

3 - Linguaggi di Interrogazioni per Basi di Dati Relazionali

I linguaggi per interrogare un DB relazionale permettono di definire la relazione risultato a partire dalle relazioni che compongono la base di dati.

Il modello relazionale è stato il primo modello ad introdurre linguaggi **set oriented**, in grado di operare su insiemi di dati con **operatori insiemistici**, nei modelli precedenti invece questo era dato tramite operatori simili a quelli dei linguaggi imperativi per la manipolazione dei file

I linguaggi si dividono in tre famiglie:

- **Linguaggi algebrici**: un interrogazione (query) è definita da un'espressione con operatori su relazioni che producono come risultato altre relazioni
- **Linguaggi basati sul calcolo dei predicati**: un'interrogazione è definita da una formula del calcolo dei predicati
- **Linguaggi logici**: sono linguaggi ispirati dal linguaggio logico Prolog in cui un'interrogazione è definita da un insieme di clausole di Horn.

I linguaggi algebrici sono **procedurali**, ossia le loro espressioni descrivono passo passo la computazione del risultato a partire da un'istanza di base di dati.

I linguaggi basati sul calcolo dei predicati ed i linguaggi logici sono dichiarativi, ossia le loro espressioni specificano le proprietà del risultato, piuttosto della procedura per ottenerlo

I linguaggi relazionali esistenti offrono anche altri operatori non previsti nell'algebra relazionale come le operazioni aritmetiche, la media, la somma, minimo o massimo, che consentono di agire su insiemi di valori per ottenere una singola quantità.

Un esempio di questo linguaggio logico è il **Datalog**, più espressivo del calcolo relazionale, riesce quindi ad esprimere interrogazioni ricorsive come la relazione transitiva

Algebra relazionale

L'algebra è un linguaggio costituito da un insieme di operatori, definiti su relazioni e che producono ancora relazioni come risultati.

Prima si definisce un insieme minimo e completo di operatori (**operatori primitivi**) per poi definire altri operatori derivati dai precedenti, utili per esprimere operazioni complesse in modo sintetico, molto frequente nell'uso dei DB relazionali

Gli operatori sono distinti in 3 gruppi:

- **Operatori insiemistici tradizionali**: unione, intersezione, differenza
- **Operatori specifici**: ridenominazione, selezione, proiezione

- **Operatori di join:** prodotto cartesiano, join naturale, theta-join, equi-join, join-esterno

Gli operatori **primitivi** (da cui si possono derivare tutti gli altri) per categoria sono:

- Unione e differenza
- Ridenominazione, selezione, proiezione
- Prodotto Cartesiano

Operatori insiemistici

Gli operatori insiemistici sono possibili solo con **relazioni binarie**

Unione

L'unione di due relazioni $r_1(X)$ ed $r_2(X)$ definite sullo stesso insieme di attributi X , indicata con $r_1 \cup r_2$, è una relazione ancora su X contenente le tuple che appartengono ad r_1 oppure ad r_2 , oppure ad entrambe.

$$r_1 \cup r_2 = \{t | t \in r_1 \vee t \in r_2\}$$

Laureati

Matricola	Cognome	Età
7274	Rossi	37
7432	Neri	39
9824	Verdi	38

Dirigenti

Matricola	Cognome	Età
9297	Neri	56
7432	Neri	39
9824	Verdi	38

Laureati \cup Dirigenti

Matricola	Cognome	Età
7274	Rossi	37
7432	Neri	39
9824	Verdi	38
9297	Neri	56

Intersezione

L'intersezione di due relazioni è definita sullo stesso insieme di attributi, indicata con $r_1 \cap r_2$, è una relazione su X contenente le tuple che appartengono ad r_1 e r_2

$$r_1 \cap r_2 = \{t | t \in r_1 \wedge t \in r_2\}$$

Laureati	Matricola	Cognome	Età	Dirigenti	Matricola	Cognome	Età
	7274	Rossi	37		9297	Neri	56
	7432	Neri	39		7432	Neri	39
	9824	Verdi	38		9824	Verdi	38

Laureati \cap Dirigenti	Matricola	Cognome	Età
	7432	Neri	39
	9824	Verdi	38

C. d'Amato

Differenza

La differenza di due relazioni $r_1(X)$ ed $r_2(X)$ definite sullo stesso insieme di attributi X , indicata con $r_1 - r_2$, è una relazione su X contenente le tuple che appartengono ad r_1 e non appartengono ad r_2 .

$$r_1 - r_2 = \{t | t \in r_1 \wedge t \notin r_2\}$$

Laureati	Matricola	Cognome	Età	Dirigenti	Matricola	Cognome	Età
	7274	Rossi	37		9297	Neri	56
	7432	Neri	39		7432	Neri	39
	9824	Verdi	38		9824	Verdi	38

Laureati – Dirigenti	Matricola	Cognome	Età
	7274	Rossi	37

Operatori specifici

Ridenominazione

Consente di cambiare i nomi degli attributi, lasciando inalterato il contenuto delle relazioni e agendo soltanto sullo schema.

