

V14

Tomographie mit Gammastrahlung

Donata Osthues
donata.osthues@tu-dortmund.de

Jonas Rönsch
jonas.roensch@tu-dortmund.de

Durchführung: 15.02.2021

Abgabe: 17.02.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	3
2	Theorie	3
2.1	Strahlungsintensität	3
2.2	Absorptionskoeffizienten	5
3	Durchführung	6
4	Auswertung	8
4.1	Bestimmung der Absorptionskoeffizienten	8
4.1.1	Würfel 2 und 3	9
4.1.2	Würfel 4	10
5	Diskussion	13
5.1	Bestimmung der Absorptionskoeffizienten der Würfel 2 und 3	13
5.2	Bestimmung der Absorptionskoeffizienten der Würfel in Würfel 4	13
	Literatur	14

1 Zielsetzung

In diesem Versuch soll mittels Tomographie die Materialzusammensetzung eines Würfels bestimmt werden. Dafür wird der Würfel zunächst mit Gammaquanten bestrahlt, während hinter ihm die Intensität der nicht absorbierten Strahlung gemessen werden kann. Dann kann durch Abgleich mit bekannten Absorptionskoeffizienten das Material bestimmt werden.

2 Theorie

Das hier verwendete Verfahren der Tomographie bezeichnet allgemein die räumliche Darstellung eines Körpers durch Schnittbilder bzw. Projektionen. In diesem Versuch kann eine Tomographie realisiert werden, indem das zu untersuchende Material mit Gammaquanten bestrahlt wird. Dabei treten Wechselwirkungen zwischen der Strahlung und Materie auf, sodass nur ein Teil der Strahlung hinter dem Medium detektiert werden kann. Der absorbierte Strahlungsanteil ist materialspezifisch und kann über einen entsprechenden Absorptionskoeffizienten bestimmt werden.

2.1 Strahlungsintensität

Die verwendeten Gammastrahlen werden durch eine $^{137}_{55}\text{Cs}$ -Quelle emittiert. Dabei zerfällt $^{137}_{55}\text{Cs}$ zunächst über einen β^- -Zerfall in $^{137}_{56}\text{Ba}$. 94,6 % des entstandenen $^{137}_{56}\text{Ba}$ befinden sich in einem instabilen, angeregten Zustand und emittieren ein Photon mit einer Energie von 662 keV, welches somit als Gammaquant bezeichnet werden kann. Der beschriebene Zerfall ist in der folgenden Abbildung dargestellt.

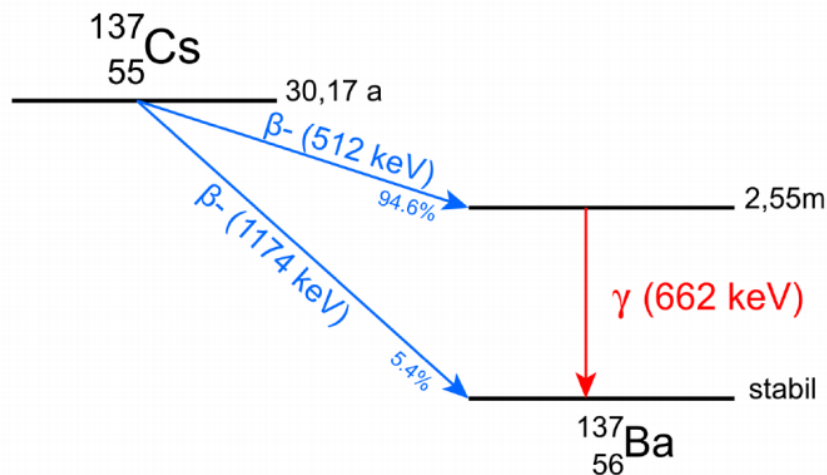


Abbildung 1: In dieser Abbildung ist die Entstehung der verwendeten Gammastrahlung schematisch dargestellt [1].

