



FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO
CAMPUS JUAZEIRO
CURSO DE ENGENHARIA DA COMPUTAÇÃO

Andréa Carvalho Pires
Gabriel Rocha Palha
João Pedro de Brito Matias

PROJETO EDUCACIONAL DA DISCIPLINA DE FÍSICA EXPERIMENTAL A

Juazeiro, BA
2023

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	3
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	4
3 OBJETIVOS	7
4 MATERIAL E METODOLOGIA	8
5 RESULTADOS E DISCUSSÃO	12
5.1 - CÁLCULO DO PERÍODO	12
5.2 - CÁLCULO DA ACELERAÇÃO DA GRAVIDADE LOCAL	14
5.3 - GRÁFICO DO MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES	16
6 CONCLUSÕES	19
7 BIBLIOGRAFIA	20

1 INTRODUÇÃO

O estudo do movimento dos pêndulos em geral é de grande importância para a física, já que este é um grande exemplo de sistema oscilatório, podendo ser utilizado para as mais diversas funcionalidades.

O pêndulo simples é um dispositivo utilizado, há séculos, para diversas aplicações, muito usado para estudar os movimentos oscilatórios e periódicos, constituído por uma massa qualquer presa por meio de uma corda, ou barbante, suspenso a partir de um ponto fixo; com este, preso a uma haste. Ao deslocar essa massa de seu ponto de equilíbrio, o pêndulo irá oscilar em torno desse ponto. O período desse pêndulo irá depender do tamanho da corda bem como da aceleração da gravidade no local analisado. Numa determinada posição, tem-se que no pêndulo simples possui duas forças atuando sobre a massa; a força de tração e a força peso.

Trazendo um pouco da História que envolve o estudo dos pêndulos têm-se registros biográficos de Galileu Galilei em que ele observou as oscilações de uma lâmpada no Domo de Pisa, e que o período de oscilações do candelabro, colocado em movimento pelo vento, não dependia se tais movimentos fossem rápidos ou lentos. Para tanto, ele comparou os períodos dessas oscilações contando sua própria pulsação. Drake (1981, p. 60) ressalta que o “que primeiro impressionou Galileu no pêndulo não foi apenas que oscilava para trás e para a frente em tempos iguais, mas que o tempo de oscilação continuava o mesmo quer o arco pelo qual oscilava fosse grande ou pequeno”.

Tendo isso em mente, portanto, neste presente relatório, o objetivo é obter dados como: aceleração da gravidade no local de realização e a criação de gráficos que descrevem o movimento oscilante do pêndulo. Para isso, será utilizada a linguagem de programação Python que auxiliará na obtenção dos dados planejados de forma precisa e prática.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Uma das principais características de um pêndulo simples é o período de oscilação, que depende do comprimento do fio e da aceleração da gravidade. Para a realização do experimento, é necessário medir o período de oscilação do pêndulo para diferentes comprimentos do fio. Medição essa que pode ser feita com o auxílio de cronômetros.

A partir disso, analisaremos a forma de descobrir qual é o período de um pêndulo simples.

Para pequenas amplitudes, a frequência angular do pêndulo simples será dada por:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1)$$

Em pequenos deslocamentos, a constante da força será descrita como

$$k = \frac{mg}{l} \quad (2)$$

Substituindo (2) em (1), teremos a seguinte equação:

$$\omega = \sqrt{\frac{mg/l}{m}}$$

Simplificando e reorganizando a equação anterior temos:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad (3)$$

Sabe-se que a frequência angular, pode ser escrita como sendo $\omega = 2\pi/T$. A partir disso, substituindo em (3) encontraremos:

$$\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

Ou seja,

$$\frac{T}{2\pi} = \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Isolando o período T encontra-se a equação que descreve o período de duração de um ciclo do pêndulo simples:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad (4)$$

Onde,

T é o período (s).

l é o comprimento do fio (m).

g é a aceleração da gravidade em (m/s²).