La possiamo definire con:

Sia $R(X)$ una relazione definita sull'insieme di attributi X e sia Y un altro insieme di attributi di stessa cardinalità.

Siano $A_1, A_2 \dots A_k$ e $B_1, B_2 \dots B_k$ rispettivamente un ordinamento per gli attributi in X e un ordinamento per quelli in Y , allora la ridenominazione:

$$\rho_{B_1, B_2 \dots B_k} \leftarrow A_1, A_2 \dots A_k(r)$$

contiene una tupla t' su Y per ciascuna tupla t in r (su X), definita come:

$$\rho_{B_1, B_2 \dots B_k \leftarrow A_1, A_2 \dots A_k}(r) = \{t' | \exists t \in r \text{ t.c. } \forall i = 1, \dots, k \ t'[B_i] = t[A_i]\}$$

Nelle liste $A_1, A_2 \dots A_k$ e $B_1, B_2 \dots B_k$ si indicheranno solo gli attributi che vengono rinominati, cioè quelli per cui $A_i \neq B_i$

Esempio:

Paternità

Padre	Figlio
Adamo	Caino
Adamo	Abele
Abramo	Isacco
Abramo	Ismaele

Maternità

Madre	Figlio
Eva	Caino
Eva	Abele
Sara	Isacco
Agar	Ismaele

$\rho_{\text{Genitore} \leftarrow \text{Padre}}(\text{Paternità})$

U

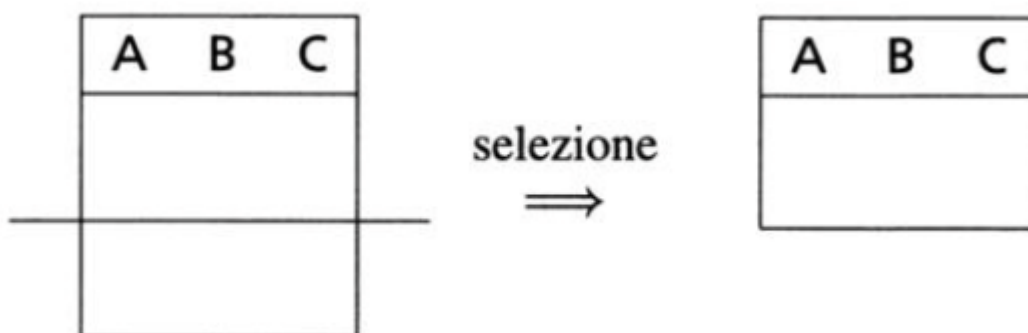
$\rho_{\text{Genitore} \leftarrow \text{Madre}}(\text{Maternità})$

Genitore	Figlio
Adamo	Caino
Adamo	Abele
Abramo	Isacco
Abramo	Ismaele
Eva	Caino
Eva	Abele
Sara	Isacco
Agar	Ismaele

Selezione

Produce il sottoinsieme delle tuple di una relazione che soddisfano la “condizione di selezione” che possono prevedere:

- confronti fra attributi
 - confronto fra attributi e costanti
 - possono essere complesse (ossia ottenute combinando condizioni semplici con i connettivi logici \wedge , \vee , e \neg)
- e viene indicato con σ a pedice



Formalmente viene definito:

Data una relazione $r(X)$, una formula proposizionale F su X è una formula ottenuta combinando, con i connettivi \wedge , \vee e \neg , condizioni atomiche del tipo $A\theta B$ o $A\theta c$, dove:

- θ è un operatore di confronto ($=, \neq, >, <, \geq, \leq$)
- A e B sono attributi in X dove il confronto θ abbia senso

- c è una costante compatibile con il dominio di A

Date una formula F e una tupla t , è definito un valore di verità (cioè vero o falso) per F su t :

- $A\theta B$ è vera su t se $t[A]$ è in relazione θ con $t[B]$, altrimenti è falsa;
- $A\theta c$ è vera su t se $t[A]$ è in relazione θ con c , altrimenti è falsa;
- $F_1 \vee F_2, F_1 \wedge F_2$ e $\neg F_1$ hanno l'usuale significato

