

VERSUCH NUMMER

TITEL

AUTOR A

authorA@udo.edu

AUTOR B

authorB@udo.edu

Durchführung: DATUM

Abgabe: DATUM

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	3
2	Theorie	3
2.1	Quantenzahlen	3
2.2	Landefaktoren	4
2.3	Zeemanaufspaltung	5
2.4	optisches Pumpen	6
3	Durchführung	7
4	Auswertung	7
4.1	Isotopenverhältnis	10
5	Diskussion	12

1 Zielsetzung

In diesem Versuch sollen die Kernspins der ^{87}Rb - und ^{85}Rb -Isotope bestimmt werden. Dafür wird durch Bestrahlung mit zirkular polarisiertem Licht eine Besetzungsinversion erzeugt. Durch Anlegen eines Magnetfeldes wird dabei eine Zeemanaufspaltung realisiert. Aus der Energiedifferenz der Zeemannniveaus können bei bekanntem Magnetfeld und bekannter Frequenz aus dem Landefaktor die Kernspins berechnet werden.

2 Theorie

Der Versuch basiert auf dem Phänomen des sogenannten optischen Pumpens. Dabei wird ausgenutzt, dass Gas welches mit Licht einer passenden Frequenz (Differenz der angestrebten Energieniveaus) bestrahlt wird in einen Zustand gebracht werden kann, indem die Anzahl höhere Energiezustände über der Gleichgewichtskonfiguration liegt. Die Elektronenhülle der Atome absorbiert dabei das eingestrahlte Licht, welches das entsprechende Elektron auf ein höheres Energieniveau anhebt, wobei spezielle Auswahlregeln beachtet werden müssen. Ohne äußere Bestrahlung ist das Verhältnis der Besetzungszahlen zweier Niveaus über eine Boltzmannverteilung auszudrücken und durch

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} \frac{\exp(-W_2/k_B T)}{\exp(-W_1/k_B T)} \quad (1)$$

gegeben. In dieser Gleichung beschreibt W_i die Energien der Zustände, g_i die Landefaktoren und T die Temperatur. Das in diesem Versuch betrachtete Gas besteht aus den Rubidiumisotopen ^{87}Rb und ^{85}Rb , wobei der Anteil von ^{85}Rb am natürlichen Vorkommen 72,17% beträgt, während der Anteil des Isotopes ^{87}Rb nur auf einen Prozentsatz von 27,83% kommt [2]. Rubidium gehört zur Elementenkategorie der Alkalimetalle, welche durch ihre Eigenschaft ein Elektron auf der äußersten Schale (s-Orbital) zu besitzen, charakterisiert sind. Rubidium steht an der 37. Stelle im Periodensystem. Das bedeutet die Neutronenzahl von ^{87}Rb ist 50 und ^{85}Rb besitzt die Neutronenzahl 48.

2.1 Quantenzahlen

Jeder Zustand eines Fermions im Atom kann durch spezifische Quantenzahlen charakterisiert werden. Es werden zunächst die Fermionen der Atomhülle, also die Elektronen betrachtet. Die Atomhülle sei zunächst aus Hauptschalen aufgebaut die durch die Hauptquantenzahl $n = 1, 2, 3, \dots$ benannt sind. Jede Hauptschale n besitzt ebenfalls n Unterschalen, die durch die Nebenquantenzahlen $l = 0, \dots, n - 1$ indiziert werden. Jede Unterschale ist durch eine weitere Quantenzahl, die magnetische Quantenzahl $m_l = -l, \dots, l$ substrukturiert. Der Spin bzw. die Spinquantenzahl der Fermionen beträgt $+\frac{1}{2}$ oder $-\frac{1}{2}$. Zwei Elektronen dürfen sich nach dem Pauli-Prinzip nur dann in einem Zustand aufhalten, der durch die selben n , l und m_l definiert ist, wenn sie sich im Spin unterscheiden. Die Belegung der möglichen Zustände wird vom niedrigsten Energieniveau ausgehend begonnen und aufsteigend fortgesetzt, wobei Zustände gleicher Energie erst einfach und dann doppelt belegt werden. Der Gesamtspin und der Gesamtbahndrehimpuls einer Elektronenhülle ergibt sich dann

