Universidad Nacional de Rosario

Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura

Probabilidad y Estadística

Tp final

Alumno:

Demagistris, Santiago Ignacio

Agosto 2020

Indice

1 Ejercicio 1 **2**

2 Ejercicio 2 **4**

3 Ejercicio 3 **5**

4 Ejercicio 4 **8**

5 Ejercicio 5 **9**

6 Ejercicio 6 **12**

7 Ejercicio 7 **13**

8 Ejercicio 8 **15**

9 Simulaciones **17**

9.1 Ejercicio 1 17
9.2 Ejercicio 2 18
9.3 Ejercicio 3 19
9.4 Ejercicio 4 20
9.5 Ejercicio 6 21
9.6 Ejercicio 7 24

Ejercicio 1

a) El espacio muestral sobre el cual estamos trabajando es S={0,1}, donde cara es 1 y cruz es 0.

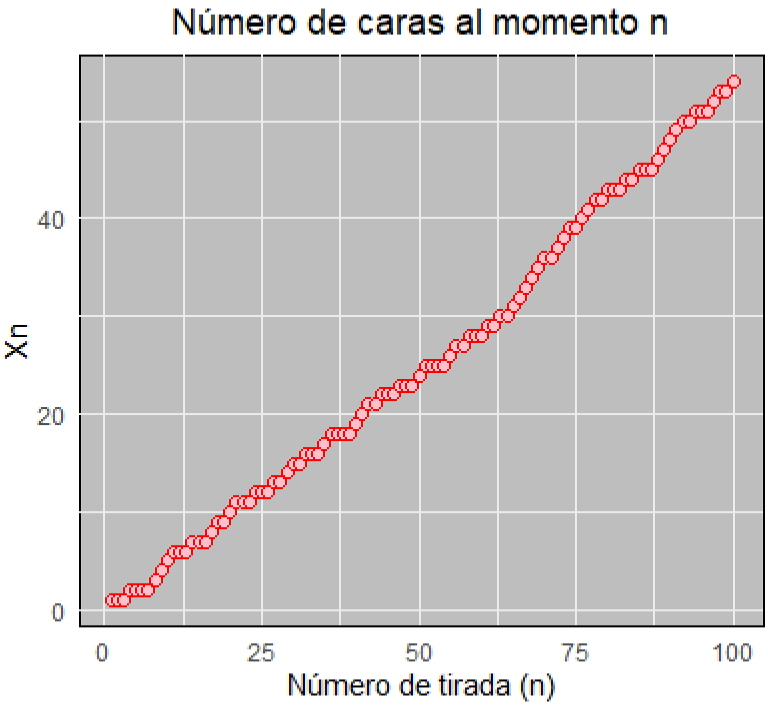


Figure 1.1: Tiradas de moneda

Sea A={"Obtener cara al lanzar la moneda"}. Podemos observar que se obtuvo un total de 54 caras en este proceso, por lo tanto P(A) $\simeq \frac{54}{100} = 0.54 = p$

b)

(P(X=1)). Sabemos que X={"Número de veces que ocurrió el evento A "} y que $X \sim Bi(n, 0.54)$ (siendo p =0.54 observado en la simulación). Por lo tanto $P(X=1) = \binom{n}{1}(0.54)(0.46)^{n-1}$ y $E(X) = n0.54 = 54$.

c) Sea Y= Número de tiradas hasta que salgan 3 caras. $Y \sim Pascal$, por lo que

$$P(Y = k) = \binom{k-1}{3-1} 0.54^3\ 0.46^{k-3} = \binom{k-1}{2} 0.54^3\ 0.46^{k-3}$$

y E(Y) $= \frac{r}{p} = \frac{3}{0.54} \simeq 5.55$. Es decir que se espera que entre la 5ta y la 6ta tirada de la moneda obtengamos 3 caras.

d) Simulación moneda sesgada:

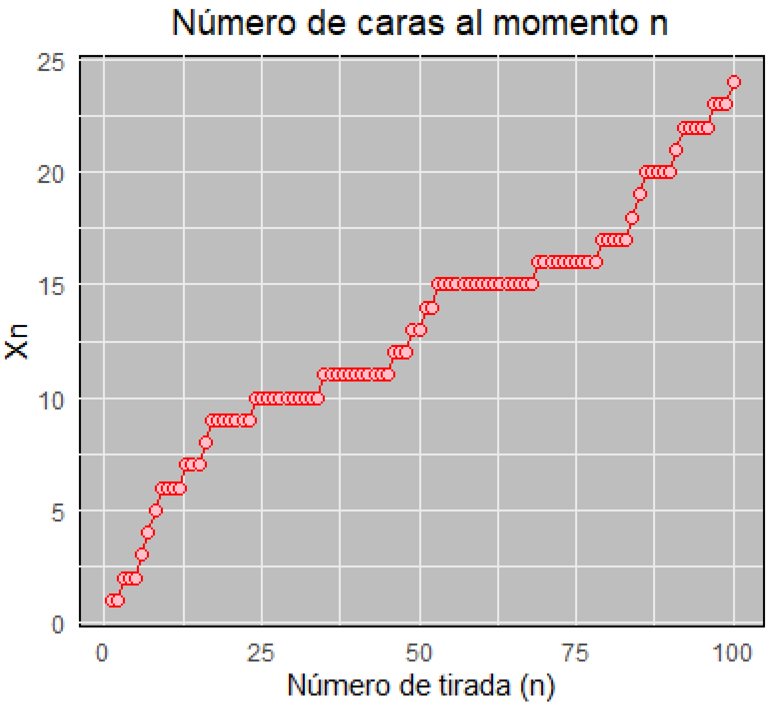


Figure 1.2: Tiradas de moneda sesgada

Al simular el proceso con n=100 obtuve en total 24 caras, por lo tanto podría aproximar $P(A) \simeq 0,24$. Por lo tanto $P(X = 1) = \binom{n}{1}(0.24)(0.76)^{n-1}$ y $E(X) = n0.24$

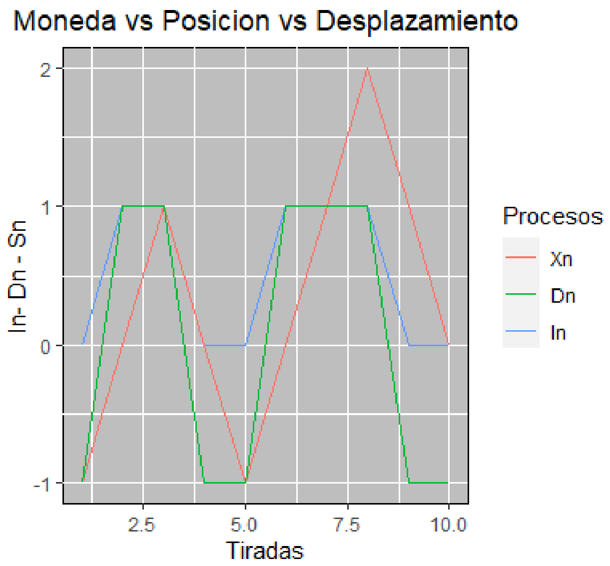
Ejercicio 2

Simulación.

La trayectoria descripta por Xn es causa del lanzamiento de la moneda (10 veces en este caso). Cada vez que salga cara en la moneda el sujeto se desplazará 1 unidad en el espacio y cuando salga cruz un 0. (Cara representado con 1 y cruz representado con 0). La decisión de desplazamiento esta dada por Dn, mientras que Xn solo describe la trayectoria, es decir la frecuencia acumulada de los resultados obtenidos.

Tabla de frencuencias

In	Dn	Sn
0	-1	-1
1	1	0
1	1	1
0	-1	0
0	-1	-1
1	1	0
1	1	1
1	1	2
0	-1	1
0	-1	0



Ejercicio 3

Analisis.

Este proceso se puede modelar como una cadena de Markov con S estados. Su matriz de transición sería de la forma:

$$P = \begin{array}{c} \\ 0 \\ 1 \\ \vdots \\ k-1 \\ k \\ k+1 \\ \vdots \\ S \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} 0 & \dots & k-1 & k & k+1 & \dots & S \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1-p & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & p & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 1-p & 0 & p & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1-p & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

Podemos observar que el grafo transición sería de la forma:

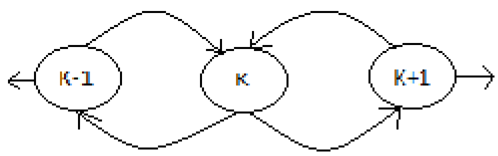


Figure 3.1: Grafo transición reducido

En donde los estados S y 0 son estados de absorción y los demás son de transición. Se puede intuir que todos los estados menos S y 0 van a estar comunicados por lo cual tenemos 3 clases de comunicación. Como la cadena presenta estados de absorcion, la misma es una cadena absorbente.

Otra caracteristica a observar es el hecho de que es una matriz no-regular, ya que tiene $P_{ij} = 0$ que se mantienen no importa cual sea el paso en el que se este observando.