Date una relazione $r(X)$ ed una formula proposizionale F su X , la selezione $\sigma_F(r)$ produce una relazione su X che contiene le tuple t di r su cui F è vera:

$$\sigma_F(r) = \{t | t \in r \wedge F(t)\}$$

Esempio:Data la relazione:

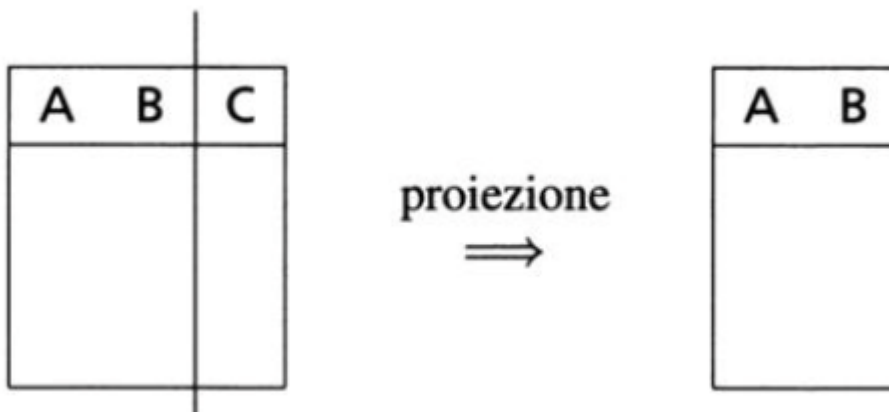
Studente(Matricola, Nome, Genere, DataNascita, DataImmatricolazione)

Esempio di Formula:

$(\text{Genere} = f) \wedge (\text{DataNascita} > \text{DataImmatricolazione})$ c

Proiezione

Date una relazione $r(X)$ e un sottoinsieme Y di X , la proiezione di r su Y , $\pi_Y(r)$, è l'insieme di tuple su Y ottenute dalle tuple di r considerando solo i valori su Y :



Esempio:

$$\pi_Y(r) = \{t[Y] \mid t \in r\}$$

Impiegati

Cognome	Nome	Età	Stipendio
Rossi	Mario	25	1000
Neri	Luca	40	1500
Verdi	Nicola	36	2200
Rossi	Marco	40	1900

 $\pi_{Età}(\text{Impiegati})$

Età
25
36
40

 $\pi_{\text{Cognome, Nome}}(\text{Impiegati})$

Cognome	Nome
Rossi	Mario
Neri	Luca
Verdi	Nicola
Rossi	Marco

Il risultato di una proiezione contiene al più tante tuple quante l'operando.

$\pi_Y(r)$ manterrà lo stesso numero di tuple di r se Y è **superchiave** per r .

C. d'Amato

Operatori di Join

Prodotto cartesiano

Date due relazioni $r_1(X)$ ed $r_2(Y)$, con X e Y insiemi di attributi distinti, $X \cap Y = \emptyset$, il prodotto cartesiano è una relazione $r_1 \times r_2(XY)$ così definita:

$$r_1 \times r_2 = \{tt' \mid t \in r_1 \wedge t' \in r_2\}$$

dove tt' è una $k + m$ n -upla ottenuta dalla concatenazione di due tuple t e t' dove k è la cardinalità di X ed m è la cardinalità di Y .

La relazione risultante ha:

- **grado** uguale alla somma dei gradi dei due operandi
- **cardinalità** uguale al prodotto delle cardinalità degli operandi

Impiegati

Cognome	Progetto
Rossi	A
Neri	A
Neri	B

Progetti

Codice	Nome
A	Venere
B	Marte

 $\text{Impiegati} \times \text{Progetti}$

Esempio

Cognome	Progetto	Codice	Nome
Rossi	A	A	Venere
Neri	A	A	Venere
Neri	B	A	Venere
Rossi	A	B	Marte
Neri	A	B	Marte
Neri	B	B	Marte

Join naturale

Il join naturale, denotato con \bowtie , è un operatore che correla dati in relazioni diverse, sulla base di valori uguali in attributi con lo stesso nome.