Trifft die beschriebene Strahlung auf Materie kann sie über den Photoeffekt oder

den Comptoneffekt wechselwirken. Paarbildung ist erst ab einer Photonenenergie von 1 MeV möglich, weil mindestens die Ruheenergie eines Elektrons und eines Positrons erreicht werden muss und daher in diesem Fall irrelevant. Beim Photoeffekt kann die gesamte Photonenenergie in der Materie deponiert werden (im Spektrum als Photopeak erkennbar), da sie an ein Hüllenelektron übertragen wird, welches daraufhin mit einer entsprechenden kinetischen Energie frei werden kann. Das bedeutet die Energie des Photons muss mindestens die Höhe der Bindungsenergie des Elektrons haben, um diese Form der Wechselwirkung durchzuführen. Bis zu einer Energie von 100 keV dominiert der Photoeffekt, sodass in diesem Fall eher der Comptoneffekt als Primärwechselwirkung überwiegt. Dies ist bis zu einer Energie von 1 MeV der Fall. Dabei wird ein Teil der Photonenenergie über inelastische Streuung an ein Elektron abgegeben. Allerdings muss gesagt werden, dass ein Photon nach mehrfachem Comptoneffekt immer wahrscheinlicher auch einen Photoeffekt durchführt. Bei einem Streuwinkel von 180° findet der maximale Energieübertrag statt. Im Spektrum wird an dieser Stelle von der Comptonkante gesprochen. Die Intensitätskurve zeigt außerdem ein Plateau am Anfang, welches aufgrund von Rückstreuereffekten entstanden ist. Die Intensität der Strahlung die nach Durchqueren des Materials noch vorhanden ist wird durch die Gleichung

$$I = I_0 \exp \left(\sum_i \mu_i d_i \right) \quad (1)$$

beschrieben. In dieser Gleichung beschreibt I_0 die Eingangsintensität und d_i die Dicke des Materials i mit dem Absorptionskoeffizienten μ_i . Der Verlauf einer typischen Intensitätskurve für einen $^{137}_{55}\text{Cs}$ -Strahler ist in der folgenden Abbildung dargestellt [6].

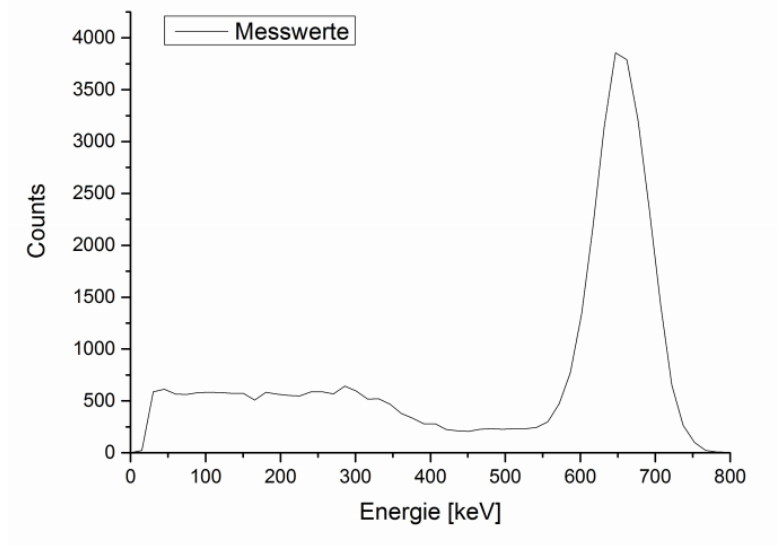


Abbildung 2: In dieser Abbildung ist der Verlauf einer Intensitätenkurve für $^{137}_{55}\text{Cs}$ dargestellt.