Gracias a lo visto en teoria si acomodamos a la matriz P en su forma de descomposicion canonica y aplicamos $lim_{n\to\infty}P^n$ obtendremos:

$$lim_{n\to\infty}P^n = \begin{array}{c c} & \begin{array}{cccc} 1 & \dots & S & 0 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ \vdots \\ S \\ 0 \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

Con lo cual se puede observar que la cadena eventualmente sera absorbida, ya sea porque el jugador gano o perdio (esto dependera de las elecciones de p,k y S).

b) Para realizar la simulación usaré k=50, p=0.55, S=100, perder=0. El resultado obtenido fue el siguiente:

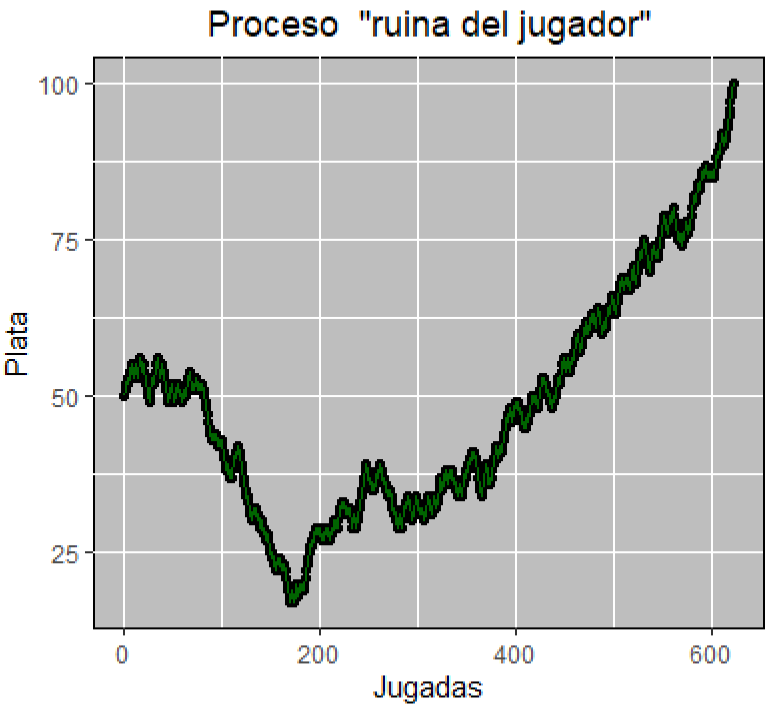


Figure 3.2: Trayectoria. Ruina del jugador

c) Con k=20, S=60, p=0.5001 y 1000 trayectorias obtuve una aproximación a la probabilidad de caer en la ruina de 0.678

Otro punto interesante a analizar es el tiempo esperado de absorcion. Sea p=0.5, k = 2 y S = 6 la matriz de transicion P es:

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Para calcular el tiempo esperado de absorcion necesitamos obtener F, la matriz fundamental:

$$F = (I - Q)^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Sea a_i el tiempo de absorcion esperado, El numero de transiciones desde i hasta un estado de absorcion es simplemente la suma del numero de transiciones desde i hacia cada uno de los estados de transicion hasta que eventualmente llegue a un estado de absorcion. El numero esperado de pasos desde i hacia un estado de transicion j es F_{ij}. A esto le sigue que,

$$a_i = \sum_{k \in T} F_{ik}$$

Entonces si queremos saber el tiempo de absorcion desde el estado 1 por ejemplo, $a_1 = 2 + 2 = 4$ (en las unidades que corresponda).

Ejercicio 4

a) simulación.

Al realizar la simulación observe 50000 repeticiones del experimento y obtuve un promedio de 21.08484 minutos.

b) Sea X={"Tiempo en que tarda el ratón en salir del laberinto"}, donde X va a depender de las decisiones del ratón, estas pueden ser "ii", "id", "d1". Las elecciones se desarrollan en dos etapas, en la primer etapa nos encontramos con que

$$P(\{"d1"\}) = 1/2$$

En el caso de elegir el camino hacia la izquierda (con una probabilidad de 1/2) nos encontramos en la segunda etapa en la cual:

$$P(\{"i2"\}|\{"i1"\}) = 1/3$$

$$P(\{"d2"\}|\{"i1"\}) = 2/3$$

De donde obtenemos que

$$P(\{"ii"\}) = P(\{"i2"\} \cap \{"i1"\}) = P(\{"i2"\}|\{"i1"\})P(\{"i1"\}) = 1/31/2 = 1/6$$

$$P(\{"id"\}) = P(\{"d"\} \cap \{"i1"\}) = P(\{"d"\}|\{"i1"\})P(\{"i1"\}) = 2/31/2 = 2/6 = 1/3$$

Podemos observar que las posibles elecciones del ratón son "ii", "id" y "d". Por lo cual $E(X) = P(\{"ii"\})E(X|"ii") + P(\{"id"\})E(X|"id") + P(\{"d1"\})E(X|"d1")$ dónde

$$\begin{cases} E(X|"ii") & = & 2 \\ E(X|"id") & = & E(X) + 5 \\ E(X|"d1") & = & E(X) + 3 \end{cases}$$

Por lo tanto

E(X) = 1/6 2 + 2/6 (E(X) + 5) + 1/2 (E(X) + 3)

= 5/6 E(X) + 7/2

⇒ E(X) = 21

Este resultado concuerda con el de la simulación.