Viene formalmente definito con:

Date due relazioni $r_1(X_1)$ ed $r_2(X_2)$, con attributi comuni a r_1 ed r_2 definiti sugli stessi domini, il join naturale è una relazione definita sull'unione degli insiemi degli attributi degli operandi ($X_1 X_2$) e le cui tuple sono ottenute combinando le tuple degli operandi con valori uguali sugli attributi comuni:

$$r_1 \bowtie r_2 = \{t \text{ su } X_1 X_2 \mid \exists t_1 \in r_1 \text{ e } t_2 \in r_2 \text{ con } t[X_1] = t_1 \text{ e } t[X_2] = t_2\}$$

Esempio:

Paternità

Padre	Figlio
Adamo	Caino
Adamo	Abele
Abramo	Isacco
Abramo	Ismaele

Maternità

Madre	Figlio
Eva	Caino
Eva	Set
Sara	Isacco
Agar	Ismaele

Paternità \bowtie Maternità

Padre	Figlio	Madre
Adamo	Caino	Eva
Abramo	Isacco	Sara
Abramo	Ismaele	Agar

Si parla di **join completo** se ogni tupla di ciascun operando contribuisce ad almeno una tupla del risultato.

Se ciascuna tupla di un operando è compatibile con tutte le tuple dell'altro operando, il risultato conterrà un numero di tuple pari al prodotto delle cardinalità degli operandi.

Impiegati

Impiegato	Reparto
Rossi	vendite
Neri	produzione
Bianchi	produzione

CapiReparto

Reparto	Capo
produzione	Mori
vendite	Bruni

Impiegati \bowtie CapiReparto

Impiegato	Reparto	Capo
Rossi	vendite	Bruni
Neri	produzione	Mori
Bianchi	produzione	Mori

Può accadere che alcune tuple degli operandi non contribuiscano al risultato, perché l'altra relazione non contiene tuple con gli stessi valori sull'attributo comune, tali tuple si definiscono **dangling** (dondolanti).

Come caso limite è possibile che nessuna delle tuple degli operandi sia combinabile e allora

il risultato del join naturale è la relazione vuota.

Esempio:

Impiegati	Impiegato	Reparto	CapiReparto	Reparto	Capo
	Rossi	vendite		produzione	Mori
	Neri	produzione		acquisti	Bruni
	Bianchi	vendite			
Impiegati ▷ ◁ CapiReparto					
	Impiegato	Reparto	Capo		
	Neri	produzione	Mori		

Il join naturale presenta alcune proprietà:

- Il grado della relazione risultato di un join naturale è minore o uguale alla somma dei gradi degli operandi, poiché gli attributi omonimi degli operandi compaiono una sola volta nel risultato.
- **Commutatività:** $r_1 \triangleright \triangleleft r_2 = r_2 \triangleright \triangleleft r_1$
- **Associatività:** $r_1 \triangleright \triangleleft (r_2 \triangleright \triangleleft r_3) = (r_1 \triangleright \triangleleft r_2) \triangleright \triangleleft r_3$ (quindi è possibile scrivere sequenze di join senza parentesi)
- Se r_1 e r_2 non hanno attributi comuni allora $r_1 \triangleright \triangleleft r_2 = r_1 \times r_2$
- Se r_1 e r_2 hanno lo stesso schema ($X_1 = X_2$) allora $r_1 \triangleright \triangleleft r_2 = r_1 \cap r_2$ (il risultato sarà composto dagli elementi delle due istanze, quindi l'intersezione)

Join esterno

Il join esterno è una variante del join naturale, il quale restituisce il join naturale di r_1 ed r_2 esteso con le tuple di r_1 ed r_2 che non appartengono al join naturale, completate con valori nulli per gli attributi mancanti.

Esempio:

Paternità	Padre	Figlio	Maternità	Madre	Figlio
	Adamo	Caino		Eva	Caino
	Adamo	Abele		Eva	Set
	Abramo	Isacco		Sara	Isacco
	Abramo	Ismaele		Agar	Ismaele

Paternità \bowtie_{Full} Maternità			Padre	Figlio	Madre
			Adamo	Caino	Eva
			Adamo	Abele	<i>null</i>
			<i>null</i>	Set	Eva
			Abramo	Isacco	Sara
			Abramo	Ismaele	Agar

Esistono altri due tipi di join esterni:

- Join esterno **sinistro**
- Join esterno **destro**

Nel primo caso, solo le tuple dell'argomento sinistro r_1 che non appartengono al join naturale appaiono nel risultato, mentre nell'altro caso appaiono solo quelle dell'argomento destro r_2 .

Paternità \bowtie_{left} Maternità	Padre	Figlio	Madre	Paternità \bowtie_{right} Maternità	Padre	Figlio	Madre
	Adamo	Caino	Eva		Adamo	Caino	Eva
	Adamo	Abele	<i>null</i>		<i>null</i>	Set	Eva
	Abramo	Isacco	Sara		Abramo	Isacco	Sara
	Abramo	Ismaele	Agar		Abramo	Ismaele	Agar

C. d'Ama

Theta-Join

Il prodotto cartesiano ha poca utilità nella pratica, poiché concatena tuple non necessariamente correlate dal punto di vista semantico, infatti viene spesso seguito da una selezione, che centra l'attenzione sulle tuple correlate secondo le esigenze.

