Universidad Nacional de Rosario

Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura

Arquitectura del computador

Representación computacional de datos

Alumno:

Demagistris, Santiago Ignacio

Octubre 2020

1 Ejercicio 9

Utilizando el sistema de numeración binario en complemento a dos para los números enteros y la norma IEEE 754 para los números con parte fraccionaria. Comparando con los resultados anteriores, ¿Qué conclusiones se pueden sacar?:

1. 29
2. 0.625
3. 0.1
4. 5.75
5. -138
6. -5.125

Analizar en cada caso cuántos dígitos son necesarios para poder representar cada uno de los números.

1) $[(29)_{10}]$ Como es un número entero tenemos que representar $(29)_{10}$ en complemento a 2.

$C_2^{29} = (29)_{10} \rightarrow binario$

b_0: $29/2 = 14$ $resto = 1 \Rightarrow b_0 = 1$

b_1: $14/2 = 7$ $resto = 0 \Rightarrow b_1 = 0$

b_2: $29/2 = 3$ $resto = 1 \Rightarrow b_2 = 1$

b_3: $3/2 = 1$ $resto = 1 \Rightarrow b_3 = 1$

b_4: $1/2 = 0$ $resto = 1 \Rightarrow b_4 = 1$

Por lo tanto $(29)_{10} \simeq (011\ 101)_2 \Rightarrow C_2^{29} = (011\ 101)_2$. Al estar trabajando con una representación en complemento a 2 necesitamos almenos 6 bits, ya que el bit más significativo terminaría otorgando el signo (por lo demostrado en la entrega anterior sobre los rangos y propiedades de la representación en complemento a 2).

2) $(0.625)_{10}$ Como es un número con parte fraccionaria tenemos que representar $(0.625)_{10}$ en la norma IEEE 754.

- Convertir la parte entera a binario: $(0)_{10} \simeq (0)_2$
- Convertir la parte fraccional a binario:

b_{-1}: $0.625 \cdot 2 = 1.25 \Rightarrow b_{-1} = 1$

b_{-2}: $0.25 \cdot 2 = 0.5 \Rightarrow b_{-2} = 0$

b_{-3}: $0.5 \cdot 2 = 1.0 \Rightarrow b_{-3} = 1$

Por lo tanto $(0.6250)_{10} \simeq (.101)_2$.

- Normalizar número obtenido (tenemos que dejar el 1 en b_{-1} de forma implícita para obtener así el significante 1.f)

  $(.101)_2 = (.101)_2 \times 2^0 = (1.01)_2 \times 2^{(-1)} \Rightarrow f = 01000000000000000000000$, donde f es la mantisa.

  Por lo tanto el significante resulta: $(1.01000000000000000000000)_2$

- Corregir el exponente sumando el sesgo correspondiente (sesgo=127):

  $-1 = e = E - 127 \Rightarrow E = 127 + e = 127 - 1 = 126$

  Por lo tanto E=126

- Convertir el exponente a binario:

  Sabemos que $log_2(128) = 7 \Rightarrow (128)_{10} = (2^7)_{10} = (10000000)_2$.

  Sabemos que $(126)_{10} = (128)_{10} - (2)_{10} = (128)_{10} - (1)_{10} - (1)_{10} \simeq (10000000)_2 - (00000001)_2 - (00000001)_2 = (01111111)_2 - (00000001)_2 = (01111110)_2$

  Por lo tanto $(126)_{10} \simeq (01111110)_2$

- El número es positivo por lo tanto el bit de signo s = (0)

- Finalmente el número 0.625 representado en formato IEEE 754 simple presición es:

  $(0\ 01111110\ 01000000000000000000000)_2$

3) $(0.1)_{10}$ Como es un número con parte fraccionaria tenemos que representar $(0.1)_{10}$ en la norma IEEE 754.

- Convertir la parte entera a binario: $(0)_{10} \simeq (0)_2$
- Convertir la parte fraccional a binario:

b_{-1}: $0.1 \cdot 2 = 0.2 \Rightarrow b_{-1} = 0$

b_{-2}: $0.2 \cdot 2 = 0.4 \Rightarrow b_{-2} = 0$

b_{-3}: $0.4 \cdot 2 = 0.8 \Rightarrow b_{-3} = 0$

b_{-4}: $0.8 \cdot 2 = 1.6 \Rightarrow b_{-4} = 1$

b_{-5}: $0.6 \cdot 2 = 1.2 \Rightarrow b_{-5} = 1$

b_{-6}: $0.2 \cdot 2 = 0.4 \Rightarrow b_{-6} = 0$

Observamos una periodicidad en la búsqueda de la representación fraccionaria

por lo tanto $(0.1)_{10} \simeq (0.00011001100110011001100)_2$

- Normalizar número obtenido (tenemos que buscar el significante 1.f)

$(0.00011001100110011001100)_2 = (0.00011001100110011001100)_2 \times 2^0 =$

$= (1.10011001100110011000000)_2 \times 2^{(-4)} \Rightarrow f = 10011001100110011000000$, donde f es la mantisa.