als Summe über alle Einzelspins bzw. -bahndrehimpulse, wobei sich beide maximieren. Das führt dazu, dass volle Haupt- und Nebenschalen nicht zu den Gesamtergebnissen beitragen. Der Gesamtdrehimpuls der Hülle ergibt sich aus Addition des Gesamtspins mit dem Gesamtdrehimpuls. Das bedeutet für die Quantenzahl des Gesamtdrehimpulses gilt für weniger als halbvolle Schalen $J = |L - S|$ und für mehr als halbvolle Schalen $J = L + S$ und für halbvolle Schalen $J(L = 0) = S$. Der Gesamtdrehimpuls des Atomkerns wird Kernspin I genannt. Der Gesamtdrehimpuls jedes Nukleons ergibt sich aus der Addition seines Bahndrehimpulses und Spins, wobei Nukleonen Fermionen sind und somit ebenfalls einen Spin von $+\frac{1}{2}$ oder $-\frac{1}{2}$ besitzen können. Der Kernspin ergibt sich schließlich als Summe über die Drehimpulse aller Nukleonen. Die Spins der Nueonen richten sich möglichst energiearm aus. D.h. es tun sich immer zwei Nukleonen gleicher Art und entgegengesetzten Spins zusammen. Diese Paare tragen dann nicht mehr bei. Für den Fall einer ungeraden Massenzahl sind die Kerspins halbzahlig. So zeigt es sich, dass ^{87}Rb einen Kernspin von $I = \frac{3}{2}$ und ^{85}Rb einen Kernspin von $I = \frac{5}{2}$ besitzt. Der Gesamtdrehimpuls des gesamten Atoms kann mehrere Werte annehmen, die mit $F = |J - I|, |J - I| + 1, \dots, J + I - 1, J + 1$ entartet sind [3].

2.2 Landefaktoren

Die Drehimpulse besitzen magnetische Momente, die als

$$\mu_J = \mu_B g_J \sqrt{J(J+1)} \quad (2)$$

für den Gesamtdrehimpuls der Elektronenhülle bzw. als

$$\mu_I = \mu_B g_I \sqrt{I(I+1)} \quad (3)$$

für das magnetische Moment des Kerns gegeben sind. Für den Gesamtdrehimpuls folgt analog das magnetische Moment

$$\mu_F = \mu_B g_F \sqrt{F(F+1)} \quad (4)$$

des gesamten Atoms [3]. Die Faktoren g_i werden als Landefaktoren bezeichnet. So zeigt sich, dass der Landefaktor g_J als

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \quad (5)$$

gegeben ist. In diesem Versuch ist der Landefaktor g_F von Bedeutung, da aus ihm der Kernspin bestimmt werden kann. Er ist durch die Formel

$$g_F = g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)} \quad (6)$$

gegeben [1].

2.3 Zeemanaufspaltung

Der Zeemaneffekt ist ein physikalisches Phänomen, dass die Aufspaltung von Spektrallinien aufgrund eines äußeren Magnetfeldes beschreibt. Die Ursache dieses Effektes ist über die Wechselwirkung des äußeren Magnetfeldes mit den magnetischen Momenten der Atombestandteile zu erklären. Diese Wechselwirkung führt zu Verschiebungen der Energieniveaus, bzw. in eine Aufspaltung eines ursprünglichen Niveaus in eine bestimmte Anzahl äquidistanter Unterniveaus (Zeeman-Niveaus). Ist das angelegte Magnetfeld kleiner als die Kopplung zwischen Hüllengesamtspin und Gesamtbahndrehimpuls der Hülle, so wird jedes Niveau mit Gesamtdrehimpuls J in $m_J = -J, \dots, J$ Unterniveaus aufgespalten, deren Energiedifferenzen

