

Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования

ЮГОРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
Институт Прикладной математики, информатики и управления

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ ПО КУРСУ
«МИКРОПРОЦЕССОРНЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ»

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2
«Передаточные функции цифровых систем автоматического управления»

Ханты-Мансийск, 2009

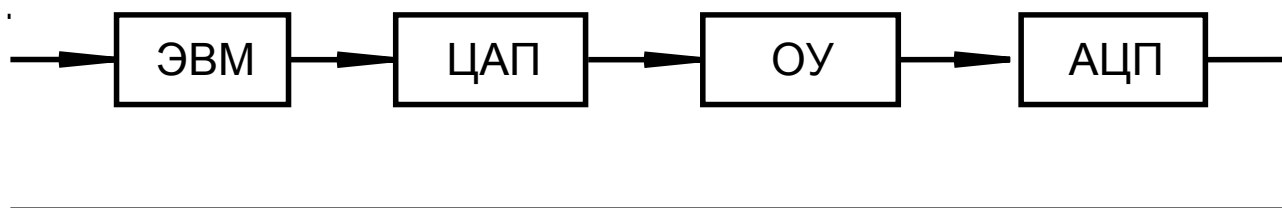
Цель работы: изучить способы построения передаточных функций цифровых систем автоматического управления, а также освоить методы их декомпозиции.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1.1 Общие сведения

Основной особенностью цифровых систем управления является то, что в их структуре есть элементы квантования внутренних сигналов и преобразования их в цифровую форму для последующей обработки в ЭВМ. Квантование сигналов производится как по времени, так и по уровню, но квантованием по уровню можно пренебречь, так как современные АЦП, ЦАП и ЭВМ имеют достаточно большую разрядность и помеха квантования, как правило, не превосходит уровня шумов датчиков. Квантование по времени существенно влияет на динамические свойства цифровых систем.

Схематически цифровая система управления представляется в виде последовательно соединенных АЦП, управляющей ЭВМ и ЦАП (рисунок 1).



АЦП – аналого-цифровой преобразователь;

ОУ – объект управления

ЦАП – цифро-аналоговый преобразователь;

Рисунок 1 – Функциональная схема цифровой системы управления

1.2 Построение передаточной функции цифровой системы управления

Для дальнейших рассуждений примем следующие допущения:

1. Шаг дискретности T - постоянный.
2. Запоздыванием, создаваемым вычислительным процессом, можно пренебречь.
3. ЭВМ выполняет любую линейную операцию.
4. ЭВМ работает в реальном времени.
5. ЭВМ может использовать настоящую и прошлую информацию, но не будущую.

6. Система, содержащая ЭВМ, квантует сигнал по времени и по уровню (ошибкой квантования по уровню можно пренебречь).

Принимая вышеописанные допущения можно представить упрощенную структурную схему замкнутой цифровой системы управления (рисунок 2).

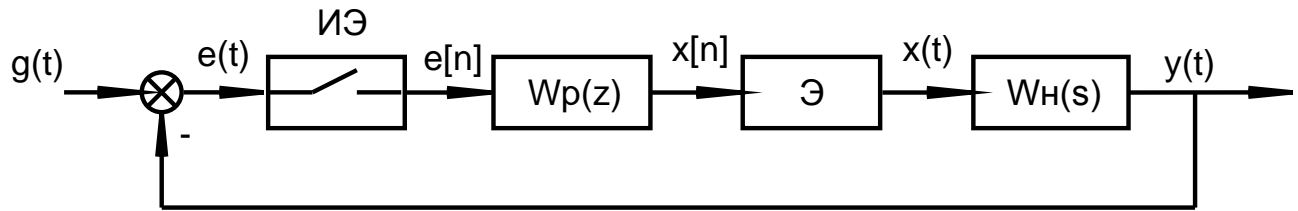


Рисунок 2 – Структурная схема замкнутой цифровой системы управления

1. Импульсный элемент (ИЭ) модулирует сигнал $e(t)$:

$$e[n] = \sum_0^{\infty} e(nT) \cdot \delta(t - nT) \quad (1.1)$$

2. ЭВМ реализует передаточную функцию $W_p(z)$, таким образом, преобразуя сигнал в другую цифровую последовательность согласно уравнению:

$$x[n] = b_0 e[n] + b_1 e[n-1] + \dots + b_m e[n-m] - a_1 x[n-1] - a_2 x[n-2] - \dots - a_k x[n-k]. \quad (1.2)$$

3. Цифро-аналоговый преобразователь (ЦАП) содержит в своем составе экстраполятор (Э), который преобразует сигнал $x[n] \rightarrow x(t)$.