2.2 Absorptionskoeffizienten

Die materialspezifischen Absorptionskoeffizienten können mit Gleichung (1) berechnet werden, da die Intensitäten gemessen werden und die Materialdicken bekannt sind. Daher ergibt sich durch umformen

$$\sum_i \mu_i d_i = \ln \left(\frac{I_0}{I_j} \right) \quad (2)$$

und in Matrixschreibweise

$$A \cdot \vec{\mu} = \vec{I}, \quad (3)$$

wobei A eine $n \times m$ -Matrix ist, die die Weglängen durch bestimmte Materialien enthält die bei einem zugehörigen Strahlengang passiert werden. $\vec{\mu}$ enthält die passenden Absorptionskoeffizienten. Mit der Methode der kleinsten Quadrate kann mit Gleichung (3) der Zusammenhang

$$WA \cdot \vec{\mu} = W\vec{I} \quad (4)$$

bestimmt werden. Hierbei entspricht W einer Gewichtsmatrix

$$W = V[I]^{-1}, \quad (5)$$

die über die inverse Varianz der Intensitäten definiert ist, sodass sich für $\vec{\mu}$ schließlich die Relation

$$\vec{\mu} = (A^T W A)^{-1} (A^T W \vec{I}) \quad (6)$$

ergibt und die Unsicherheiten aufgrund der Poissonfehler eines Zählexperimentes durch

$$V[\mu] = (A^T W A)^{-1} \quad (7)$$

gegeben sind [6].

3 Durchführung

Der Aufbau dieses Versuches besteht neben der Strahlungsquelle aus einer Plattform auf der das zu untersuchende Medium positioniert werden kann. Dahinter befindet sich ein Photomultiplier, der durch ein an einer Photodiode einfallendes Photon, ein Elektron aussendet, welches zu Folgeelektroden beschleunigt wird und dort jeweils weitere Elektronenlawinen auslösen kann. Diese werden dann als Stromsignal messbar. Das Signal wird daraufhin in einen Multikanalalaysator gleitet, das das Signal einem Kanal zuordnet, sodass Stromimpulse pro Kanal gezählt werden.

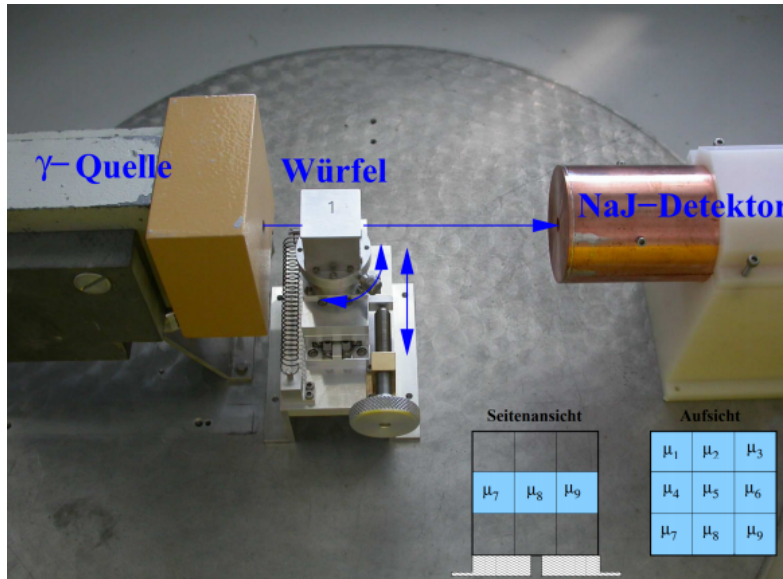


Abbildung 3: Auf dieser Abbildung ist der Versuchsaufbau dargestellt [5].

Die erste Messung wird ohne Medium durchgeführt. Die Intensität wird also für einen Zeitraum von maximal 300s aufgenommen. Danach wird ein leerer Würfel aus einer Aluminiumhülle vermessen. Dafür wird zunächst ein Spektrum aufgenommen, bei dem die Gammastrahlung senkrecht auf einer Würfel­fläche ein- und austritt. Danach wird der Würfel gedreht, sodass der Strahl diagonal durch den Würfel verläuft und daraufhin so, dass der Strahl die Nebendiagonale des Würfels durchquert. Die selben Messungen werden danach für zwei weitere 3 cm × 3 cm-Würfel in einer Aluminiumhülle durchgeführt. Diese Würfel bestehen aus einem Innenmaterial, dass über die Bestimmung des Absorptionkoeffizienten ermittelt werden soll.

