

# ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

**Курс читает: Годовников Евгений Александрович**



# План курса

1. Комплексные числа (напоминание).
2. Общие сведения о системах управления.
3. Математические модели.
4. Типовые динамические звенья.
5. Структурные схемы.
6. Анализ систем автоматического управления

# Комплексные числа

$z = x + i \cdot y$  - алгебраическая форма записи комплексного числа, где  $i = \sqrt{-1}$ ,  $x$  – действительная часть комплексного числа,  $y$  – мнимая часть комплексного числа.

$Z = |z| \cdot e^{i \cdot \varphi}$  - показательная форма записи комплексного числа, где  $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$  – модуль комплексного числа,  $\varphi = \arctg\left(\frac{y}{x}\right)$  – аргумент комплексного числа.

$Z = |z| \cdot (\cos(\varphi) + i \cdot \sin(\varphi))$  - тригонометрическая форма записи комплексного числа, где  $x = |z| \cdot \cos(\varphi)$ ,  $y = |z| \cdot \sin(\varphi)$

# **Теория автоматического управления (ТАУ):**

**1.Принцип управления  
(как нужно управлять).**

**2.Математические модели.**

**3.Устойчивость работы.**

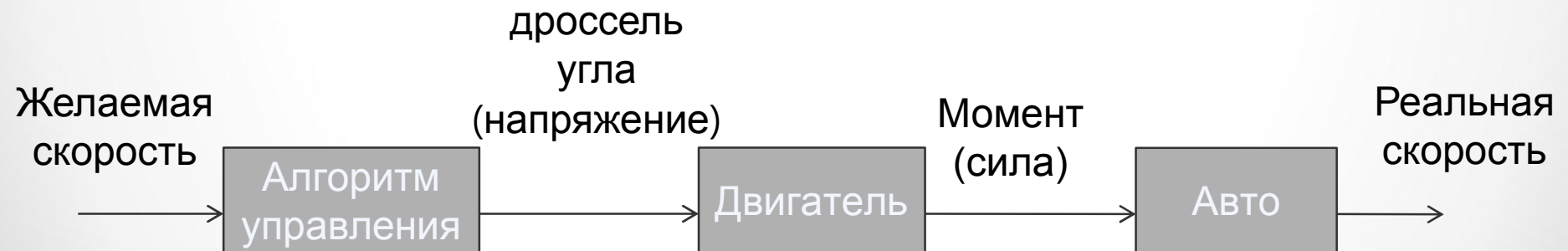
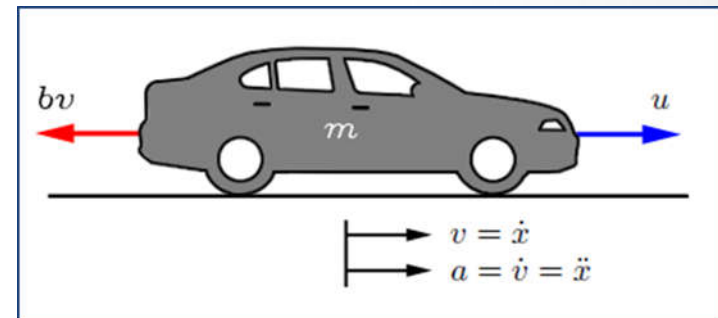
**4.Качество управления.**

**5. Синтез систем**

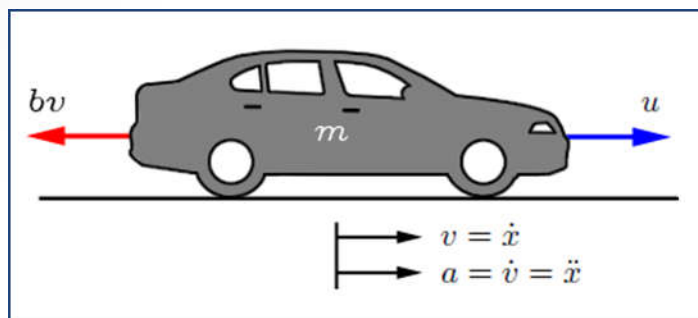
# Общие сведения о системах управления

# Системы управления

- Например: круиз-контроль



# Разомкнутая система (Open-loop Control)



## Недостатки

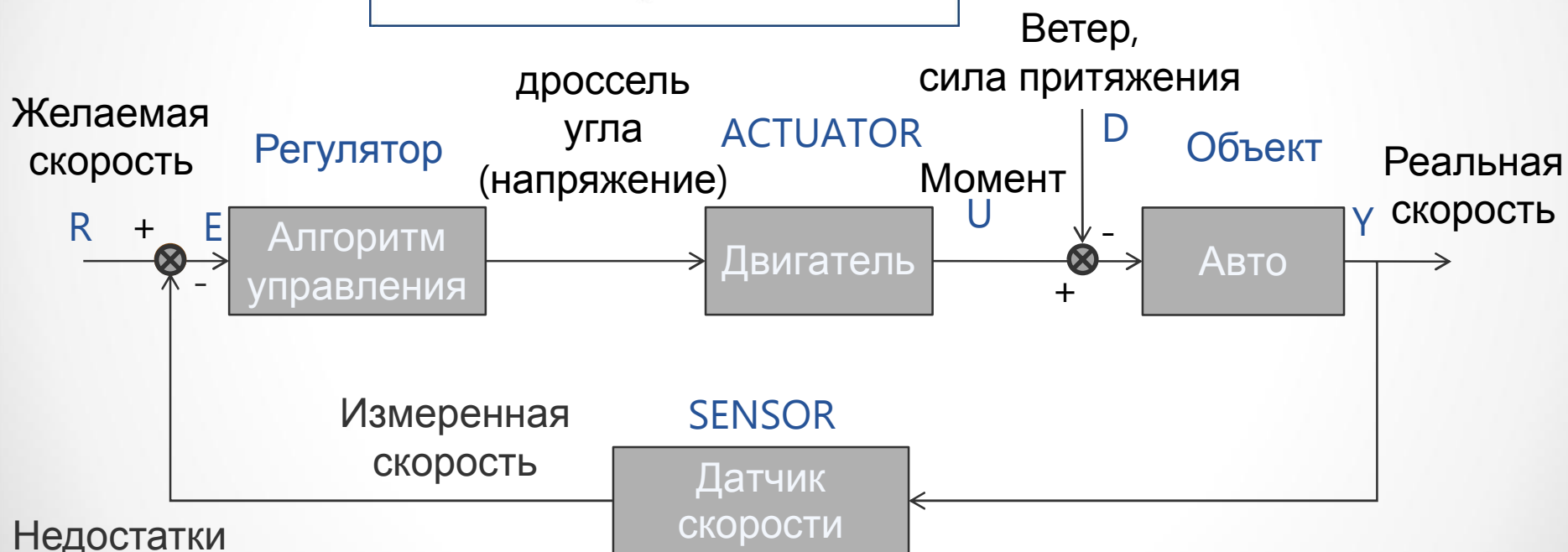
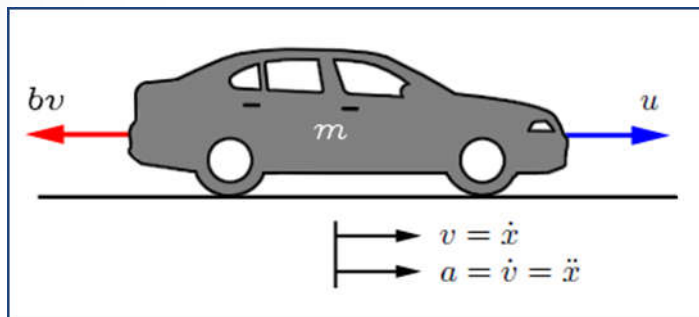
- Чувствительна к изменению параметров
- Чувствительна к возмущениям
- Нуждается в периодической настройке

## Достоинства

- Проста в разработке
- не дорогая
- не влияет на устойчивость
- быстрая отработка задания



# Замкнутая система (Closed-loop Control)



## Недостатки

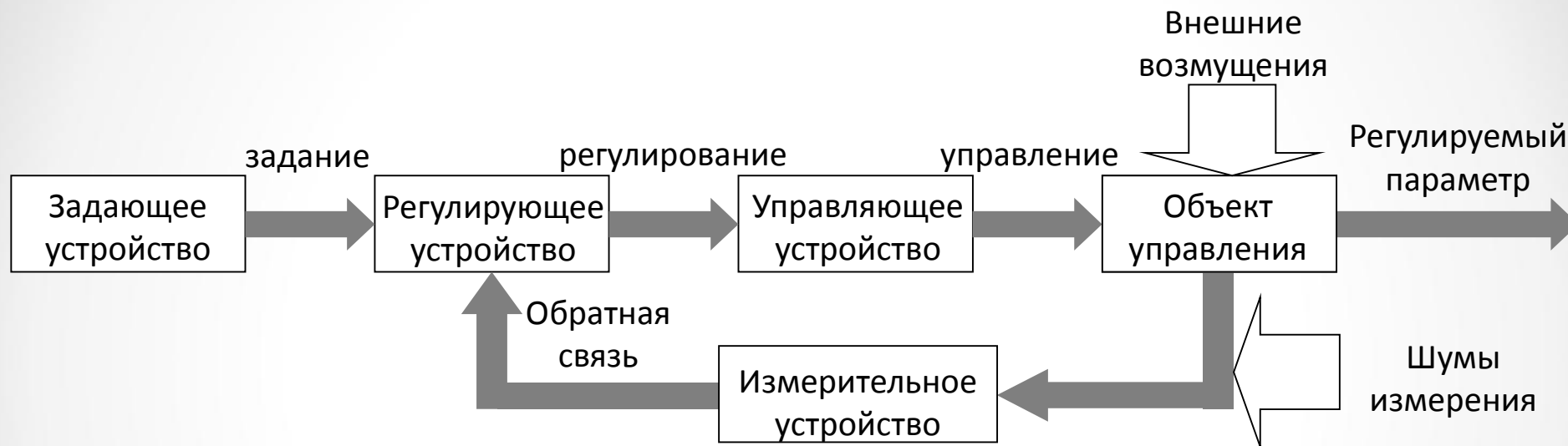
- Сложность
- Дороговизна
- Возможна потеря устойчивости
- Возможна медленная отработка задания

## Достоинства

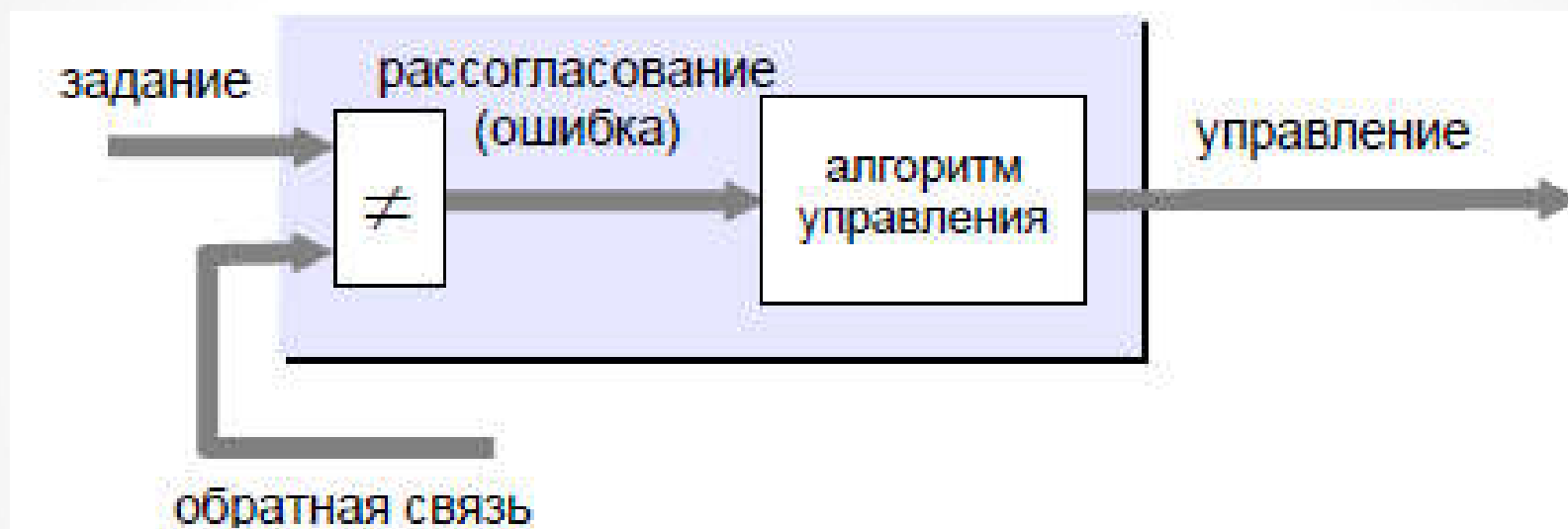
- Не чувствительна к изменению параметров
- Не чувствительна к возмущениям



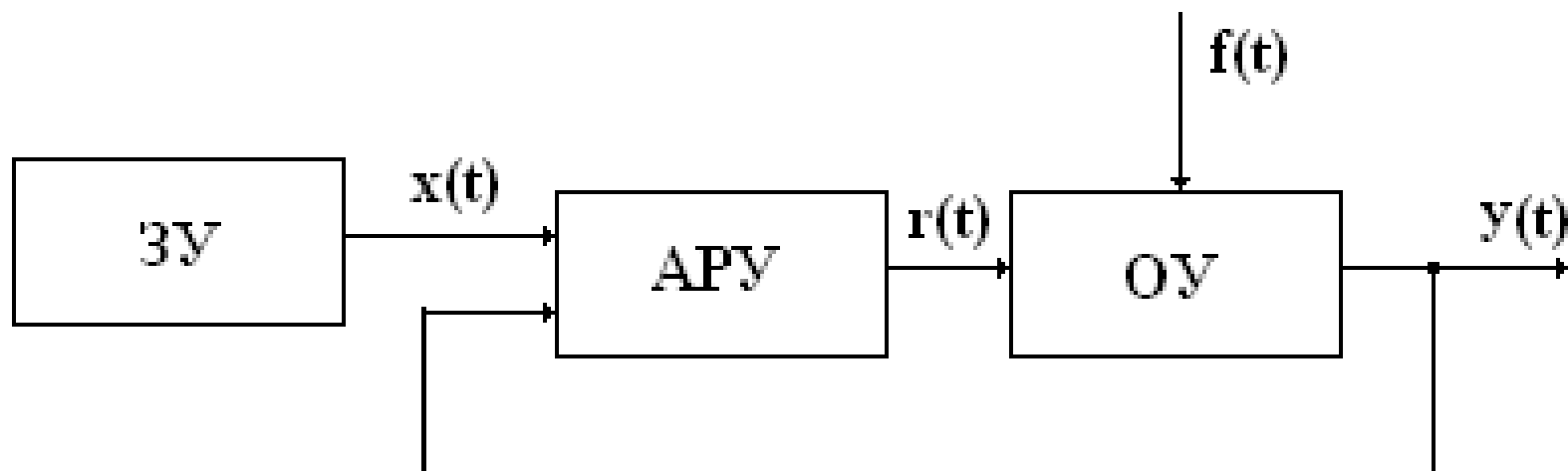
# Система управления (из чего состоит?)



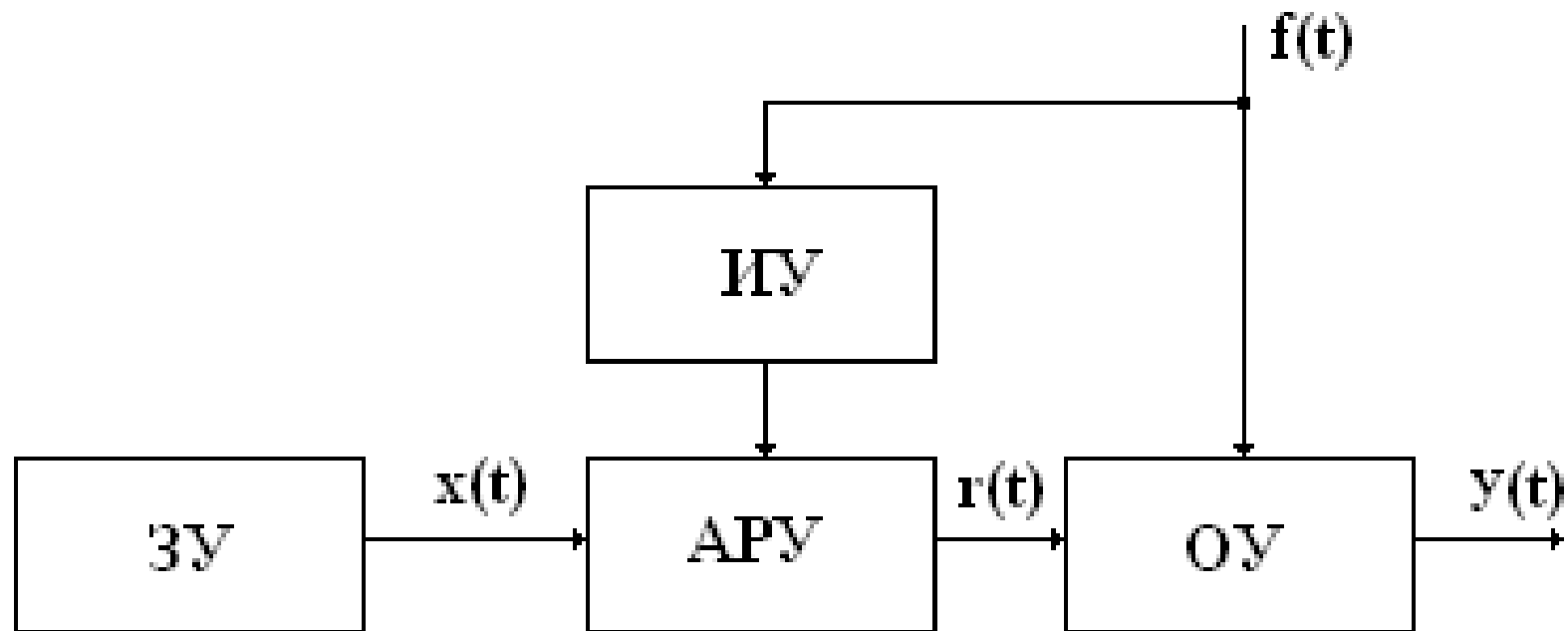
# Система управления (регулятор)