Por lo tanto el significante resulta: $(1.10011001100110011000000)_2$

- Corregir el exponente sumando el sesgo correspondiente (sesgo=127):

$-4 = e = E - 127 \Rightarrow E = 127 + e = 127 - 4 = 123$

Por lo tanto E=123

- Convertir el exponente a binario:

$123/2 = 61$, resto $= 1 \Rightarrow b_0 = 1$

$61/2 = 30$, resto $= 1 \Rightarrow b_1 = 1$

$30/2 = 15$, resto $= 0 \Rightarrow b_2 = 0$

$15/2 = 7$, resto $= 1 \Rightarrow b_3 = 1$

$7/2 = 3$, resto $= 1 \Rightarrow b_4 = 1$

$3/2 = 1$, resto $= 1 \Rightarrow b_5 = 1$

$1/2 = 0$, resto $= 1 \Rightarrow b_6 = 1$

$0/2 = 0$, resto $= 0 \Rightarrow b_7 = 0$

Por lo tanto $E = (123)_{10} \simeq (01111011)_2$

- El número es positivo por lo tanto el bit de signo s = (0)

- Finalmente el número 0.1 representado en formato IEEE 754 simple presición es:

$(0\ 01111011\ 10011001100110011000000)_2$

4) $(5.75)_{10}$ Como es un número con parte fraccionaria tenemos que representar $(5.75)_{10}$ en la norma IEEE 754.

- Convertir la parte entera a binario:

b_0: $5/2 = 2 \;\; resto = 1 \Rightarrow b_0 = 1$

b_1: $2/2 = 1 \;\; resto = 0 \Rightarrow b_1 = 0$

b_2: $1/2 = 0 \;\; resto = 1 \Rightarrow b_2 = 1$

Por lo tanto $(5)_{10} \simeq (101)_2$

- Convertir la parte fraccional a binario:

b_{-1}: $0.75 \cdot 2 = 1.5 \Rightarrow b_{-1} = 1$

b_{-2}: $0.5 \cdot 2 = 1.0 \Rightarrow b_{-2} = 1$

Por lo tanto $(0.75)_{10} \simeq (0.1100\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2$

y $(5.75)_{10} \simeq (101.1100\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2$

- Normalizar número obtenido (tenemos que buscar el significante 1.f)

$(101.1100\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2 = (101.1100\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2 \times 2^0 =$

$= (1.0111\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2 \times 2^{(2)} \Rightarrow f = 0111\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000$, donde f es la mantisa.

Por lo tanto el significante resulta: $(1.0111\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2$

- Corregir el exponente sumando el sesgo correspondiente (sesgo=127):

$2 = e = E - 127 \Rightarrow E = 127 + e = 127 + 2 = 129$

Por lo tanto E=129

- Convertir el exponente a binario:

Sabemos que $log_2(128) = 7 \Rightarrow (128)_{10} = (2^7)_{10} = (10000000)_2$.

Tambien sabemos que $(129)_{10} = (128)_{10} + (1)_{10} \simeq (10000000)_2 + (1)_2 = (1000\ 0001)_2$

Por lo tanto $E = (129)_{10} \simeq (1000\ 0001)_2$

- El número es positivo por lo tanto el bit de signo s = (0)

- Finalmente el número 0.1 representado en formato IEEE 754 simple presición es:

$(0\ \ 1000\ 0001\ \ 0111\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2$

5) $(-138)_{10}$ Como es un número entero tenemos que representar $(-138)_{10}$ en complemento a 2.

- Método alternativo

b_0: $138/2 = 69 \;\; resto = 0 \Rightarrow b_0 = 0$

b_1: $69/2 = 34 \;\; resto = 1 \Rightarrow b_1 = 1$

b_2: $34/2 = 17 \;\; resto = 0 \Rightarrow b_2 = 0$

b_3: $17/2 = 8 \;\; resto = 1 \Rightarrow b_3 = 1$

b_4: $8/2 = 4 \;\; resto = 0 \Rightarrow b_4 = 0$

b_5: $4/2 = 2 \;\; resto = 0 \Rightarrow b_5 = 0$

b_6: $2/2 = 1 \;\; resto = 0 \Rightarrow b_6 = 0$

b_7: $1/2 = 0 \;\; resto = 1 \Rightarrow b_7 = 1$

b_8: $0/2 = 0 \;\; resto = 0 \Rightarrow b_8 = 0$

Por lo tanto $(138)_{10} \simeq (0\ 10001010)_2 \Rightarrow C_2^{-138} = (1\ 0111\ 0110)_2$