$$\Delta E_J = g_J \mu_B B m_J \quad (7)$$

betragen. Für diesen Fall wird dann von einer Aufspaltung der Feinstruktur ggesprochen [3]. Wenn die Wechselwirkung zwischen den Drehimpulsen der Hülle und denen des Kerns mit in Betracht gezogen wird, dann wird von einer Aufspaltung in der Hyperfeinstruktur gesprochen. Die Energiedifferenzen lassen sich dann über die Gleichung

$$\Delta E_F = g_F \mu_B B m_F \quad (8)$$

ausdrücken, wobei m_F die Werte $-F, \dots, F$ annehmen kann. Das heißt, ein Niveau mit Quantenzahl F spaltet sich in $2F + 1$ Unterniveaus auf [1]. Eine Skizze dieser Aufspaltung ist in in der folgenden Abbildung für die Rubidiumisotope dargestellt.

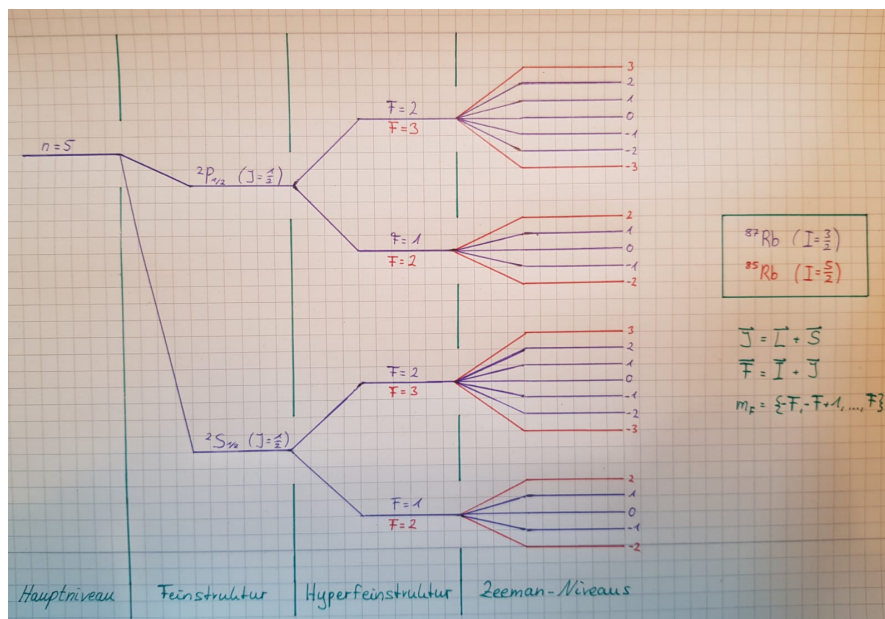


Abbildung 1: Auf dieser Abbildung ist die Hyperfeinstrukturaufspaltung der verwendeten Rubidiumisotope zusehen.

2.4 optisches Pumpen

Das Ziel des optischen Pumpens ist, das Gas aus seinen thermisch, gleichgewichtig verteilten Besetzungszuständen in einen Zustand zu bringen, bei dem die Anzahl der höherenergetischen Besetzungszuständen gegenüber den Niederenergetischen überwiegt. Bei einem entsprechend angeregten System, wird auch von Besetzungsinversion gesprochen. Durch Einstrahlung von Licht, dessen Energie der Differenz der Niveaus $^2S_{\frac{1}{2}}$ und $^2P_{\frac{1}{2}}$ entspricht, können Elektronen durch Absorption dieser Wellen vom Niveau $^2S_{\frac{1}{2}}$ in das Niveau $^2P_{\frac{1}{2}}$ übergehen, wenn sie den Auswahlregeln genügen. Die Auswahlregeln sind durch die Relationen