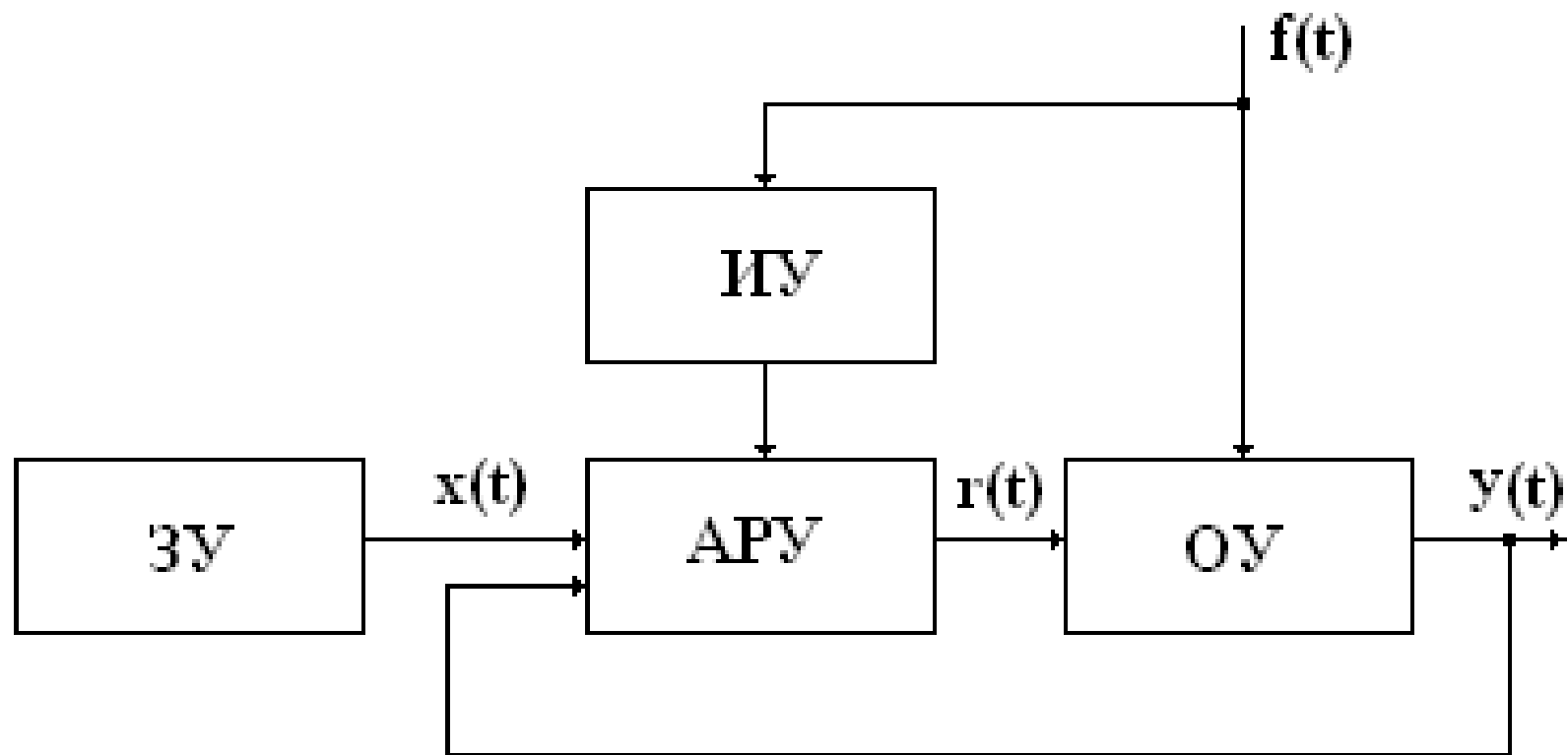
# Классификация систем управления (СУ по отклонению)



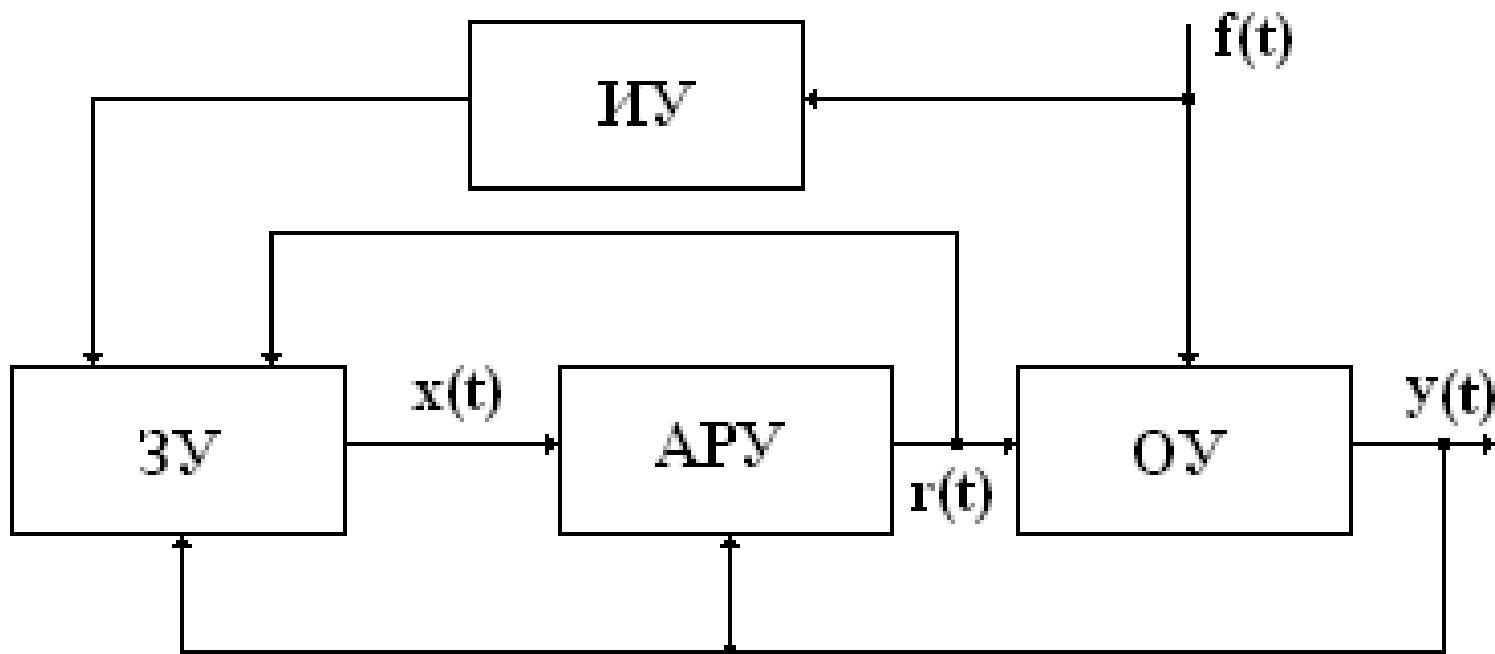
# Классификация систем управления (СУ по возмущению)



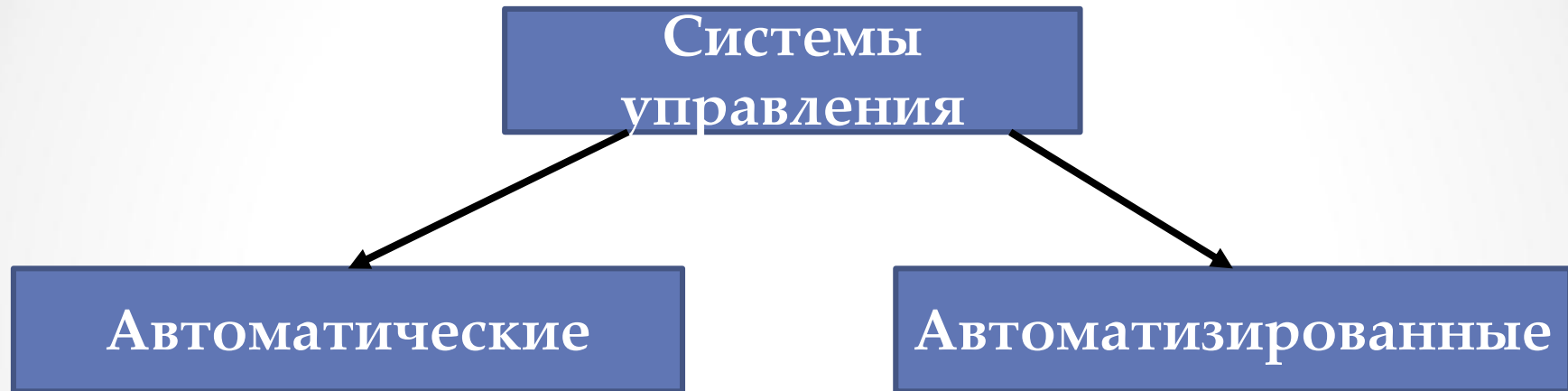
# Классификация систем управления (СУ с комбинированным управлением)



# Классификация систем управления (адаптивная СУ)

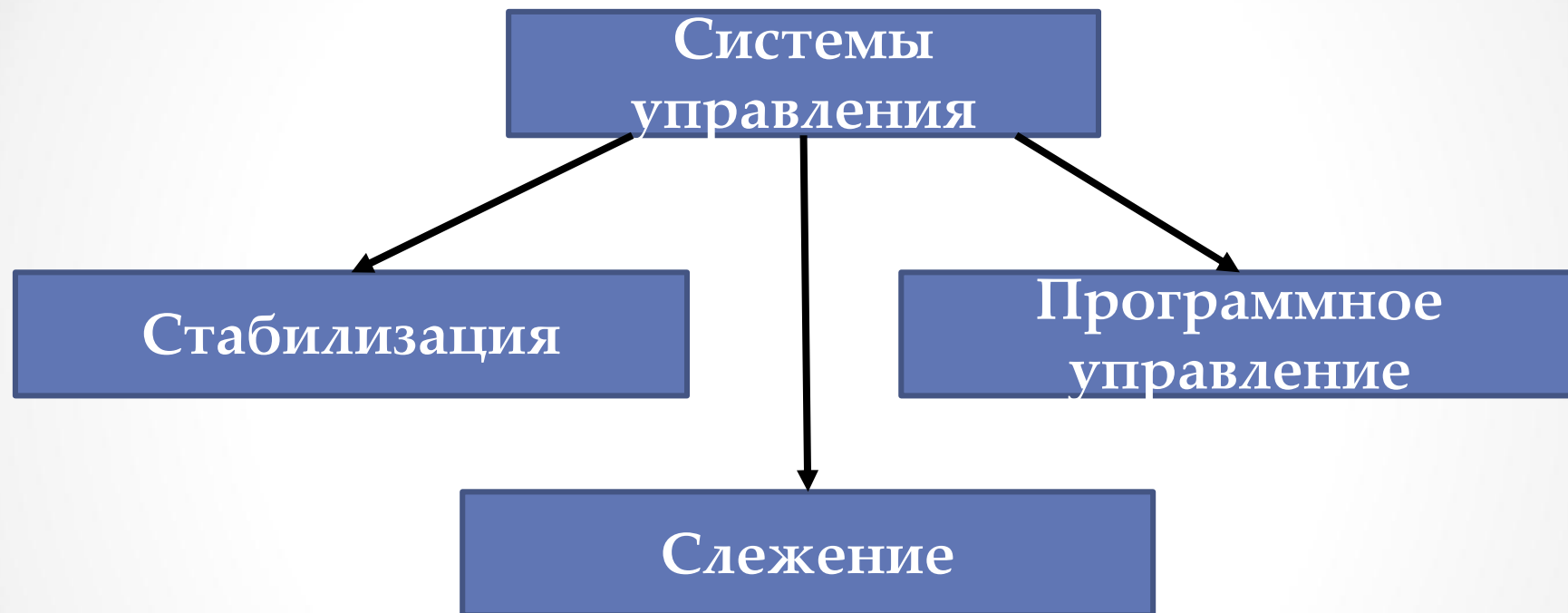


# Классификация систем управления (Уровень автоматизации)





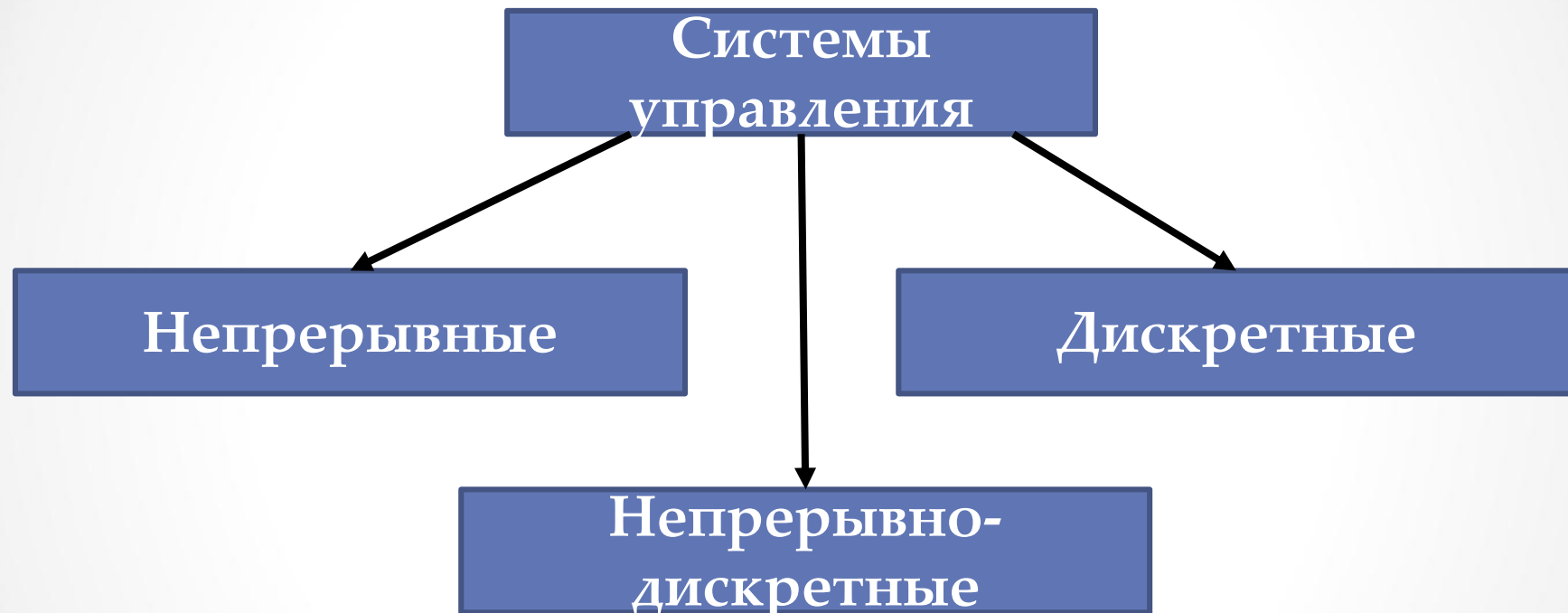
# Классификация систем управления (Задачи систем управления)



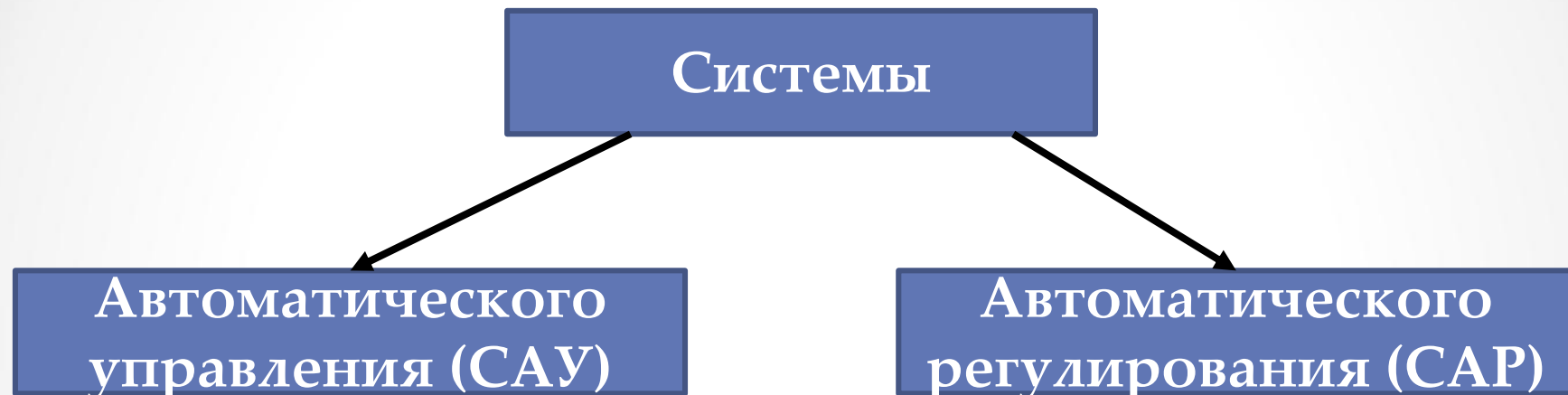
# Классификация систем управления (По количеству входов и выходов)



# Классификация систем управления (Характер сигналов системы)



# Классификация систем управления (Характер сигналов системы)

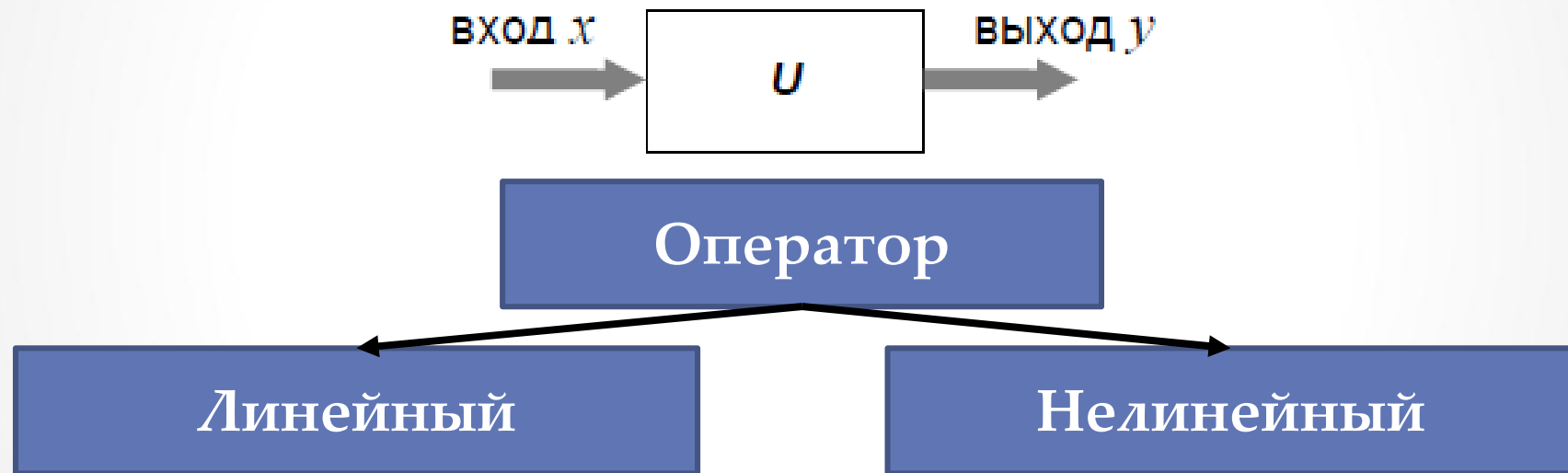


# Математические модели

# Линейность и нелинейность

Цель любого управления – изменить состояние объекта нужным образом.