E, realizando mais alguns ajustes na **equação 4**, pode-se escrever a aceleração da gravidade como sendo:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} \quad (5)$$

Ao aplicar a segunda lei para sistemas rotacionais a equação do movimento pendular poderá ser obtida.

$$\tau = I\alpha \Rightarrow -mg\sin(\Theta)l = ml^2 \frac{d^2\Theta}{dt^2} \quad (6)$$

Reorganizando a equação, teremos:

$$\frac{d^2\Theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\sin(\Theta) = 0$$

Nos regimes de pequena oscilação, ou seja para Θ bem pequeno, $\sin(\Theta) \approx \Theta$. O que resultará em:

$$\frac{d^2\Theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\Theta = 0$$

Uma solução harmônica simples para essa equação diferencial seria:

$$\Theta(t) = \Theta_0 \cos(\omega t) \quad (7)$$

Substituindo (3) em (7), teremos a seguinte equação

$$\Theta(t) = \Theta_0 \cos\left(\sqrt{\frac{g}{l}} t\right) \quad (8)$$

No qual,

θ_0 é o ângulo máximo ocasionado pelo movimento.

E, com o erro relativo sendo representado pela equação:

$$ER = \frac{x - \bar{x}}{\bar{x}} \quad (9)$$

Tal que,

x é o valor exato

\bar{x} é o valor aproximado

Com os valores obtidos através da análise do movimento oscilatório do pêndulo simples, é possível plotar um gráfico oscilatório pendular, do ângulo θ em função do tempo; com o intuito de comparar os valores obtidos experimentalmente com os reais.

Por fim, ainda é importante analisar a incerteza dos dados experimentais, para avaliar a precisão dos dados coletados e estimar a incerteza na determinação dos resultados apresentados. Para isso é necessário levar em consideração diversos fatores, tais como: a precisão do instrumento de medição, a precisão na determinação do tamanho do fio e a influência de fatores externos. O que fará com que a análise do experimento fique a mais precisa possível.

3 OBJETIVOS

- Verificar o valor da aceleração da gravidade (g) no local de realização do experimento.
- Observar a questão do período de oscilação do pêndulo simples, a fim de comprovar sua dependência ou independência com o comprimento do fio, sua massa e também com a aceleração da gravidade.
- Analisar graficamente o comportamento do pêndulo no **M.H.S.**

4 MATERIAL E METODOLOGIA

O método utilizado para a realização do projeto será a medição do período de oscilação de um corpo de massa m suspenso por um fio inextensível, que é deslocado de sua posição de equilíbrio e posto para oscilar sujeito à aceleração da gravidade. A partir disso, poderá ser observado o valor da gravidade no local em que será realizado, a dependência ou independência do período em relação ao comprimento do fio, massa m e a aceleração da gravidade (g).

Para a realização do projeto será utilizado:

- Fio inextensível
- Objeto de massa m
- Régua milimetrada
- Transferidor de ângulos
- Aparato para fixação do fio e a massa
- Ambiente auxiliar, desenvolvido no Python.

A montagem do pêndulo simples é realizada com o suporte de fixação junto ao fio inextensível. Sendo este, um fio de cordonê branco, com o comprimento de até 3 metros possíveis de serem utilizados. O objetivo é colher os dados com uma boa precisão. O fio de cordonê estará amarrado a uma massa pontual (esfera de aço), e o transferidor ficará na parte frontal do suporte.

