

V14

Tomographie mit Gammastrahlung

Donata Osthues
donata.osthues@tu-dortmund.de

Jonas Rönsch
jonas.roensch@tu-dortmund.de

Durchführung: 15.02.2021

Abgabe: 17.02.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
2.1 Strahlungsintensität	3
2.2 Absorptionskoeffizienten	5
3 Durchführung	5
4 Auswertung	8
4.1 Bestimmung der Absorptionskoeffizienten	8
4.2 Würfel 1 und 2	10
4.3 Würfel 4	11
5 Diskussion	12
Literatur	12

1 Zielsetzung

In diesem Versuch soll mittels Tomographie die Materialzusammensetzung eines Würfels bestimmt werden. Dafür wird der Würfel zunächst mit Gammaquanten bestrahlt, während hinter ihm die Intensität der nicht absorbierten Strahlung gemessen werden kann. Dann kann durch ABgleich mit bekannten Absorbtionskoeffizienten das Material bestimmt werden.

2 Theorie

Das hier verwendete Verfahren der Tomographie bezeichnet allgemein die räumliche Darstellung eines Körpers durch Schnittbilder bzw. Projektionen. In diesem Versuch kann eine Tomographie realisiert werden indem das zu untersuchende Material mit Gammaquanten bestrahlt wird. Dabei treten Wechselwirkungen zwischen der Strahlung und Materie auf, sodass nur ein Teil der Strahlung hinter dem Medium detektiert werden kann. Der absorbierte Strahlungsanteil ist materialspezifisch und kann über einen entsprechenden Absorbtionskoeffizienten bestimmt werden.

2.1 Strahlungsintensität

Die verwendeten Gammastrahlen werden durch eine $^{137}_{55}\text{Cs}$ -Quelle emittiert. Dabei zerfällt $^{137}_{55}\text{Cs}$ zunächst über einen β^- -Zerfall in $^{137}_{56}\text{Ba}$. 94,6 % des entstandenen $^{137}_{56}\text{Ba}$ befinden sich in einem instabilen, angeregten Zustand und emittieren ein Photon mit einer Energie von 662 keV, welches somit als Gammaquant bezeichnet werden kann. Der beschriebene Zerfall ist in der folgenden Abbildung dargestellt.

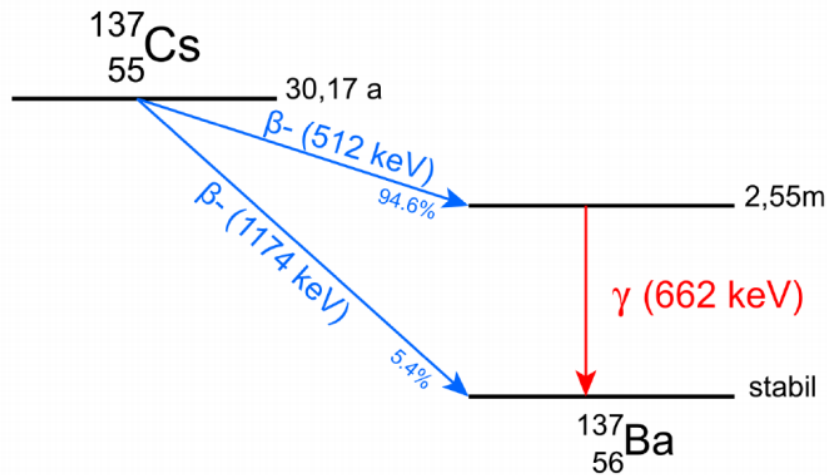


Abbildung 1: In dieser Abbildung ist die Entstehung der verwendeten Gammastrahlung schematisch dargestellt [1].

