Universidad Nacional de Rosario

Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura

Arquitectura del computador

Representación computacional de datos

Alumno:

Demagistris, Santiago Ignacio

Octubre 2020

1 Ejercicio 9

Utilizando el sistema de numeración binario en complemento a dos para los números enteros y la norma IEEE 754 para los números con parte fraccionaria. Comparando con los resultados anteriores, ¿Qué conclusiones se pueden sacar?:

1. 29
2. 0.625
3. 0.1
4. 5.75
5. -138
6. -5.125

Analizar en cada caso cuántos dígitos son necesarios para poder representar cada uno de los números.

1) $[(29)_{10}]$ Como es un número entero tenemos que representar $(29)_{10}$ en complemento a 2.

$C_2^{29} = \ (29)_{10} \rightarrow binario$

b_0: $29/2 = 14 \ \ resto = 1 \Rightarrow b_0 = 1$

b_1: $14/2 = 7 \ \ resto = 0 \Rightarrow b_1 = 0$

b_2: $29/2 = 3 \ \ resto = 1 \Rightarrow b_2 = 1$

b_3: $3/2 = 1 \ \ resto = 1 \Rightarrow b_3 = 1$

b_4: $1/2 = 0 \ \ resto = 1 \Rightarrow b_4 = 1$

Por lo tanto $(29)_{10} \simeq (011\ 101)_2 \Rightarrow C_2^{29} = (011\ 101)_2$. Al estar trabajando con una representación en complemento a 2 necesitamos almenos 6 bits, ya que el bit más significativo terminaría otorgando el signo (por lo demostrado en la entrega anterior sobre los rangos y propiedades de la representación en complemento a 2).

2) $(0.625)_{10}$ Como es un número con parte fraccionaria tenemos que representar $(0.625)_{10}$ en la norma IEEE 754.

- Convertir la parte entera a binario: $(0)_{10} \simeq (0)_2$
- Convertir la parte fraccional a binario:

b_{-1}: $0.625 \cdot 2 = 1.25 \Rightarrow b_{-1} = 1$

b_{-2}: $0.25 \cdot 2 = 0.5 \Rightarrow b_{-2} = 0$

b_{-3}: $0.5 \cdot 2 = 1.0 \Rightarrow b_{-3} = 1$

Por lo tanto $(0.6250)_{10} \simeq (.101)_2$.

- Normalizar número obtenido (tenemos que dejar el 1 en b_{-1} de forma implícita para obtener así el significante 1.f)

  $(.101)_2 = (.101)_2 \times 2^0 = (1.01)_2 \times 2^{(-1)} \Rightarrow f = 01000000000000000000000$, donde f es la mantisa.

  Por lo tanto el significante resulta: $(1.01000000000000000000000)_2$

- Corregir el exponente sumando el sesgo correspondiente (sesgo=127):

  $-1 = e = E - 127 \Rightarrow E = 127 + e = 127 - 1 = 126$

  Por lo tanto E=126

- Convertir el exponente a binario:

  Sabemos que $log_2(128) = 7 \Rightarrow (128)_{10} = (2^7)_{10} = (10000000)_2$.

  Sabemos que $(126)_{10} = (128)_{10} - (2)_{10} = (128)_{10} - (1)_{10} - (1)_{10} \simeq (10000000)_2 - (00000001)_2 - (00000001)_2 = (01111111)_2 - (00000001)_2 = (01111110)_2$

  Por lo tanto $(126)_{10} \simeq (01111110)_2$

- El número es positivo por lo tanto el bit de signo s = (0)

- Finalmente el número 0.625 representado en formato IEEE 754 simple precisión es:

  $(0\ 01111110\ 01000000000000000000000)_2$

3) $(0.1)_{10}$ Como es un número con parte fraccionaria tenemos que representar $(0.1)_{10}$ en la norma IEEE 754.

