, \text{A} \\ \mu_{\text{links}} = & (-7,45 \pm 0,08) \, \text{mm} \\ \sigma_{\text{links}} = & (3,03 \pm 0,08) \, \text{mm} \end{split} \qquad \begin{aligned} G_{0 \text{rechts}} = & (0,536 \pm 0,020) \, \text{A} \\ \mu_{\text{rechts}} = & (7,97 \pm 0,17) \, \text{mm} \\ \sigma_{\text{rechts}} = & (3,57 \pm 0,19) \, \text{mm}. \end{aligned}$$

### 4.3 Bestimmung der Polarisation

Um die Polarisation zu messen wird zwischen dem Auskoppelspiegel und dem Intensitätsmessgerät eine Polarisationsfilter aufgestellt. Die gemessenen Intensitäten sind in Tabelle 5 aufgelistet.

Tabelle 5: Intensität in Abhängigkeit des Winkels des Polarisationsfilters.

Winkel $\varphi$ / rad	Intensität $I/mW$
0,0	0,0204
$0,\!17$	0,1355
$0,\!35$	0,388
$0,\!52$	0,756
0,7	1,120
0,87	$1,\!564$
1,05	1,879
$1,\!22$	2,193
$1,\!4$	$2,\!324$
$1,\!57$	2,345
1,75	$2,\!204$
1,92	1,984
2,09	$1,\!614$
$2,\!27$	1,250
$2,\!44$	0,814
$2,\!62$	0,464
2,79	$0,\!186$
2,97	0,023
3,14	0,010

Durch die gemessenen Daten kann die Funktion

$$I(\varphi) = A \cdot \sin\left(B\left(\varphi + C\right)\right)^2 + D\tag{9}$$

gefittet werden. Die Messdaten und die Fitfunktion ist in Abbildung 8 dargestellt.

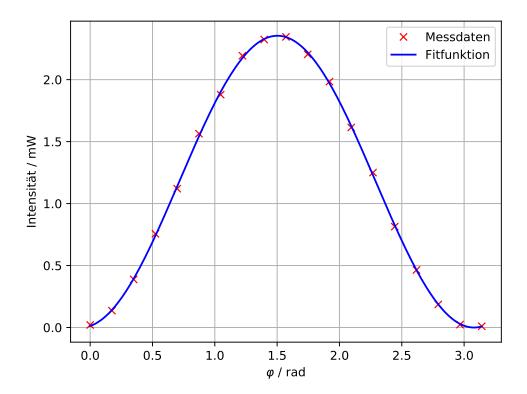


Abbildung 8: Messdaten und Fitfunktion für die Bestimmung der Polaristation.

Wie in Abbildung 8 zu sehen ist, lassen sich die Messdaten gut mit einer Funktion der Form (9) beschreiben. Die Fitparameter sind

$$A = (2,355 \pm 0,010) \,\text{mW} \qquad \qquad B = 0,996 \pm 0,005$$
 
$$C = (0,074 \pm 0,007) \,\text{rad} \qquad \qquad D = (-0,001 \pm 0,009) \,\text{mW}.$$

### 4.4 Bestimmung der Wellenlänge

Für die Bestimmung der Wellenlänge werden nacheinander zwei verschiedene Gitter in den Strahl gesetzt und die damit entstandenen Beugungsmaxima vermessen. Auf den Gittern ist die Anzahl an Linien pro Millimeter angegeben. Um den Gitterabstand zu bestimmen wird der Wert mit dem Faktor 1000 multipliziert, dadurch wird die Anzahl an Linien pro Meter bestimmt und der Gitterabstand in Metern ist das Inverse des Wertes. Die Gitterabstände der beiden Gitter sind in der Tabelle 6 aufgelistet.

Tabelle 6: Daten der verwendeten Gitter.

Gitter	#Linien / 1/mm	Gitterabstand $a$ / m
A	100	$1 \cdot 10^{-5}$
В	600	$1,67 \cdot 10^{-6}$

Die gemessenen Positionen der Beugungsmaxima sind in der Tabelle 7 aufgelistet. Bei der Messung der Beugungsmaxima von Gitter A war der Abstand von Schirm und Gitter  $d=25\,\mathrm{cm}$  und bei Gitter B  $d=5\,\mathrm{cm}$ . Mit dem Gitterabstand a, der Position der Beugungsmaxima  $b_\mathrm{n}$  relativ zum Strahlmittelpunkt und dem Abstand d kann mit den Gleichung

$$arphi_{\mathrm{n}} = \arctan\left(\frac{b_{\mathrm{n}}}{d}\right), \qquad \lambda = a \cdot \frac{\sin\left(arphi_{\mathrm{n}}\right)}{\mathrm{n}}$$

die Wellenlänge  $\lambda$  bestimmt werden. Die Winkel  $\varphi_n$  und die Wellenlänge sind ebenfalls in Tabelle 7 aufgelistet.

**Tabelle 7:** Messdaten für die Bestimmung der Wellenlänge des Lasers. Die Positionen der Maxima sind relativ zur Strahlachse, daher werden nur die Absolutwerte angegeben.

		Gitter A		Gitter B		
Position n	$\overline{b_{ m n}/{ m cm}}$	$\varphi_{\rm n}  /  {\rm radian}$	$\lambda / \mathrm{nm}$	$b_{ m n}/{ m cm}$	$\varphi_{\rm n}  /  {\rm radian}$	$\lambda / \text{nm}$
1	1,6	0,064	638,7	2,2	0,415	671,2
1	1,6	0,064	638,7	2,2	$0,\!415$	671,2
2	$^{3,2}$	$0,\!127$	$634,\!8$	6,0	0,876	640,2
2	$^{3,2}$	$0,\!127$	$634,\!8$	6,9	0,944	674,8
3	4,9	$0,\!194$	641,1	-	-	-
3	4,9	$0,\!194$	641,1	-	-	-
4	6,6	$0,\!258$	638,1	-	-	-
4	6,7	0,262	647,2	_	-	-

Die Wellenlänge aus 7 können noch gemittelt werden, dadurch werden die Wellenlängen  $\lambda_{\rm A}=(639\pm4)\,{\rm nm}\,$  und  $\lambda_{\rm B}=(664\pm14)\,{\rm nm}\,$  berechnet. Der Mittelwert dieser beiden Wellenlängen beträgt  $\lambda=(652\pm7)\,{\rm nm}.$ 

### 5 Diskussion

### Literatur

- [1] Wolfgang Demtröder. Laserspektroskopie 1 (Grundlagen). Springer-Verlag, 2011.
- [2] TU Dortmund. V61 Helium-Neon-Laser. 2020.
- [3] DrBob. Laguerre-gaussian. 2004. URL: https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=4008320.
- [4] Jürgen Jahns. *Photonik (Grundlagen, Komponenten und Systeme)*. Oldenbourg-Verlag, 2001.
- [5] Jürgen Eichler Joachim Eichler. Laser (Bauformen, Strahlführung, Anwendungen). Springer-Verlag, 2015.