Ejercicio 5

a) La matriz de transición P es no-regular. Esta cadena de Markov presenta 4 clases de comunicación (una por cada estado). El estado M es absorbente, por lo cual la cadena de Markov es absorbente, los demas estados son de transición.

b) Para n=10 pasos obtenemos la matriz P^n, donde P_{ij}^n representa la probabilidad de llegar a j desde i en n pasos.

$$P^{10} \simeq \begin{pmatrix} 0.99004 & 0.00969 & 0.000214 & 0.00005069 \\ 0 & 0.94159 & 0.04078 & 0.0176248 \\ 0 & 0 & 0.425037 & 0.5749629 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{5.1}$$

Partiendo desde un estado luego de 10 unidades de observación en la evolución de esta persona podemos observar:

"Suceptible". **Suceptible.** Partiendo desde suceptible hay una probabilidad de que el sujeto siga en su estado de suceptibilidad de 0.99004, luego de 10 unidades de observación.

VIH. Partiendo desde suceptible hay una probabilidad de que el sujeto contraiga VIH de 0.00969, luego de 10 unidades de observación.

SIDA. Partiendo desde suceptible hay una probabilidad de que el sujeto contraiga SIDA de 0.000214, luego de 10 unidades de observación.

Muerto. Partiendo desde suceptible hay una probabilidad de que el sujeto muera a causa de la enfermedad de 0.00005069, luego de 10 unidades de observación.

Por lo tanto si el sujeto es suceptible, en 10 unidades de observación, es altamente probable que se mantenga en esta condicion.

"VIH". **Suceptible.** Partiendo desde VIH no hay una probabilidad de que el sujeto vuelva al estado "suceptible" , luego de 10 unidades de observación.

VIH. Partiendo desde VIH hay una probabilidad de que el sujeto se mantenga en su condicion de 0.94159, luego de 10 unidades de observación.

SIDA. Partiendo desde VIH hay una probabilidad de que el sujeto contraiga SIDA de 0.04078, luego de 10 unidades de observación.

Muerto. Partiendo desde VIH hay una probabilidad de que el sujeto muera a causa de la enfermedad de 0.0176248, luego de 10 unidades de observación.

Por lo tanto si el sujeto esta diagnosticado con VIH, tiene altas probabilidades de mantener su condición y no puede librarse de su enfermedad.

"SIDA". **Suceptible.** Partiendo desde SIDA no hay una probabilidad de que el sujeto vuelva al estado de "suceptibilidad" , luego de 10 unidades de observación.

Suceptible. Partiendo desde SIDA no hay una probabilidad de que el sujeto vuelva al estado de "VIH" , luego de 10 unidades de observación.

SIDA. Partiendo desde SIDA hay una probabilidad de que el sujeto se mantenga en su condicion de 0.425037, luego de 10 unidades de observación.

Muerto. Partiendo desde SIDA hay una probabilidad de que el sujeto muera a causa de la enfermedad de 0.5749629, luego de 10 unidades de observación.

Por lo tanto si el sujeto esta diagnosticado con SIDA, tiene un 57% de morir luego de 10 unidades de observación. No puede volver a la condición de VIH, ni a la de suceptible, mientras que se puede mantener con SIDA con una probabilidad de 0.425037% .

Por otro lado... si esta muerto... bueno, digamos que es el estado absorbente por excelencia.

c) Sabemos que

$$Q = \begin{pmatrix} 0.999 & 0.001 & 0 \\ 0 & 0.994 & 0.006 \\ 0 & 0 & 0.918 \end{pmatrix} \tag{5.2}$$

Y por lo tanto,

$$F = (I - Q)^{-1} = \begin{pmatrix} 1000 & \frac{500}{3} & \frac{500}{41} \\ 0 & \frac{500}{3} & \frac{500}{41} \\ 0 & 0 & \frac{500}{41} \end{pmatrix} \tag{5.3}$$

Donde F es la matriz fundamental, en la cual F_{ij} es el número esperado de visitas a j dado que la cadena comienza en i. Por lo tanto, si iniciamos en el estado

"Suceptible" el número esperado de pasos para llegar al estado de muerte a causa de la enfermedad es de 1178.862