$$\Delta l = \pm 1 \quad \Delta m = 0, \pm 1 \quad (9)$$

gegeben. In diesem Fall gilt $m = m_F$, sodass ein Übergang bei passender Frequenz nur möglich ist, wenn die Differenz der Quantenzahlen m_F von Ausgangs- und Endzustand 0 oder ± 1 beträgt und die Differenz der Quantenzahl l einen Betrag von 1 aufweist. Zweites ist bei Übergängen zwischen $^2S_{\frac{1}{2}}$ und $^2P_{\frac{1}{2}}$ immer gegeben. Die Auswahlregeln können für diesen Versuch weiter eingeschränkt werden, da bekannt ist, dass rechtzirkular polarisiertes Licht verwendet wird. Rechtzirkular polarisiertes Licht σ^+ trägt eine Magnetquantenzahl von $+1$, während linkszirkular polarisiertes Licht σ^- die Magnetquantenzahl -1 und linear polarisiertem Licht π die Magnetquantenzahl 0 zugeordnet wird. Das bedeutet, wenn ein Elektron ein Lichtquant von σ^+ -Licht absorbieren kann, dann wird seine Magnetquantenzahl um 1 erhöht und es muss einen Zustand mit dieser Magnetquantenzahl geben [3]. Für ^{87}Rb bedeutet das (siehe Abbildung 1), dass Elektronen auf allen Unterniveaus aus $^2S_{\frac{1}{2}}$, bis auf Elektronen mit $m_F = 2$ in ein Unterniveau aus $^2P_{\frac{1}{2}}$ übergehen können. Außerdem spüren Elektronen in $^2P_{\frac{1}{2}}$ das Feld der eingestrahnten Photonen, wodurch sie unter Emission eines weiteren Photons gleicher Polarisation, Ausbreitungsrichtung und Frequenz ebenfalls in den $m_F = 2$ -Zustand aus $^2S_{\frac{1}{2}}$ übergehen können (induzierte Emission). Daraus folgt, dass sich im Zustand mit $m_F = 2$ deutlich mehr Elektronen ansammeln, als in den darunterliegenden Niveaus. Es wurde eine Besetzungsinversion erzeugt. Die Elektronen aus $^2S_{\frac{1}{2}}$ auf $m_F = 2$ könnten durch spontane Emission in ein darunterliegendes Niveau wandern. Allerdings ist dieser Vorgang aufgrund der geringen Energiedifferenzen dieser Unterniveaus unwahrscheinlich. Analoges gilt für die ^{85}Rb -Isotope [1]. Der Zusammenhang zwischen angelegtem Magnetfeld und der Frequenz ν des Lichtes das einen Übergang der Energiedifferenz ΔE auslösen würde, ist durch

$$\Delta E_F = h\nu = g_F \mu_B B m_F \quad (10)$$

gegeben. Je mehr eingestrahlte Photonen absorbiert wurde, desto transparenter wird das Gas für das Licht, da immer weniger Elektronen die entsprechende Frequenz und Polarisation absorbieren können. Wenn aber durch Variation des Magnetfeldes ein Übergang angeregt wird, der für ^{87}Rb -Isotope einem Übergang vom $m_F = 2$ -Niveau aus $^2S_{\frac{1}{2}}$ in ein darunterliegendes Niveau ermöglicht (analog ^{85}Rb), dann sinkt die Transparenz des Gases wieder, weil mehr Elektronen den Auswahlregeln genügen [3].

3 Durchführung

4 Auswertung

Bei diesem Versuch soll der Kernspin, die Landé-Faktoren und das Verhältnis von ^{85}Rb und ^{87}Rb ermittelt werden. Zusätzlich kann die Horizontalkomponente des Erdmagnetfelds bestimmt werden. Die dafür benötigten Daten sind in Tabelle 1 aufgelistet.

Tabelle 1: Messdaten für die Bestimmung des Kernspins, die Landé-Faktoren und des Erdmagnetfelds.