Per questo motivo si definisce l'operatore derivato theta-join come prodotto cartesiano seguito da una selezione.

Viene definito formalmente in:

Date due relazioni $R_1(X)$ e $R_2(Y)$, con $X \cup Y = \emptyset$, siano $A_i \in X$ e $B_j \in Y$ e θ un operatore di confronto ($=, \neq, >, <, \geq, \leq$) il theta-join è definito come:

$$r_1 \triangleright \triangleleft_{A_i \theta B_j} r_2 = \sigma_{A_i \theta B_j}(r_1 \times r_2)$$

Esempio:

Persone

Cognome	Età
Rossi	36
Neri	40
Neri	28

Offerte

EtàMax	Impiego
35	Operaio
38	Analista

Persone $\triangleright \triangleleft_{Età \leq EtàMax}$ Offerte

Cognome	Età	EtàMax	Impiego
Rossi	36	38	Analista
Neri	28	35	Operaio
Neri	28	38	Analista

Equi-join

Un theta-join in cui la condizione di selezione sia una congiunzione di atomi di uguaglianza, con un attributo della prima relazione e uno della seconda, viene detto **equi-join**.

Esempio:

Impiegati

Cognome	Progetto
Rossi	A
Neri	A
Neri	B

Progetti

Codice	Nome
A	Venere
B	Marte

Impiegati $\triangleright \triangleleft_{Progetto=Codice}$ Progetti

Cognome	Progetto	Codice	Nome
Rossi	A	A	Venere
Neri	A	A	Venere
Neri	B	B	Marte

Da un punto di vista pratico il theta-join e l'equi-join hanno una grande importanza, in quanto la maggior parte dei BDMS relazionali esistenti non utilizzano i nomi di attributo per correlare relazioni e quindi non ha senso per essi il join naturale.

Pertanto il join naturale può essere simulato per mezzo della ridenominazione, dell'equi-join e della proiezione.

Interrogazioni in algebra relazionale

Un interrogazione può essere definita come una funzione che, applicata a istanze di basi di dati, produce relazioni.

Formalmente:

Dato uno schema R di basi di dati, un'interrogazione è una funzione che, per ogni istanza di r di R , produce una relazione su un dato insieme di attributi X

In algebra relazionale, le interrogazioni su uno schema di base di dati R vengono formulati con espressioni i cui atomi (nomi di) sono relazioni in R (le variabili)

Efficienza del join

Il join è l'operazione più dispendiosa dell'algebra relazionale, il metodo più semplice per calcolare un join consiste nel confrontare tutte le coppie di tuple (La complessità è $O(n^2)$ per relazioni di cardinalità n .)

Un'alternativa per calcolare l'equi-join o il join naturale è l'ordinare entrambe le relazioni rispetto agli attributi coinvolti per poi fondere le liste, producendo le tuple del join.

Questo tipo di realizzazione ha una complessità $O(m + n \log n)$ per le relazioni di cardinalità n ed m numero di tuple risultanti dalla join.

In generale si deve evitare join di grandi relazioni.

Proprietà algebriche

L'algebra relazionale permette di formulare espressioni fra loro equivalenti sfruttando alcune proprietà degli operatori;

Queste trasformazioni sono utili perché possono ridurre di ordini di grandezza il costo di esecuzione delle espressioni (ottimizzazione algebrica).

Una buona tecnica per ottimizzare un'espressione algebrica consiste nell'anticipare l'applicazione degli operatori di proiezione e di selezione rispetto al prodotto, in modo da ridurre la dimensione dei risultati intermedi, infatti l'operatore di selezione produce una relazione con un numero inferiore di tuple rispetto alla relazione a cui viene applicato e la proiezione riduce la dimensione delle tuple dell'operando ed elimina eventuali tuple dal risultato.

Definiamo le formule:

Siano E un'espressione dell'algebra relazionale e C_x una condizione sull'insieme di attributi X

1. *Atomizzazione di selezioni*: una selezione congiuntiva può essere sostituita da una cascata di selezioni atomiche:

$$\sigma_{C_x \wedge C_y}(E) \equiv \sigma_{C_x}(\sigma_{C_y}(E))$$

Questa trasformazione permette di applicare successive trasformazioni che operano su selezioni con condizioni atomiche.