"VIH" el número esperado de pasos para llegar al estado de muerte a causa de la enfermedad es de 178.862

"SIDA" el número esperado de pasos para llegar al estado de muerte a causa de la enfermedad es de 12.19

Cada uno de los resultados obtenidos de acuerdo al estado desde el que se comienza a contabilizar, es el promedio de unidades de observación para que la persona llegue al estado de muerte.

d) Para la búsqueda de la distribución estacionaria utilizaré la técnica vista en clase. Busco un vector x=(x1,x2,x3,1) tal que

$$xP = x$$

Por lo cual obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

(1) $x_1 0.999 + x_2 0 + x_3 0 + 0 = x_1$

(2) $x_1 0.001 + x_2 0.994 + x_3 0 + 0 = x_2$

(3) $x_1 0 + x_2 0.006 + x_3 0.918 + 0 = x_3$

(4) $x_1 0 + x_2 0 + x_3 0.082 + 1 = 1$

(4) $\Rightarrow X_3 = 0$

(4)(3) $\Rightarrow X_2 = 0$

(4)(3)(2) $\Rightarrow X_1 = 0$

Se puede observar que las componentes en x suman 1 por lo tanto $x = \pi$ es la distribución estacionaria de esta cadena de Markov.

e) Al ser una cadena absorbente tenemos que:

$$\text{R=}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.082 \end{pmatrix} \qquad F = (I - Q)^{-1} = \begin{pmatrix} 1000 & \frac{500}{3} & \frac{500}{41} \\ 0 & \frac{500}{3} & \frac{500}{41} \\ 0 & 0 & \frac{500}{41} \end{pmatrix} \qquad FR = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$lim_{n\to\infty} P^n = \left(\begin{array}{c|l} 0 & \text{(I-Q)}^{-1}R \\ \hline 0 & \text{I} \end{array} \right) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Por lo tanto esta cadena tiene distribución límite.

Ejercicio 6

Analisis.

Gracias al grafico de transicion se puede observar que, suponiendo que desde g se puede ir a cualquier estado:

(1) a y f se comunican entre si.

(2) a y e se comunican entre si.

(3) e y g se comunican entre si.

(4) f y e se comunican entre si. (transitividad (1) (2))

(5) f y g se comunican entre si. (transitividad (3) y (4))

(6) Como todos los estados van hacia f y f se comunica con g, el cual puede ir a todos los estados, entonces todos los estados estan comunicados entre si. (por transitividad)

(7) Esta cadena de Markov presenta una unica clase de comunicacion. (6)

(8) Esta cadena de Markov es irreducible. (7)

(9) Tiene una cantidad finita de estados

(10) Todos los estados son recurrentes. (8) (9)

(11) Como $P_{77} > 0$ y (7) entonces la cadena es aperiodica.

(12) Esta cadena de Markov es ergodica. (9) (8) (11)

(13) Tiene una unica distribucion estacionaria. (8)

(14) Tiene una distribucion limite (12)

a) El modelado de este PageRank como cadena de Markov, gracias a la suposicion de que los enlaces de hipertextos se eligen de manera aleatoria y que el usuario se mueve de pagina en pagina tambien de manera aleatoria sumado al grafico de transicion, se puede reconstruir la matriz de transicion P:

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{4} & 0 & 0 & \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \end{pmatrix} \tag{6.1}$$

d,c) Por medio de la simulacion obtuve el siguiente vector de frecuencias relativas : [0.25, 0.16, 0.04, 0.06, 0.10, 0.34, 0.05]. Por lo cual con n=100 suponemos que el rango de las páginas a,b,c...,g corresponden con las posiciones desde 1 a 7 del vector obtenido.

Ejercicio 7

Analisis.

Por definicion sabemos que un proceso de conteo $(N_t)t \geq 0$ es una coleccion de variables aleatorias enteras y no negativas tal que si $0 \leq s \leq t; entonces Ns \leq Nt$. Para que un proceso de conteo sea un proceso de Poisson con parametro λ debe cumplir con:

(1) $N_0 = 0$

(2) Para todo t> 0, N_t tiene una distribucion de Poisson con parametro λt.

(3) **Incrementos estacionarios.** Para todo s,t> $0, N_{t+s} - N_s$ tiene la misma distribucion que N_t. Esto es

$$P(N_{t+s} - N_s = k) = P(N_t = k) = \frac{e^{-\lambda t}(\lambda t)^k}{k!},\ para\ k = 0, 1, 2...$$

(4) **Incrementos independientes.** Para $0 \leq q < r \leq s < t,\ N_t - N_s$ y $N_r - N_q$ son variables aleatorias independientes.

a) Para poder trabajar esta situacion como proceso de Poisson, establezco que X_n= cantidad de mensajes en el intervalo (0,n]

1. $N_0 = 0 =$ "10 am". A las 10 am tengo 0 mensajes recibidos,t=1 equivale a las 11 am y asi sucesivamente.