Frequenz / kHz	Peak 1		Peak 2	
	Sweep	Horizontal	Sweep	Horizontal
100	5,49	13,8	6,68	13,8
200	6,01	13,86	8,36	13,86
300	5,43	13,92	8,97	13,92
400	3,79	14,02	8,47	14,02
500	2,64	14,10	8,54	14,10
600	1,86	14,26	8,98	14,26
700	1,37	14,22	3,64	14,36
800	3,76	14,36	3,73	14,44
900	2,55	14,30	7,30	14,44
1000	4,94	14,30	4,71	14,58

Die Messdaten aus Tabelle 1 müssen zunächst in eine Stromstärke umgerechnet werden. Die Sweepeinstellung muss mit dem Wert 0,1 A und die Horizontaleinstellung mit 0,3 A multipliziert werden um eine Stromstärke zu erhalten. Bei der Horizontalkomponente ist ein Offset von 13,8 vorhanden, daher muss dieser Wert von den Daten subtrahiert werden. Um aus den Stromstärken ein B -Wert zu erhalten muss die Formel

$$B = \mu_0 \frac{8 \cdot N \cdot I}{\sqrt{125}R}$$

angewendet werden. Die Sweep- und Horizontalwerte müssen zum gesamt B -Wert addiert werden. Die Stromstärken und die B -Werte sind in Tabelle 2 zu sehen.

Tabelle 2: Stromstärken und Magnetfeldstärke in abhängigkeit der Frequenz.

f / kHz	Peak 1			Peak 2		
	$I_{\text{sweep}} / \text{A}$	$I_{\text{horizontal}} / \text{A}$	B / T	$I_{\text{sweep}} / \text{A}$	$I_{\text{horizontal}} / \text{A}$	B / T
100	0,549	0,0	33,1	0,668	0,0	40,3
200	0,601	0,018	52,1	0,836	0,018	66,2
300	0,543	0,036	64,3	0,897	0,036	85,7
400	0,379	0,066	80,8	0,847	0,066	109,0
500	0,264	0,089	94,9	0,854	0,09	130,5
600	0,186	0,138	132,2	0,898	0,138	175,2
700	0,137	0,126	118,8	0,364	0,168	169,3
800	0,376	0,168	170,0	0,373	0,192	190,9
900	0,255	0,15	146,9	0,73	0,192	212,4
1000	0,494	0,15	161,4	0,471	0,234	233,6

Die Magnetfeldstärke wird gegen die Frequenz aufgetragen und es wird eine lineare Ausgleichsgrade

$$f(B) = a \cdot B + b$$

bestimmt. Mithilfe der Aufspaltung des Zeemaneffekts kann der Landé-Faktor bestimmt werden.

$$\begin{aligned}\Delta E &= hf = g_F \mu_B B \\ \Rightarrow a &= \frac{g_F \mu_B}{h} \\ \Rightarrow g_F &= \frac{h}{a \mu_B}\end{aligned}$$

Der y-Achsenabschnitt b kann mit dem Erdmagnetfeld gleichgesetzt werden. Die lineare Ausgleichsgrade ist zusammen mit den Messdaten in Abbildung 2 abgebildet.

