1 Ekvivalencije propozicijske logike

[1]	$\neg\neg F$	$\equiv$	F	– involucija
[2]	$F \rightarrow G$	$\equiv$	$\neg F \vee G$	– uklanjanje implikacije
[3]	$F \rightarrow G$	$\equiv$	$\neg G \rightarrow \neg F$	– kontrapozicija
[4]	$F \rightarrow (G \rightarrow H)$	$\equiv$	$G \rightarrow (F \rightarrow H)$	
[5]	$F \rightarrow (G \rightarrow H)$	$\equiv$	$(F \wedge G) \rightarrow H$	
[6]	$F \leftrightarrow G$	$\equiv$	$(F \wedge G) \vee (\neg F \wedge \neg G)$	
[7]	$F \leftrightarrow G$	$\equiv$	$(F \rightarrow G) \wedge (G \rightarrow F)$	
[8]	$F \leftrightarrow G$	$\equiv$	$(\neg F \vee G) \wedge (\neg G \vee F)$	– idempotencija
[9]	$G \wedge G$	$\equiv$	G	
[10]	$G \wedge \mathit{True}$	$\equiv$	G	
[11]	$G \wedge \mathit{False}$	$\equiv$	False	
[12]	$G \wedge \neg G$	$\equiv$	False	– zakon kontradikcije (ekskluzija)
[13]	$G \vee G$	$\equiv$	G	– faktorizacija
[14]	$G \vee \mathit{True}$	$\equiv$	True	
[15]	$G \vee \mathit{False}$	$\equiv$	G	
[16]	$G \vee \neg G$	$\equiv$	True	– zakon isključenja trećega
[17]	$(F \wedge G) \wedge H$	$\equiv$	$F \wedge (G \wedge H)$	asocijativnost
[18]	$(F \vee G) \vee H$	$\equiv$	$F \vee (G \vee H)$	
[19]	$F \wedge G$	$\equiv$	$G \wedge F$	komutativnost
[20]	$F \vee G$	$\equiv$	$G \vee F$	
[21]	$F \vee (G \wedge H)$	$\equiv$	$(F \vee G) \wedge (F \vee H)$	distributivnost
[22]	$F \wedge (G \vee H)$	$\equiv$	$(F \wedge G) \vee (F \wedge H)$	
[23]	$\neg(F \vee G)$	$\equiv$	$\neg F \wedge \neg G$	de Morganovi zakoni
[24]	$\neg(F \wedge G)$	$\equiv$	$\neg F \vee \neg G$	
[25]	$F \vee (F \wedge G)$	$\equiv$	F	apsorpcija
[26]	$F \wedge (F \vee G)$	$\equiv$	F	
[27]	$F \vee (\neg F \wedge G)$	$\equiv$	$F \vee G$	
[28]	$F \wedge (\neg F \vee G)$	$\equiv$	$F \wedge G$	

2 Ekvivalencije predikatne logike

Neka $F[x]$ i $G[x]$ označavaju formule koje sadrže (u svim pojavljivanjima slobodnu) varijablu x, dok $H\{x\}$ označava formulu koja ne sadrži varijablu x.

$$
\begin{array}{rlcl}
[1] & \forall x F[x] & \equiv & \forall y F[y] \\
[2] & \exists x F[x] & \equiv & \exists y F[y] \\
[3] & \neg \forall x F[x] & \equiv & \exists x \neg F[x] \\
[4] & \neg \exists x F[x] & \equiv & \forall x \neg F[x] \\
[5] & \forall x F[x] \vee \forall x G[x] & \equiv & \forall x F[x] \vee \forall y G[y] \\
[6] & \forall x F[x] \vee \exists x G[x] & \equiv & \forall x F[x] \vee \exists y G[y] \\
[7] & \exists x F[x] \vee \forall x G[x] & \equiv & \exists x F[x] \vee \forall y G[y] \\
[8] & \exists x F[x] \vee \exists x G[x] & \equiv & \exists x F[x] \vee \exists y G[y] \\
[9] & \forall x F[x] \wedge \forall x G[x] & \equiv & \forall x F[x] \wedge \forall y G[y] \\
[10] & \forall x F[x] \wedge \exists x G[x] & \equiv & \forall x F[x] \wedge \exists y G[y] \\
[11] & \exists x F[x] \wedge \forall x G[x] & \equiv & \exists x F[x] \wedge \forall y G[y] \\
[12] & \exists x F[x] \wedge \exists x G[x] & \equiv & \exists x F[x] \wedge \exists y G[y] \\
[13] & \forall x F[x] \vee \forall y G[y] & \equiv & \forall x \forall y (F[x] \vee G[y]) \\
[14] & \forall x F[x] \wedge \forall y G[y] & \equiv & \forall x \forall y (F[x] \wedge G[y]) \\
[15] & \forall x F[x] \vee H\{x\} & \equiv & \forall x (F[x] \vee H\{x\}) \\
[16] & \forall x F[x] \wedge H\{x\} & \equiv & \forall x (F[x] \wedge H\{x\}) \\
[17] & \exists x F[x] \vee H\{x\} & \equiv & \exists x (F[x] \vee H\{x\}) \\
[18] & \exists x F[x] \wedge H\{x\} & \equiv & \exists x (F[x] \wedge H\{x\}) \\
[19] & \forall x (F[x] \wedge G[x]) & \equiv & \forall x F[x] \wedge \forall x G[x] \\
[20] & \forall x (F[x] \wedge G[x]) & \equiv & \forall x F[x] \wedge \forall y G[y] \\
[21] & \forall x (F[x] \wedge G[x]) & \equiv & \forall x \forall y (F[x] \wedge G[y]) \\
[22] & \exists x (F[x] \vee G[x]) & \equiv & \exists x F[x] \vee \exists x G[x] \\
[23] & \exists x (F[x] \vee G[x]) & \equiv & \exists x F[x] \vee \exists y G[y] \\
[24] & \exists x (F[x] \vee G[x]) & \equiv & \exists x \exists y (F[x] \vee G[y])
\end{array}
$$