$|N|$ tiene representación $C_2^{|N|}$ sí y solo sí $C_2^{-|N|}$ también la tiene, con la única excepción del mínimo número. Sabemos que $log_2(138) \simeq 7.11$ por lo tanto necesitaremos almenos 9 bits para poder representar $(138)_{10}$ en complemento a 2, ya que con 9 bits podemos representar como máximo entero positivo a $2^8 - 1 = 255$ y por lo tanto el mínimo número representable con 9 bits es -256

6) $(-15.125)_{10}$ Como es un número con parte fraccionaria tenemos que representar $(-15.125)_{10}$ en la norma IEEE 754.

- Convertir la parte entera a binario:

b_0: $15/2 = 7$ $\;resto = 1 \Rightarrow b_0 = 1$

b_1: $7/2 = 3$ $\;resto = 1 \Rightarrow b_1 = 1$

b_2: $3/2 = 1$ $\;resto = 1 \Rightarrow b_2 = 1$

b_3: $1/2 = 0$ $\;resto = 1 \Rightarrow b_2 = 1$

Por lo tanto $(15)_{10} \simeq (1111)_2$

- Convertir la parte fraccional a binario:

b_{-1}: $0.125 \cdot 2 = 0.25 \Rightarrow b_{-1} = 0$

b_{-2}: $0.25 \cdot 2 = 0.5 \Rightarrow b_{-2} = 0$

b_{-3}: $0.5 \cdot 2 = 1.0 \Rightarrow b_{-3} = 1$

Por lo tanto $(0.125)_{10} \simeq (0.001)_2$

y $(15.125)_{10} \simeq (1111.001)_2$

- Normalizar número obtenido (tenemos que buscar el significante 1.f)

  $(1111.001)_2 = (1111.001\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000)_2 \times 2^0 =$

  $= (1.1110\ 0100\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2 \times 2^{(3)} \Rightarrow f = 1110\ 0100\ 0000\ 0000\ 0000\ 000$, donde f es la mantisa.

  Por lo tanto el significante resulta: $(1.1110\ 0100\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2$

- Corregir el exponente sumando el sesgo correspondiente (sesgo=127):

  $3 = e = E - 127 \Rightarrow E = 127 + e = 127 + 3 = 130$

  Por lo tanto E=130

- Convertir el exponente a binario:

  Sabemos que $log_2(128) = 7 \Rightarrow (128)_{10} = (2^7)_{10} = (10000000)_2$.

  Tambien sabemos que $(130)_{10} = (128)_{10} + (1)_{10} + (1)_{10} \simeq (10000000)_2 + (1)_2 + (1)_2 = (1000\ 0001)_2 + (1)_2 = (1000\ 0010)_2$

  Por lo tanto $E = (130)_{10} \simeq (1000\ 0010)_2$

- El número es negativo por lo tanto el bit de signo s = (1)

- Finalmente el número -15.125 representado en formato IEEE 754 simple presición es:

  $(1\ \ 1000\ 0010\ \ 1110\ 0100\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2$

Analizando características

$\beta = 10$	C_2^N	IEEE 754 (simple presición)	Representación binaria estandar
$(29)_{10}$	$(011\ 101)_2$	-	$(011\ 101)_2$
$(0.625)_{10}$	-	$(0\ \ 0111\ 1110\ \ 0100\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2$	$(0.101)_2$
$(0.1)_{10}$	-	$(0\ \ 0111\ 1011\ \ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1000\ 000)_2$	$(0.000\ 110)_2$
$(5.75)_{10}$	-	$(0\ \ 1000\ 0001\ \ 0111\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2$	$(101.\ 110)_2$
$(-138)_{10}$	$(1\ 0111\ 0110)_2$	-	$(1\ 1000\ 1010)_2$
$(-15.125)_{10}$	-	$(1\ \ 1000\ 0010\ \ 1110\ 0100\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2$	$(1\ 1111.001)_2$

Conclusiones:

- Los números enteros positivos que no tienen parte fraccionaria se representan igual en complemento a 2 que en binario estandar.
- Los números enteros utilizan como mínimo la misma cantidad de bits tanto en la representación complemento a 2 como en binario estandar
- Todos estos números podrían haber sido representado en forma IEEE 754

2 Ejercicio 12

Dados los siguientes números representados en punto flotante IEEE 754 simple precisión, indicar a qué número en formato decimal corresponden y analizar si son números normalizados:

Al estar trabajando con representación IEEE 754 simple precisión sabemos que:

- Sesgo = 127
- N. de bits = 32
- Bits para exp = 8
- Bits para mantisa = 23
- Bits para signo = 1

a) $N_1 = (1\ 1000\ 0101 \quad 1101\ 1010\ 1000\ 0000\ 0000\ 000)_2$

- Separar el número en las diferentes partes

  Signo = $(1)_2 \Rightarrow$ el número es negativo.