- Convertir la parte entera a binario: $(0)_{10} \simeq (0)_2$
- Convertir la parte fraccional a binario:

b_{-1}: $0.1 \cdot 2 = 0.2 \Rightarrow b_{-1} = 0$

b_{-2}: $0.2 \cdot 2 = 0.4 \Rightarrow b_{-2} = 0$

b_{-3}: $0.4 \cdot 2 = 0.8 \Rightarrow b_{-3} = 0$

b_{-4}: $0.8 \cdot 2 = 1.6 \Rightarrow b_{-4} = 1$

b_{-5}: $0.6 \cdot 2 = 1.2 \Rightarrow b_{-5} = 1$

b_{-6}: $0.2 \cdot 2 = 0.4 \Rightarrow b_{-6} = 0$

Observamos una periodicidad en la búsqueda de la representación fraccionaria

por lo tanto $(0.1)_{10} \simeq (0.0001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 100)_2$

- Normalizar número obtenido (tenemos que buscar el significante 1.f)

$(0.0001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 100)_2 = (0.0001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 100)_2 \times 2^0 =$

$= (1.1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1000\ 000)_2 \times 2^{(-4)} \Rightarrow f = 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1000\ 000$, donde f es la mantisa.

Por lo tanto el significante resulta: $(1.1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1000\ 000)_2$

- Corregir el exponente sumando el sesgo correspondiente (sesgo=127):

$-4 = e = E - 127 \Rightarrow E = 127 + e = 127 - 4 = 123$

Por lo tanto E=123

- Convertir el exponente a binario:

$123/2 = 61$, resto $= 1 \Rightarrow b_0 = 1$

$61/2 = 30$, resto $= 1 \Rightarrow b_1 = 1$

$30/2 = 15$, resto $= 0 \Rightarrow b_2 = 0$

$15/2 = 7$, resto $= 1 \Rightarrow b_3 = 1$

$7/2 = 3$, resto $= 1 \Rightarrow b_4 = 1$

$3/2 = 1$, resto $= 1 \Rightarrow b_5 = 1$

$1/2 = 0$, resto $= 1 \Rightarrow b_6 = 1$

$0/2 = 0$, resto $= 0 \Rightarrow b_7 = 0$

Por lo tanto $E = (123)_{10} \simeq (01111011)_2$

- El número es positivo por lo tanto el bit de signo s = (0)

- Finalmente el número 0.1 representado en formato IEEE 754 simple precisión es:

$(0\ 01111011\ 10011001100110011000000)_2$

4) $(5.75)_{10}$ Como es un número con parte fraccionaria tenemos que representar $(5.75)_{10}$ en la norma IEEE 754.

- Convertir la parte entera a binario:

b_0: $5/2 = 2$ $\ resto = 1 \Rightarrow b_0 = 1$

b_1: $2/2 = 1$ $\ resto = 0 \Rightarrow b_1 = 0$

b_2: $1/2 = 0$ $\ resto = 1 \Rightarrow b_2 = 1$

Por lo tanto $(5)_{10} \simeq (101)_2$

- Convertir la parte fraccional a binario:

b_{-1}: $0.75 \cdot 2 = 1.5 \Rightarrow b_{-1} = 1$

b_{-2}: $0.5 \cdot 2 = 1.0 \Rightarrow b_{-2} = 1$

Por lo tanto $(0.75)_{10} \simeq (0.1100\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2$

y $(5.75)_{10} \simeq (101.1100\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2$

- Normalizar número obtenido (tenemos que buscar el significante 1.f)

$(101.1100\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2 = (101.1100\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2 \times 2^0 =$

$= (1.0111\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2 \times 2^{(2)} \Rightarrow f = 0111\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000$, donde f es la mantisa.

Por lo tanto el significante resulta: $(1.0111\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2$

- Corregir el exponente sumando el sesgo correspondiente (sesgo=127):

$2 = e = E - 127 \Rightarrow E = 127 + e = 127 + 2 = 129$

Por lo tanto E=129

- Convertir el exponente a binario:

Sabemos que $log_2(128) = 7 \Rightarrow (128)_{10} = (2^7)_{10} = (10000000)_2$.

Tambien sabemos que $(129)_{10} = (128)_{10} + (1)_{10} \simeq (10000000)_2 + (1)_2 = (1000\ 0001)_2$

Por lo tanto $E = (129)_{10} \simeq (1000\ 0001)_2$

- El número es positivo por lo tanto el bit de signo s = (0)

- Finalmente el número $(5.75)_{10}$ representado en formato IEEE 754 simple precisión es:

$(0\ \ 1000\ 0001\ \ 0111\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2$

5) $(-138)_{10}$ Como es un número entero tenemos que representar $(-138)_{10}$ en complemento a 2.