2. *Commutatività della selezione e della proiezione*:

$$\begin{aligned} \pi_Y(\sigma_{C_x}(E)) &\equiv \sigma_{C_x}(\pi_Y(E)) \text{ se } X \subseteq Y \\ \pi_Y(\sigma_{C_x}(E)) &\equiv \pi_Y(\sigma_{C_x}(\pi_{Z_Y}(E))) \text{ se } X \not\subseteq Y \end{aligned}$$

3. *Anticipazione della selezione rispetto al prodotto*:

- $\sigma_{C_x}(E_1 \times E_2) = \sigma_{C_x}(E_1) \times E_2$ se C_x usa solo attributi di E_1
- $\sigma_{C_x \wedge C_y}(E_1 \times E_2) = \sigma_{C_x}(E_1) \times \sigma_{C_y}(E_2)$ se X sono attributi di E_1 e Y attributi di E_2
- $\sigma_{C_x \wedge C_y \wedge C_z}(E_1 \times E_2) = \sigma_{C_z}(\sigma_{C_x}(E_1) \times \sigma_{C_y}(E_2))$ se X sono attributi di E_1 , Y attributi di E_2 e C_z condizione che usa sia attributi di E_1 che attributi di E_2

4. *Idempotenza* (Raggruppamento) di proiezioni, una proiezione può essere trasformata in una cascata di proiezioni che eliminano i vari attributi in fasi successive:

$$\pi_Z(\pi_Y(E)) = \pi_Z(E) \text{ dove } \pi_z \text{ è l'operatore di proiezione sull'insieme di attributi } Z, \text{ con } Z \in Y$$

5. *Eliminazione di proiezioni superflue*:

$$\pi_Z(E) = E, \text{ se } Z \text{ sono gli attributi di } E$$

6. *Anticipazione della proiezione rispetto al prodotto*:

$$\pi_{XY}(E_1 \times E_2) = \pi_X(E_1) \times \pi_Y(E_2), \text{ dove } X \text{ sono gli attributi di } E_1 \text{ e } Y \text{ gli attributi di } E_2$$

7. *Distributività della selezione rispetto all'unione*:

$$\sigma_F(E_1 \cup E_2) = \sigma_F(E_1) \cup \sigma_F(E_2)$$

8. *Distributività della selezione rispetto alla differenza*:

$$\sigma_F(E_1 - E_2) = \sigma_F(E_1) - \sigma_F(E_2)$$

9. *Distributività della proiezione rispetto all'unione*:

$$\pi_X(E_1 \cup E_2) = \pi_X(E_1) \cup \pi_X(E_2)$$

10. *Distributività della giunzione rispetto all'unione*:

$$E \bowtie (E_1 \cup E_2) = (E \bowtie E_1) \cup (E \bowtie E_2)$$

$$11. \sigma_{F_1 \vee F_2}(R) = \sigma_{F_1}(R) \cup \sigma_{F_2}(R)$$

$$12. \sigma_{F_1 \wedge F_2}(R) = \sigma_{F_1}(R) \cap \sigma_{F_2}(R) = \sigma_{F_1}(R) \bowtie \sigma_{F_2}(R)$$

$$13. \sigma_{F_1 \wedge \neg F_2}(R) = \sigma_{F_1}(R) - \sigma_{F_2}(R)$$

Viste

Abbiamo visto che può risultare utile mettere a disposizione degli utenti rappresentazioni diverse per gli stessi dati, in una base di dati relazionale si ottiene distinguendo relazioni di base il cui contenuto è autonomo e relazioni derivate il cui contenuto è funzione del contenuto di altre relazioni, ed inoltre è possibile che una relazione derivata sia funzione di un'altra relazione derivata a patto di stabilire un ordinamento fra le relazioni derivate stesse

In linea di principio possono esistere due tipi di relazioni derivate:

- **Viste materializzate**: relazioni derivate effettivamente memorizzate nella base di dati
- **Relazioni virtuali (o viste)**: relazioni definite per mezzo di espressioni del linguaggio di interrogazione non memorizzate nella base di dati, ma utilizzate nelle interrogazioni come se lo fossero.

Le viste materializzate hanno il vantaggio di essere immediatamente disponibili per le interrogazioni, ma è spesso oneroso mantenere il loro contenuto allineato con quello delle relazioni da cui derivano mentre al contrario le relazioni virtuali devono essere ricalcolate per ogni interrogazione ma non presentano problemi di allineamento.

Per inciso, per mantenere costantemente allineate le viste materializzate occorre disporre di meccanismi di trigger per l'aggiornamento automatico (basi di dati attive), i DBMS attuali forniscono meccanismi per la loro gestione (poiché il loro allineamento è difficile manualmente).