Модель – это объект, который используется для изучения другого объекта (оригинала).



Свойства:

$$U[\alpha \cdot x] = \alpha \cdot U[x]$$

$$U[x_1 + x_2] = U[x_1] + U[x_2]$$

# Описание элементов



Способы описания динамических свойств:

- Дифференциальные уравнения;
- Передаточные функции  $W(p)$ ;
- Временные функции;
- Частотные характеристики.



# Дифференциальные уравнения

$$a_2 y^{(2)}(t) + a_1 y^{(1)}(t) + a_0 y(t) = b_2 x^{(2)}(t) + b_1 x^{(1)}(t) + a_0 x(t)$$

Здесь:

$y(t)$  – временная функция выходного сигнала;

$x(t)$  – временная функция входного сигнала;

$y^{(j)}(t)$  –  $j$ -я производная функции  $y(t)$ ;

$x^{(j)}(t)$  –  $j$ -я производная функции  $x(t)$ ;

$a_m, b_m$  – постоянные коэффициенты уравнения при соответствующих переменных.

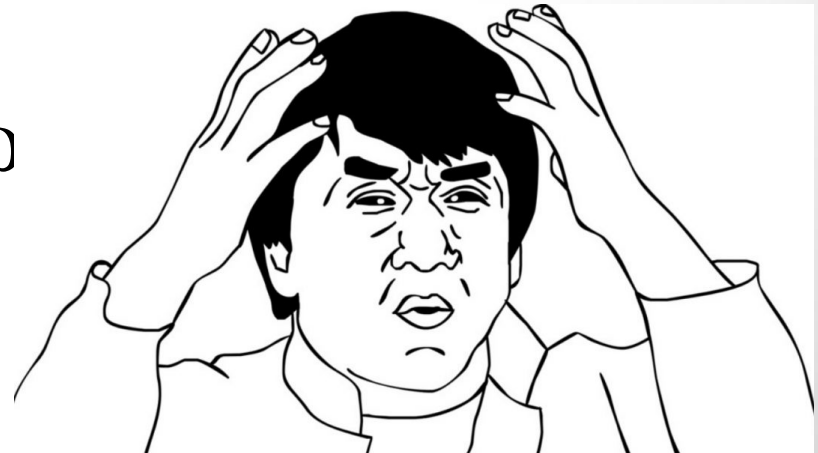
# Преобразования Лапласа

Прямое преобразование Лапласа

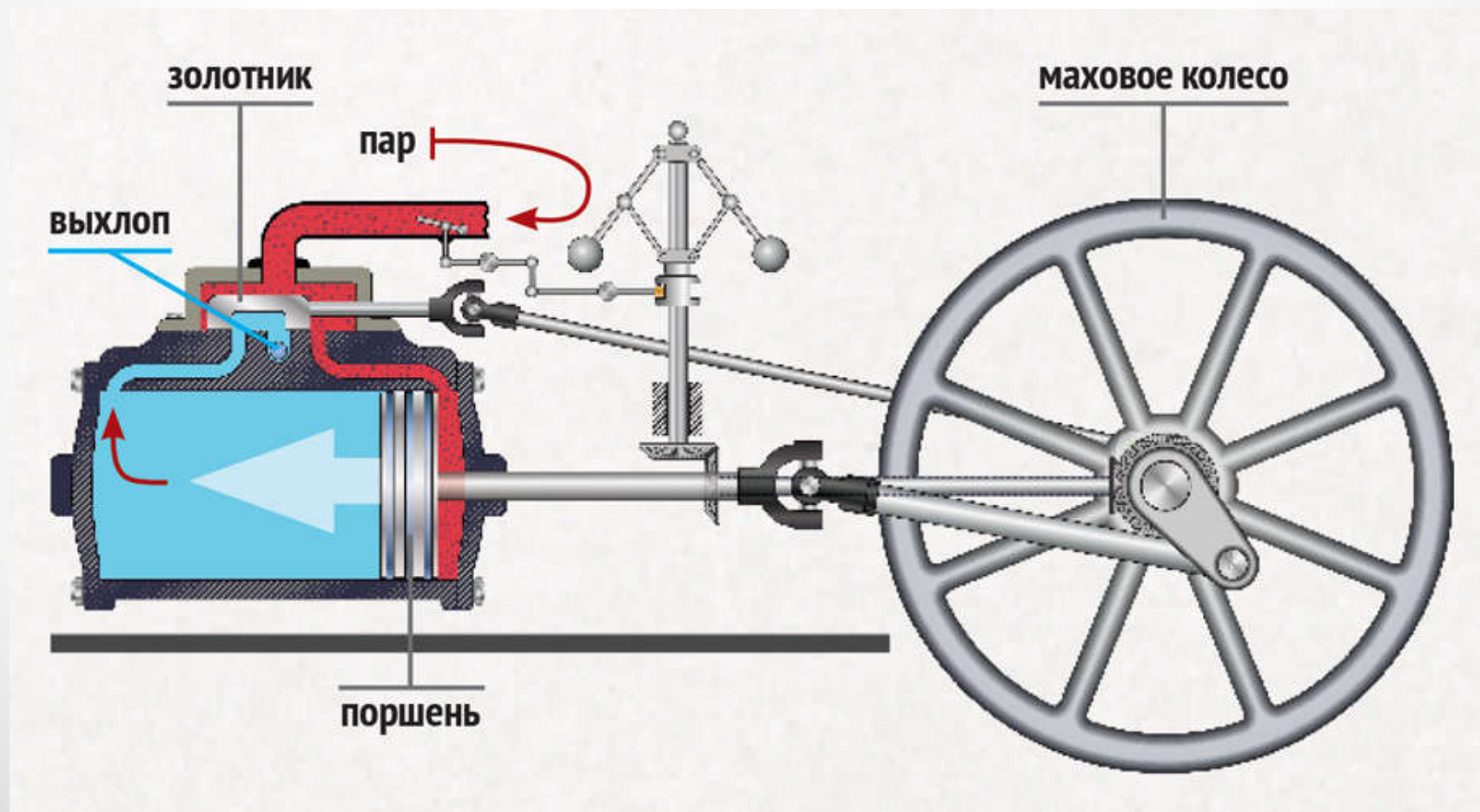
$$X(s) = \int_0^{\infty} x(t)e^{-st} dt \quad Y(s) = \int_0^{\infty} y(t)e^{-st} dt$$

Обратное преобразование Лапласа

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(j\omega)e^{j\omega t} d\omega$$



# Паровая машина Уатта



# Уравнения движения

- Примем:
  - $\omega$  – скорость вращения маховика,
  - $u$  – перемещение муфты регулятора,
- Уравнение движения регулятора:

$$\ddot{\Delta u} = -A \cdot \Delta u - B \cdot \dot{\Delta u} + C \cdot \Delta \omega,$$

где  $A \cdot \Delta u$  – сила тяжести,  $B \cdot \dot{\Delta u}$  – сила вязкого трения,  $C \cdot \Delta \omega$  – центробежная сила.

- Уравнение движения маховика:

$$\dot{\Delta \omega} = -M \cdot \Delta u,$$

где  $M$  – постоянная, включающая инерцию маховика и расход пара.

# Уравнения движения

- Уравнение:  $\ddot{\Delta}u + B \cdot \ddot{\Delta}u + A \cdot \dot{\Delta}u + CM \cdot \Delta u = 0$
- Решение:  $\Delta u(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} + C_3 e^{\lambda_3 t}$
- Характеристическое уравнение:  $\lambda^3 + B\lambda^2 + A\lambda + CM = 0$
- Сделаем замены  $\tilde{\lambda} = \frac{\lambda}{\sqrt[3]{CM}}$ ,  $x = \frac{B}{\sqrt[3]{CM}}$ ,  $y = \frac{A}{(CM)^{2/3}}$
- Получаем уравнение:

$$P(\tilde{\lambda}) = \tilde{\lambda}^3 + x \cdot \tilde{\lambda}^2 + y \cdot \tilde{\lambda} + 1 = 0$$

## Передаточная функция

Передаточная функция  $W(p)$  есть отношение выходного сигнала к входному сигналу, представленное в операторной форме:

$$W(p) = \frac{\text{выход}}{\text{вход}} = \frac{y(p)}{x(p)}$$

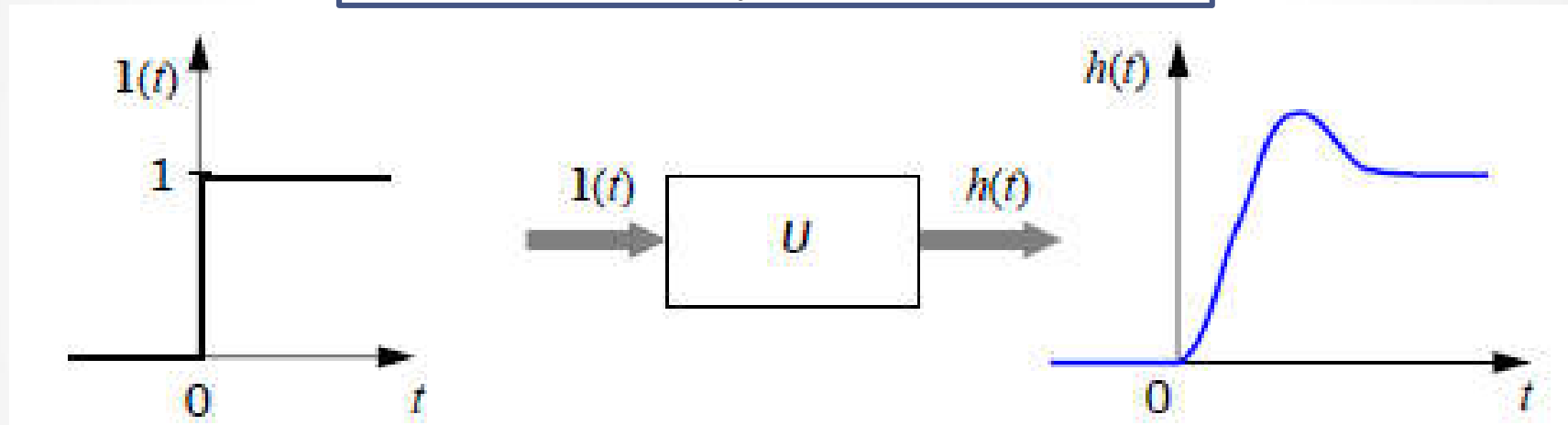
Заменим  $d/dt$  на оператор Лапласа –  $p$  и получим:

$$\begin{aligned} W(p) &= \frac{\text{выход}}{\text{вход}} = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{b_2 p^2 + b_1 p^1 + b_0}{a_2 p^2 + a_1 p^1 + a_0} \\ &= \frac{(b_0 / a_0) \cdot (b_2 / b_0 p^2 + b_1 / b_0 p^1 + 1)}{a_2 / a_0 p^2 + a_1 / a_0 p^1 + 1} \end{aligned}$$

# Переходная характеристика

$$1(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases}$$

Единичный ступеньчатый сигнал



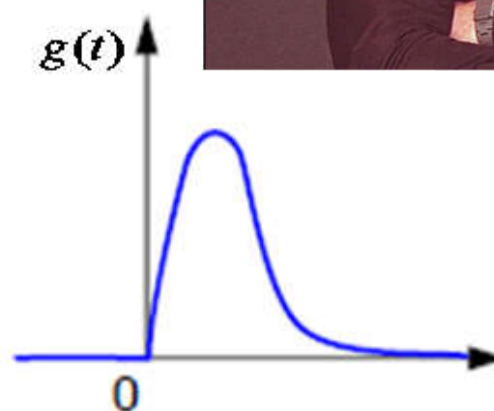
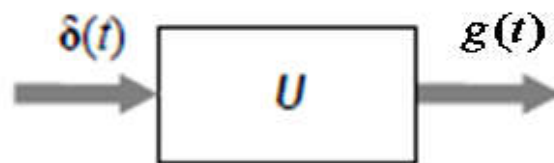
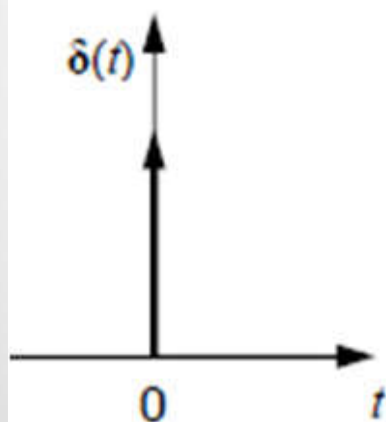
$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} \Rightarrow L\{h(t)\} = H(p) = W(p) \cdot \frac{1}{p}$$



# Импульсная характеристика (весовая функция)

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty, & t = 0 \\ 0, & t \neq 0 \end{cases}, \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1.$$

Единичный импульсный сигнал



$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} \Rightarrow L\{g(t)\} = G(p) = W(p) \cdot 1$$

# Разложение дроби на сумму элементарных дробей

Имеем рациональную дробь  $R(x)$  вида:

$$R(x) = \frac{P_n(x)}{Q_m(x)} = \frac{a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n}{b_0x^m + b_1x^{m-1} + \dots + b_{m-1}x + a_m},$$

где степени  $m > n$ .

Дробь такого вида можно представить, притом единственным образом, в виде суммы элементарных дробей:

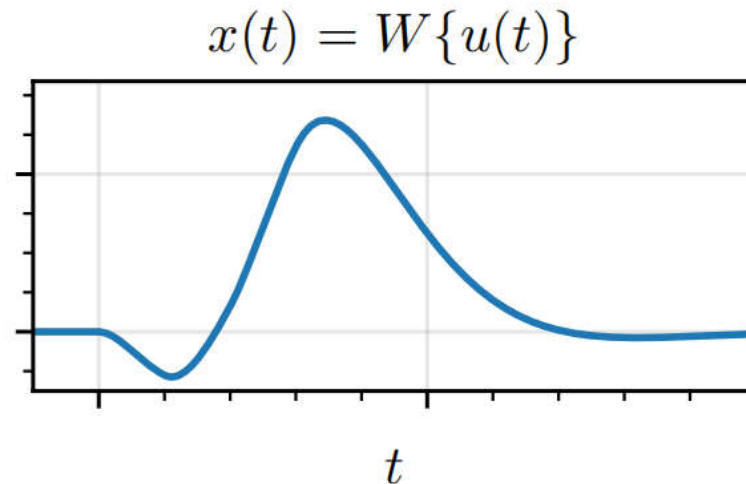
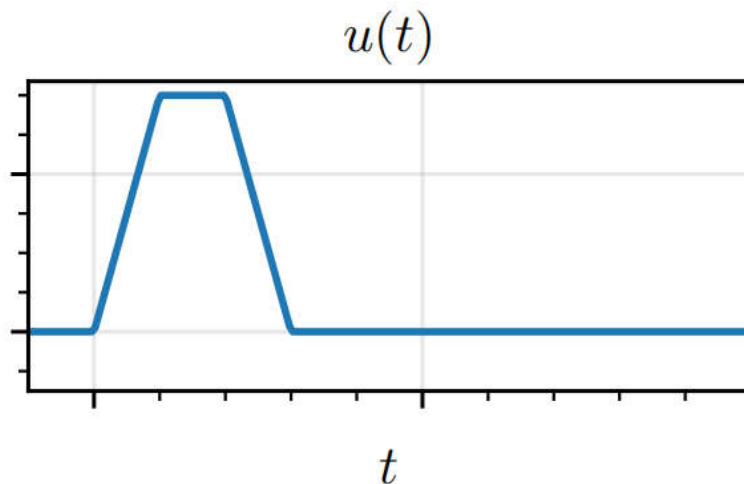
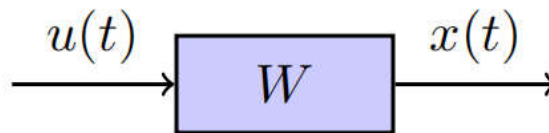
$$R(x) = \frac{P_n(x)}{Q_m(x)} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{k_n} \frac{A_{ij}}{(x - x_i)^j} + \sum_{l=1}^m \sum_{t=1}^{s_m} \frac{B_{lt} + C_{lt}x}{(x^2 + p_lx + q_l)^t}.$$

где  $A, B, C$  — некоторые действительные коэффициенты, обычно вычисляемые с помощью метода неопределённых коэффициентов.

# Определение

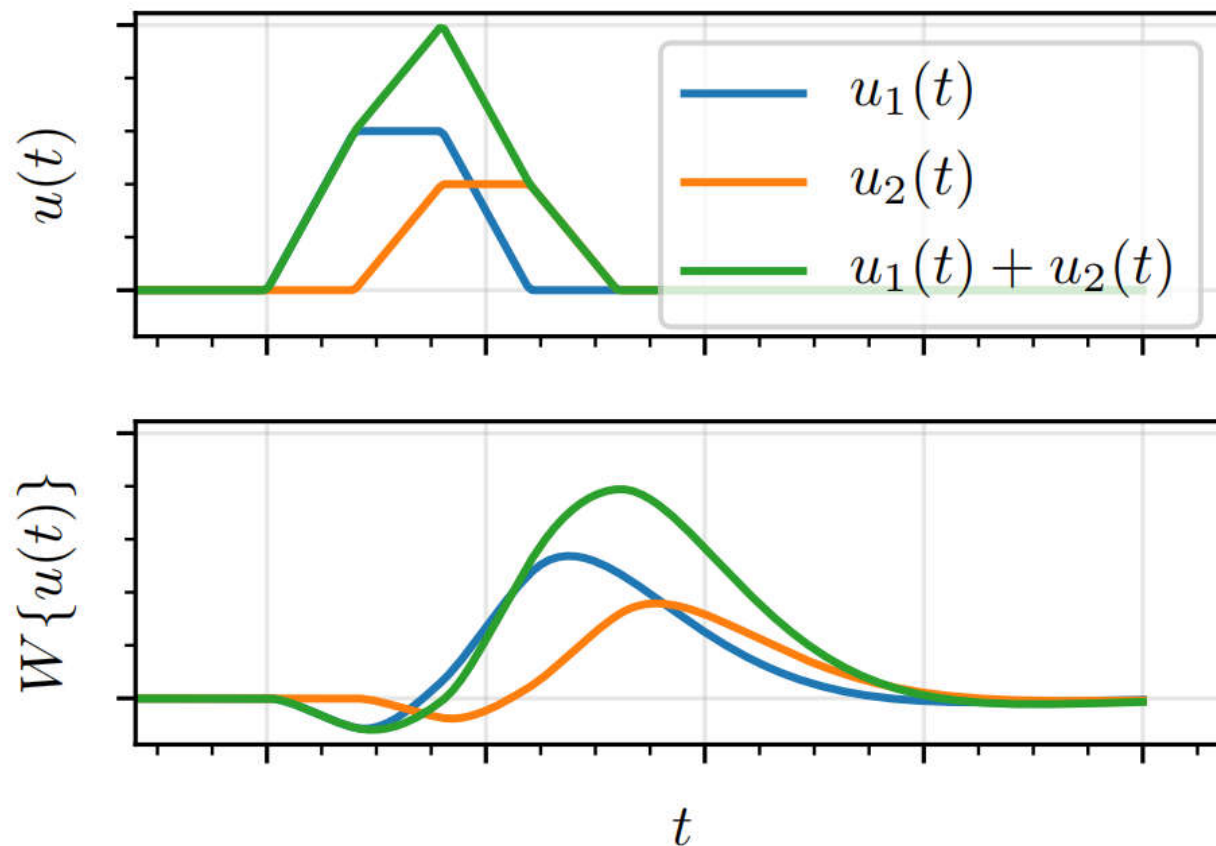
Динамическое звено  $W$  – это оператор  $W : \mathbb{D}' \rightarrow \mathbb{D}'$  со следующими свойствами:

- линейность,
- причинность,
- стационарность (не всегда).