Für die letzte Messreihe wird ein Würfel vermessen, der 1 cm × 1 cm-Teilwürfel aus unterschiedlichem Material enthält. Um die Teilwürfel der mittleren Ebene korrekt beschreiben zu können, müssen zwölf Teilmessungen durchgeführt werden. In Abbildung 4 sind die Verläufe der Strahlung dargestellt.

Mit Hilfe der gemessenen Intensitäten können daraufhin auch für den letzten Würfel

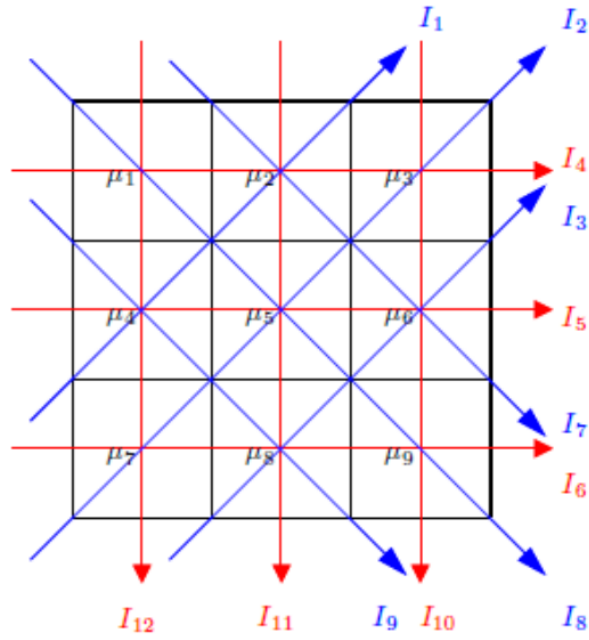


Abbildung 4: Auf dieser Abbildung sind die Verläufe der Strahlung für jede Teilmessung dargestellt [1].

die Materialien bestimmt werden. Dafür muss die Matrix A (siehe Kapitel ??) aufgestellt werden. Da die Teilwürfel alle Seitenlängen von 1 cm haben, ist A durch die Matrix

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 \\ \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

gegeben [5].

4 Auswertung

Eine Leermessung ist in Abbildung 5 zu sehen. Die Comptonkante und der Photopeak liegen bei $C \approx 478 \text{ keV}$ und $P \approx 662 \text{ keV}$ [2].

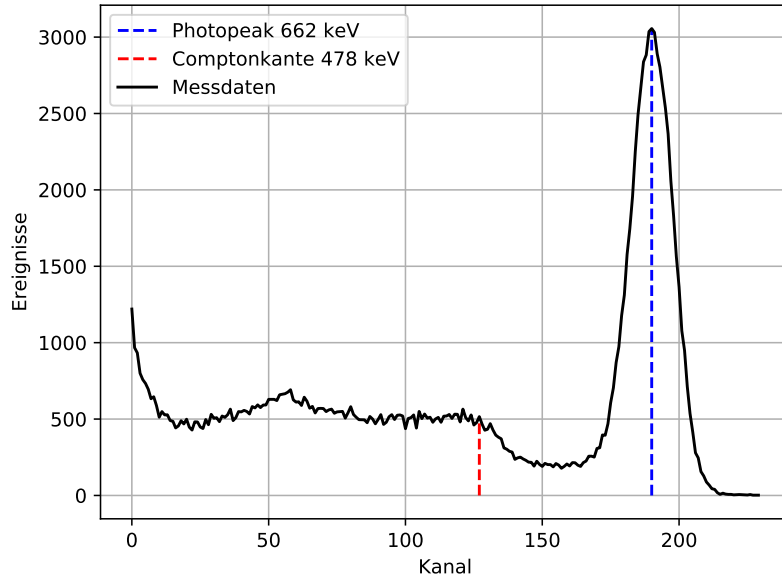


Abbildung 5: Spektrum des ^{137}Cs -Strahler ohne Würfel.