Un'interrogazione su una relazione virtuale viene trasformata sostituendo ad ogni occorrenza della relazione virtuale l'espressione che la definisce.

Esempio:

Dati i seguenti schemi di relazioni di base: $R_1(ABC)$, $R_2(DEF)$, $R_3(GH)$ e la vista $R = \sigma_{A>D}(R_1 \times R_2)$, l'interrogazione $\sigma_{B=G}(R \times R_3)$ viene eseguita sostituendo ad R la sua definizione $\sigma_{B=G}(\sigma_{A>D}(R_1 \times R_2) \times R_3)$.

Mentre per quanto riguarda le interrogazioni, le viste possono essere trattate come relazioni di base, lo stesso non si può dire per le operazioni di aggiornamento, in molti casi non è possibile stabilire facilmente una semantica degli aggiornamenti sulle viste:

Ad esempio l'inserimento di una tupla nella vista non corrisponde univocamente ad un insieme di aggiornamenti sulle relazioni di base, per questo motivo i DBMS limitano aggiornamenti sulle viste.

Calcolo relazionale

Con il termine **calcolo relazionale** si fa riferimento ad una famiglia di linguaggi di interrogazione, basati sul calcolo dei predicati del primo ordine, che hanno la caratteristica di essere dichiarativi, cioè di specificare le proprietà del risultato delle interrogazioni anziché la procedura seguita per generarlo.

Nel calcolo relazionale, l'istanza di un DB relazionale è vista come una interpretazione di una logica del primo ordine, mentre un'interrogazione è espressa come una formula ben formata.

Il risultato si ottiene, dunque, interpretando l'espressione rispetto all'istanza del DB disponibile.

Esistono diverse versioni del calcolo relazionale:

- **il calcolo relazionale su domini**
- **il calcolo relazionale su tuple**

Calcolo relazionale su domini

Le espressioni del calcolo relazionale su domini hanno la forma:

$$\{A_1 : x_1 \dots, A_k : x_k | f\}$$

dove:

- $A_1 : x_1 \dots, A_k$ sono attributi distinti (che possono anche non comparire nello schema del DB rispetto a cui viene formulata l'interrogazione)
- x_1, \dots, x_k sono variabili distinte quantificate universalmente
- f è una formula logica dove le variabili locali sono da intendersi quantificate esistenzialmente, a meno di quantificazioni universali esplicite

I simboli che compaiono in una formula f sono:

- **Costanti:** elementi di un dominio di interesse (Per semplicità si assume che tutti gli attributi siano definiti sullo stesso dominio D)
- **Variabili:** elementi di un insieme numerabile V disgiunto dal dominio D
- **Nomi di relazione e attributi:** presi dallo schema di DB di interesse
- **Operatori di confronto:** $=, \neq, >, <, \geq, \leq$
- **Connettori logici:** $\wedge, \vee, \text{ e } \neg$
- **Quantificatori:** \forall, \exists
- **Simboli di punteggiatura e parentesi**

Questi simboli sono composti secondo le regole:

- **Formule atomiche**, di due tipi:
 - $R(A_1 : x_1 \dots, A_p : x_p)$ dove $R(A_1 \dots, A_p)$ è uno schema di relazione e $x_1 \dots x_p$ sono variabili distinte
 - $x\theta y$ o $x\theta c$, con x e y variabili di V , c costante e θ operatore di confronto
- Se f_1 e f_2 sono formule allora $f_1 \vee f_2, f_1 \wedge f_2, \neg f_1$ sono formule
- Se f è una formula e x una variabile allora $\exists x(f)$ e $\forall x(f)$ sono formule

La lista di coppie $A_1 : x_1 \dots, A_p : x_p$ nelle espressioni del calcolo relazionale su domini è detta **target list** in quanto definisce la struttura del risultato, ovvero una relazione con schema $\{A_1, \dots, A_k\}$ e tuple i cui valori sostituiti a x_1, \dots, x_k rendono vera la formula f rispetto ad una istanza di DB cui f è applicata

Per definire la semantica di un'espressione bisogna definire la nozione di valore di verità di una formula rispetto ad una sostituzione, si deve inoltre fare riferimento ad uno schema $R = \{R_1(X_1), \dots, R_m(X_m)\}$ ed una sua istanza $r = \{r_1, \dots, r_m\}$