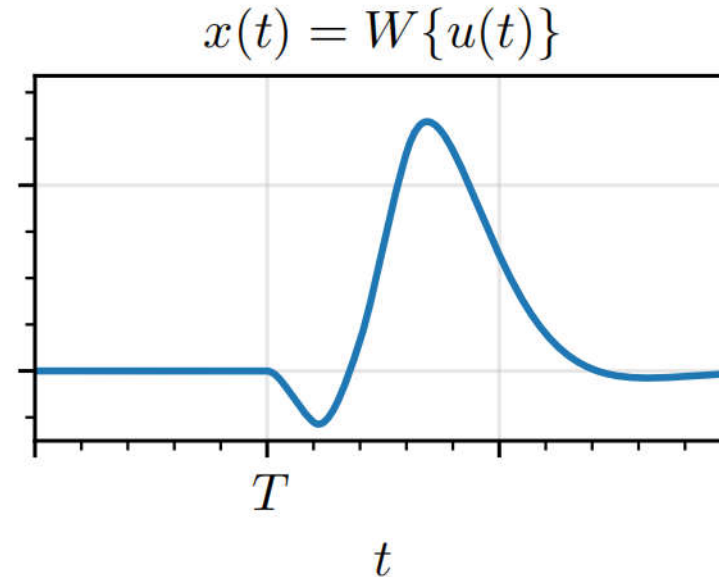
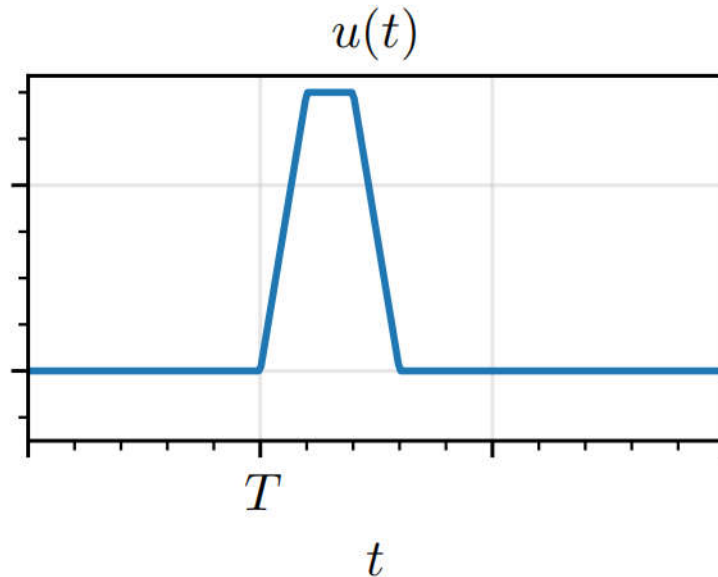
# Линейность

$$W\{\alpha \cdot u(t) + \beta \cdot v(t)\} = \alpha \cdot W\{u(t)\} + \beta \cdot W\{v(t)\}$$



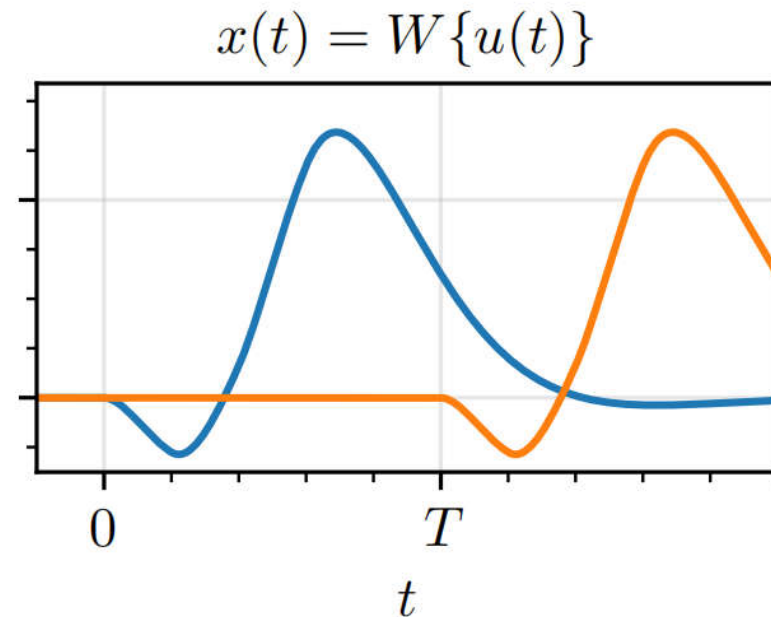
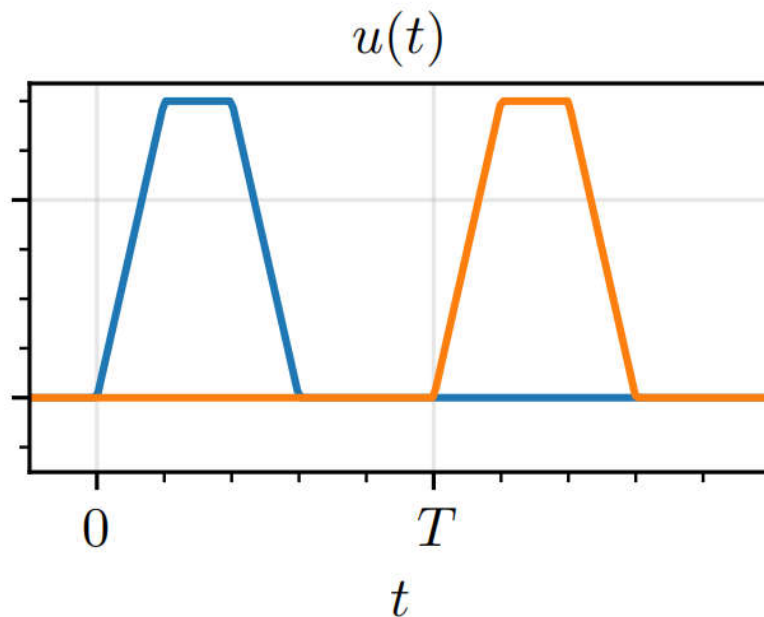
# Причинность

- Из  $u(t) = 0$  при  $t < T$  следует  $x(t) = 0$  при  $t < T$
- Т.е. звено  $W$  не является оракулом, при формировании текущего выхода  $x(t)$  оно не угадывает будущие значения входящего сигнала  $u(t)$ .



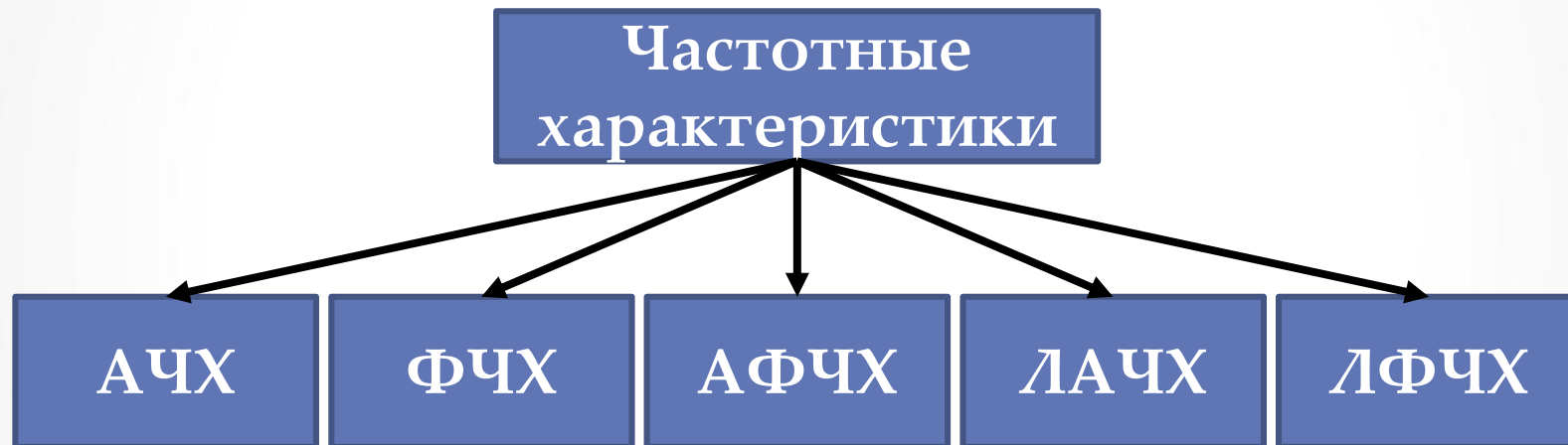
# Стационарность

- Из  $x(t) = W\{u(t)\}$  следует  $x(t - T) = W\{u(t - T)\}$  для всех  $T$ .
- Т.е. при сдвиге входного сигнала по времени на  $T$ , выходной сигнал так же сдвигается на время  $T$ .



# Частотные характеристики

Частотные характеристики САУ характеризуют реакцию систем на синусоидальное входное воздействие в установившемся режиме.



$$x(t) = \sin(\omega \cdot t) \Rightarrow y(t) = A(\omega) \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi(\omega))$$



# Частотные характеристики

Зная передаточную функцию  $W(p)$ , можно получить амплитудно-фазовую частотную характеристику, путем замены оператора Лапласа  $-p$ , на мнимое число  $-j\omega$ .

$$W(p) \Rightarrow \text{замена } \langle p = j\omega \rangle \Rightarrow W(j\omega)$$

- АФЧХ

$$W(j\omega) = |W(j\omega)| \cdot e^{j \cdot \arg(W(j\omega))} = N(\omega) + j \cdot M(\omega)$$

- АЧХ

$$|W(j\omega)| = A(\omega) = \sqrt{N(\omega)^2 + M(\omega)^2},$$

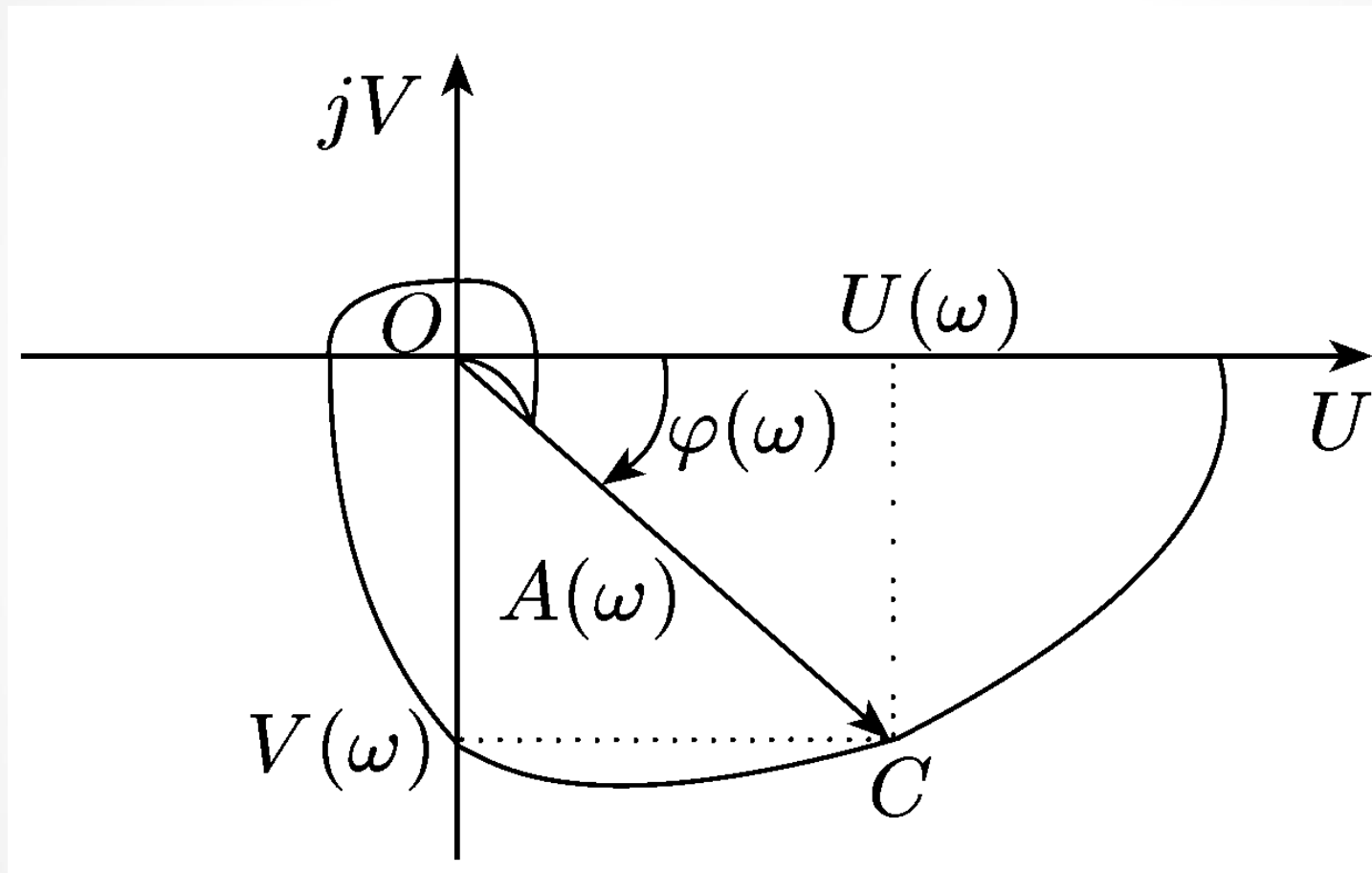
- ФЧХ

$$\arg(W(j\omega)) = \varphi(\omega) = \operatorname{arctg}\left(\frac{M(\omega)}{N(\omega)}\right),$$

где -  $N(\omega) = \operatorname{Re}(W(j\omega))$ ;  $M(\omega) = \operatorname{Im}(W(j\omega))$



# Частотные характеристики



# Логарифмические частотные характеристики

ЛАЧХ

$$A(\omega) \Rightarrow L(\omega) = 20 \cdot \lg(A(\omega)) \text{ (дБ)} \quad \text{- ось ординат}$$

$$\omega \Rightarrow \lg(\omega) \text{ (Декада)}$$

- ось абсцисс

ЛФЧХ

$$\varphi(\omega) \Rightarrow (\text{не меняется}) \varphi(\omega) \text{ - ось ординат}$$

$$\omega \Rightarrow \lg(\omega) \text{ (Декада)}$$

- ось абсцисс

Свойства:

$$1) \quad W_1(\omega) \cdot W_2(\omega) \Rightarrow \begin{cases} L(\omega) = 20 \cdot \lg(A_1(\omega)) + 20 \cdot \lg(A_2(\omega)) \\ \varphi(\omega) = \varphi_1(\omega) + \varphi_2(\omega) \end{cases}$$

2) Асимптотические ЛАЧХ

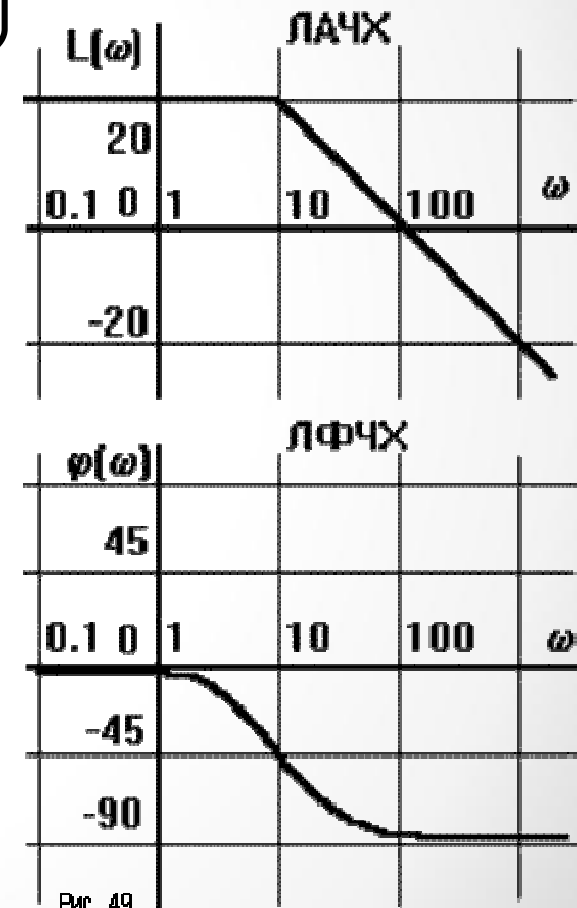


Рис. 49

# Асимптотические ЛАЧХ

1. Определить все сопрягающие частоты  $\omega_x$  т.е. корни полиномов числителя и знаменателя, взятые с обратным знаком.