4. Для управления аналоговыми объектами желательно, чтобы сигнал на выходе представлял собой огибающую $x[n]$, т.е. в интервале $nT \leq t \leq (n+1)T$ ЦАП должен экстраполировать этот сигнал на T вперед. Эту функцию выполняет экстраполятор. Обычно используют полиномиальную экстраполяцию, с нулевым порядком полинома — экстраполятор нулевого порядка, который описывается уравнением:

$$x((n+1)T) = x(nT) \quad (1.3)$$

Экстраполятор нулевого порядка — элемент, который запоминает входной дискретный сигнал на один период — до прихода следующего дискретного сигнала. Таким образом, он преобразует входной сигнал, представляющий решетчатую функцию, в ступенчатый сигнал.

Представив экстраполятор нулевого порядка в виде эквивалентной схемы, состоящей из простейшего импульсного элемента и формирующего звена, получим эквивалентную схему цифровой системы управления (рисунок 3).

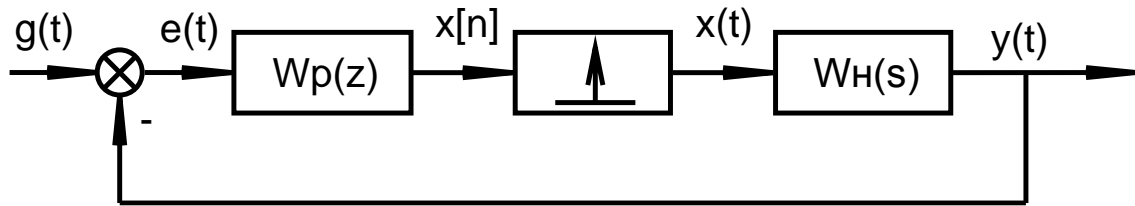


Рисунок 3 – Эквивалентная структурная схема замкнутой цифровой системы управления

На этой схеме $W_p(z)$ — передаточная функция (в операторной форме) дискретного фильтра (регулятора) реализуемого программно ЭВМ, $W_n(s)$ — передаточная функция объекта управления (непрерывной части).

Передаточная функция (в изображениях Лапласа) формирующего звена (1.3) имеет вид:

$$W_{\delta}(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s} \quad (1.4)$$

Поэтому передаточная функция (в изображениях Лапласа) непрерывной части есть:

$$W_{fz}(s) = W_f(s)W_{\delta}(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s} W_f(s) \quad (1.5)$$

Дискретная передаточная функция непрерывной части имеет вид:

$$\begin{aligned} W_{нч}(z) &= Z\{W_{нч}(s)\} = Z\left\{\frac{W_{нч}(s)}{s}\right\} - Z\left\{e^{-sT} \frac{W_{нч}(s)}{s}\right\} = \\ &= (1 - z^{-1})Z\left\{\frac{W_{нч}(s)}{s}\right\} = \frac{z-1}{z} Z\left\{\frac{W_{нч}(s)}{s}\right\} \end{aligned} \quad (1.6)$$

Используя эту передаточную функцию, можно построить структурную схему дискретной модели цифровой системы управления (рисунок 4).

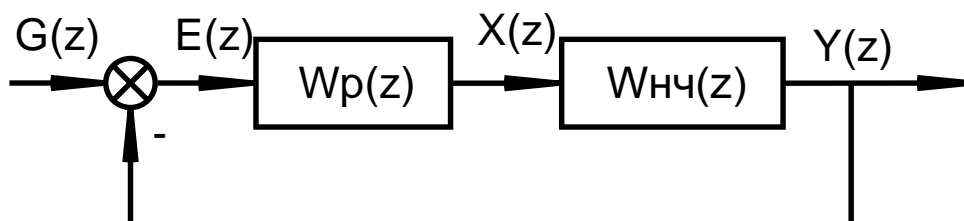


Рисунок 4 – Дискретная модель цифровой системы управления

По этой структурной схеме передаточные функции замкнутой системы определяются по известным из теории непрерывных систем правилам. Передаточные функции относительно входа $G(z)$ и выходов $Y(z)$ и $E(z)$ равны:

$$W_{yg}(z) = \frac{Y(z)}{G(z)} = \frac{W_p(z)W_{fz}(z)}{1 + W_p(z)W_{fz}(z)} \quad (1.7)$$

$$W_{eg}(z) = \frac{E(z)}{G(z)} = \frac{1}{1 + W_p(z)W_{fz}(z)} \quad (1.8)$$

1.3 Декомпозиция цифровых систем

Дискретную передаточную функцию можно представить в следующих формах:

- стандартная форма записи для дискретных передаточных функций – является результатом непосредственной декомпозиции (рисунок 5а);

$$W(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_m z^{-m}}{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_k z^{-k}}$$

- разложение передаточной функции на множители – является результатом последовательной декомпозиции (рисунок 5б);

$$W(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{K}{1 + d_1 z^{-1}} \cdot \frac{1 + e_2 z^{-1}}{1 + d_2 z^{-1}} \cdot \dots \cdot \frac{1 + e_k z^{-1}}{1 + d_k z^{-1}}$$

- разложение передаточной функции на элементарные дроби – является результатом параллельной декомпозиции (рисунок 5в).

$$W(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{P_1}{1 + d_1 z^{-1}} + \frac{P_2}{1 + d_2 z^{-1}} + \dots + \frac{P_k}{1 + d_k z^{-1}}$$

Этим формам представления передаточной характеристики соответствуют структурные схемы изображенные на рисунке 5.

Таким образом, реализация дискретной передаточной функции на ЭВМ в общем случае может осуществляться тремя различными способами: непосредственной, последовательной или параллельной декомпозицией. Эти три метода лучше проиллюстрировать в терминах диаграмм состояния.

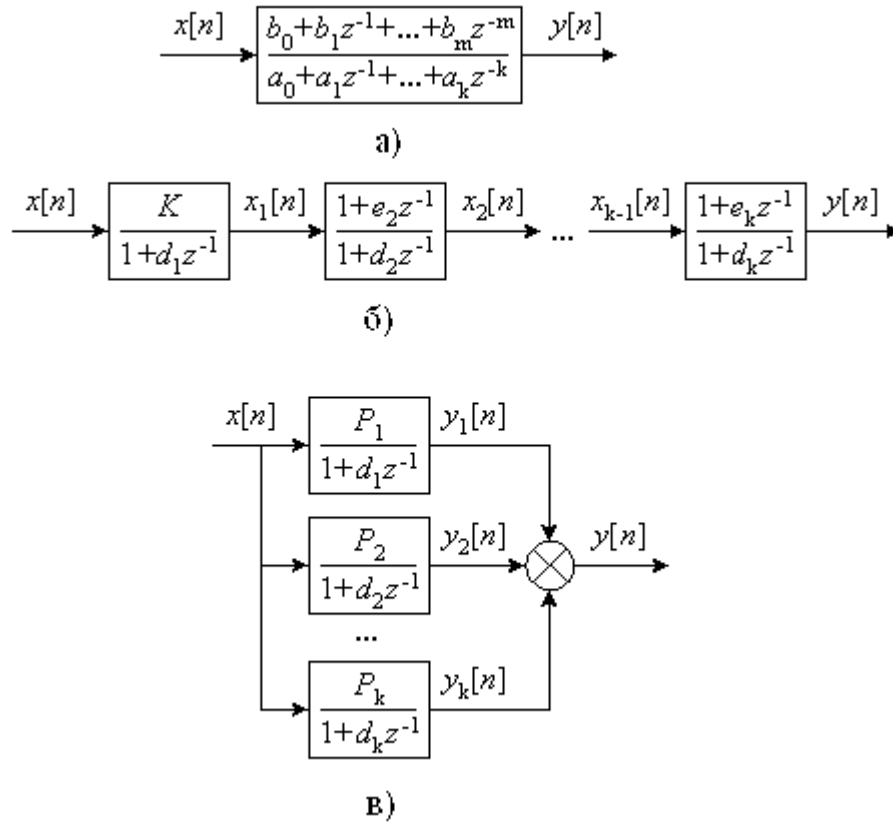


Рисунок 5 – структурные схемы различных форм представления передаточной функции: а) стандартная форма, б) разложение на множители, в) разложение на элементарные дроби.