- Método alternativo

b_0: $138/2 = 69$ $resto = 0 \Rightarrow b_0 = 0$

b_1: $69/2 = 34$ $resto = 1 \Rightarrow b_1 = 1$

b_2: $34/2 = 17$ $resto = 0 \Rightarrow b_2 = 0$

b_3: $17/2 = 8$ $resto = 1 \Rightarrow b_3 = 1$

b_4: $8/2 = 4$ $resto = 0 \Rightarrow b_4 = 0$

b_5: $4/2 = 2$ $resto = 0 \Rightarrow b_5 = 0$

b_6: $2/2 = 1$ $resto = 0 \Rightarrow b_6 = 0$

b_7: $1/2 = 0$ $resto = 1 \Rightarrow b_7 = 1$

b_8: $0/2 = 0$ $resto = 0 \Rightarrow b_8 = 0$

Por lo tanto $(138)_{10} \simeq (0\ 10001010)_2 \Rightarrow C_2^{-138} = (1\ 0111\ 0110)_2$

$|N|$ tiene representación $C_2^{|N|}$ sí y solo sí $C_2^{-|N|}$ también la tiene, con la única excepción del mínimo número. Sabemos que $log_2(138) \simeq 7.11$ por lo tanto necesitaremos almenos 9 bits para poder representar $(138)_{10}$ en complemento a 2, ya que con 9 bits podemos representar como máximo entero positivo a $2^8 - 1 = 255$ y por lo tanto el mínimo número representable con 9 bits es -256

6) $(-15.125)_{10}$ Como es un número con parte fraccionaria tenemos que representar $(-15.125)_{10}$ en la norma IEEE 754.

- Convertir la parte entera a binario:

b_0: $15/2 = 7$ $\ \ resto = 1 \Rightarrow b_0 = 1$

b_1: $7/2 = 3$ $\ \ resto = 1 \Rightarrow b_1 = 1$

b_2: $3/2 = 1$ $\ \ resto = 1 \Rightarrow b_2 = 1$

b_3: $1/2 = 0$ $\ \ resto = 1 \Rightarrow b_2 = 1$

Por lo tanto $(15)_{10} \simeq (1111)_2$

- Convertir la parte fraccional a binario:

b_{-1}: $0.125 \cdot 2 = 0.25 \Rightarrow b_{-1} = 0$

b_{-2}: $0.25 \cdot 2 = 0.5 \Rightarrow b_{-2} = 0$

b_{-3}: $0.5 \cdot 2 = 1.0 \Rightarrow b_{-3} = 1$

Por lo tanto $(0.125)_{10} \simeq (0.001)_2$

y $(15.125)_{10} \simeq (1111.001)_2$

- Normalizar número obtenido (tenemos que buscar el significante 1.f)

$(1111.001)_2 = (1111.001\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000)_2 \times 2^0 =$

$= (1.1110\ 0100\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2 \times 2^{(3)} \Rightarrow f = 1110\ 0100\ 0000\ 0000\ 0000\ 000$, donde f es la mantisa.

Por lo tanto el significante resulta: $(1.1110\ 0100\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2$

- Corregir el exponente sumando el sesgo correspondiente (sesgo=127):

$3 = e = E - 127 \Rightarrow E = 127 + e = 127 + 3 = 130$

Por lo tanto E=130

- Convertir el exponente a binario:

Sabemos que $log_2(128) = 7 \Rightarrow (128)_{10} = (2^7)_{10} = (10000000)_2$.

Tambien sabemos que $(130)_{10} = (128)_{10} + (1)_{10} + (1)_{10} \simeq (10000000)_2 + (1)_2 + (1)_2 = (1000\ 0001)_2 + (1)_2 = (1000\ 0010)_2$

Por lo tanto $E = (130)_{10} \simeq (1000\ 0010)_2$

- El número es negativo por lo tanto el bit de signo s = (1)

- Finalmente el número -15.125 representado en formato IEEE 754 simple precisión es:

$(1\ \ 1000\ 0010\ \ 1110\ 0100\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2$

Analizando características

$\beta = 10$	C_2^N	IEEE 754 (simple precisión)	Representación binaria estandar
$(29)_{10}$	$(011\ 101)_2$	-	$(011\ 101)_2$
$(0.625)_{10}$	-	$(0\ \ 0111\ 1110\ \ 0100\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2$	$(0.101)_2$
$(0.1)_{10}$	-	$(0\ \ 0111\ 1011\ \ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1000\ 000)_2$	$(0.000\ 110)_2$
$(5.75)_{10}$	-	$(0\ \ 1000\ 0001\ \ 0111\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2$	$(101.\ 110)_2$
$(-138)_{10}$	$(1\ 0111\ 0110)_2$	-	$(1\ 1000\ 1010)_2$
$(-15.125)_{10}$	-	$(1\ \ 1000\ 0010\ \ 1110\ 0100\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2$	$(1\ 1111.001)_2$