  Exponente = $(1000\ 0101)_2$

  Mantisa = $(1101\ 1010\ 1000\ 0000\ 0000\ 000)_2$

- Convertir el exponente a decimal

  $E = (1000\ 0101)_2 = 2^7 + 2^2 + 2^0 = 128 + 4 + 1 = (133)_{10}$

- Restar al exponente el sesgo correspondiente (sesgo=127)

  $e = E - sesgo = E - 127 = 133 - 127 = 6$

- Convertir la mantisa a decimal

  $(1101\ 1010\ 1000\ 0000\ 0000\ 000)_2 = 2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-4} + 2^{-5} + 2^{-7} + 2^{-9} = (0.853515625)_{10}$

  Por lo tanto $1.f = (1.853515625)_{10}$

- Finalmente el número convertido a decimal es:

  $N = (-1)^s\ (1.f)_{10}\ 2^e = (-1)\ (1.853515625)_{10}\ 2^6 = (-118.625)_{10}$

- ¿El número es normalizado?

  ¿$e_{min} \leq e \leq e_{max}$?, es decir, ¿$-126 \leq 6 \leq 127$? Sí, por lo tanto es un número normalizado.

b) $N_2 = (40600000)_{16}$

En primera instancia hay que realizar el pasaje a binario:

Hexadecimal	4	0	6	0	0	0	0	0
Binario	0100	0000	0110	0000	0000	0000	0000	0000

Por lo tanto $(40600000)_{16} \simeq (0\ 1000\ 0000\ 1100\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2$

- Separar el número en las diferentes partes

  Signo $= (0)_2 \Rightarrow$ el número es positivo.

  Exponente $= (1000\ 0000)_2$

  Mantisa $= (1100\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2$

- Convertir el exponente a decimal

  $E = (1000\ 0000)_2 = 2^7 = (128)_{10}$

- Restar al exponente el sesgo correspondiente (sesgo=127)

  $e = E - sesgo = E - 127 = 128 - 127 = 1$

- Convertir la mantisa a decimal

  $(1100\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2 = 2^{-1} + 2^{-2} = (0.75)_{10}$

  Por lo tanto $1.f = (1.75)_{10}$

- Finalmente el número convertido a decimal es:

  $N = (-1)^s\ (1.f)_{10}\ 2^e = (1)\ (1.75)_{10}\ 2^1 = (3.5)_{10}$

- ¿El número es normalizado?

  ¿$e_{min} \leq e \leq e_{max}$?, es decir, ¿$-126 \leq 1 \leq 127$? Sí, por lo tanto es un número normalizado.

c) $N_3 = (0060\ 0000)_{16}$

En primera instancia hay que realizar el pasaje a binario:

Hexadecimal	0	0	6	0	0	0	0	0
Binario	0000	0000	0110	0000	0000	0000	0000	0000

Por lo tanto $(00600000)_{16} \simeq (0\ 0000\ 0000\ 1100\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2$

- Separar el número en las diferentes partes

  Signo = $(0)_2 \Rightarrow$ el número es positivo.

  Exponente = $(0000\ 0000)_2$

  Mantisa = $(1100\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2$

- Convertir el exponente a decimal

  $E = (0000\ 0000)_2 = 2^7 = (0)_{10}$

- Restar al exponente el sesgo correspondiente (sesgo=127)

  $e = E - sesgo = E - 127 = 0 - 127 = -127.$

  Aquí observamos que estamos en un caso especial, como la mantisa es distinta a 0 nos encontramos frente a un número desnormalizado y por lo tanto e=-126

- Convertir la mantisa a decimal

  $(1100\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2 = 2^{-1} + 2^{-2} = (0.75)_{10}$

  Por lo tanto $0.f = (0.75)_{10}$ (ya que estamos frente a un número desnormalizado)

- Finalmente el número convertido a decimal es:

  $N = (-1)^s\ (0.f)_{10}\ 2^e = (1)\ (0.75)_{10}\ 2^{-126} = (8.816207631 \times 10^{-39})_{10}$

- ¿El número es normalizado?

  Ya observamos que el número no es normalizado