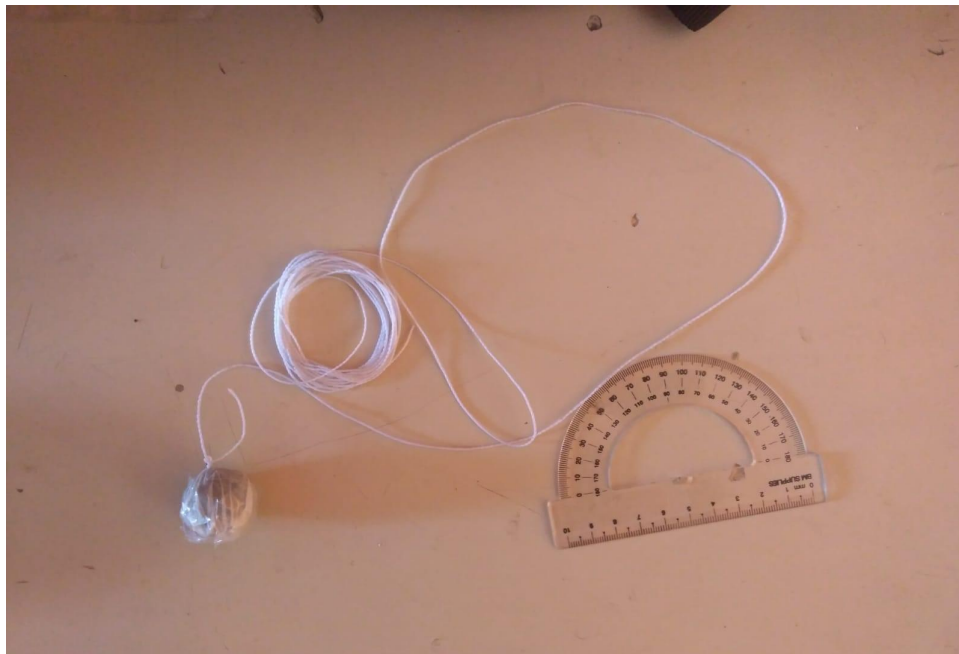


Imagem 4.1 - Fio de cordonê, junto da massa pontual e do transferidor.

A montagem do experimento, ainda em estado inicial, é representada na imagem abaixo:



Imagem 4.2 - Montagem do pêndulo simples.

1. Montagem do Experimento:

- a) Primeiro, o aparato fixará o fio junto do objeto de massa pontual em um local estável e nivelado.
- b) Ajusta-se o tamanho do fio do pêndulo, para que ele fique na altura desejada, o fio deve ser o mais fino possível.
- c) Após isso, é necessário prender o objeto maciço na extremidade do fio, deixando-o equilibrado, sem movimento oscilante.
- d) No Ambiente Auxiliar, será apresentado um menu de funcionalidades que o usuário poderá escolher as opções a serem trabalhadas.

2. Cálculo teórico do período a partir da estimativa gravitacional:

- a) A priori, será considerada a aceleração da gravidade como sendo $9,8 \text{ m/s}^2$.
- b) Será medido o comprimento L do fio a ser trabalhado, levando em conta o erro da régua em questão.
- c) No Ambiente Auxiliar, utilizando como base a **equação 4**, encontra-se o valor teórico referente ao período de oscilação do pêndulo simples.
- d) Anota-se o período de oscilação encontrado.
- e) O programa irá retornar para o menu inicial, caso o usuário deseje usufruir de outra funcionalidade.

3. Calculando a Aceleração da Gravidade Local:

- a) Deve-se analisar ao menos 5 vezes o período de oscilação do pêndulo utilizando um cronômetro.
- b) Com o transferidor, coloca-se a massa pontual em uma inclinação de até 10° .
- c) Desloca-se então a massa pontual, o pêndulo irá oscilar.
- d) Ao anotar os valores obtidos, calcula-se a média aritmética do período.
- e) Todos os cálculos serão realizados no Ambiente auxiliar. Usando como base a **equação 5**, o programa irá encontrar a aceleração da gravidade no local da realização do experimento.
- f) Após isso, o programa irá retornar para o menu inicial, caso o usuário queira usufruir de outra funcionalidade.

4. Gráfico do Movimento Harmônico

- a) No Ambiente Auxiliar, o programa irá coletar os dados do comprimento do fio, da aceleração da gravidade e do ângulo inicial.
- b) Após isso o mesmo irá converter todos os valores para unidades de medidas do SI.
- c) O programa irá utilizar como base a **equação 8**, e, a partir dela será calculado a função que será mostrada no gráfico.
- d) Depois, ele irá mostrar na tela o gráfico do movimento do pêndulo (ângulo em função do tempo).
- e) Novamente, o programa irá retornar para o menu inicial caso o usuário queira usufruir de outra funcionalidade.

5. Análises dos dados:

- a) Com os dados obtidos anteriormente, estima-se o erro relativo do experimento, no tocante ao cálculo da aceleração da gravidade.
- b) Por fim, os resultados encontrados serão analisados e discutidos.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para uma primeira avaliação, foi realizada a montagem, ainda sem o suporte, do pêndulo simples.

Gravação do movimento pendular disponível em:
<<https://youtu.be/G0LK5BJ3T4A>>.

Será testado, as funcionalidades do ambiente auxiliar, tendo como base o experimento realizado empiricamente.

5.1 - CÁLCULO DO PERÍODO

Primeiramente, utilizando o Ambiente Auxiliar, calcularemos o período “ideal” para determinado comprimento de fio analisado.