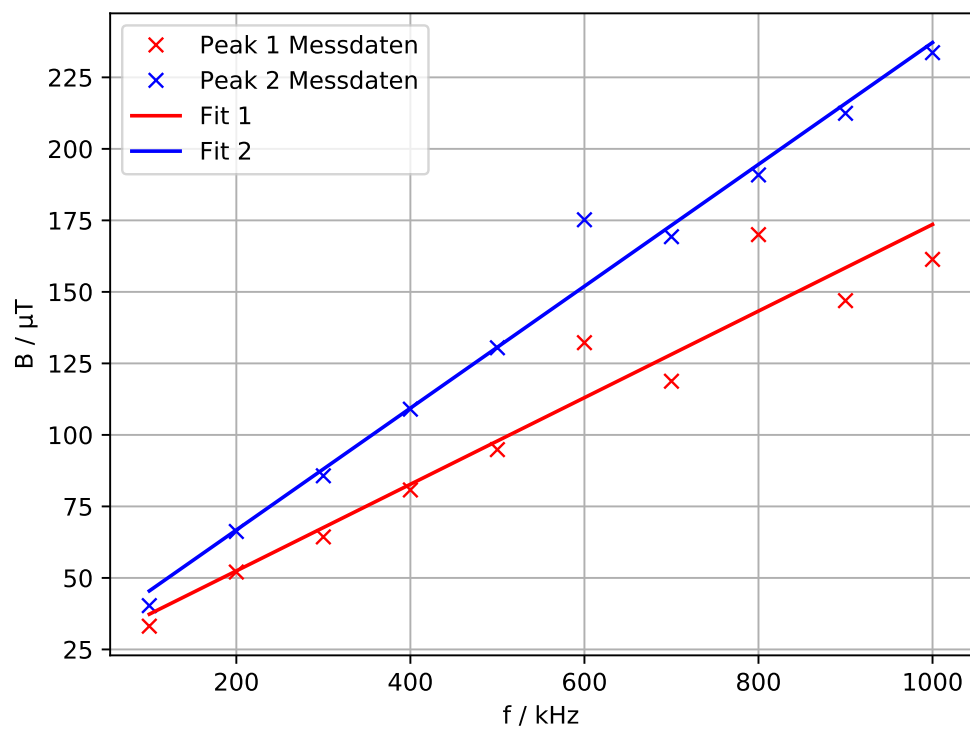


Abbildung 2: Messdaten und Ausgleichsgrade für die Bestimmung der Landé-Faktoren und des Erdmagnetfelds.

Die Fitparameter der Ausgleichsgeraden aus Abbildung 2 sind in Tabelle 3 aufgelistet.

Tabelle 3: Fitparameter der beiden Ausgleichsgeraden.

Peak	a / Hz/T	b / T
1	$(1,51 \pm 0,15) \cdot 10^{-10}$	22 ± 9
2	$(2,13 \pm 0,10) \cdot 10^{-10}$	24 ± 6

Die Erdmagnetfeldstärken können zu dem Wert $b = (23 \pm 5)$ T gemittelt werden. Der Theoriewert von $b_{\text{theo}} = 20$ T liegt in der Unsicherheit des experimentell bestimmten Werts. Die aus der Steigung bestimmten Landé-Faktoren betragen $g_{F1} = 0,47 \pm 0,05$ und $g_{F2} = 0,335 \pm 0,015$. Um aus den Landé-Faktoren den Kernspin zu bestimmen wird die Gleichung ?? nach I umgestellt.

$$I = J = \left(\frac{g_J}{g_F} - 1 \right)$$

Die bestimmten Werte betragen

$$I_1 = 1,62 \pm 0,21$$

$$I_2 = 2,48 \pm 0,14.$$

Die Theoriewerte sind $I_1 = \frac{3}{2} = 1,5$ und $I_2 = \frac{5}{2} = 2,5$, diese liegen innerhalb der Unsicherheiten der experimentell bestimmten Werte.

4.1 Isotopenverhältnis

Um Das Isotopenverhältnis zu bestimmen werden die Amplituden der Peaks bei $f = 100$ kHz bestimmt. Dafür wird das Programm Inkscape [??] verwendet. Die Amplituden aus Abbildung 3 betragen $P_1 = 119,76$ px und $P_2 = 221,94$ px. Das Verhältnis ist dann $\frac{P_2}{P_1} = 1,85$. Der Literaturwert beträgt $\frac{72,168}{27,835} = 2,59$.