2. Преобразуется частотная передаточная функция к виду

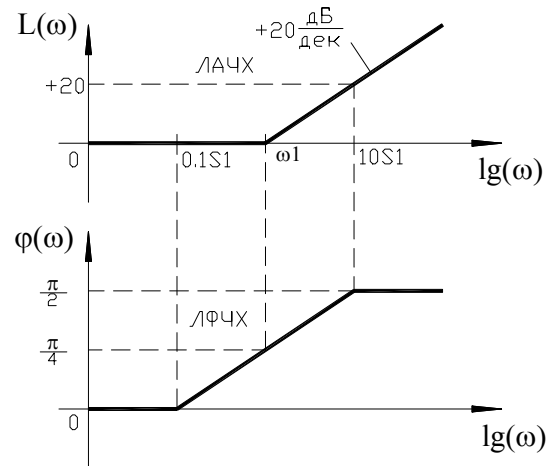
$$W(j\omega) = K \cdot \frac{\prod_m \left( j \frac{\omega}{\omega_m} + 1 \right)}{\prod_n \left( j \frac{\omega}{\omega_n} + 1 \right)}$$

3. Выполняется построение асимптотических характеристик отдельных элементов передаточной функции. Т.е.  $\left( j \frac{\omega}{\omega_k} + 1 \right)$  для компонент

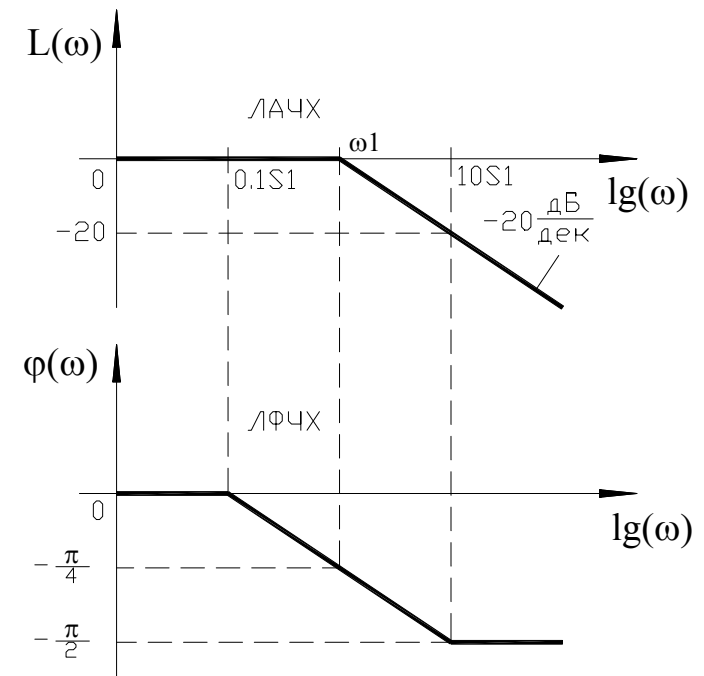
4. Суммируем асимптоты. Причем асимптоты числителя со знаком «+», а асимптоты знаменателя со знаком «-».

# Особенности построения асимптот

Для сомножителя  $\left(j\frac{\omega}{\omega_k} + 1\right)$  в знаменателе (числителе)  $W(j\omega)$  асимптота имеет вид:



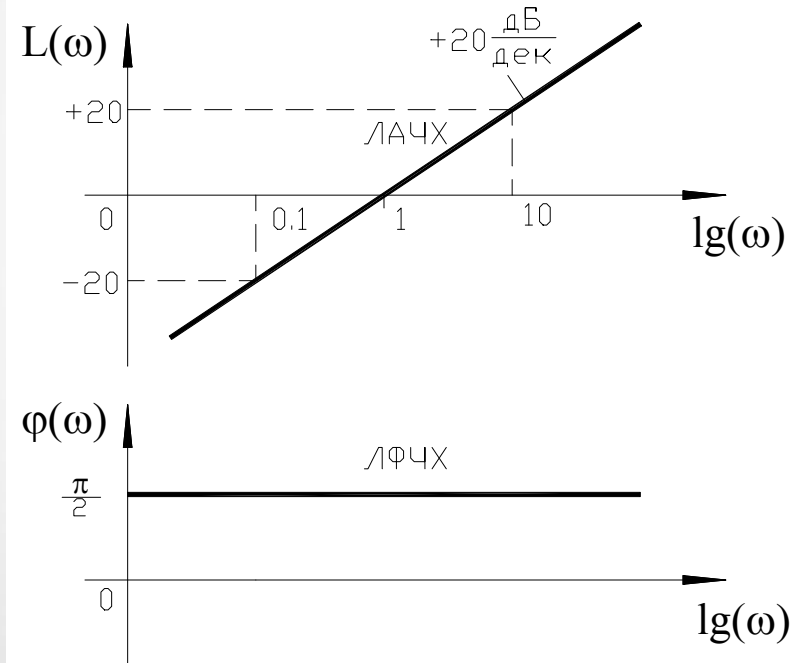
В числителе



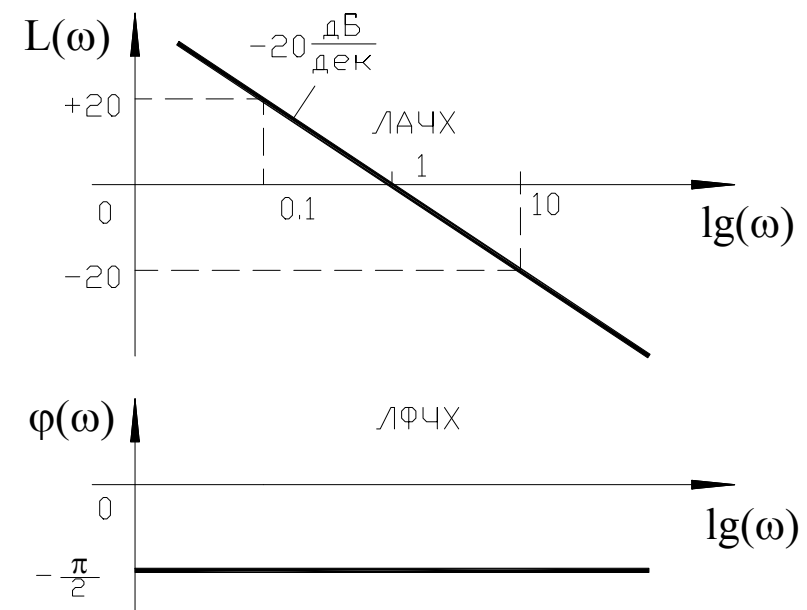
В знаменателе

# Особенности построения асимптот

Для сомножителя  $j\omega$  в знаменателе (числителе)  $W(j\omega)$  асимптота имеет вид:



В числителе



В знаменателе

# Пример

$$W(s) = \frac{5s + 50}{s^2 + 25s + 100}$$

1. Определим сопрягающие частоты

– корни числителя  $s_1 = -10$

– корни знаменателя  $s_2 = -5$   $s_3 = -20$

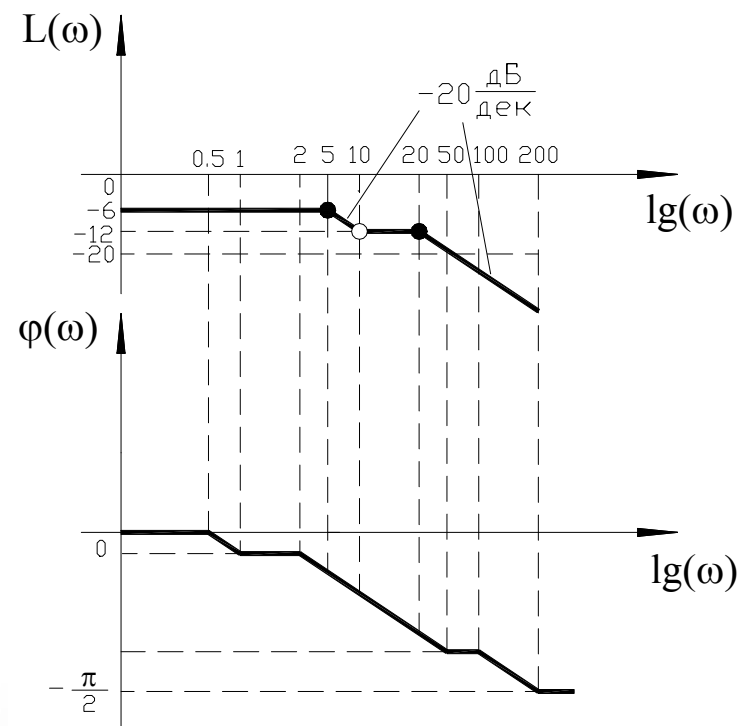
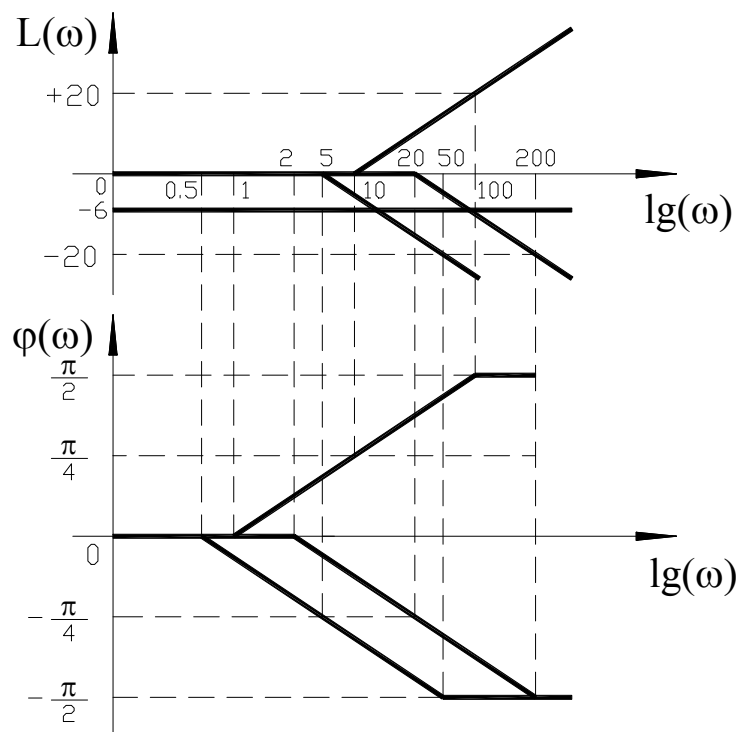
$$W(j\omega) = \frac{5(j\omega + 10)}{(j\omega + 5)(j\omega + 20)}$$

тогда сопрягающие частоты:

$$\omega_1 = 10, \quad \omega_2 = 5, \quad \omega_3 = 20$$

# Пример

$$W(j\omega) = \frac{50}{100} \frac{(j\frac{\omega}{10} + 1)}{(j\frac{\omega}{5} + 1)(j\frac{\omega}{20} + 1)} = 0.5 \frac{(j\frac{\omega}{10} + 1)}{(j\frac{\omega}{5} + 1)(j\frac{\omega}{20} + 1)}$$





# Типовые динамические звенья

# Усилитель

$W(p) = k$  - Передаточная функция

$h(t) = k$  - Переходная характеристика

$g(t) = k \cdot \delta(t)$  - Импульсная характеристика

$A(\omega) = k$  - АЧХ

$\varphi(\omega) = 0$  - ФЧХ, ЛФЧХ

$L(\omega) = 20 \cdot \lg(k)$  - ЛАЧХ

# Апериодическое звено

$$W(p) = \frac{k}{Tp + 1} \quad \text{- Передаточная функция}$$

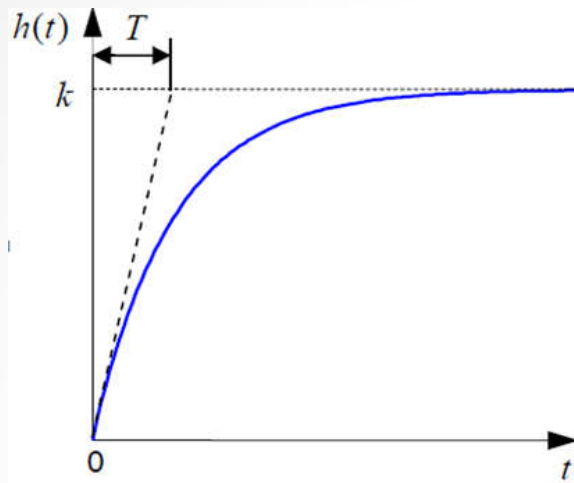
$$h(t) = k \left( 1 - e^{-\frac{t}{T}} \right) \quad \text{- Переходная характеристика}$$

$$g(t) = \frac{k}{T} \cdot e^{-\frac{t}{T}} \quad \text{- Импульсная характеристика}$$

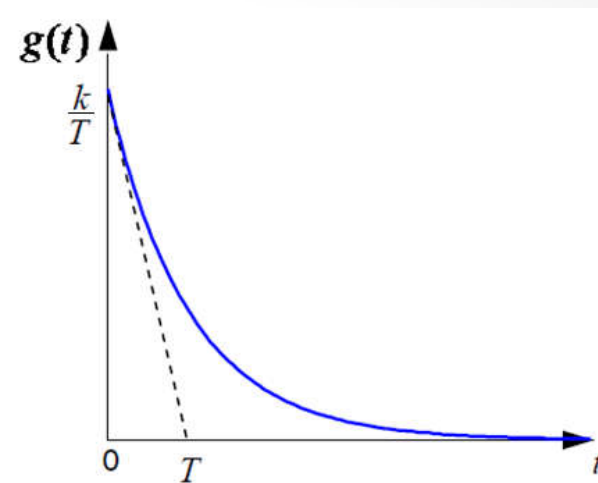
$$W(j\omega) = \frac{k}{\sqrt{1 + (\omega \cdot T)^2}} \cdot e^{-j \cdot \arctg(\omega T)} \quad \text{- АФЧХ}$$

$$L(\omega) = 20 \cdot \lg(k) - 20 \cdot \lg(\sqrt{1 + (\omega T)^2}) \quad \text{- ЛАЧХ}$$

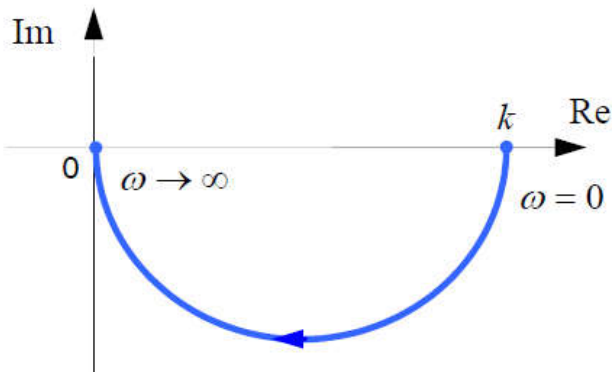
# Апериодическое звено



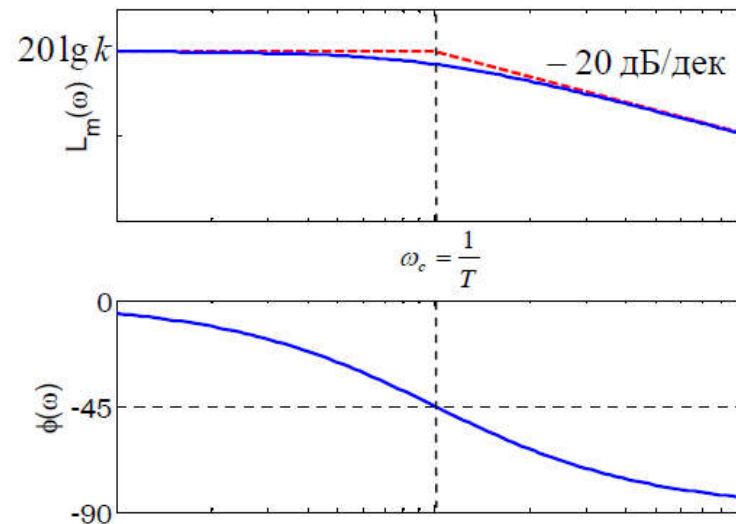
Переходная характеристика



Импульсная характеристика



АФЧХ



ЛАЧХ

ЛФЧХ

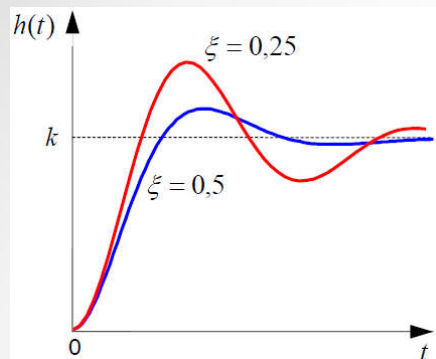
# Колебательное звено

$$W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 2T\xi p + 1} \quad \text{- Передаточная функция}$$

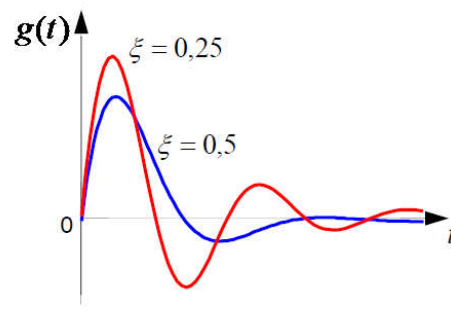
$$W(j\omega) = \frac{k}{\sqrt{[1 + (\omega \cdot T)^2]^2 + 4(\xi \cdot T \cdot \omega)^2}} \cdot e^{-j \cdot \arctg\left(\frac{2\xi\omega T}{1 - (\omega T)^2}\right)} \quad \text{- АФЧХ}$$

$$L(\omega) = 20 \cdot \lg(k) - 20 \cdot \lg(\sqrt{[1 + (\omega \cdot T)^2]^2 + 4(\xi \cdot T \cdot \omega)^2}) \quad \text{- ЛАЧХ}$$