Conclusiones:

- Los números enteros positivos que no tienen parte fraccionaria se representan igual en complemento a 2 que en binario estandar.
- Los números enteros utilizan como mínimo la misma cantidad de bits tanto en la representación complemento a 2 como en binario estandar
- Todos estos números podrían haber sido representado en forma IEEE 754

2 Ejercicio 12

Dados los siguientes números representados en punto flotante IEEE 754 simple precisión, indicar a qué número en formato decimal corresponden y analizar si son números normalizados:

Al estar trabajando con representación IEEE 754 simple precisión sabemos que:

- Sesgo = 127
- N. de bits = 32
- Bits para exp = 8
- Bits para mantisa = 23
- Bits para signo = 1

a) $N_1 = (1\ 1000\ 0101 \quad 1101\ 1010\ 1000\ 0000\ 0000\ 000)_2$

- Separar el número en las diferentes partes

  Signo = $(1)_2 \Rightarrow$ el número es negativo.

  Exponente = $(1000\ 0101)_2$

  Mantisa = $(1101\ 1010\ 1000\ 0000\ 0000\ 000)_2$

- Convertir el exponente a decimal

  $E = (1000\ 0101)_2 = 2^7 + 2^2 + 2^0 = 128 + 4 + 1 = (133)_{10}$

- Restar al exponente el sesgo correspondiente (sesgo=127)

  $e = E - sesgo = E - 127 = 133 - 127 = 6$

- Convertir la mantisa a decimal

  $(1101\ 1010\ 1000\ 0000\ 0000\ 000)_2 = 2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-4} + 2^{-5} + 2^{-7} + 2^{-9} = (0.853515625)_{10}$

  Por lo tanto $1.f = (1.853515625)_{10}$

- Finalmente el número convertido a decimal es:

  $N = (-1)^s\ (1.f)_{10}\ 2^e = (-1)\ (1.853515625)_{10}\ 2^6 = (-118.625)_{10}$

- ¿El número es normalizado?

  ¿$e_{min} \leq e \leq e_{max}$?, es decir, ¿$-126 \leq 6 \leq 127$? Sí, por lo tanto es un número normalizado.

b) $N_2 = (40600000)_{16}$

En primera instancia hay que realizar el pasaje a binario:

Hexadecimal	4	0	6	0	0	0	0	0
Binario	0100	0000	0110	0000	0000	0000	0000	0000

Por lo tanto $(40600000)_{16} \simeq (0\ 1000\ 0000\ 1100\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2$

- Separar el número en las diferentes partes

  Signo = $(0)_2 \Rightarrow$ el número es positivo.

  Exponente = $(1000\ 0000)_2$

  Mantisa = $(1100\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2$

- Convertir el exponente a decimal

  $E = (1000\ 0000)_2 = 2^7 = (128)_{10}$

- Restar al exponente el sesgo correspondiente (sesgo=127)

  $e = E - sesgo = E - 127 = 128 - 127 = 1$

- Convertir la mantisa a decimal

  $(1100\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2 = 2^{-1} + 2^{-2} = (0.75)_{10}$

  Por lo tanto $1.f = (1.75)_{10}$

- Finalmente el número convertido a decimal es:

  $N = (-1)^s\ (1.f)_{10}\ 2^e = (1)\ (1.75)_{10}\ 2^1 = (3.5)_{10}$

- ¿El número es normalizado?

  ¿$e_{min} \leq e \leq e_{max}$?, es decir, ¿$-126 \leq 1 \leq 127$? Sí, por lo tanto es un número normalizado.

c) $N_3 = (0060\ 0000)_{16}$

En primera instancia hay que realizar el pasaje a binario:

Hexadecimal	0	0	6	0	0	0	0	0
Binario	0000	0000	0110	0000	0000	0000	0000	0000

Por lo tanto $(00600000)_{16} \simeq (0\ 0000\ 0000\ 1100\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2$

- Separar el número en las diferentes partes

  Signo $= (0)_2 \Rightarrow$ el número es positivo.