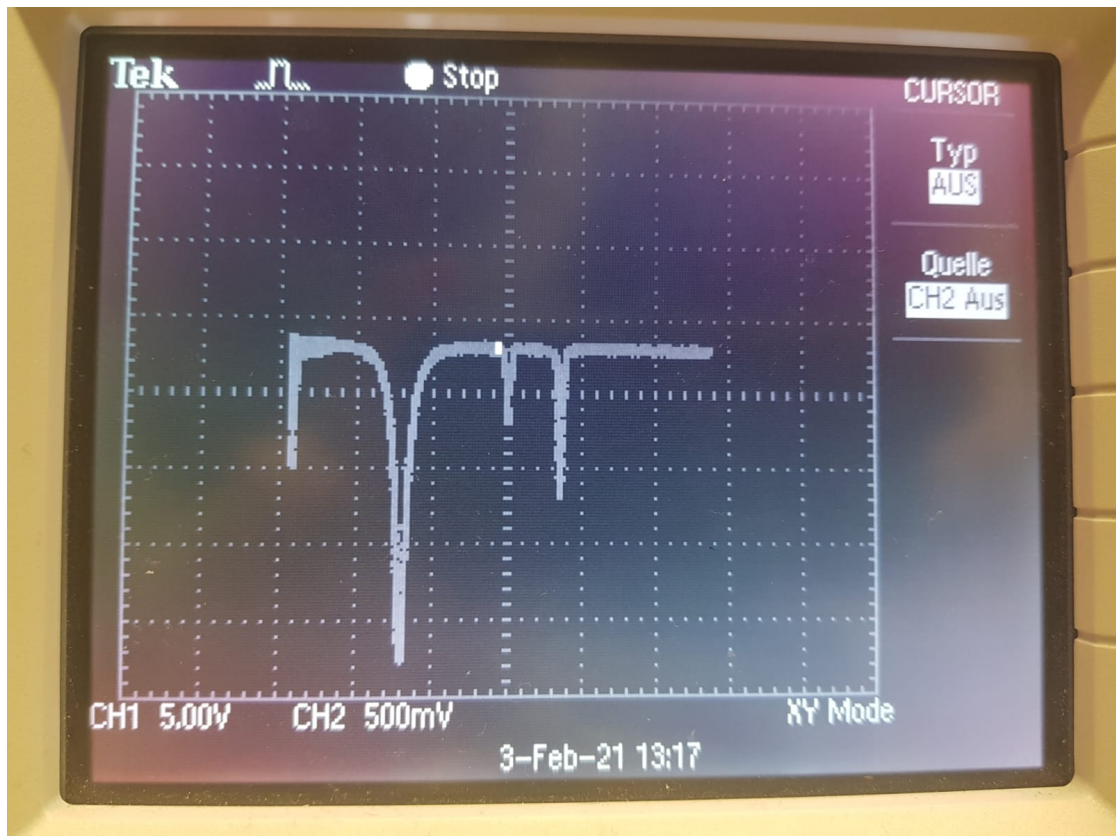


Abbildung 3: Typische Aufnahme bei $f = 100\text{ kHz}$, für die Bestimmung des Isotopenverhältnisses.

5 Diskussion

In der Unsicherheit des gemessenen Erdmagnetfelds liegt der Literaturwert. Daher kann angenommen werden, dass das Erdmagnetfeld in diesem Versuch gut kompensiert wurde. Der systematische Fehler der dabei entsteht ist daher klein. Da der Kernspin welcher mit Peak 1 erzeugt wurde $I = 1,62 \pm 0,21$ und der des zweiten Peaks $I = 2,48 \pm 0,14$ beträgt und der Kernspin von ^{85}Rb $I_{85} = 2,5$ und von ^{87}Rb $I_{87} = 1,5$ ist, kann Peak 2 mit dem ^{85}Rb und Peak 1 mit dem ^{87}Rb identifiziert werden. Alle Literaturwerte liegen auch hier im Bereich der Unsicherheiten. Das Bestimmte Isotopenverhältnis von ^{85}Rb zu ^{87}Rb ist geringer als in der Natur, dass bedeutet das die Probe angereichert wurde.

Literatur

- [1] E. Black. *Optical Pumping*. 2004. URL: https://www.phas.ubc.ca/~phys409/manuals/Optical_Pumping-CalTech.pdf.
- [2] A. Jaeck. *Daten und Eigenschaften des Isotops Rb-87*. 2020. URL: <https://www.internetchemie.info/isotop.php?Kern=Rb-87>.
- [3] W. Pfeiler. *Quanten, Atome, Kerne, Teilchen*. De Gruyter, 2017.