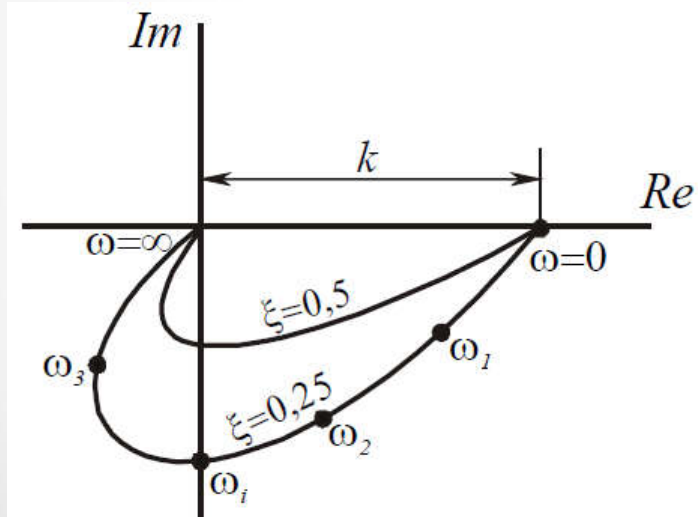
# Колебательное звено



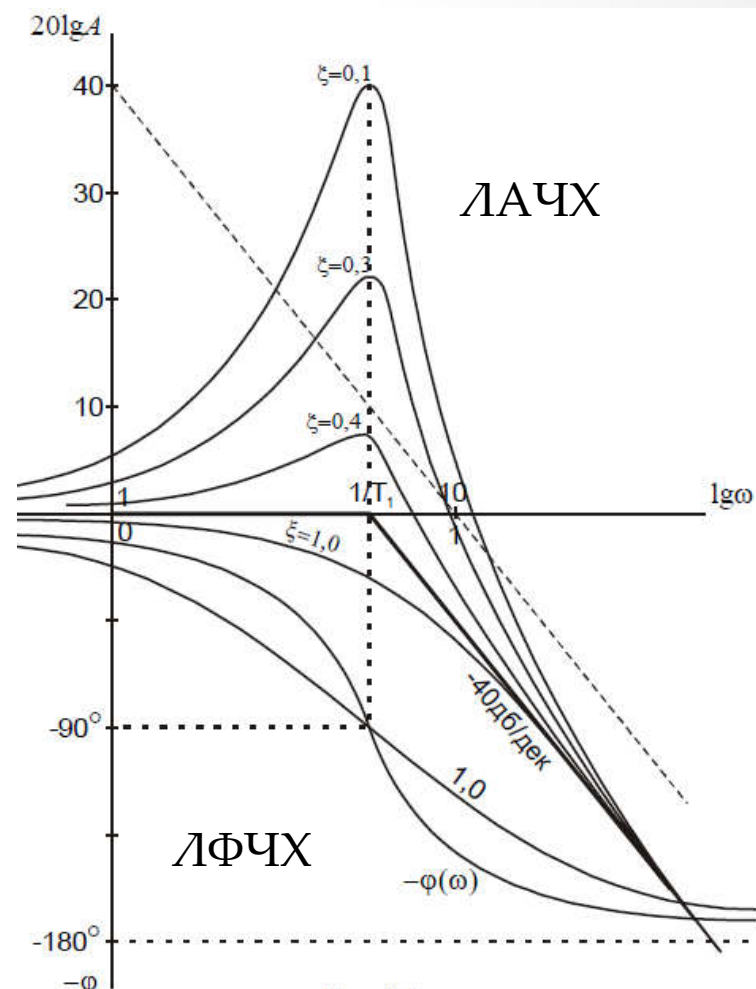
Переходная характеристика



Импульсная характеристика



АФЧХ



# Интегрирующее звено

$$W(p) = \frac{k}{p} \quad - \text{ Передаточная функция}$$

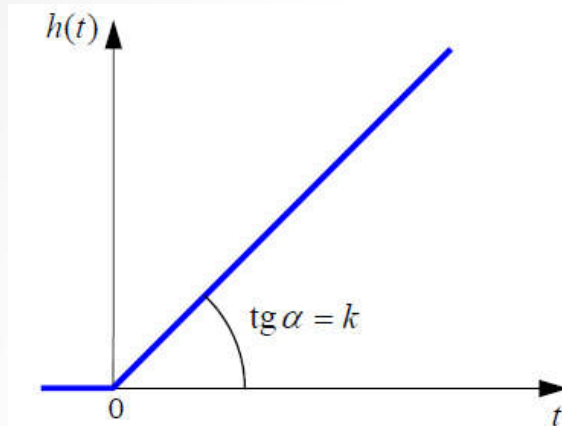
$$h(t) = k \cdot t \quad - \text{ Переходная характеристика}$$

$$g(t) = k \quad (\text{при } t \geq 0) \quad - \text{ Импульсная характеристика}$$

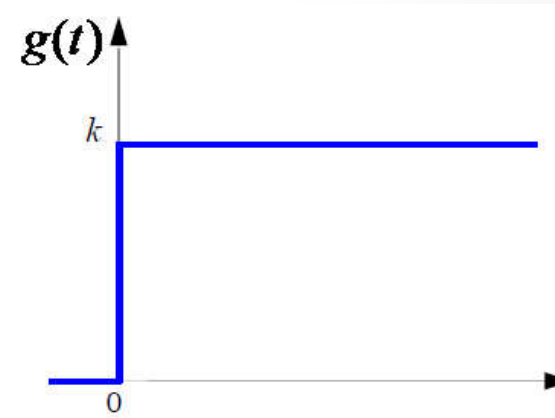
$$W(j\omega) = k \cdot \omega \cdot e^{-j \cdot 90^\circ} \quad - \text{ АФЧХ}$$

$$L(\omega) = 20 \cdot \lg(k) - 20 \cdot \lg(\omega) \quad - \text{ ЛАЧХ}$$

# Интегрирующее звено

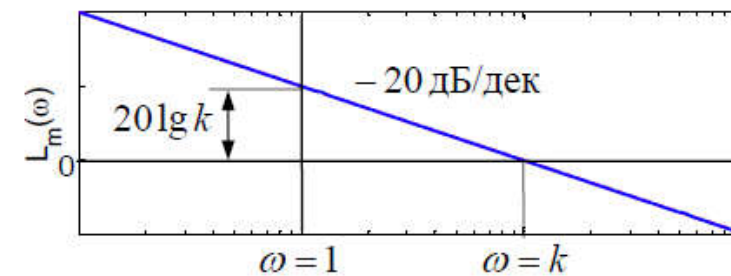
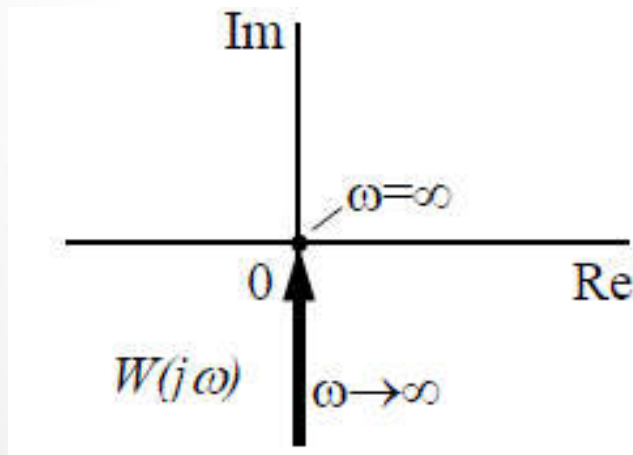


Переходная характеристика

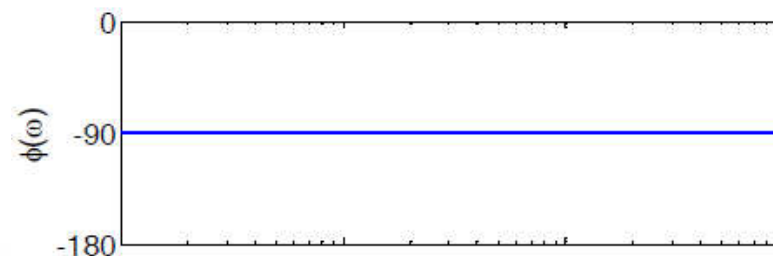


Импульсная характеристика

АФЧХ



ЛАЧХ



ЛФЧХ



# Идеально дифференцирующее звено

$$W(p) = k \cdot p \quad - \text{ Передаточная функция}$$

Физически не реализуемое, так как звено реагирует не на изменение самой входной величины, а на изменение ее производной, то есть на *тенденцию развития событий*.

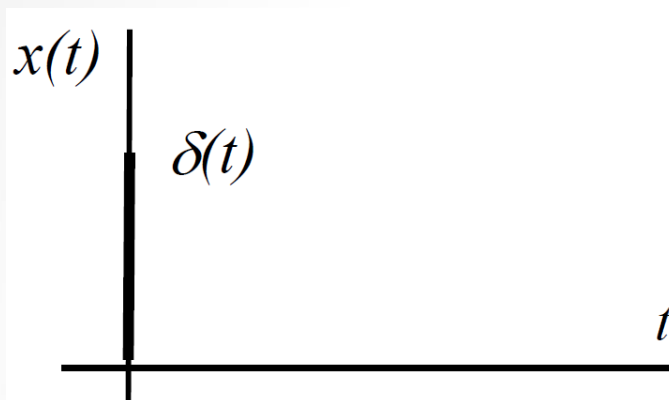
$$h(t) = \delta(t) \cdot k \quad - \text{ Переходная характеристика}$$

$$g(t) = \frac{d\delta(t)}{dt} k \quad - \text{ Импульсная характеристика}$$

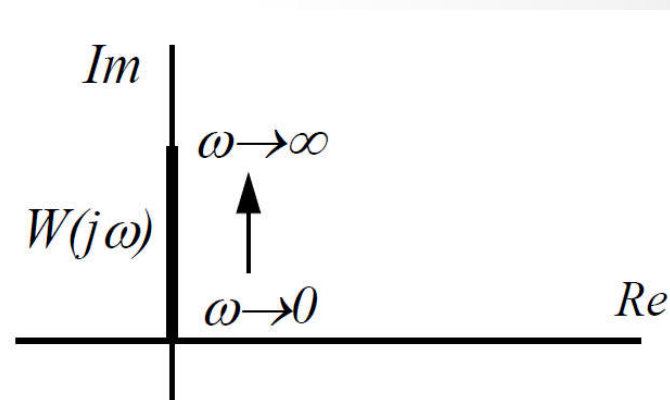
$$W(j\omega) = k \cdot \omega \cdot e^{-j \cdot 90^\circ} \quad - \text{ АФЧХ}$$

$$L(\omega) = 20 \cdot \lg(k) + 20 \cdot \lg(\omega) \quad - \text{ ЛАЧХ}$$

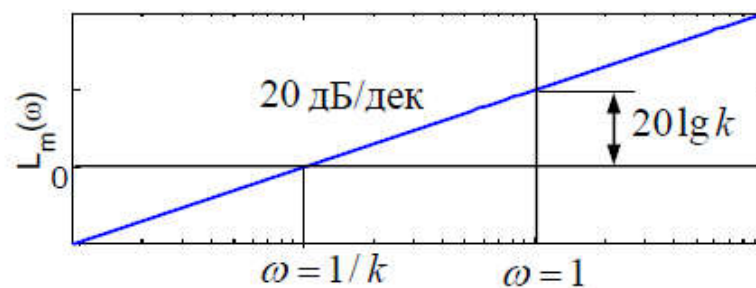
# Идеально дифференцирующее звено



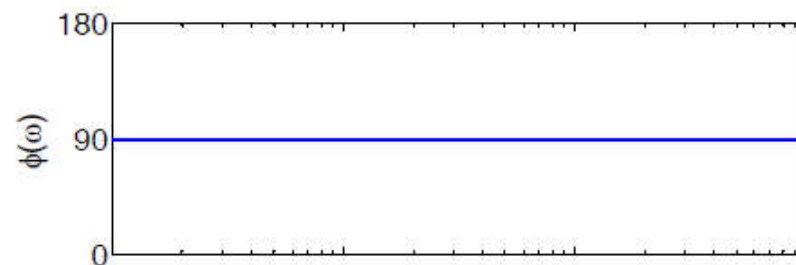
Переходная характеристика



АФЧХ



ЛАЧХ



ЛФЧХ

# Форсирующее звено

$W(p) = k \cdot (T \cdot p + 1)$  - Передаточная функция

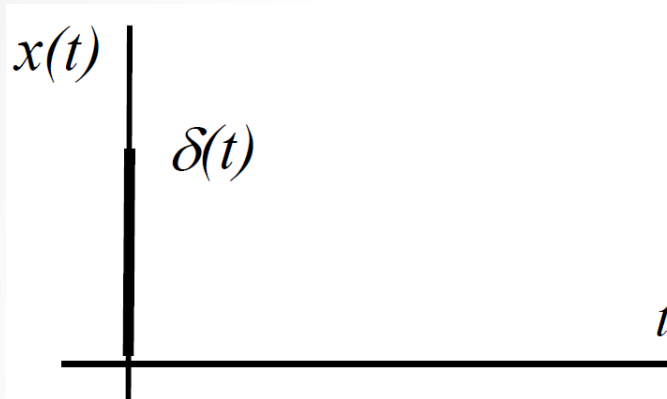
Физически не реализуемое

$h(t) = k \cdot (T \cdot \delta(t) + 1(t))$  - Переходная характеристика

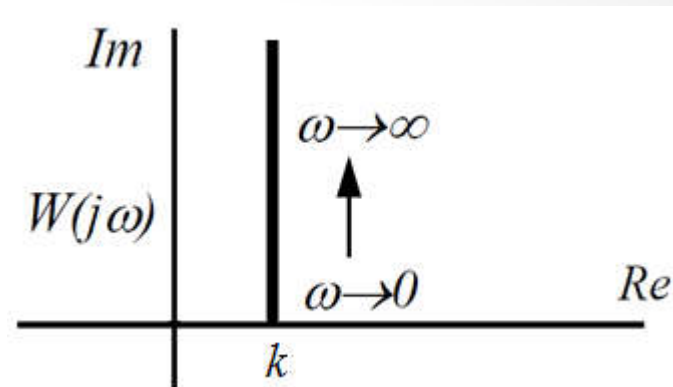
$W(j\omega) = k \sqrt{1 + (\omega \cdot T)^2} \cdot e^{j \cdot \arctg(\omega T)}$  - АФЧХ

$L(\omega) = 20 \cdot \lg(k) + 20 \cdot \lg(\sqrt{1 + (\omega T)^2})$  - ЛАЧХ

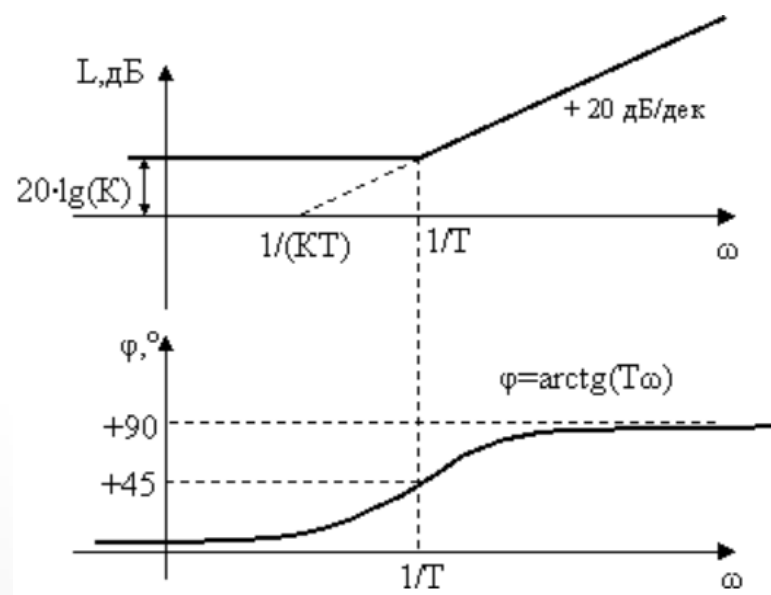
# Форсирующее звено



Переходная характеристика



АФЧХ



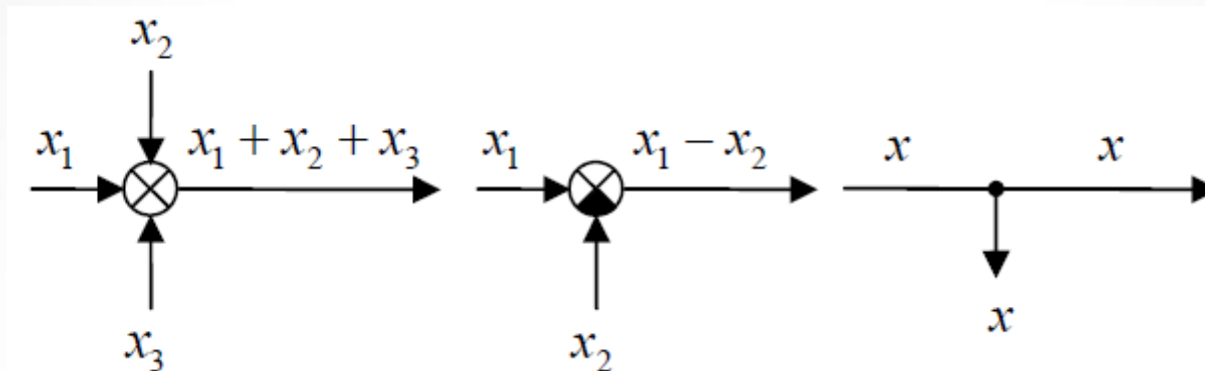
ЛАЧХ

ЛФЧХ

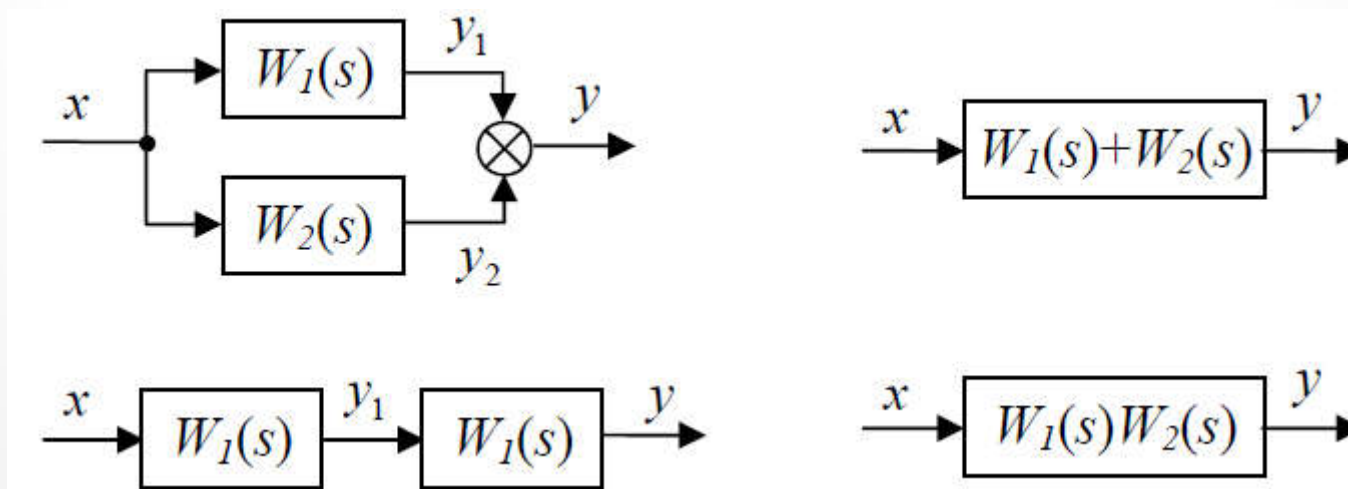
# Структурные схемы

# Структурное преобразование схем

Разветвление сигнала:

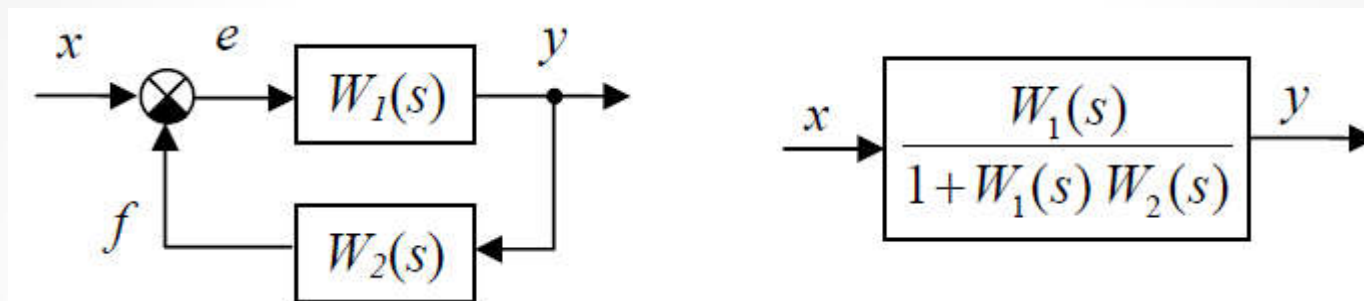


Параллельное и последовательное соединение звеньев:



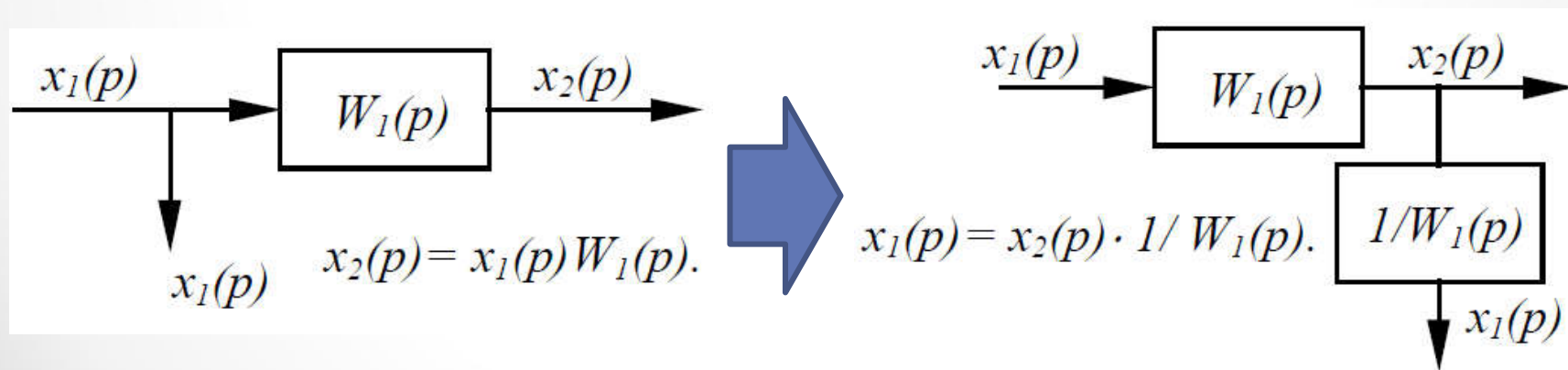
# Структурное преобразование схем

Для контура с отрицательной обратной связью:



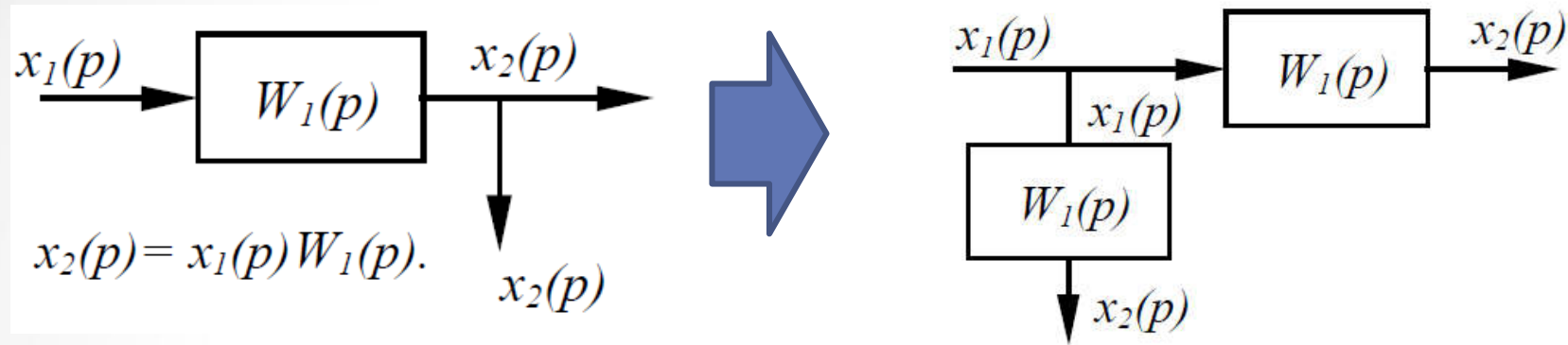
Если обратная связь положительная то в знаменателе будет стоять знак «минус».

Прямой перенос сигнала через ПФ:

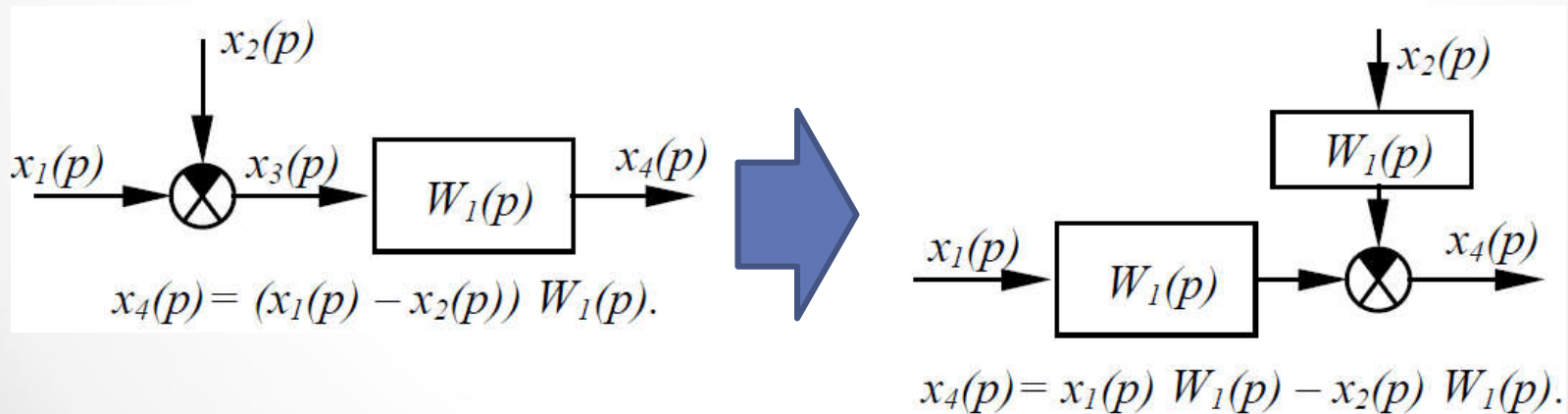


# Структурное преобразование схем

Обратный перенос сигнала через ПФ:



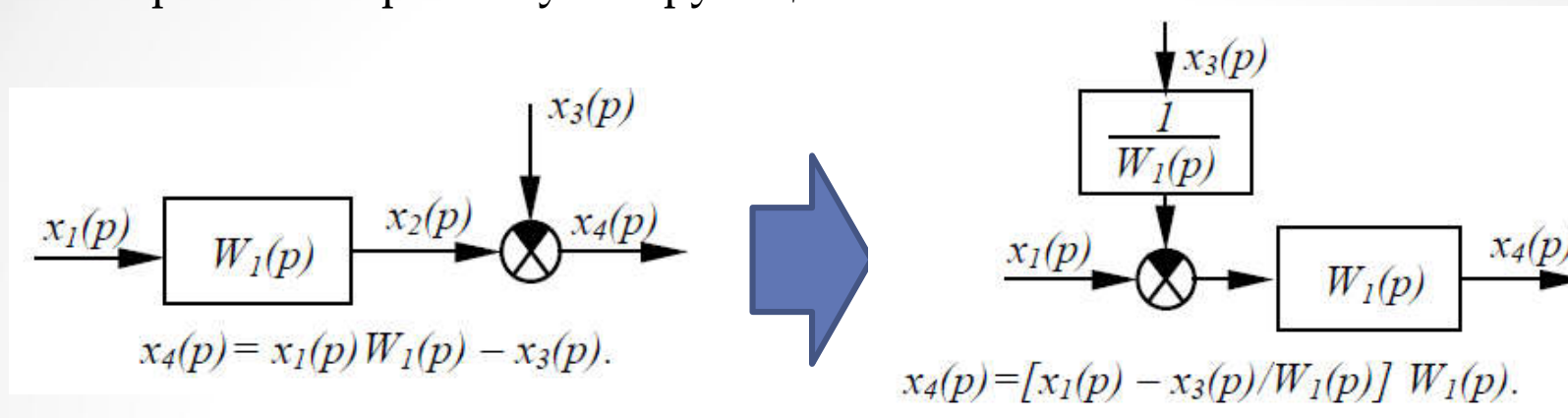
Прямой перенос суммирующего звена:



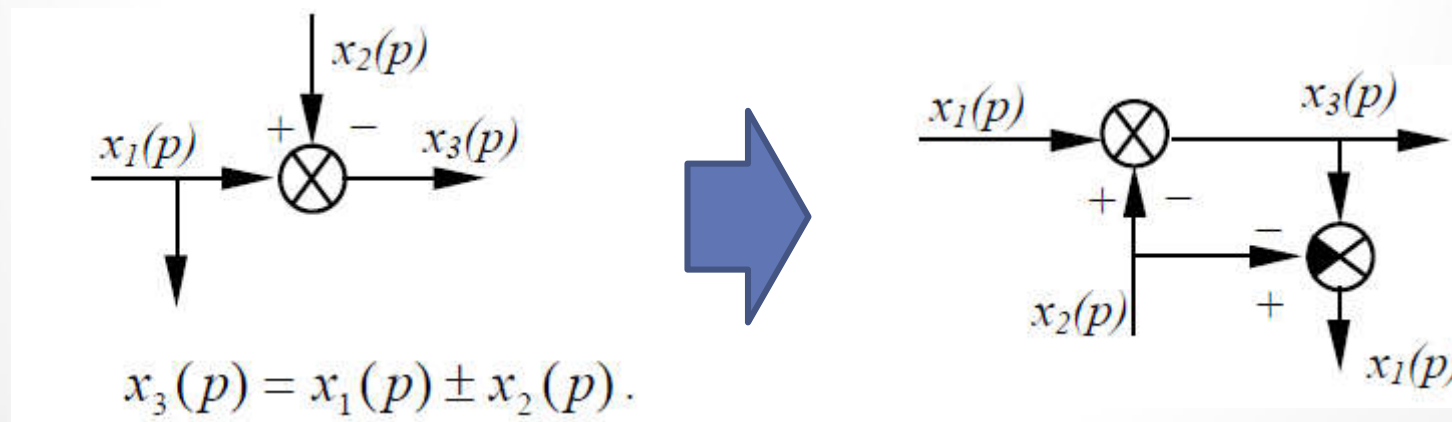


# Структурное преобразование схем

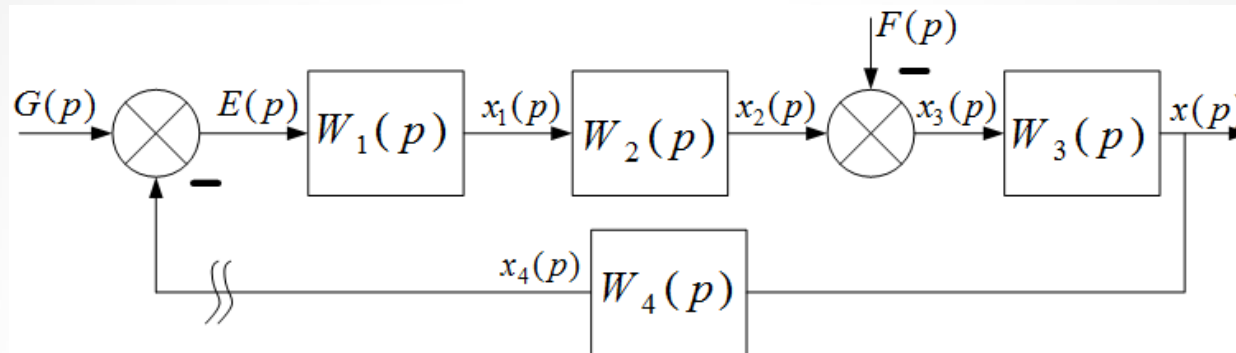
Обратный перенос суммирующего звена:



Прямой перенос суммирующего звена:



# Передаточные функции систем



Передаточная функция по управлению

$$W_y(p) = \frac{W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot W_3(p)}{1 + W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot W_3(p) \cdot W_4(p)}$$

Передаточная функция по  
возмущающему воздействию:

$$W_F(p) = -\frac{W_3(p)}{1 + W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot W_3(p) \cdot W_4(p)}$$

Передаточная функция по  
рассогласованию:

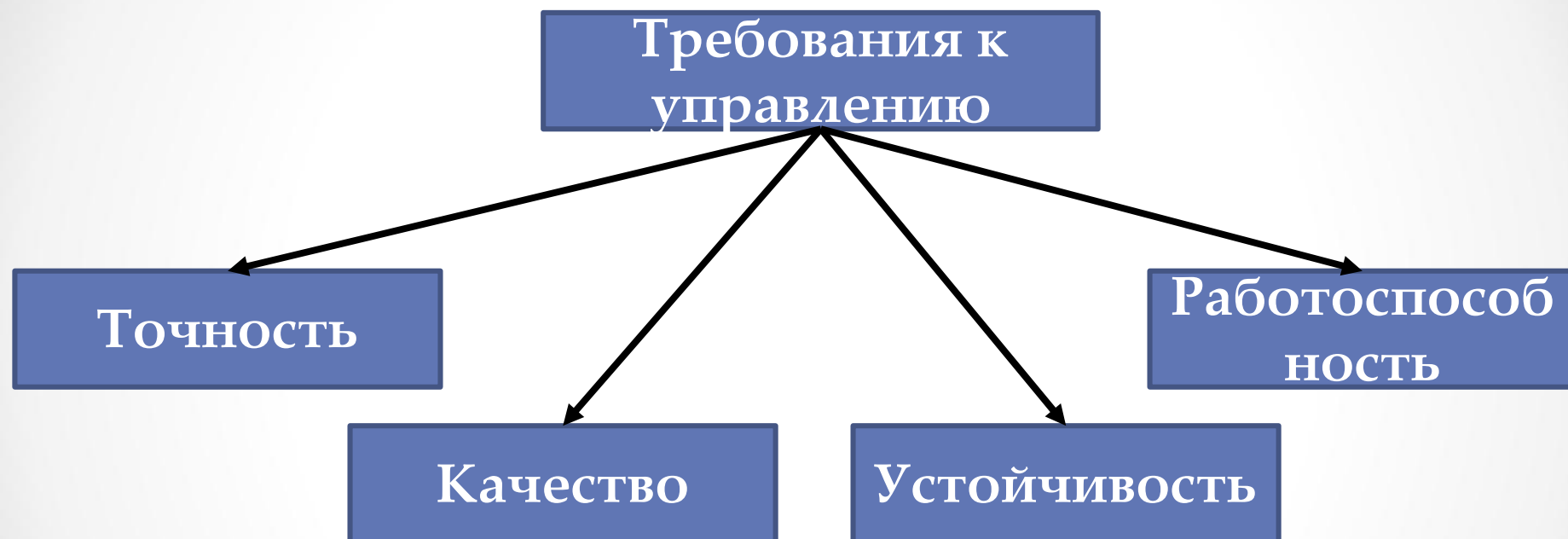
$$W_E(p) = \frac{1}{1 + W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot W_3(p) \cdot W_4(p)}$$

$$x(p) = W_y(p) \cdot G(p) + W_F(p) \cdot F(p)$$

$$\left. \begin{aligned} E(p) &= G(p) - x_4(p), \\ x_1(p) &= E(p) \cdot W_1(p), \\ x_2(p) &= x_1(p) \cdot W_2(p), \\ x_3(p) &= x_2(p) - F(p), \\ x(p) &= x_3(p) \cdot W_3(p), \\ x_4(p) &= x(p) \cdot W_4(p). \end{aligned} \right\}$$

# Анализ САУ

# Анализ САУ

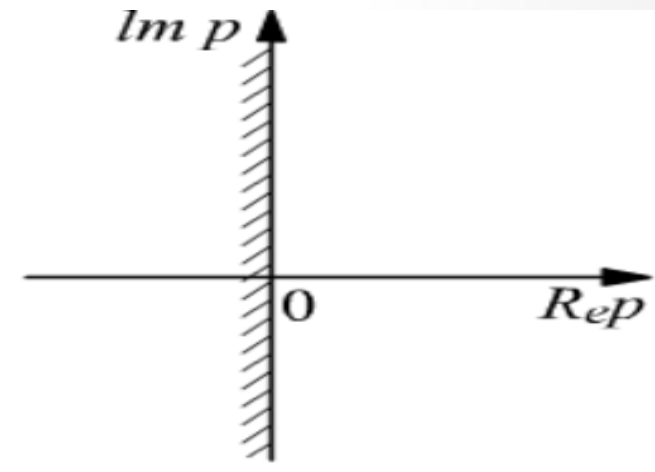


# Устойчивость

## Устойчивость автоматической системы

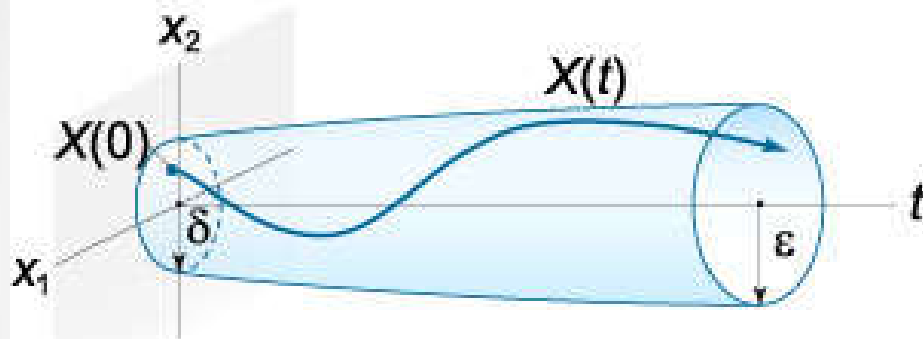
свойство системы возвращаться в исходное состояние равновесия после прекращения воздействия, выведшего систему из этого состояния. Неустойчивая система не возвращается в исходное состояние, а непрерывно удаляется от него.