Непосредственная декомпозиция. Предположим, что передаточная функция цифровой системы управления имеет вид:

$$W(z) = \frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{b_0 z^n + b_1 z^{n-1} + \dots + b_n}{a_0 z^k + a_1 z^{k-1} + \dots + a_k} \quad (1.9)$$

Умножая числитель и знаменатель дроби (1.9) на Z^k , получаем:

$$W(z) = \frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_m z^{-m}}{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_k z^{-k}} \quad (1.10)$$

Умножая числитель и знаменатель выражения (1.10) на переменную $X(z)$, получаем:

$$\frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{(b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_m z^{-m})X(z)}{(a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_k z^{-k})X(z)} \quad (1.11)$$

Приравнивание числителей в последнем равенстве дает:

$$Y(z) = (b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_m z^{-m})X(z) \quad (1.12)$$

Та же операция для знаменателей приводит к выражению:

$$R(z) = (a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_k z^{-k})X(z) \quad (1.13)$$

Чтобы построить диаграмму состояния, выражение (1.13) должно записано с указанием причинно-следственных связей. Решая (1.13) относительно $Y(z)$, получаем:

$$X(z) = \frac{1}{a_0} R(z) - \frac{a_1}{a_0} z^{-1} X(z) - \dots - \frac{a_k}{a_0} z^{-k} X(z) \quad (1.14)$$

6. Диаграмма состояний для выражений (1.12) и (1.14) для $m=k=3$ приведена на рисунке

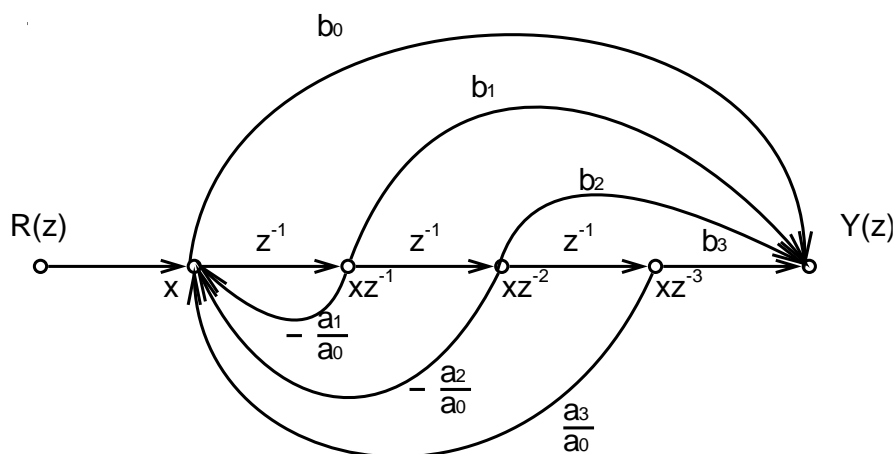


Рисунок 6 – Диаграмма состояний для передаточной функции (1.10) при $m=k=3$, полученная непосредственной декомпозицией.

Последовательная декомпозиция. Если передаточная функция задана в форме сомножителей, ее можно записать в виде произведения передаточных функций первого порядка, каждая из которых реализуется простой программой для ЭВМ или диаграммой состояния. Исходная передаточная функция в этом случае заменяется последовательным соединением программ или диаграмм состояния, соответствующих передаточным функциям первого порядка.

Предположим, что передаточная функция цифровой системы записана в виде:

$$W(z) = \frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{K(z + e_1)(z + e_2) \dots (z + e_m)}{(z + d_1)(z + d_2) \dots (z + d_k)}, \quad (1.15)$$

где $k \geq m$;

e_i – нули передаточной функции $W(z)$;

d_i – полюсы передаточной функции $W(z)$;

В общем случае эти полюсы и нули могут быть действительными или комплексными, хотя работа в программе с комплексными числами может представлять трудности. Поэтому форму $W(z)$, задаваемую выражением (1.15), лучше всего использовать для действительных нулей и полюсов.