2. Para todo t> 0, N_t tiene una distribucion de Poisson con parametro λt. Es decir, el numero de mensajes para toda unidad de tiempo t mayor a las 10 am tiene una distribucion de Poisson con parametro λt.

3. Para todo s,t> $0, N_{t+s} - N_s$ tiene la misma distribucion que N_t. Es decir, la distribucion del numero de mensajes en el intervalo de tiempo (s,t] es la misma que el numero de mensajes en el intervalo de tiempo (0,t].

4. Para $0 \leq q < r \leq s < t,\ N_t - N_s$ y $N_r - N_q$ son variables aleatorias independientes. Es decir, dados dos intervalos de tiempo disjuntos (s,t] y (q,r], los mensajes recibidos en cada intervalo son independientes entre si.

   Sabemos que Juan recibe 10 mensajes por hora, por lo tanto $\lambda = 10$ (tiempo en horas) . Sea N_t el número de mensajes que Juan recibe al tiempo t, como el análisis comienza desde las 10am t=0 equivale a las 10 am. Deseamos hallar la probabilidad $P(N_2 = 18, N_7 = 70) = P(N_2 = 18, N_7 - N_2 = 52)$, ya que a las 12am transcurrieron 2 horas, a las 17hs transcuerrieron 7 y la cantidad de mensajes que deseamos observar en el intervalo (2,5] es de $N_5 - N_2$= 70 - 18 = 52. Como estos intervalos de tiempo son disjuntos ((0,2],(2,5]) entonces $N_2 y N_5$ son variables aleatorias independientes. Por lo tanto, $P(N_2 = 18, N_7 - N_2 = 52) = P(N_2 = 18)P(N_7 - N_2 = 52) = P(N_2 = 18)P(N_5 = 52) = \frac{e^{-20}(20)^{18}}{18!}\frac{e^{-50}(50)^{52}}{52!} = 0.004481022$

b) Con un $\lambda = 10$ (10 mensajes por hora) y T=1000 con clases generadas por 50 subdivisiones obtuve el siguiente histograma, el cual se asemeja mucho en comportamiento a la ley teorica.

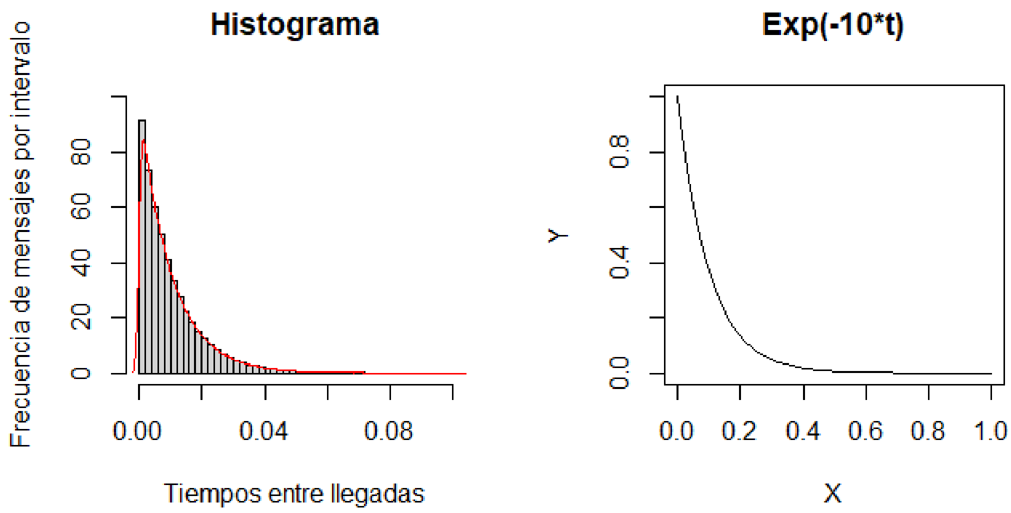


Figure 7.1:

Ejercicio 8

Analisis.