Общее условие устойчивости – для устойчивости линейной автоматической системы управления необходимо и достаточно, чтобы вещественные части всех корней характеристического уравнения системы были отрицательными.

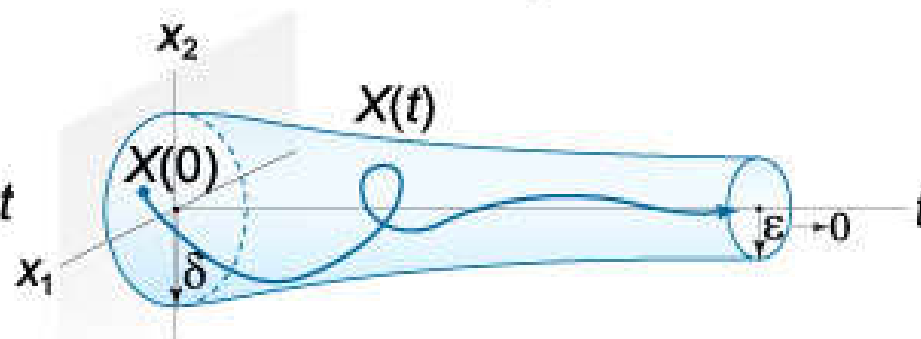


# Общие сведения об устойчивости САУ

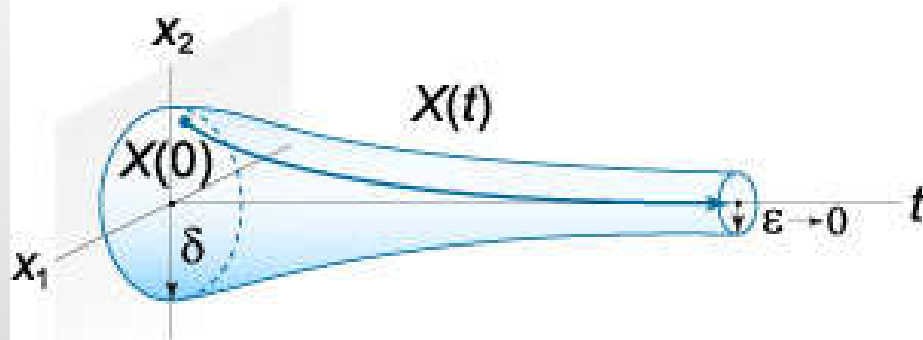
Устойчивость по Ляпунову



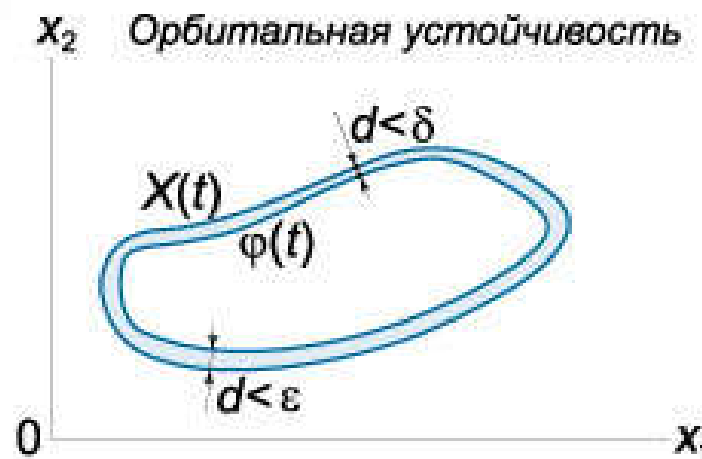
Асимптотическая устойчивость



Экспоненциальная устойчивость



Орбитальная устойчивость



# Критерии устойчивости (критерий Гурвица)

Характеристическое уравнение замкнутой САУ:

$$\Delta(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n$$

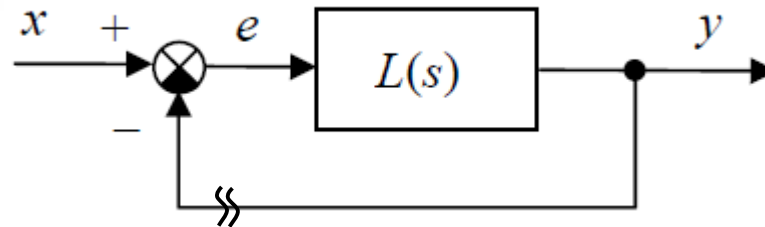
Все корни полинома  $\Delta(s)$  имеют отрицательные вещественные части тогда и только тогда, когда все  $n$  главных миноров матрицы  $H_n$  (определителей Гурвица) положительны.

Пример для полинома пятого порядка ( $n=5$ ):

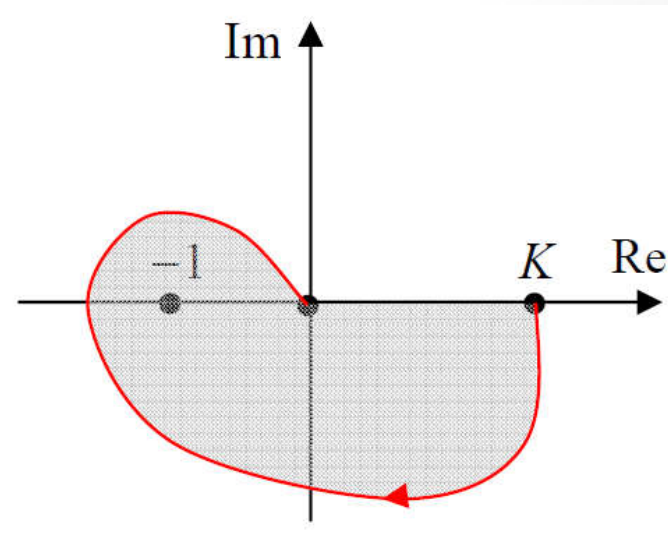
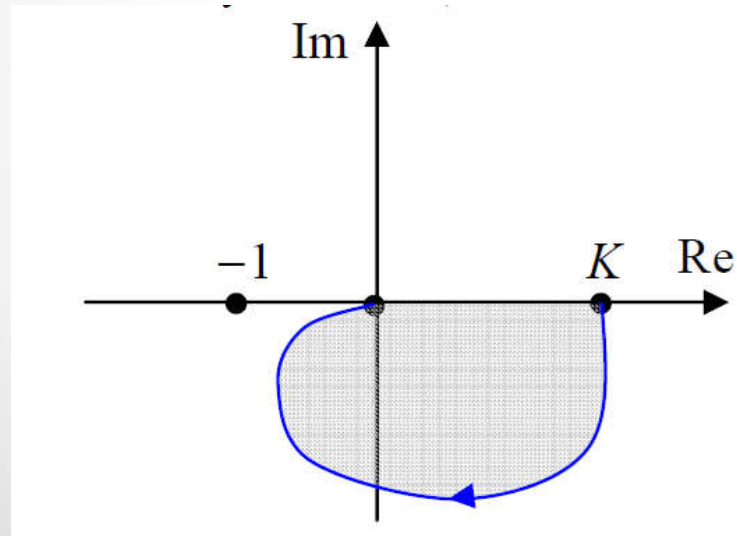
$$H_5 = \begin{bmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & 0 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & 0 \\ 0 & 0 & a_1 & a_3 & a_5 \end{bmatrix} \quad (a_0 > 0)$$

$$D_1 = a_1 > 0, \quad D_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} > 0, \quad D_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} > 0, \quad D_4 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 \end{vmatrix} > 0.$$

# Критерии устойчивости (критерий Найквиста)



В случае если разомкнутая система устойчива, то замкнутая устойчива тогда и только тогда, когда годограф **разомкнутой** системы  $L(j\omega)$  не охватывает точку  $(-1; 0j)$ .



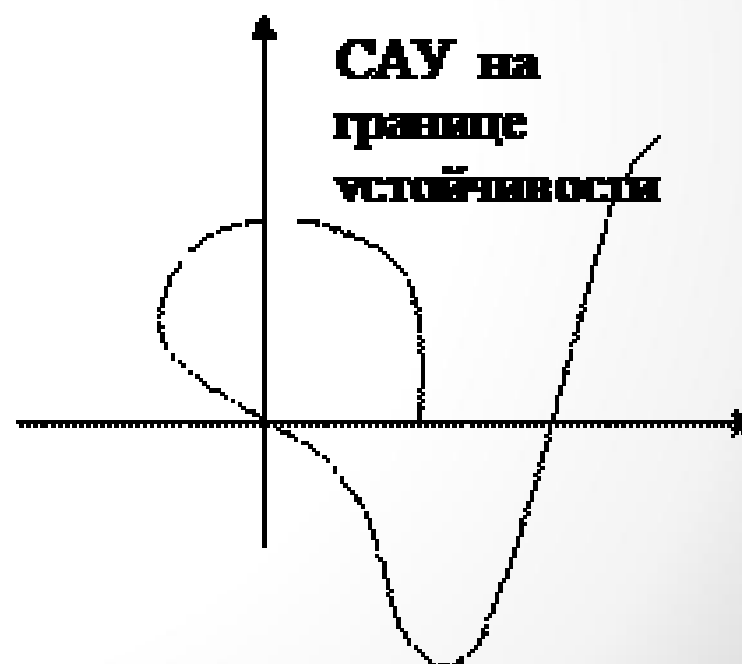
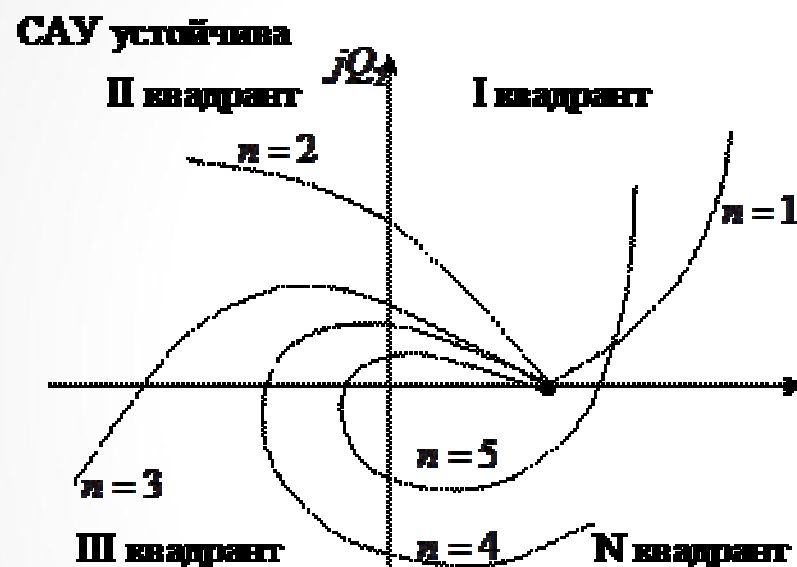


# Критерий Михайлова

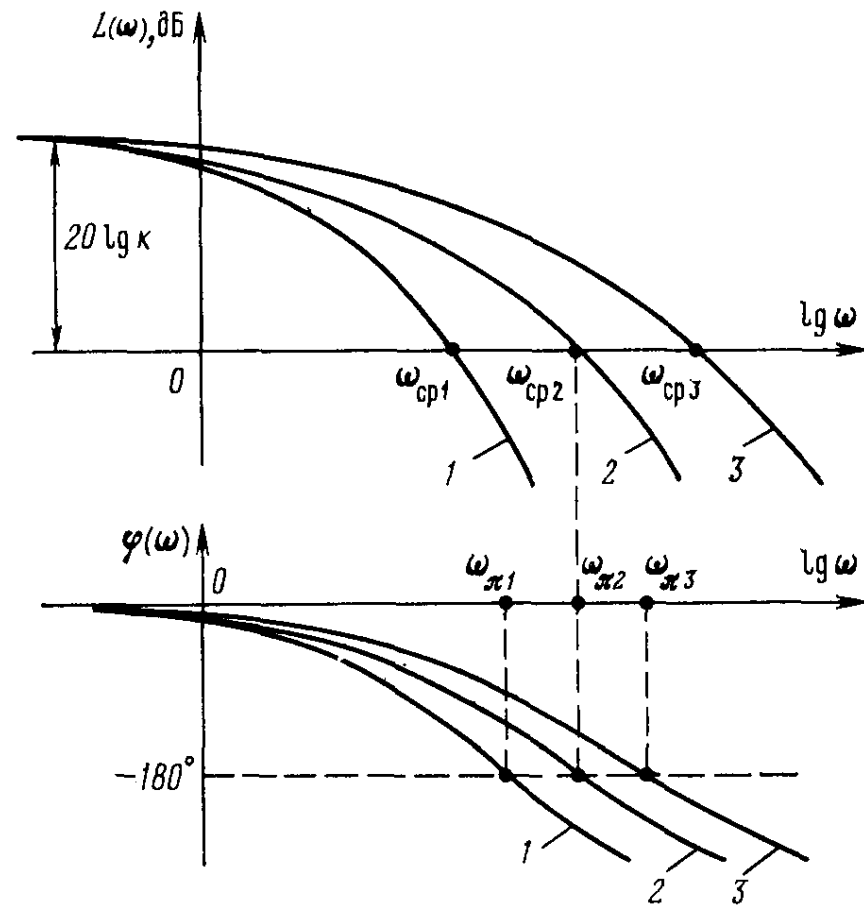
Автоматическая система управления, описываемая уравнением  $n$ -го порядка, устойчива, если при изменении  $\omega$  от 0 до  $\infty$  характеристический вектор системы  $F(j\omega)$  повернется против часовой стрелки на угол  $n \cdot \pi/2$ , не обращаясь при этом в нуль.

Это означает, что характеристическая кривая устойчивой системы должна при изменении  $\omega$  от 0 до  $\infty$  пройти последовательно через  $n$  квадрантов.

# Критерий Михайлова



# Логарифмические частотные характеристики



## Показатели качества

- 1) прямые - определяемые непосредственно по кривой переходного процесса,
- 2) корневые - определяемые по корням характеристического полинома,
- 3) частотные - по частотным характеристикам,
- 4) интегральные - получаемые путем интегрирования функций.

## Оценки качества переходной характеристики

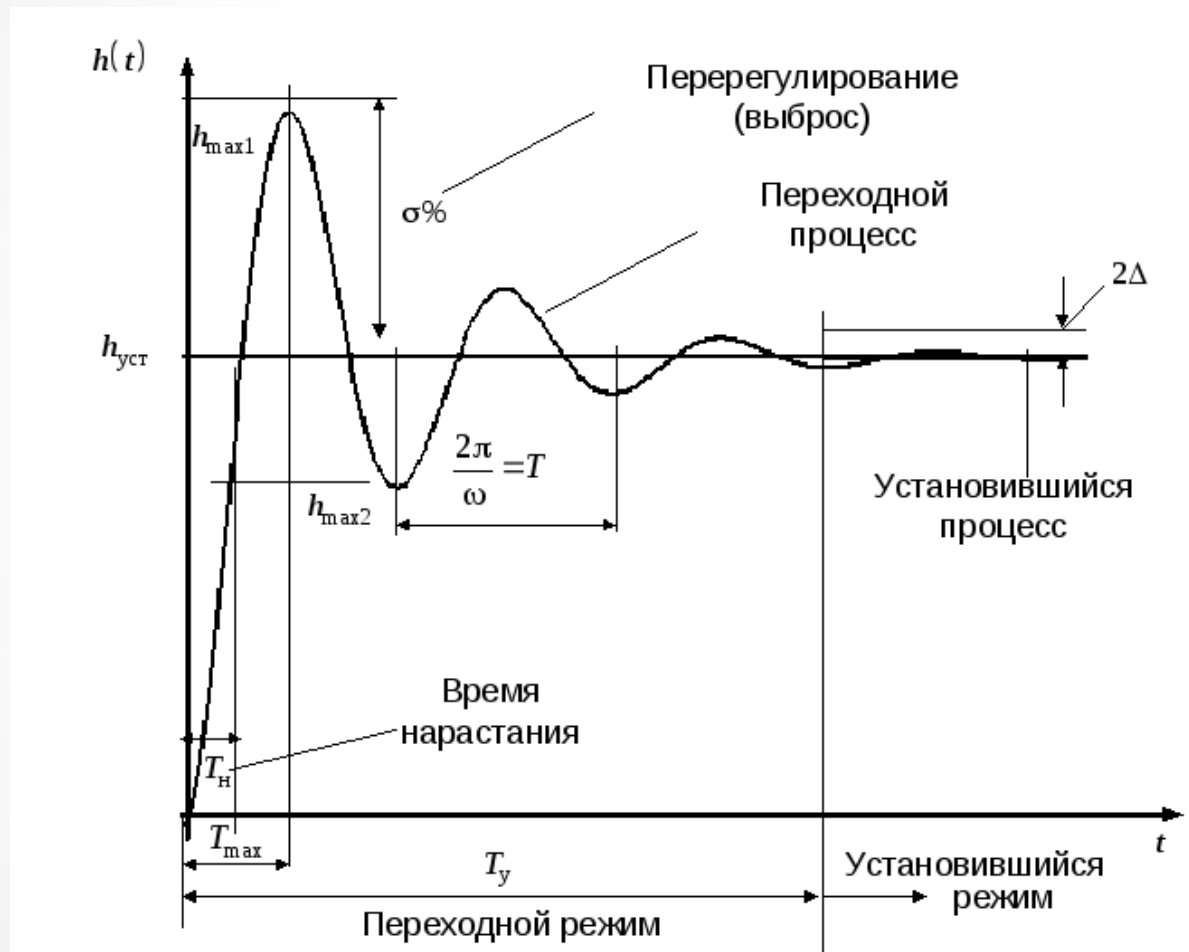
Формула Хевисайда

$$h(t) = \frac{K(0)}{D(0)} + \sum_{k=1}^n \frac{K(s_k)}{s_k D'(s_k)} e^{s_k t}$$

Перерегулирование

$$\delta = \frac{X_{\max} - X_{уст}}{X_{\max}} \cdot 100\%$$

## Оценки качества переходной характеристики



Переходная характеристика

## Оценки качества переходной характеристики

Степень затухания  $\Psi = 1 - \frac{A_3}{A_1}$

Статическая ошибка  $\varepsilon_{ст} = x - x_{уст}$

**Время регулирования (время переходного процесса)  $T_{\Pi}$**  определяется следующим образом: Находится допустимое отклонение  $\Delta = 5\% x_{уст}$  и строятся асимптоты  $\pm \Delta$  Время ТП соответствует последней точке пересечения  $x(t)$  с данной границей. То есть время, когда колебания регулируемой величины перестают превышать 5 % от установившегося значения.