Ricerca Operativa

Sebastiano Sanson

A.A. 2022/2023

Contents

1 Modelli di Programmazione Lineare

1.1 Formulazione standard

- **Insiemi**: $I = \{1, 2, \ldots, n\}$, $J = \{1, 2, \ldots, m\}$.
- **Parametri**: a_{ij}, b_i, c_i.
  - a_{ij}: coefficienti tecnologici della matrice dei vincoli.
  - b_i: termini noti dei vincoli.
  - c_i: coefficienti di costo della funzione obiettivo.
- **Variabili decisionali**: $x_1, x_2, \ldots, x_n$.
- **Vincoli**:
  $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \leq b_1$,
  $a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \leq b_2$, ...,
  $a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \leq b_m$.
- **Funzione obiettivo**: $z = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n$.

1.1.1 Domini

- $a_{ij} \in \mathbb{R}$, $b_i \in \mathbb{R}$, $c_i \in \mathbb{R}$.
- $x_i \in \mathbb{R}^+$, $[x_i \in \mathbb{Z}^+$, $x_i \in \{0,1\}]$.

1.2 Alcuni schemi base di modellazione

1.2.1 Modelli di copertura di costo minimo

$min \sum_{i \in I} C_i x_i$
$s.t.$
$\sum_{i \in I} a_{ij} x_i \geq D_j, \forall j \in J$
$x_i \in \mathbb{R}^+$, $[x_i \in \mathbb{Z}^+$, $x_i \in \{0,1\}]$.

1.2.2 Modelli di mix ottimo di produzione

$max \sum_{i \in I} P_i x_i$
$s.t.$
$\sum_{i \in I} a_{ij} x_i \leq Q_j, \forall j \in J$
$x_i \in \mathbb{R}^+$, $[x_i \in \mathbb{Z}^+$, $x_i \in \{0,1\}]$.

1.2.3 Modelli di trasporto

$min \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} C_{ij} x_{ij}$
$s.t.$
$\sum_{j \in J} x_{ij} \leq O_i, \forall i \in I$
$\sum_{i \in I} x_{ij} \geq D_j, \forall j \in J$
$x_{ij} \in \mathbb{R}^+$, $[x_{ij} \in \mathbb{Z}^+$, $x_{ij} \in \{0,1\}]$.

1.3 Tipologia di Funzioni Obiettivo

- **Funzione obiettivo di minimizzazione**: $minz = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n$.
- **Funzione obiettivo di massimizzazione**: $maxz = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n$.
- **Funzione obiettivo di minimizzazione e massimizzazione**: min-max $\{e_1, ..., e_n\}$, può essere formulata come $miny$ con $y = max\{e_1, ..., e_n\}$.
- **Funzione obiettivo di massimizzazione e minimizzazione**: max-min $\{e_1, ..., e_n\}$, può essere formulata come $maxy$ con $y = min\{e_1, ..., e_n\}$.
- **Funzione obiettivo di minimizzazione e valore assoluto**: min-abs(e) , può essere formulata come $miny$ con $y >= e$, $y >= -e$.

1.4 Modelli con vincoli di tipo logico

SBAGLIATO formulazioni *NON LINEARI*!!!			**Corretto**	
			Vincoli	Domini
if $x_1 > 0$ then $x_2 = 0$ and if $x_2 > 0$ then $x_1 = 0$	$nand(y_1, y_2)$	$x_1x_2 = 0$ $y_1y_2 = 0$	$x_1 \le My_1$ $x_2 \le My_2$ $y_1 + y_2 \le 1$	$x_1, x_2 \ge 0$ $y_1, y_2 \in \{0, 1\}$ $(M \to \infty)$
if $x > 0$ then $y = 1$	$(x > 0) \to (y = 1)$	$x(1 - y) = 0$	$x \le My$	$x \ge 0, y \in \{0, 1\}$
$y_1 = 1$ or $y_2 = 1$	$y_1 \vee y_2$	$(1 - y_1)(1 - y_2) = 0$	$y_1 + y_2 \ge 1$	$y_1, y_2 \in \{0, 1\}$
$y_1 = 1$ and $y_2 = 1$	$y_1 \wedge y_2$	$y_1y_2 = 1$	$y_1 + y_2 = 2$	$y_1, y_2 \in \{0, 1\}$
$y_1 = 1$ only if $y_2 = 1$	$y_1 \to y_2$	$y_1(1 - y_2) = 0$	$y_1 \le y_2$	$y_1, y_2 \in \{0, 1\}$
$y_1 = 1$ only if $y_2 = 0$	$y_1 \to \overline{y_2}$	$y_1y_2 = 0$	$y_1 \le (1 - y_2)$	$y_1, y_2 \in \{0, 1\}$
$y_1 = 1$ xor $y_2 = 1$	$y_1 \ne y_2$		$y_1 + y_2 = 1$	$y_1, y_2 \in \{0, 1\}$
etc. etc. etc.			etc. etc. etc.	
Queste formulazioni sono semanticamente corrette ma **NON ACCETTABILI** in un modello di programmazione lineare			Queste formulazioni sono corrette a patto di - SPECIFICARE I DOMINI - ATTIVARE le var. logiche	

2 Programmazione Lineare e Metodo del Simplesso