Trifft die beschriebene Strahlung auf Materie kann sie über den Photoeffekt oder

den Comptoneffekt wechselwirken. Paarbildung ist erst ab einer Photonenenergie von 1 MeV möglich, weil mindestens die Ruheenergie eines Elektrons und eines Positrons erreicht werden muss und daher in diesem Fall irrelevant. Beim Photoeffekt kann die gesamte Photonenenergie in der Materie deponiert werden (im Spektrum als Photopeak erkennbar), da sie an ein Hüllenelektron übertragen wird, welches daraufhin mit einer entsprechenden kinetischen Energie frei werden kann. Das bedeutet die Energie des Photons muss mindestens die Höhe der Bindungsenergie des Elektrons haben, um diese Form der Wechselwirkung durchzuführen. Bis zu einer Energie von 100 keV dominiert der Photoeffekt, sodass in diesem Fall eher der Comptoneffekt überwiegt. Dies ist bis zu einer Energie von 1 MeV der Fall. Dabei wird ein Teil der Photonenergie über inelastische Streuung an ein Elektron abgegeben. Bei einem Streuwinkel von 180° findet somit der maximale Energieübertrag statt. Im Spektrum wird an dieser Stelle von der Comptonkante gesprochen. Die Intensitätskurve zeigt außerdem ein Plateau am Anfang, welches aufgrund von Rückstreuereffekten entstanden ist. Die Intensität der Strahlung die nach Durchqueren des Materials noch vorhanden ist wird durch die Gleichung

$$I = I_0 \exp\left(\sum_i \mu_i d_i\right) \quad (1)$$

beschrieben. In dieser Gleichung beschreibt I_0 die Eingangsintensität und d_i die Dicke des Materials i mit dem Absorptionskoeffizienten μ_i . Der Verlauf einer typischen Intensitätskurve für einen $^{137}_{55}\text{Cs}$ -Strahler ist in der folgenden Abbildung dargestellt [4].

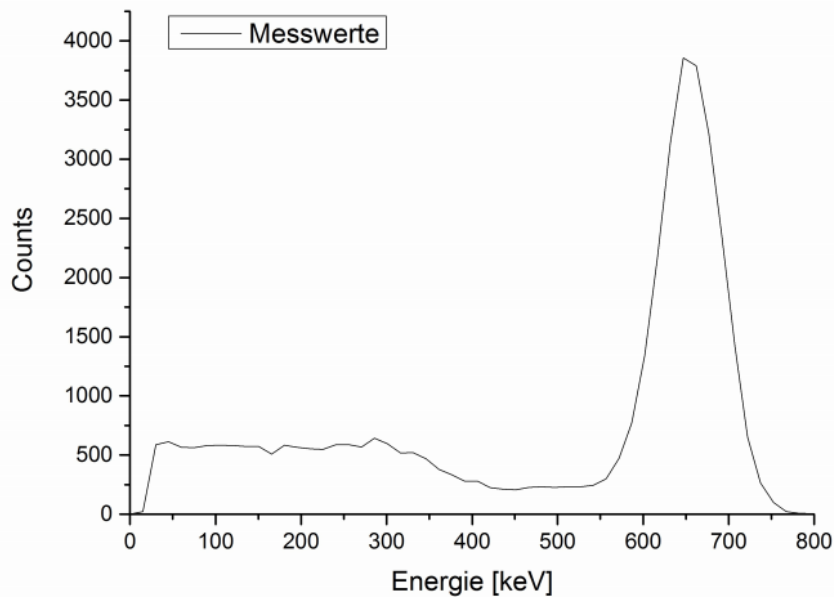


Abbildung 2: In dieser Abbildung ist der Verlauf einer Intensitätenkurve für $^{137}_{55}\text{Cs}$ dargestellt.

2.2 Absorptionskoeffizienten

Die materialspezifischen Absorptionskoeffizienten können mit Gleichung (1) berechnet werden, da die Intensitäten gemessen werden und die Materialdicken bekannt sind. Daher ergibt sich durch umformen

$$\sum_i \mu_i d_i = \ln\left(\frac{I_0}{I_j}\right) \quad (2)$$

und in Matrixschreibweise

$$A \cdot \vec{\mu} = \vec{I}, \quad (3)$$

wo bei A eine $n \times m$ -Matrix ist, die die Weglängen durch bestimmte Materialien enthält die bei einem zugehörigen Strahlengang passiert werden. $\vec{\mu}$ enthält die passenden Absorptionskoeffizienten. Mit der Methode der kleinsten Quadrate kann mit Gleichung (3) der Zusammenhang