3 Pretvaranje formule predikatne logike u klauzalni oblik

1. *Uklanjanje ekvivalencije*
   - $F \leftrightarrow G \equiv (\neg F \vee G) \wedge (\neg G \vee F)$
2. *Uklanjanje implikacije*
   - $F \rightarrow G \equiv \neg F \vee G$
3. *Smanjivanje dosega operatora negacije* tako da se odnosi samo na jedan atom
   - $\neg(F \vee G) \equiv \neg F \wedge \neg G$
   - $\neg(F \wedge G) \equiv \neg F \vee \neg G$
   - $\neg \forall x F(x) \equiv \exists x \neg F(x)$
   - $\neg \exists x F(x) \equiv \forall x \neg F(x)$

   Ako se u nekom od prethodna tri koraka pojavi dvostruka negacija, ukloni je primjenom *involutivnosti*: $\neg\neg F \equiv F$
4. *Preimenovanje varijabli* na način da svaki kvantifikator vezuje jedinstvenu varijablu
   - $\forall x F(x) \vee \forall x G(x) \equiv \forall x F(x) \vee \forall y G(y)$
   - $\forall x F(x) \vee \exists x G(x) \equiv \forall x F(x) \vee \exists y G(y)$
   - $\exists x F(x) \vee \forall x G(x) \equiv \exists x F(x) \vee \forall y G(y)$
   - $\exists x F(x) \vee \exists x G(x) \equiv \exists x F(x) \vee \exists y G(y)$
   - $\forall x F(x) \wedge \forall x G(x) \equiv \forall x F(x) \wedge \forall y G(y)$
   - $\forall x F(x) \wedge \exists x G(x) \equiv \forall x F(x) \wedge \exists y G(y)$
   - $\exists x F(x) \wedge \forall x G(x) \equiv \exists x F(x) \wedge \forall y G(y)$
   - $\exists x F(x) \wedge \exists x G(x) \equiv \exists x F(x) \wedge \exists y G(y)$
5. *Skolemizacija*
   - Zamjena svih egzistencijalno kvantificiranih varijabli *Skolemovim izrazima*
     Primjer.
     $\exists x \mathrm{SESTRA}(x, \mathrm{IVAN}) \xrightarrow{\text{Skolemizacija}} \mathrm{SESTRA}(\mathrm{ANA}, \mathrm{IVAN})$
   - U složenijim izrazima u kojima vrijednost zamjene zavisi od ostalih varijabli u formuli, egzistencijalno kvantificirane varijable zamjenjuju se tzv. *Skolemovom funkcijom*
     Primjer.
     U formuli $\forall x \exists y \mathrm{MAJKA}(y, x)$ vrijednost od y zavisi od x.
     Skolemizacija daje $\mathrm{MAJKA}(f(\mathrm{Ivan}), \mathrm{Ivan})$, gdje je $f(x)$ Skolemova funkcija.
   - Argumenti Skolemove funkcije su one univerzalno kvantificirane varijable čiji doseg uključuje doseg egzistencijalno kvantificirane varijable koja se zamjenjuje
     Primjer.
     $\exists u \forall v \forall w \exists x \forall y \exists z F(u, v, w, x, y, z)$
     Uklanjaju se $\exists u$, $\exists x$, i $\exists z$ i zamjenjuju redom *Skolemovim izrazima*: $a, f(v, w), g(v, w, y)$, gdje su a, f, g Skolemove funkcije.

     $$\exists u \forall v \forall w \exists x \forall y \exists z F(u, v, w, x, y, z) \xrightarrow{\text{zamjena}} \forall v \forall w \forall y F(a, v, w, f(v, w), y, g(v, w, y))$$

     Napomena: Niti jedan od simbola a, f, g ne smije se pojavljivati u izvornoj formuli!
6. Premještanje svih kvantifikatora (preostali su samo univerzalni) na lijevu stranu formule tako da se na lijevoj strani nalazi niz kvantifikatora koji se nazivaju *prefiks*. Desna strana formule koja se naziva *matrica*, oslobođena je svih kvantifikatora

- $\forall x F(x) \vee \forall y G(y) \equiv \forall x \forall y (F(x) \vee G(y))$
- $\forall x F(x) \wedge \forall y G(y) \equiv \forall x \forall y (F(x) \wedge G(y))$
- $\forall x F(x) \vee H\{x\} \equiv \forall x (F(x) \vee H\{x\})$
- $\forall x F(x) \wedge H\{x\} \equiv \forall x (F(x) \wedge H\{x\})$

7. *Uklanjanje prefiksa* tako da ostane samo matrica. Podrazumijeva se da su sve varijable u formuli univerzalno kvantificirane (nema slobodnih varijabli u formuli).

8. Pretvaranje matrice u *konjunkciju klauzula* korištenjem distributivnosti

   - $F \vee (G \wedge H) \equiv (F \vee G) \wedge (F \vee H)$
   - $(G \wedge H) \vee F \equiv (G \vee F) \wedge (H \vee F)$

9. Oblikovanje konjunkcije klauzula kao *skupa klauzula* brišući operatore konjunkcija. Implicitno se podrazumijeva konjunkcija između klauzula.

10. *Standardizacija klauzula* preimenovanjem varijabli tako da ne postoje dvije klauzule koje sadrže identične varijable

$$\forall x (F(x) \wedge G(x)) \equiv \forall x \forall y (F(x) \wedge G(y))$$