  Exponente $= (0000\ 0000)_2$

  Mantisa $= (1100\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2$

- Convertir el exponente a decimal

  $E = (0000\ 0000)_2 = 2^7 = (0)_{10}$

- Restar al exponente el sesgo correspondiente (sesgo=127)

  $e = E - sesgo = E - 127 = 0 - 127 = -127.$

  Aquí observamos que estamos en un caso especial, como la mantisa es distinta a 0 nos encontramos frente a un número desnormalizado y por lo tanto e=-126

- Convertir la mantisa a decimal

  $(1100\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2 = 2^{-1} + 2^{-2} = (0.75)_{10}$

  Por lo tanto $0.f = (0.75)_{10}$ (ya que estamos frente a un número desnormalizado)

- Finalmente el número convertido a decimal es:

  $N = (-1)^s\ (0.f)_{10}\ 2^e = (1)\ (0.75)_{10}\ 2^{-126} = (8.816207631 \times 10^{-39})_{10}$

- ¿El número es normalizado?

  Ya observamos que el número no es normalizado

3 Ejercicio 14

Realizar la suma 0.1 + 0.2 utilizando aritmética en punto otante con norma IEEE 754 simple precisión. Luego realizar la suma 0.1 + 0.4. ¿Qué se puede observar? Ayuda: Al realizar las conversiones se puede reducir la cantidad de operaciones observando la periodicidad de los resultados.

Por ejercicio 12, $(0.1)_{10} \simeq (0\ 01111011\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1000\ 000)_2$ IEEE 754

Tenemos que representar $(0.2)_{10}$ en la norma IEEE 754.

- Convertir la parte entera a binario: $(0)_{10} \simeq (0)_2$
- Convertir la parte fraccional a binario:

b_{-1}: $0.2 \cdot 2 = 0.4 \Rightarrow b_{-1} = 0$

b_{-2}: $0.4 \cdot 2 = 0.8 \Rightarrow b_{-2} = 0$

b_{-3}: $0.8 \cdot 2 = 1.6 \Rightarrow b_{-3} = 1$

b_{-4}: $0.6 \cdot 2 = 1.2 \Rightarrow b_{-4} = 1$

b_{-5}: $0.2 \cdot 2 = 0.4 \Rightarrow b_{-5} = 0$

Observamos una periodicidad en la búsqueda de la representación fraccionaria

por lo tanto $(0.2)_{10} \simeq (0.0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 001)_2$

- Normalizar número obtenido (tenemos que buscar el significante 1.f)

  $(0.0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 001)_2 = (0.0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 001)_2 \times 2^0 =$

  $= (1.1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 000)_2 \times 2^{(-3)} \Rightarrow f = 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 000$, donde f es la mantisa.

  Por lo tanto el significante resulta: $(1.1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 000)_2$

- Corregir el exponente sumando el sesgo correspondiente (sesgo=127):

  $-3 = e = E - 127 \Rightarrow E = 127 + e = 127 - 3 = 124$

  Por lo tanto E=124

- Convertir el exponente a binario:

  $124/2 = 62$, resto $= 0 \Rightarrow b_0 = 0$

  $62/2 = 31$, resto $= 0 \Rightarrow b_1 = 0$

  $31/2 = 15$, resto $= 1 \Rightarrow b_2 = 1$

  $15/2 = 7$, resto $= 1 \Rightarrow b_3 = 1$

  $7/2 = 3$, resto $= 1 \Rightarrow b_4 = 1$

  $3/2 = 1$, resto $= 1 \Rightarrow b_5 = 1$

$1/2 = 0$, resto $= 1 \Rightarrow b_6 = 1$

$0/2 = 0$, resto $= 0 \Rightarrow b_7 = 0$

Por lo tanto $E = (124)_{10} \simeq (0111\ 1100)_2$

- El número es positivo por lo tanto el bit de signo s = (0)

- Finalmente el número 0.2 representado en formato IEEE 754 simple precisión es:

  $(0\ 01111100\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 000)_2$

Observemos los exponentes de ambos números:

0.1 $E = (01111011)_2$

0.2 $E = (01111100)_2$

- Procedemos a igualar los exponentes

  Corremos el punto de 0.1 1 vez a la izquierda y obtenemos la representación:

  $(0.1)_{10} \simeq (0\ 01111100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 000)_2$ y ahora el significante es 0.1100 1100 1100 1100 1100 000