$$WA \cdot \vec{\mu} = W\vec{I} \quad (4)$$

bestimmt werden. Hierbei entspricht W einer Gewichtsmatrix

$$W = V[I]^{-1}, \quad (5)$$

die über die inverse Varianz der Intensitäten definiert ist, sodass sich für $\vec{\mu}$ schließlich die Relation

$$\vec{\mu} = (A^T W A)^{-1} (A^T W \vec{I}) \quad (6)$$

ergibt und die Unsicherheiten aufgrund der Poissonfehler eines Zählexperimentes durch

$$V[\mu] = (A^T W A)^{-1} \quad (7)$$

gegeben sind [4].

3 Durchführung

Der Aufbau dieses Versuches besteht neben der Strahlungsquelle aus einer Plattform auf der das zu untersuchende Medium positioniert werden kann. Dahinter befindet sich ein Photomultiplier der durch ein, an einer Photodiode einfallendes Photon, ein Elektron aussendet, welches zu Folgeelektroden beschleunigt und dort jeweils weitere Elektronenlawinen auslösen kann. Diese werden dann als Stromsignal messbar. Das Signal wird daraufhin in einen Multikanalanalysator geleitet, das das Signal einem Kanal zu, sodass es Stromimpulse pro Kanal zählt.

Die erste Messung wird ohne Medium durchgeführt. Die Intensität wird also für einen Zeitraum aufgenommen. Danach wird ein leerer Würfel aus einer Aluminiumhülle vermessen. Dafür wird zunächst ein Spektrum aufgenommen, bei dem die Gammastrahlung

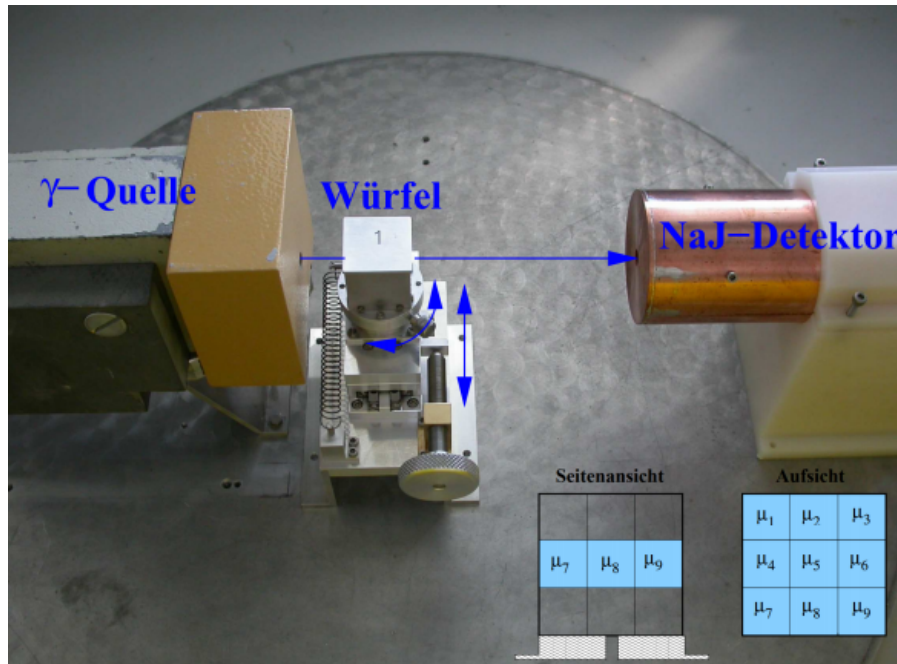


Abbildung 3: Auf dieser Abbildung ist der Versuchsaufbau dargestellt [3].

senkrecht auf einer Würfelfläche ein- und austritt. Danach wird der Würfel gedreht, sodass der Strahl diagonal durch den Würfel verläuft und daraufhin so, dass der Strahl die Nebendiagonale des Würfels durchquert. Die selben Messungen werden danach für zwei weitere $3\text{ cm} \times 3\text{ cm}$ -Würfel in einer Aluminiumhülle durchgeführt. Diese Würfel bestehen aus einem Innenmaterial, dass über die Bestimmung des Absorptionkoeffizienten ermittelt werden soll.