4.1 Bestimmung der Absorptionskoeffizienten

Um die Absorptionskoeffizienten zu bestimmen, müssen zunächst die I_0 -Werte bestimmt werden. Hierfür wird der Würfel 1 genommen, der nur aus der Aluminiumhülle besteht. Es werden drei verschiedene I_0 -Werte gemessen (Diagonale D , Nebendiagonale ND und seitenparallele Grade SG). Die I_0 -Werte sind in Tabelle 1 aufgelistet.

Tabelle 1: Messdaten für die Bestimmung der I_0 -Werte und die dazugehörigen I_0 -Werte.

Ausrichtung	Peakinhalt C	Zeit $\Delta t / \text{s}$	Zählrate $I_0 / 1/\text{s}$
D	$10\,396 \pm 300$	126,44	$82,2 \pm 2,4$
ND	$14\,398 \pm 247$	117,90	$122,1 \pm 2,1$
SG	$12\,927 \pm 271$	119,60	$108,1 \pm 2,3$

4.1.1 Würfel 2 und 3

Die beiden Würfel 2 und 3 bestehen aus je einem Material, daher werden nur drei Werte gemessen. Die Messdaten sind in Tabelle 2 aufgelistet.

Tabelle 2: Messdaten für die Bestimmung der Absorptionskoeffizienten der Würfel 2 und 3.

Ausrichtung	Würfel 2			Würfel 3		
	C	$\Delta t / s$	$I / 1/s$	C	$\Delta t / s$	$I / 1/s$
D	5096 ± 109	300	$16,6 \pm 0,5$	$19\,747 \pm 237$	210,88	$93,6 \pm 1,1$
ND	4984 ± 157	300	$16,9 \pm 0,4$	$22\,765 \pm 246$	208,98	$108,9 \pm 1,2$
SG	7662 ± 142	300	$25,5 \pm 0,5$	$19\,147 \pm 225$	178,60	$107,2 \pm 1,3$

Mit den Gleichungen

$$\mu_j = \frac{\log\left(\frac{I_0}{I_j}\right)}{d_j}$$

und den Messdaten aus Tabelle 2 und 1 können die Absorptionskoeffizienten bestimmt werden. Die Weglängen d_j betragen

$$\begin{aligned} d_D &= \frac{3}{\sqrt{2}} \text{cm} \\ d_{ND} &= \frac{2}{\sqrt{2}} \text{cm} \\ d_{SG} &= 3 \text{cm}. \end{aligned}$$

Die berechneten Absorptionskoeffizienten der beiden Würfel sind in Tabelle 3 aufgelistet.

Tabelle 3: Absorptionskoeffizienten der Würfel 2 und 3, gemittelt und für jede einzelne Ausrichtung.

Ausrichtung	Würfel 2	Würfel 3
	$\mu / 1/\text{cm}$	$\mu / 1/\text{cm}$
D	$0,466 \pm 0,006$	$-0,099 \pm 0,011$
ND	$0,565 \pm 0,015$	$0,063 \pm 0,005$
SG	$0,481 \pm 0,009$	$0,003 \pm 0,008$
gemittelt	$0,504 \pm 0,006$	$0,033 \pm 0,005$

Für den Mittelwert aus Tabelle 3 wird der negative Wert nicht beachtet, da dieser unphysikalisch ist, worauf wird in der Diskussion eingegangen wird. Um das Material der

Würfel zu bestimmen, wird die relative Abweichung der Absorptionskoeffizienten zu den vorgegebenen Materialien bestimmt. Die Absorptionskoeffizienten und die Abweichungen sind in Tabelle 4 aufgelistet.