  Si bien no estamos frente a un número normalizado podemos realizar la suma de ambos significantes:

	1	**1**	–	–	**1**	**1**	–	–	**1**	**1**	–	–	**1**	**1**	–	–	**1**	**1**	–	–	–	–	–	–	–
		0.	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0
+		1.	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0
	1	0.	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0

Ahora nos encontramos con un $E = (01111100)_2$ y un resultado no normalizado. Prosigamos a normalizar

Resultado : $(10.0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0101\ 000)_2 \times 2^0 = (1.0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0010\ 100)_2 \times 2^1$

Como $E = (01111100)_2 \simeq 2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^2 = 124$, entonces $e = 124 - 127 = -3$

Al haber realizado un corrimiento a la izquierda para normalizar el resultado de la suma ahora

e = e + 1 = -3 + 1 = -2

Así $E = e + 127 = -2 + 127 = (125)_{10} \simeq (0111\ 1101)_2$

Por lo cual 0.1 + 0.2 en IEEE 754 equivale a $(0\ 1000\ 0000\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0010\ 100)_2$

$(0\ 1000\ 0000\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0010\ 100)_2 \simeq 2^{-2} \times (1 + 2^{-3} + 2^{-4} + 2^{-7} + 2^{-8} + 2^{-11} + 2^{-12} + 2^{-15} + 2^{-16} + 2^{-19} + 2^{-21}) = (0.2999998331)_{10} \simeq (0.3)_{10}$

Ahora tenemos que respresentar $(0.4)_{10}$ en norma IEEE 754 simple precisión

- Convertir la parte entera a binario: $(0)_{10} \simeq (0)_2$
- Convertir la parte fraccional a binario:

b_{-1}: $0.4 \cdot 2 = 0.8 \Rightarrow b_{-1} = 0$

b_{-2}: $0.8 \cdot 2 = 1.6 \Rightarrow b_{-2} = 1$

b_{-3}: $0.6 \cdot 2 = 1.2 \Rightarrow b_{-3} = 1$

b_{-4}: $0.2 \cdot 2 = 0.4 \Rightarrow b_{-4} = 0$

b_{-5}: $0.4 \cdot 2 = 0.8 \Rightarrow b_{-5} = 0$

Observamos una periodicidad en la búsqueda de la representación fraccionaria

por lo tanto $(0.4)_{10} \simeq (0.0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 011)_2$

- Normalizar número obtenido (tenemos que buscar el significante 1.f)

$(0.0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 011)_2 = (0.0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 011)_2 \times 2^0 =$

$= (1.1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 100)_2 \times 2^{(-2)} \Rightarrow f = 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 100$, donde f es la mantisa.

Por lo tanto el significante resulta: $(1.1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 100)_2$

- Corregir el exponente sumando el sesgo correspondiente (sesgo=127):

$-2 = e = E - 127 \Rightarrow E = 127 + e = 127 - 2 = 125$

Por lo tanto E=125

- Convertir el exponente a binario:

E=125$\simeq$ $(0111\ 1101)_2$

- El número es positivo por lo tanto el bit de signo s = (0)

- Finalmente el número 0.4 representado en formato IEEE 754 simple precisión es:

$(0\ 0111\ 1101\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 100)_2$

Observemos los exponentes de ambos números:

0.1 $E = (0111\ 1011)_2$

0.4 $E = (0111\ 1101)_2$

- Procedemos a igualar los exponentes

Corremos el punto de 0.1 2 veces a la izquierda y obtenemos la representación:

$(0.1)_{10} \simeq (0\ 01111101\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 000)_2$ y ahora el significante es 0.0110 0110 0110 0110 0110 000

Si bien no estamos frente a un número normalizado podemos realizar la suma de ambos significantes:

$$
\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccc}
 & - \\
 & & 0. & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
+ & & 1. & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
\hline
 & 1. & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0
\end{array}
$$

Ahora nos encontramos con un $E = (0111\ 1101)_2$ y un resultado normalizado.

Por lo cual 0.1 + 0.4 en IEEE 754 equivale a $(0\ 0111\ 11011111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 110)_2$

$(0\ 0111\ 11011111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 110)_2 \simeq 2^{-2} \times (1 + 1 - 2^{-22}) = (0.4999999404)_{10} \simeq (0.5)_{10}$

4 Ejercicio 15

Efectuar los siguientes cálculos utilizando aritmética en punto flotante con norma IEEE 754 simple precisión, siendo a = 12345, b = 0.0001, c = 45.5:

- (a + b) + c
- a + (b + c)

Tenemos que representar $(12345)_{10}$ en la norma IEEE 754.