Dada la matriz de transicion de esta cadena de Markov y observando su distribucion luego de 3 semanas obtenemos que:

$$P^3 = \begin{pmatrix} \frac{1}{32} & \frac{61}{286} & \frac{885}{2288} & \frac{1019}{4576} & \frac{167}{1144} \\ \frac{4387}{237952} & \frac{11964081}{34027136} & \frac{5400719}{17013568} & \frac{3203451}{17013568} & \frac{2113687}{17013568} \\ \frac{3087}{146432} & \frac{5128733}{20939776} & \frac{3700267}{10469888} & \frac{2425947}{10469888} & \frac{1558587}{10469888} \\ \frac{579}{25168} & \frac{1591501}{7198048} & \frac{633335}{1799512} & \frac{1898595}{7198048} & \frac{504509}{3599024} \\ \frac{885}{36608} & \frac{1268269}{5234944} & \frac{911497}{2617472} & \frac{152189}{654368} & \frac{399807}{2617472} \end{pmatrix}$$

Como todas las entradas de esta matriz de transicion son positivas, la matriz de transicion es regular.

(1) La matriz de transicion es regular.

(2) La cadena de Markov tiene una distribución límite, la cual es la única distribución estacionaria. (1)

(3) La cadena de Markov es ergodica. (1)

(4) La cadena de Markov es finita.

(5) La cadena de Markov es irreducible y aperiodica. (3)

(6) La cadena de Markov tiene una unica clase de comunicacion. (5)

(7) Todos los estados son recurrentes. (4) (5)

a) Dada la distribución inicial π_0, y la matriz de transición P, luego de dos semanas nos encontramos con la siguiente probabilidad de ataques a los puertos:

$$\pi_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{8}{13} & \frac{3}{13} & \frac{1}{13} & \frac{1}{13} \\ \frac{1}{16} & \frac{3}{16} & \frac{3}{8} & \frac{1}{4} & \frac{1}{8} \\ 0 & \frac{1}{11} & \frac{4}{11} & \frac{5}{11} & \frac{1}{11} \\ 0 & \frac{1}{8} & \frac{1}{2} & \frac{1}{8} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

$$\pi_0 P^2 = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{8} & \frac{1}{2} & \frac{1}{8} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

Los puertos con menos probabilidad de ser atacados son el 135 y 445, mientras que el que tiene más probabilidad de ser atacado es el 139. Se puede observar que el puerto 80 no tiene posibilidad de ser atacado.

b) Por lo visto en la teoría si una matriz de transición de una cadena de Markov es regular, entonces la cadena tiene una distribución límite, la cual es la única distribución estacionaria de la cadena. Por lo tanto si buscamos c y x de forma tal que $cxP = cx$ y $\sum_{i \in cx} cx_i = 1$, entonces obtendremos $\pi = cx$ (la distribución estacionaria). Gracias a la ayuda de un software puedo concluir que:

$$\pi =$$

$$\pi = (0,02146667, 0,2669333, 0,3434667, 0,2273333, 0,1408)$$

Es la distribución límite de la matriz P.

Simulaciones

9.1 Ejercicio 1

n = 100 Cantidad de tiradas

simulacion = simular(n)

simular < − function(n){

In < − tirarMoneda(n) (n tiradas de una moneda)

Xn < − cumsum(In) (número de caras al momento n - Frecuencia relativa acumulada -)

vectorTiradas < − c(1:n)

return (data.frame(Xn,vectorTiradas))
}

tirarMoneda< −function(n){ (Tirar moneda n veces)
return(sample(0:1,100,replace = TRUE)) (Vector de longitud n donde cada posicion tiene 1 o 0)

}

d)

tirarMonedaSesgada < − function(n){

return (sample(0:2,100, replace =TRUE)%%2) }

De esta manera trabajo sobre un espacio muestral $S_x\{0, 1, 2\}$, donde A={1}={"Obtuve cara"} yA^c={"Obtuve Cruz"}

9.2 Ejercicio 2

simular< −function(n){

In < − tirarMoneda(n) – Tiro n veces la moneda

Tiradas < − c(1:n) – Genero el eje X

Dn = variableAleatoria(In) – Obtengo la variable aleatoria Dn apartir de In

Xn = cumsum(Dn) – Obtengo el desplazamiento como la frecuencia relativa acumulada de Dn

proceso1 < − data.frame(In,Tiradas)

proceso2 < − data.frame(Dn,Tiradas)

$mi_d f < -data.frame($ "Proceso1" = In, "Proceso2" = Xn)

$return(mi_d f)$

}

tirarMoneda< −function(n){ – Tirar moneda n veces

return(sample(0:1,n,replace = TRUE))

}

variableAleatoria< − function(In){ – Obtengo Dn

Dn < − c()

for (i in In){

Dn < − c(Dn,(2 * i) - 1)

}

return (Dn)