Für die letzte Messreihe wird ein Würfel vermessen, der verschiedene $1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$ -Teilwürfel aus unterschiedlichem Material enthält. Um die Teilwürfel der mittleren Ebene korrekt beschreiben zu können müssen zwölf Teilmessungen durchgeführt werden. In Abbildung 4 sind die Verläufe der Strahlung dargestellt.

Mit Hilfe der gemessenen Intensitäten können daraufhin auch für den letzten Würfel die Materialien bestimmt werden. Dafür muss die Matrix A (siehe Kapitel ??) aufgestellt werden. Da die Teilwürfel alle Seitenlängen von 1 cm ist A durch die Matrix

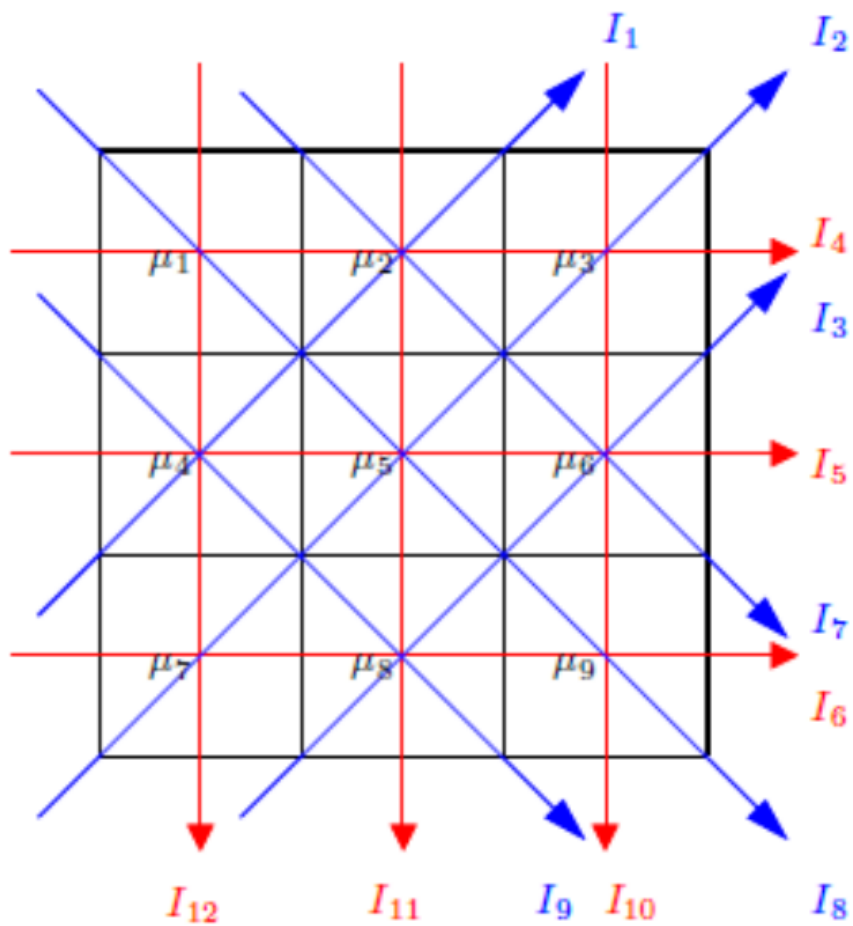


Abbildung 4: Auf dieser Abbildung sind die Verläufe der Strahlung für jede Teilmessung dargestellt [1].

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 \\ \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

gegeben [3].

4 Auswertung

Eine Leermessung ist in Abbildung 5 zu sehen. Die Comptonkante und der Photopeak liegen bei $C \approx 478 \text{ keV}$ und $P \approx 662 \text{ keV}$ [2].