Записывая $W(z)$ в виде произведения коэффициента K и передаточных функций первого порядка, получаем:

$$W(z) = K W_1(z) W_2(z) W_3(z) \dots W_k(z), \quad (1.16)$$

где

$$W_i(z) = \frac{z + e_i}{z + d_i} = \frac{1 + e_i z^{-1}}{1 + d_i z^{-1}} \quad i=1, 2, \dots, m \quad (1.17)$$

$$W_i(z) = \frac{1}{z + d_i} = \frac{z^{-1}}{1 + d_i z^{-1}} \quad i=m+1, m+2, \dots, k \quad (1.18)$$

Диаграмма состояния для выражения (1.17) представлена на рисунке 7а, а для выражения (1.18) – на рисунке 7б. Общая программа, реализующая $W(z)$, получается в результате последовательного соединения элемента K с диаграммами первого порядка для $W_i(z)$, представленными на рисунке 7.

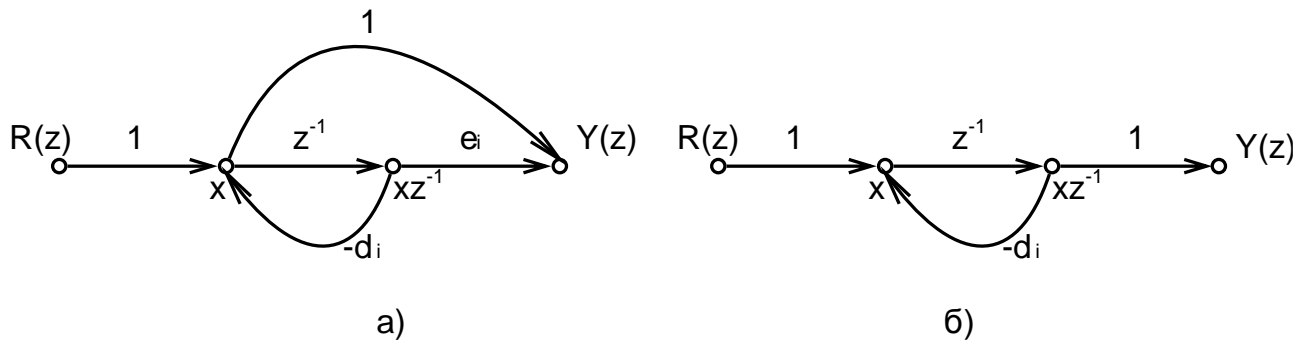


Рисунок 7 – Диаграммы состояний для выражений: а) – (1.17) и б) – (1.18)

Параллельная декомпозиция. Передаточная функция $W(z)$ может быть реализована также с помощью параллельной декомпозиции; в данном случае в форме сомножителей необходимо представить только знаменатель $W(z)$.

Пусть передаточная функция цифровой системы представлена в виде:

$$W(z) = \frac{Y(z)}{R(z)} = K \frac{z^m + b_{m-1}z^{m-1} + \dots + b_0}{z^k + a_{k-1}z^{k-1} + \dots + a_0}, \quad (1.19)$$

где $k > m$

Произведем разложение выражения (1.19) на сумму рациональных дробей:

$$W(z) = \sum_{i=1}^l \frac{K_i}{z + d_i} + \sum_{i=l+1}^k \frac{K_i}{(z + d_i)^{i-l}}, \quad (1.20)$$

где первое выражение соответствует различным собственным значениям, а второе – кратным.

Для изображения диаграммы состояния перепишем выражение (1.20) в виде:

$$W(z) = \sum_{i=1}^l \frac{K_i z^{-1}}{1 + d_i z^{-1}} + \sum_{i=l+1}^k \frac{K_i z^{l-i}}{(1 + d_i z^{-1})^{i-l}} \quad (1.21)$$

Передаточная функция $W(z)$ теперь может быть представлена в виде диаграммы состояния, которая состоит из основных блоков, изображенных на рисунке 7, соединенных параллельно.