Tabelle 4: Absorptionskoeffizienten der vorgegebenen Materialien und die relative Abweichung der Würfel zu jedem Material. Die Literaturwerte werden mithilfe der Quellen [3] und [4] ermittelt.

Material	$\mu_{\text{Lit}} / 1/\text{s}$	Würfel 2	Würfel 3
		rel. Abweichung /%	rel. Abweichung /%
Al	0,211	138,9	84,5
Pb	1,419	64,5	97,7
Fe	0,606	16,8	94,6
Messing	0,638	21,0	94,9
Delrin	0,121	316,7	73,0

Wie an den Abweichungen in Tabelle 4 zu sehen ist, wird Würfel 2 mit Eisen und Würfel 3 mit Delrin identifiziert. Auf die Identifizierung wird in der Diskussion drauf eingegangen.

4.1.2 Würfel 4

Die Teilwürfel aus Würfel 4 bestehen aus verschiedenen Materialien, daher wird die Gleichung 6 benötigt. Die Elemente der diagonalen Gewichtsmatrix W werden mithilfe der gauß'schen Fehlerfortpflanzung bestimmt.

$$W_{jj} = \left(\sqrt{\left(\frac{\sigma_{I_0}}{I_0} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{I_j}}{I_j} \right)^2} \right)^{-1}$$

Die Messdaten für die Bestimmung der Absorptionskoeffizienten sind in Tabelle 5 aufgelistet.

Tabelle 5: Messdaten und die damit bestimmten Elemente der Gewichtsmatrix für die Bestimmung der Absorptionskoeffizienten des Würfels 4. Jede Ausrichtung wurde 300 s lang gemessen. Die Ausrichtungen sind analog zu Abbildung 4 benannt und durchgeführt worden.

Ausrichtung j	C	$I / 1/s$	W_{jj}
1	24 609	82,0	32,2
2	16 380	54,6	44,6
3	25 913	86,4	32,5
4	16 964	56,5	38,6
5	17 465	58,2	39,1
6	14 876	49,6	35,7
7	21 195	70,6	31,2
8	16 389	54,6	43,6
9	23 458	78,2	31,7
10	12 895	43,0	32,4
11	15 569	51,9	36,9
12	17 778	59,3	39,4

Mit den Messdaten 5 und der Gleichung 6 können die Absorptionskoeffizienten $\vec{\mu}$ bestimmt werden. Die Elemente von $\vec{\mu}$ sind in Tabelle 6 aufgelistet, sowie die niedrigste relative Abweichung zu den Literaturwerten der möglichen Stoffe. Da die Würfel in Würfel 4 aus den Materialien von Würfel 2 und 3 bestehen soll, werden die Daten für Eisen und Delrin zusätzlich angegeben.

Tabelle 6: Absorptionskoeffizienten der einzelnen Würfel in Würfel 4 und die relativen Abweichungen zu den Materialien. Die relativen Abweichungen (rel. Abw.) sind in % angegeben.

Würfel j	$\mu_j / 1/s$	niedrigste rel. Abw. (Material)	rel. Abw. Fe	rel. Abw. Delrin
1	0,137	13,5 (Delrin)	77,3	13,5
2	0,119	1,6 (Delrin)	80,3	1,6
3	0,269	27,6 (Al)	55,6	122,5
4	0,063	47,7 (Delrin)	89,6	47,7
5	0,206	2,5 (Al)	66,0	70,1
6	0,081	33,3 (Delrin)	86,7	33,3
7	0,225	6,5 (Al)	62,9	85,7
8	0,064	47,5 (Delrin)	89,5	47,5
9	0,359	40,8 (Fe)	40,8	196,6

Auf die Glaubwürdigkeit der Identifizierung wird in der Diskussion eingegangen.