No início da execução do programa ele estará aguardando o usuário escolher sua intenção; a priori, iremos optar pela opção de realização de cálculos. Será digitado ‘1’ para escolher a opção em questão.

```
-----Seja BEM VINDO ao ambiente de auxilio para experimentos de Pêndulos Simples!-----  
  
-MENU-  
  
Digite sua intenção:  
(0) Para sair  
(1) Para realizar cálculos  
(2) Para o gráfico do movimento harmônico
```

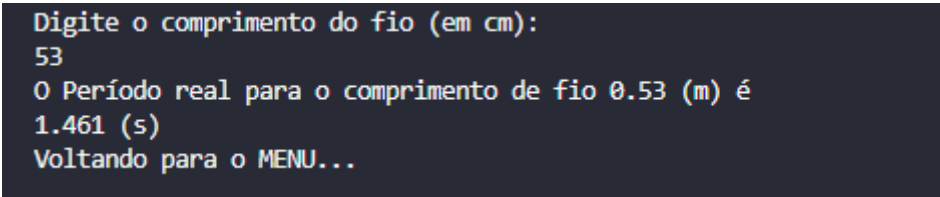
Figura 5.1.1 - Menu inicial do ambiente auxiliar, criado no Python.

Empiricamente foi percebido que estava sendo trabalhado com 53 (cm) de comprimento de fio, para o pêndulo simples analisado. No Menu do ambiente auxiliar após escolhermos a opção de realização de cálculos (Figura 5.1.1) escolhemos a função de cálculo de período ‘1’.

```
Você escolheu a opção de realizar calculos  
  
Para a opção escolhida, teremos as seguintes sub-opções:  
(0) Voltar para o menu  
(1) Cálculo de Período  
(2) Cálculo da Gravidade local  
  
1  
Você escolheu a opção de cálculo de Período  
  
Trabalhando com o valor de g= 9.8  
Digite o comprimento do fio (em cm):
```

Figura 5.1.2 - Cálculo de período do ambiente auxiliar.

Após a escolha de cálculo de período o Ambiente auxiliar irá aguardar o usuário informar o comprimento do fio analisado experimentalmente, no nosso caso foi 53 (cm).



```
Digite o comprimento do fio (em cm):  
53  
O Período real para o comprimento de fio 0.53 (m) é  
1.461 (s)  
Voltando para o MENU...
```

Figura 5.1.3 - Cálculo de período do pêndulo simples no Ambiente Auxiliar.

E após digitado o comprimento do fio trabalhado, o programa irá converter para metros e realizar os devidos cálculos, percebe-se que para um comprimento de fio de 53 (cm) o período ideal seria o de 1,461 (s). Dado esse que será utilizado no cálculo de aceleração de gravidade.

5.2 - CÁLCULO DA ACELERAÇÃO DA GRAVIDADE LOCAL

Utilizando novamente o Ambiente Auxiliar para coletar os dados obtidos através das medições, analisaremos seus resultados a respeito do cálculo da aceleração da gravidade local, a partir da utilização dos dados reais como base.

Após o cálculo de período em **5.1**, o Ambiente Auxiliar estará aguardando o usuário escolher novamente sua intenção; do mesmo modo, iremos optar pela opção de realização de cálculos. Será digitado '1' para escolher a opção em questão.

```
1
Você escolheu a opção de realizar calculos

Para a opção escolhida, teremos as seguintes sub-opções:
(0) Voltar para o menu
(1) Cálculo de Período
(2) Cálculo da Gravidade local

2
Digite os valores dos tempos:
```

Figura 5.2.1 - Opções de cálculos do Ambiente de Auxílio.

Como deseja-se calcular a aceleração da gravidade local, será digitado '2' para escolher essa opção em questão.

```
Digite os valores dos períodos em (s):
1.461 1.461 1.461 1.461 1.461

Trabalharemos com o período médio dos dados apresentados

Digite o valor do tamanho do fio (l) em cm:
53

Para um Período médio de 1.461(s) e um tamanho de corda de 0.53(m) teremos o seguinte valor de gravidade:
9.802 m/s²
O erro relativo do experimento em questão é de: 0.025%
```

Figura 5.2.2 - Cálculo da aceleração da gravidade no Ambiente Auxiliar.