4.1 Bestimmung der Absorptionskoeffizienten

Um die Absorptionskoeffizienten zu bestimmen müssen zunächst die I_0 -Werte bestimmt werden. Hierfür wird der Würfel 1 genommen, der nur aus der Aluminiumhülle besteht. Es werden drei verschiedene I_0 -Werte gemessen, für die Diagonale D , Nebendiagonale ND und für die seitenparallele Grade SG . Die I_0 -Werte sind in Tabelle 1 aufgelistet.

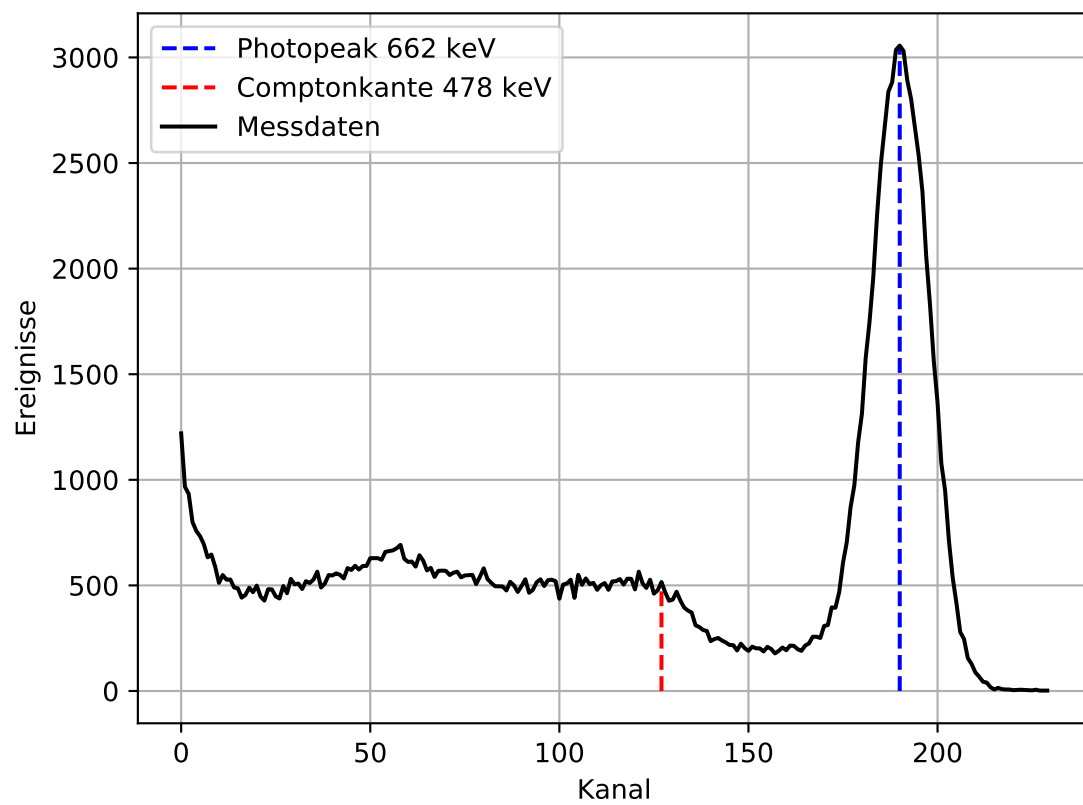


Abbildung 5: Spektrum des ^{137}Cs -Strahler ohne Würfel.

Tabelle 1: Messdaten für die Bestimmung der I_0 -Werte und die dazugehörigen I_0 -Werte.

Ausrichtung	Peakinhalt C	Zeit Δt / s	Zählrate I_0 / 1/s
D	$10\,396 \pm 300$	126,44	$82,2 \pm 2,4$
ND	$14\,398 \pm 247$	117,90	$122,1 \pm 2,1$
SG	$12\,927 \pm 271$	119,60	$108,1 \pm 2,3$

4.2 Würfel 1 und 2

Die beiden Würfel 1 und 2 bestehen aus je einem Material, daher werden nur drei Werte gemessen. Die Messdaten sind in Tabelle 2 aufgelistet.