5 Diskussion

Allgemein muss gesagt werden, dass der Multikanalanalysator zeitweise nicht gut funktioniert hat. Der Peakinhalt für die I_0 -Messung lag zuerst bei 550-1450 bei ähnlich großen Messzeiten. Nach der I_0 -Messung waren die Werte allerdings auf 10 000-25 000 gestiegen. Dadurch waren die Absorptionskoeffizienten negativ, was unphysikalisch ist. Daher wurde am Ende der Durchführung erneut die Messreihe zu I_0 durchgeführt und die Werte haben sich ca. verzehnfacht. Ein anderer Beweis für die Fehlerhaftigkeit des Messgerätes, war das Auftreten von negativen Peakgehalten, diese nahmen bei erneutem Messen jedoch sinnvolle Werte an.

5.1 Bestimmung der Absorptionskoeffizienten der Würfel 2 und 3

Die Würfel 2 und 3 bestehen jeweils aus nur einem Material. Laut Versuchsanleitung besteht Würfel 4 nur aus den Materialien von Würfel 2 und 3. Würfel 2 besteht laut Messergebnissen aus Eisen und Würfel 3 aus Delrin. Da Eisen eine höhere Dichte hat als Delrin, muss Würfel 2 schwerer sein als Würfel 3. Das ist auch der Fall, allerdings konnte durch ein Loch in der Aluminiumhülle ein messingfarbenes Metall entdeckt werden. Da auch Messing schwerer wäre als Würfel 3, könnte dieses Material auch in Frage kommen. Da die Literaturwerte von Eisen und Messing sich nur um 0,032 1/cm unterscheiden, können diese Materialien mit diesem Gerät nicht unterschieden werden. Die Farbe spricht jedoch eher für Messing als für Eisen. Da Würfel 3 recht leicht war, ist das ein Hinweis darauf, dass es sich um Aluminium oder Delrin handelt. Bei der Bestimmung des Absorptionskoeffizientens über die Diagonalen kam ein negativer Wert heraus, dass wird daran liegen, dass der Wert von I_0 in der Diagonalen zu niedrig bestimmt wurde. Daher ist der $\frac{I_0}{I_D} < 1$ und der Logarithmus negativ. Die nicht negativen Werte sind sehr niedrig. Das Material wird als Delrin bestimmt, da es das Material mit dem niedrigsten Absorptionskoeffizienten ist. Auch hier konnte über ein Loch in der Aluminiumhülle ein delrinfarbiges (milchigweißes) Material beobachtet werden.

5.2 Bestimmung der Absorptionskoeffizienten der Würfel in Würfel 4

Die meisten Elementarwürfel des Würfels 4 wurden mit Delrin identifiziert. Dafür spricht, dass Würfel 4 leichter war als Würfel 2 und schwerer als Würfel 3. Dagegen spricht, dass viele der kleinsten Absorptionskoeffizienten um mehrere Größenordnungen kleiner als der Literaturwert von Delrin sind. Mit der Information, dass Würfel 4 nur aus Materialien von Würfel 2 und 3 besteht und mit den Ergebnissen aus den Messreihen von Würfel 2 und 3, kann die Vermutung aufgestellt werden, dass Würfel 4 aus Delrin und Messing besteht.

Literatur

- [1] URL: <https://www.leifiphysik.de/kern-teilchenphysik/radioaktivitaetfortfuehrung/versuche/gammaspektrum-von-cs-137>.
- [2] URL: <https://www.leifiphysik.de/kern-teilchenphysik/radioaktivitaetfortfuehrung/versuche/gammaspektrum-von-cs-137>.
- [3] URL: <https://physics.nist.gov/PhysRefData/Xcom/html/xcom1.html>.
- [4] URL: <https://www.hug-technik.com/inhalt/ta/metall.htm>.
- [5] TU Dortmund. *V14 Tomographie mit Gammastrahlung*. 2020.
- [6] G. Gilmore. *Practical Gamma-ray Spectroscopy*. Wiley, 2008.