- Interpretazione delle formule atomiche:
 - $R_j(A_1 : x_1, \dots, A_p : x_p)$ è vera sui valori sui valori a_1 per x_1, \dots, a_p per x_p se la relazione r_j in R contiene una tupla con valore a_1 per A_1, \dots, a_p per A_p .
In altre parole la formula è vera se nella base di dati esiste almeno una tupla tale per cui è possibile sostituire ad ogni variabile della formula un valore di attributo della tupla
 - $x\theta y$ è vera sui valori a_1 per x , a_2 per y se il confronto $a_1\theta a_2$ è soddisfatto
 - $x\theta c$ è vera sul valore a per x se il confronto $a\theta c$ è soddisfatto
- Interpretazione di congiunzioni, disgiunzioni e negazioni:

- $f_1 \vee f_2$ è vera se almeno una delle sotto-formule è vera
- $f_1 \wedge f_2$ è vera se entrambe le sotto-formule sono vere
- $\neg f_1$ è vera (falsa) su una sostituzione se f_1 è falsa (vera) sulla stessa sostituzione
- Interpretazione di formule quantificate:
 - $\exists x(f)$, con variabili libere $y_1 \dots y_q$, è vera sui valori a_1, \dots, a_q se esiste almeno un valore a tale che f è vera sui valori a per x , a_1 per $y_1 \dots a_q$ per y_q
 - $\forall x(f)$, con variabili libere $y_1 \dots y_q$ è vera sui valori a_1, \dots, a_q se per ogni elemento a del dominio D , la formula f risulta vera sui valori a per x , a_1 per y_1, \dots, a_q per y_q

Calcolo relazionale su tuple con dichiarazione di range

Le espressioni del calcolo su tuple con dichiarazione di range hanno la forma:

$$\{T|L|f\}$$

dove:

- L è la range list: elenca le variabili libere di f con i relativi campi di variabilità, la scrittura $x(R) \in L$ indica che la variabile x può assumere come valore solo tuple nella relazione r di schema R .
- T è la target list, con elementi del tipo $Y : x. Z$, con x variabile e Y e Z sequenze di attributi di pari lunghezza; ($x.*$ abbreviazione di $X : x.X$)
- f è una formula con
 - Atomi di tipo $x.A\theta c$ o $x_1.A_1\theta x_2.A_2$ che confrontano rispettivamente il valore di x sull'attributo A con la costante c e il valore di x_1 su A_1 con quello di x_2 su A_2
 - Connettivi come nel calcolo sui domini
 - Quantificatori che associano i range alle rispettive variabili, del tipo:
 - $\exists x(R)(f)$, (esiste una tupla x nella relazione r sullo schema R che soddisfa la formula f)
 - $\forall x(R)(f)$ (ogni tupla x nella relazione r sullo schema R soddisfa la formula f)

Il calcolo su tuple non permette di esprimere le interrogazioni i cui risultati possono provenire indifferentemente da due o più relazioni (che in algebra relazionale si realizzano con l'operatore di unione).

Esempio: date due relazioni definite sugli stessi attributi:

$$R_1(AB), R_2(AB)$$

si vuole formulare una interrogazione che restituisca l'unione delle due relazioni.

In algebra relazionale tale interrogazione verrebbe espressa mediante l'operatore di unione, mentre nel calcolo relazionale su domini si avrebbe:

$$\{A : a, B : b | R_1(A : a, B : b) \vee R_2(A : a, B : b)\}$$

Quindi non si riesce a formulare questa interrogazione nel calcolo su tuple, Infatti se la query formulata avesse una sola variabile libera nella range list, questa dovrebbe far riferimento ad una sola delle relazioni senza acquisire tuple dall'altra per il risultato;

Se invece l'espressione avesse due variabili libere nella range list $\{t.^*, t'.^* | t(R_1), t'(R_2) | true\}$ ogni tupla del risultato dovrebbe corrispondere ad una tupla di ciascuna delle relazioni, che non è necessario perché l'unione richiede alle tuple del risultato di comparire in almeno uno degli operandi e non necessariamente in entrambi.

Si potrebbe pensare di esprimere il problema consentendo di associare ad una variabile un range costituito da più relazioni.

$$\{t.^* | t(R_1) \cup t'(R_2) | true\}$$

Questo risolverebbe il problema dell'unione di due relazioni, ma non si riuscirebbe comunque a formulare unioni complesse i cui operandi siano sottoespressioni non direttamente corrispondenti a schemi di relazioni.

SQL, che si ispira al calcolo su tuple con dichiarazioni di range, prevede un costrutto esplicito di unione per esprimere interrogazioni che non potrebbero essere espresse altrimenti.

Algebra e calcolo con valori nulli

[da completare]