}

9.3 Ejercicio 3

a) proceso < −function(plataInicial,S,p){

```
limiteInferior = 0

limiteSuperior = S

plataActual = plataInicial

ganar = p

perder = 1-ganar

vectorProbabilidad = c(ganar,perder)

trayectoria = c(plataInicial)

termino = FALSE

while (!termino) {

if(tirada(vectorProbabilidad) == ganar){

plataActual = plataActual + 1 }

else{

plataActual = plataActual - 1 }

trayectoria = c(trayectoria,plataActual)

if(plataActual == limiteSuperior){termino = TRUE}

if(plataActual == limiteInferior){termino = TRUE}

}

return (trayectoria[length(trayectoria)] == S)
}
```

tirada< −function(probabilidades){

probabilidades = sort(probabilidades)

intervaloAleatorio = 1000000 – Probabilidades de hasta 6 digitos despues del .

tirada = sample(1:intervaloAleatorio,1)

posicion = 1

for (i in probabilidades){

if (posicion == length(probabilidades)){

return (i) } if(tirada ¡= i*1000000){

return (i) Devuelvo la probabilidad que ocurrio }

posicion = posicion +1

} }

c)

probabilidadRuina < − function(plataInicial,S,p,n){

frecRuina = 0

for (i in c(1:n)){

if(!proceso(plataInicial,S,p)){

frecRuina = frecRuina+1

} } return (frecRuina/n)

}

9.4 Ejercicio 4

decisión < − function(x){

if (x==izquierda){

return (caminoIzquierdo(salidaRetorno()))

```
} else{
return (3 + decision(elegirCamino())) }
}

caminoIzquierdo < − function(x){
if (x==izquierda){
return (2)
} else{
return (5 + decision(elegirCamino()))
} }

elegirCamino < − function(){ return (sample(0:1,1)) }

salidaRetorno < − function(){

return (sample(0:2,1)) }

esperanza< −function(){

acumulador=0

for(i in (c(1:n))){

acumulador = acumulador + decision(elegirCamino())

} return (acumulador / n)

}
```

9.5 Ejercicio 6

```
P = matrix(nrow=7,ncol=7)
Xa = c(1/2,5,6)
Xb = c(1/3, 1, 3,6)
Xc = c(1/2,4,6)
Xd = c(1,6)
Xe = c(1/4,1,4,6,7)
Xf = c(1/2,1,2)
Xg = c(1/7,1,2,3,4,5,6,7)
```

```
P = cargarMatriz(P)
contadorPaginas = c(1:7)
probabilidad= simular(100)
simular< − function(n){

contadorPaginas= cerarVector(contadorPaginas)
paginaInicial = sample(1:7,1)  Inicio de manera aleatoria
print(”La pagina inicial es”)
print(paginaInicial)
paginaActual = paginaInicial
for (i in (1:n)){
paginaActual = surfear(paginaActual)
contadorPaginas[paginaActual] = contadorPaginas[paginaActual] + 1
print(”La pagina actual es”)
print(paginaActual)
print(”Contador”)
print(contadorPaginas) } return (contadorPaginas/n)

}

surfear < − function (x){

paginaActual = obtenerFila(x)
proximaPagina = paginaActual[elegirProximaPagina(paginaActual)]
return (proximaPagina) }

elegirProximaPagina < −function(x){

unoEntre = length(x)-1
return (sample(1:unoEntre,1)+1) }

cargarMatriz < − function(P){
```

```
P = cerarMatriz(P)
indiceFilas = 0
P = cargarFila(P,Xa,1)
P = cargarFila(P,Xb,2)
P = cargarFila(P,Xc,3)
P = cargarFila(P,Xd,4)
P = cargarFila(P,Xe,5)
P = cargarFila(P,Xf,6)
P = cargarFila(P,Xg,7)
return (P) }


cerarVector < − function(v){


for (i in (1:7)){
v[i] = 0 }

return (v) }


cerarMatriz < − function(P){


for (i in (1:7)){
for (j in (1:7)){
P[i,j] =0 } }

return (P) }


obtenerFila < − function(x){


if (x == 1){
return (Xa) }

if (x == 2){
return (Xb) }
```

```
if (x == 3){
return (Xc) }
if (x == 4){
return (Xd) }
if (x == 5){
return (Xe) }
if (x == 6){
return (Xf) }
if (x == 7){
return (Xg) }
}

cargarFila < − function(P,x,fila){

indiceFila = 0
for (i in x){
indiceFila = indiceFila + 1
if (indiceFila != 1){
P[fila,i] = x[1]
} }
return (P)
}
```

9.6 Ejercicio 7

```
lambda = 10
intervaloTiempo=1000
Tiempo = c(1:intervaloTiempo)
Xn = c()
tActual = 0

while (tActual <= intervaloTiempo)
tiempoLLegada =rexp(1,lambda)/lambda
tActual = tActual + tiempoLLegada
Xn = c(Xn,tiempoLLegada )
```