Tabelle 2: Messdaten für die Bestimmung der Absorptionskoeffizienten der Würfel 1 und 2.

Ausrichtung	Würfel 1			Würfel 2		
	C	Δt / s	I / 1/s	C	Δt / s	I / 1/s
D	5096 ± 109	300	$16,6 \pm 0,5$	$19\,747 \pm 237$	210,88	$93,6 \pm 1,1$
ND	4984 ± 157	300	$16,9 \pm 0,4$	$22\,765 \pm 246$	208,98	$108,9 \pm 1,2$
SG	7662 ± 142	300	$25,5 \pm 0,5$	$19\,147 \pm 225$	178,60	$107,2 \pm 1,3$

Mit den Gleichungen

$$\mu_j = \frac{\log\left(\frac{I_0}{I_j}\right)}{d_j}$$

und den Messdaten aus Tabelle 2 und 1 können die Absorptionskoeffizienten bestimmt werden. Die Weglängen d_j betragen

$$\begin{aligned} d_D &= \frac{3}{\sqrt{2}} \text{cm} \\ d_{ND} &= \frac{2}{\sqrt{2}} \text{cm} \\ d_{SG} &= 3 \text{cm}. \end{aligned}$$

Die berechneten Absorptionskoeffizienten der beiden Würfel sind in Tabelle 3 aufgelistet.

Tabelle 3: Absorptionskoeffizienten der Würfel 1 und 2, gemittelt und für jede einzelne Ausrichtung.

Ausrichtung	Würfel 1	Würfel 2
	$\mu / 1/\text{cm}$	$\mu / 1/\text{cm}$
D	$0,466 \pm 0,006$	$-0,099 \pm 0,011$
ND	$0,565 \pm 0,015$	$0,063 \pm 0,005$
SG	$0,481 \pm 0,009$	$0,003 \pm 0,008$
gemittelt	$0,504 \pm 0,006$	$0,033 \pm 0,005$

Für den Mittelwert aus Tabelle 3 wird der negative Wert nicht beachtet da dieser unphysikalisch ist, darauf wird in der Diskussion eingegangen.

4.3 Würfel 4

Die Absorptionskoeffizienten μ_j werden für Würfel 4 mit der Gleichung (??)[Gleichung für μ] bestimmt. Die Elemente der diagonalen Gewichtsmatrix W werden mithilfe der gaußschen Fehlerfortpflanzung bestimmt.

$$W_{jj} = \left(\sqrt{\left(\frac{\sigma_{I_0}}{I_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{I_j}}{I_j}\right)^2} \right)^{-1}$$

Die Messdaten für die Bestimmung der Absorptionskoeffizienten sind in Tabelle 4 aufgelistet.

Tabelle 4: Messdaten und die damit bestimmten Elemente der Gewichtsmatrix für die Bestimmung der Absorptionskoeffizienten des Würfels 4, jede Ausrichtung wurde 300 s lang gemessen. Die Ausrichtungen sind wie in Abbildung ??[Schematische abbildung der Ausrichtung]

Ausrichtung j	C	$I / 1/s$	W_{jj}
1	24 609	82,0	32,2
2	16 380	54,6	44,6
3	25 913	86,4	32,5
4	16 964	56,5	38,6
5	17 465	58,2	39,1
6	14 876	49,6	35,7
7	21 195	70,6	31,2
8	16 389	54,6	43,6
9	23 458	78,2	31,7
10	12 895	43,0	32,4
11	15 569	51,9	36,9
12	17 778	59,3	39,4

5 Diskussion

Literatur

- [1] URL: <https://www.leifiphysik.de/kern-teilchenphysik/radioaktivitaetfortfuehrung/versuche/gammaspektrum-von-cs-137>.
- [2] URL: <https://www.leifiphysik.de/kern-teilchenphysik/radioaktivitaetfortfuehrung/versuche/gammaspektrum-von-cs-137>.
- [3] TU Dortmund. *V14 Tomographie mit Gammastrahlung*. 2020.
- [4] G. Gilmore. *Practical Gamma-ray Spectroscopy*. Wiley, 2008.