

Universidad Nacional de Rosario

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, INGENIERÍA Y AGRIMENSURA

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Unidad 3

Autor del resumen:

DEMAGISTRIS, Santiago Ignacio

Julio 2020

0.1 Modelos y Fenómenos

Es muy importante distinguir entre el fenómeno observable en sí mismo y el modelo matemático para dicho fenómeno. No influimos sobre lo que observamos; sin embargo, al elegir un modelo, sí podemos aplicar nuestro juicio crítico

Los modelos que estudiaremos son el probabilístico o estocástico y el determinístico. El modelo determinístico es aquel que estipula que las condiciones bajo las cuales se verifica un experimento determinan el resultado del mismo.

Ejemplo:

Colocamos una batería a un circuito simple, el modelo matemático que posiblemente describiría el flujo observable de corriente sería $I = \frac{E}{R}$, que es la Ley de Ohm. Este modelo predice el valor de I tan pronto como se dan las condiciones E y R. En otras palabras, si se repitiese el experimento anterior cierto número de veces, empleando cada vez el mismo circuito (esto es, manteniendo fijos E y R) posiblemente hubiéramos esperado obtener el mismo valor de I

El resultado de medir I se puede ver afectado por factores como el alambre conductor, la batería, el amperímetro, entre otras posibilidades. Cualquier desviación que pudiese ocurrir sería tan pequeña que la mayor parte de los objetivos de la descripción anterior (el modelo) se cumplirían

En la naturaleza hay muchos ejemplos de experimentos para los cuales el modelo determinístico es apropiado. Entre estos están las leyes gravitacionales (describen con precisión lo que le sucede a un cuerpo que cae en ciertas condiciones); o las leyes de Kepler, que nos indican el comportamiento de los planetas.

Dicho todo lo anterior una definición formal de modelo determinístico sería:

El modelo determinístico señala que las condiciones en las cuales se verifican ciertos fenómenos determinan el valor de ciertas variables observables: la magnitud de la velocidad, el área recorrida durante cierto periodo de tiempo, etc.

Existen otros fenómenos para los cuales el modelo determinístico no es suficiente para una correcta investigación. Por ejemplo, dado un trozo de material radioactivo que emite partículas α podríamos observar la cantidad de partículas en un intervalo de tiempo gracias a un medidor. Es evidente que no podemos predecir exactamente el número de partículas emitidas, aunque sepamos la forma exacta, la dimensión, la composición química y la masa del objeto que se considera. Así no parece haber un modelo determinista razonable que nos indique el número de partículas emitidas, digamos n, como una función de varias características propias de la fuente de radiactividad. En su lugar, debemos considerar un **modelo probabilístico**.

Más ejemplos en la página 18 -del total del pdf-

Conclusión: en un modelo determinista se supone que el resultado real (sea numérico o de otra especie) está definido por las condiciones en las cuales se efectúa el experimento o procedimiento. En un modelo no determinista, sin embargo, las condiciones experimentales sólo determinan el comportamiento probabilístico (más específicamente, la distribución probabilística) de los resultados observables. En otras palabras, en un modelo determinista, utilizamos “consideraciones específicas” para predecir el resultado, mientras que en un modelo probabilístico usamos la misma clase de consideraciones que para especificar una distribución de probabilidades.

0.2 Introducción a la probabilidad

0.2.1 Experimentos aleatorios

Experimentos "aleatorios" \sim "no deterministas" \sim "Experimentos estudiados con modelos probabilísticos". Ejemplos:

- E1 : Se lanza un dado y se observa el número que aparece en la cara superior.
- E2 : Se lanza una moneda cuatro veces y se cuenta el número total de caras obtenidas.
- E3 : Se lanza una moneda cuatro veces y se observa la sucesión de caras y sellos obtenidos.
- E4 : Se fabrican artículos en una línea de producción y se cuenta el número de artículos defectuosos producidos en un periodo de 24 horas.
- E5 : El ala de un aeroplano se arma con un gran número de remaches. Se cuenta el número de remaches defectuosos.
- E6 : Se fabrica una bombilla. Luego se prueba su duración conectándola en un portalámparas y se anota el tiempo transcurrido (en horas) hasta que se quema.
- E7 : En un lote de 10 artículos hay 3 defectuosos. Se elige un artículo después de otro (sin sustituir el artículo elegido) hasta que se obtiene el último artículo defectuoso. Se cuenta el número total de artículos sacados del lote.
- E8 : Se fabrican artículos hasta producir 10 no defectuosos. Se cuenta el número total de artículos manufacturados.
- E9 : Se lanza un proyectil. Después de un tiempo determinado t , se anotan los tres componentes de la velocidad v_x, v_y, v_z .
- E10 : Se observa un proyectil recién lanzado en tiempos, t_1, t_2, \dots, t_n . En cada oportunidad se anota la altura del proyectil sobre el suelo.
- E11 : Medir la resistencia a la tensión de una barra de acero.
- E12 : De una urna que contiene sólo esferas negras, se escoge una esfera y se anota su color.
- E13 : Un termógrafo marca la temperatura continuamente en un periodo de 24 horas. En un sitio y en una fecha señalados, "leer" dicho termógrafo.
- E14 : En la situación descrita en E13 se anotan las temperaturas mínima y máxima, x y y del periodo de 24 horas considerado.

Características de un experimento aleatorio¹:

- Es posible repetir un experimento de forma indefinida sin cambiar esencialmente las condiciones².
- Podemos describir el conjunto de todos los resultados posibles del experimento
- Como el experimento se repita un gran número de veces aparecerá un patrón definido o regularidad. Esta regularidad hace posible la construcción de un modelo matemático con el cual lo analizaremos.

¹Al describir los diversos experimentos, hemos especificado no sólo el procedimiento que se realiza, sino también lo que estamos interesados en observar (veremos en otra unidad que esto se relaciona estrechamente con las variables aleatorias)

²Si pensamos en modelos determinísticos y en una función que nos devuelve el valor que nos es de interés, los argumentos de esta función serían las condiciones