Todos os valores colocados, referente a **Figura 5.2.2**, foram os resultados obtidos ao analisar o experimento do pêndulo físico mostrado anteriormente. Foi notado um período médio de 1.461(s) na análise do experimento do pêndulo simples (do experimento montado), e também no item **5.1** do relatório, como o

programa sempre irá analisar 5 valores de períodos e utilizará a média na realização dos cálculos, foi colocado o mesmo valor 5 vezes seguidas.

O resultado obtido para um período médio de 1.461(s) e, para um comprimento de fio de 53 (cm), tem-se que o valor da aceleração da gravidade local seria de 9.802 (m/s^2), e um erro relativo experimental de apenas 0.025%. Um resultado razoavelmente aceitável para um fio com esse comprimento (**Figura 5.2.2**).

Alguns outros resultados do Ambiente Auxiliar foram:

Período médio (s)	Comprimento do fio (m)	Aceleração da gravidade (m/s^2)	Erro relativo (%)
1,468	0,55	10,076	2,812
1,512	0,58	10,016	2,202
1,477	0,54	9,772	0,284
1,459	0,53	9,829	0,300
1,500	0,56	9,826	0,263

Tabela 5.2.1 - Tabela de resultados para o cálculo da aceleração da gravidade no Ambiente Auxiliar.

5.3 - GRÁFICO DO MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES

Agora, caso queira obter o gráfico do movimento harmônico do pêndulo simples, basta selecionar a opção '2' no menu inicial

```
-MENU-

Digite sua intenção:
(0) Para sair
(1) Para realizar cálculos
(2) Para o gráfico do movimento harmônico

2

Você escolheu a opção de gráfico do pêndulo
```

Figura 5.3.1 Escolhendo a função do gráfico do movimento harmônico no Ambiente Auxiliar.

Após ser selecionada a opção em questão, o programa irá aguardar ser escolhido o comprimento do fio, a aceleração da gravidade que deseja-se trabalhar e também o ângulo inicial do movimento.

```
Você escolheu a opção de gráfico do pêndulo

Digite o valor do comprimento do fio (em cm)
53
Digite o valor da aceleração da gravidade
9.8
Digite o angulo inicial (em graus):
8
```

Figura 5.3.2 - Selecionando os valores obtidos empiricamente na análise do experimento.

Colocando os dados obtidos experimentalmente (**Figura 5.3.2**), para um comprimento de fio 53 cm uma aceleração da gravidade de $9,8 \text{ m/s}^2$ e um ângulo inicial de 8° (todos os dados foram obtidos empiricamente), tem-se o seguinte gráfico:

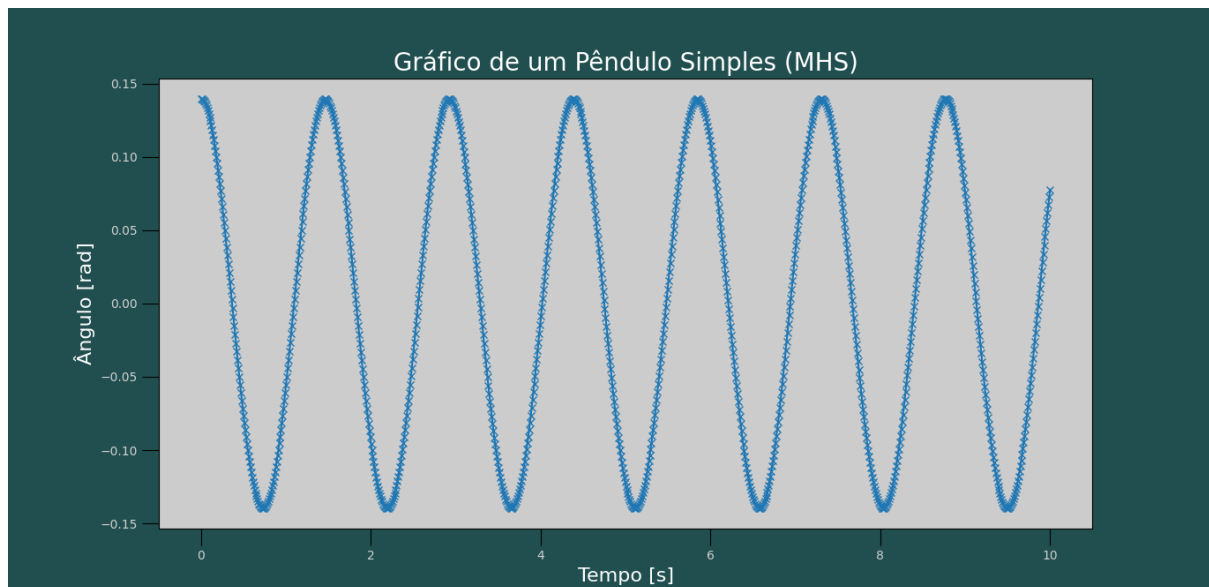


Gráfico 5.3.1 - Gráfico do movimento do pêndulo simples trabalhado.

Tem-se então o gráfico do movimento harmônico simples do pêndulo, do ângulo, em radianos, em função do tempo, em segundos.

Após uma breve análise no aplicativo Tracker, percebe-se que para o mesmo pêndulo simples trabalhado o gráfico plotado será semelhante ao do gráfico 5.1, confirmando a sua funcionalidade.

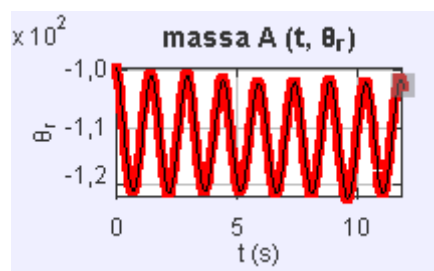


Gráfico 5.3.2 - Gráfico do movimento do pêndulo simples trabalhado, no tracker.

Após isso o programa retornará automaticamente para o menu inicial, novamente, e caso o usuário deseje testar uma de suas funcionalidades ele terá que digitar sua intenção novamente. Como deseja-se finalizar o programa, será escolhido '0' (**Figura 5.3.3**).

```
-MENU-

Digite sua intenção:
(0) Para sair
(1) Para realizar cálculos
(2) Para o gráfico do movimento harmônico

0

.....OBRIGADO POR UTILIZAR O NOSSO AMBIENTE.....

-----FINALIZANDO O PROGRAMA-----
```

Figura 5.3.3 - Finalizando o Ambiente Auxiliar.

Com isso, percebemos que o ambiente de auxílio está funcionando de maneira adequada no que diz respeito ao cálculo da gravidade local e também na questão do gráfico do movimento harmônico simples do pêndulo.

6 CONCLUSÕES

Neste trabalho, o intuito do desenvolvimento do Ambiente Auxiliar foi facilitar a obtenção de dados sobre um movimento oscilante de um pêndulo simples e assim, tornar a análise desse sistema mais intuitiva. Com os dados obtidos na avaliação desse primeiro experimento e com a utilização do ambiente foi notória a diferença da precisão entre uma análise com um comprimento de fio grande comparado com a análise de um comprimento de fio pequeno.

O Ambiente de auxílio também se propôs bastante funcional em seu propósito, o que facilitou ainda mais na obtenção dos resultados e sua análise. Desta forma, foi perceptível a relação harmônica entre os métodos tecnológicos utilizados e os conceitos físicos abordados no projeto, a utilização da linguagem de programação python, em conjunto com as equações destrinchadas na fundamentação teórica foram intrínsecas para a obtenção dos dados cruciais do experimento, e assim, proporcionando uma análise do pêndulo no que tange às suas características e comportamentos físicos.

Em virtude disto foi possível comprovar a eficácia da metodologia aplicada, visto que ela cumpre com os objetivos definidos na concepção do projeto, e os executa de forma prática e consistente. Constatando assim, o valor que o projeto agrega à análise do sistema harmônico simples utilizando o pêndulo.

7 BIBLIOGRAFIA

RUSSELL, Daniel. Oscillation of a Simple Pendulum. Acoustics and Vibration Animations, 2018. Disponível em: <<https://www.acs.psu.edu/drussell/Demos/Pendulum/Pendulum.html>>. Acesso em: 24 de Junho de 2023.

SEARS, Francis Weston; ZEMANSKY, Mark Waldo; YOUNG, Hugh D.; FREEDMAN, Roger A. 14. ed. São Paulo, SP: Pearson Addison Wesley, 2015, vol 2.

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. Fundamentos de Física. 10. ed. Rio de Janeiro, RJ: LTC, 2016, vol 2.