2. Задание

1. Изучить основные теоретические сведения.
2. Согласно первой цифре полученного индивидуального задания¹, для данной передаточной функции объекта управления (непрерывной части) найти дискретную передаточную функцию методом разложения исходной передаточной функции на сумму рациональных дробей и последующего нахождения их изображений по таблице z-преобразования (Приложение А), при этом период дискретизации принять равным $T=0,1$ с.
3. В зависимости от второго номера индивидуального задания¹, произвести непосредственную (1), последовательную (2) или параллельную (3) декомпозицию полученной дискретной передаточной функции $W_{нч}(z)$ и построить для нее диаграмму состояний, передаточную функцию цифрового регулятора принять $W_p(z)=1$.
4. В зависимости от третьего номера индивидуального задания¹, найти передаточную функцию замкнутой дискретной системы правления по входу $W_{yg}(z)$ или по ошибке $W_{eg}(z)$.
5. Подготовить отчет.

Таблица 1 – Варианты индивидуального задания

Цифры номера индивидуального задания	Первая цифра	Вторая цифра	Третья цифра
Обозначения	Передаточная функция непрерывной части $W_n(s)$	Вид декомпозиции	Передаточная функция замкнутой дискретной системы управления
1	$\frac{7(s+3)}{s(s+2)}$	Непосредственная	По входу $W_{yg}(z)$
2	$\frac{s+0,5}{(s+3)(s+2)}$	Последовательная	По ошибке $W_{eg}(z)$
3	$\frac{10(s+1,5)}{(s+3)(s+2)}$	Параллельная	
4	$\frac{(s+4)}{s(s+2)(s+5)}$		
5	$\frac{5(0,8s+1)}{s(s+2)^2}$		
6	$\frac{1}{(s+4)(s+3)^2}$		
7	$\frac{10}{(s+4)(s+3)(s+2)}$		
8	$\frac{2(s+1)}{s(s^2+s+3)}$		
9	$\frac{2(s+1)}{(s+3)(s^2+s+4)}$		

¹ Индивидуальное задание полностью определяется таблицей 1 и номером, который выдается каждому студенту преподавателем лично, после проверки основных теоретических знаний.

3. Содержание отчета

Отчет по лабораторной работе должен содержать:

1. Титульный лист (Приложение Б).
2. Цель лабораторной работы.
3. Основные теоретические сведения.
4. Описание хода выполнения индивидуального задания (получение дискретной передаточной функции, выполнение ее декомпозиции, диаграмму состояния и вывод передаточной функции замкнутой системы управления).
5. Выводы по лабораторной работе.

Таблица z-изображений

№	F(s)	F(z)
1	$\frac{1}{s}$	$\frac{z}{z-1}$
2	$\frac{1}{s^2}$	$\frac{Tz}{(z-1)^2}$
3	$\frac{1}{s^3}$	$\frac{1}{2} \frac{T^2 z(z+1)}{(z-1)^3}$
4	$\frac{1}{s+\alpha}$	$\frac{z}{z-e^{-\alpha T}}$
5	$\frac{1}{(s+\alpha)^2}$	$\frac{Tze^{-\alpha T}}{(z-e^{-\alpha T})^2}$
6	$\frac{\beta}{s^2+\beta^2}$	$\frac{z \sin \beta T}{z^2 - 2z \cos \beta T + 1}$
7	$\frac{s}{s^2+\beta^2}$	$\frac{z^2 - z \cos \beta T}{z^2 - 2z \cos \beta T + 1}$
8	$\frac{\beta}{(s+\alpha)^2+\beta^2}$	$\frac{ze^{-\alpha T} \sin \beta T}{z^2 - 2ze^{-\alpha T} \cos \beta T + e^{-2\alpha T}}$
9	$\frac{s+\alpha}{(s+\alpha)^2+\beta^2}$	$\frac{z(z - e^{-\alpha T} \cos \beta T)}{z^2 - 2ze^{-\alpha T} \cos \beta T + e^{-2\alpha T}}$

Пример оформления титульного листа

Федеральное агентство по образованию

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования

ЮГОРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Институт Прикладной математики, информатики и управления

Отчет по лабораторной работе №

<Тема лабораторной работы>

по дисциплине «Микропроцессорные системы управления»

Выполнил: студент группы <номер группы>

< И.О. Фамилия >

Проверил: преподаватель С.Н. Горбунов