- Convertir la parte entera a binario:

b_0: $12345/2 = 6172 \;\; resto = 1 \Rightarrow b_0 = 1$

b_1: $6172/2 = 3086 \;\; resto = 0 \Rightarrow b_1 = 0$

b_2: $3086/2 = 1543 \;\; resto = 0 \Rightarrow b_2 = 0$

b_3: $1543/2 = 771 \;\; resto = 1 \Rightarrow b_3 = 1$

b_4: $771/2 = 385 \;\; resto = 1 \Rightarrow b_4 = 1$

b_5: $385/2 = 192 \;\; resto = 1 \Rightarrow b_5 = 1$

b_6: $192/2 = 96 \;\; resto = 0 \Rightarrow b_6 = 0$

b_7: $96/2 = 48 \;\; resto = 0 \Rightarrow b_7 = 0$

b_8: $48/2 = 24 \;\; resto = 0 \Rightarrow b_8 = 0$

b_9: $24/2 = 12 \;\; resto = 0 \Rightarrow b_9 = 0$

b_{10}: $12/2 = 6 \;\; resto = 0 \Rightarrow b_{10} = 0$

b_{11}: $6/2 = 3 \;\; resto = 0 \Rightarrow b_{11} = 0$

b_{12}: $3/2 = 1 \;\; resto = 1 \Rightarrow b_{12} = 1$

b_{13}: $1/2 = 0 \;\; resto = 1 \Rightarrow b_{13} = 1$

Por lo tanto $(12345)_{10} \simeq (11\ 0000\ 0011\ 1001)_2$

- Normalizar número obtenido (tenemos que buscar el significante 1.f)

  $(11\ 0000\ 0011\ 1001)_2 = (11\ 0000\ 0011\ 1001)_2 \times 2^0 = (1.1\ 0000\ 0011\ 1001)_2 \times 2^{13} \Rightarrow$

  $\Rightarrow f = 1000\ 0001\ 1100\ 1000\ 0000\ 000$, donde f es la mantisa.

  Por lo tanto el significante resulta: $(1.1000\ 0001\ 1100\ 1000\ 0000\ 000)_2$

- Corregir el exponente sumando el sesgo correspondiente (sesgo=127):

  $13 = e = E - 127 \Rightarrow E = 127 + e = 127 + 13 = 140$

  Por lo tanto E=140

- Convertir el exponente a binario:

  $140/2 = 70$, resto $= 0 \Rightarrow b_0 = 0$

  $70/2 = 35$, resto $= 0 \Rightarrow b_1 = 0$

  $35/2 = 17$, resto $= 1 \Rightarrow b_2 = 1$

  $17/2 = 8$, resto $= 1 \Rightarrow b_3 = 1$

  $8/2 = 4$, resto $= 0 \Rightarrow b_4 = 0$

  $4/2 = 2$, resto $= 0 \Rightarrow b_5 = 0$

  $2/2 = 1$, resto $= 0 \Rightarrow b_6 = 0$

  $1/2 = 0$, resto $= 1 \Rightarrow b_7 = 1$

  Por lo tanto $E = (140)_{10} \simeq (1000\ 1100)_2$

- El número es positivo por lo tanto el bit de signo s = (0)

- Finalmente el número 12345 representado en formato IEEE 754 simple precisión es:

  $(0\ 1000\ 1100\ 1000\ 0001\ 1100\ 1000\ 0000\ 0000\ 000)_2$

Tenemos que representar $(0.0001)_{10}$ en la norma IEEE 754.

- Convertir la parte entera a binario: $(0)_{10} \simeq (0)_2$
- Convertir la parte fraccional a binario:

b_{-01}: $0.0001 \cdot 2 = 0.0002 \Rightarrow b_{-01} = 0$

b_{-02}: $0.0002 \cdot 2 = 0.0004 \Rightarrow b_{-02} = 0$

b_{-03}: $0.0004 \cdot 2 = 0.0008 \Rightarrow b_{-03} = 0$

b_{-04}: $0.0008 \cdot 2 = 0.0016 \Rightarrow b_{-04} = 0$

b_{-05}: $0.0016 \cdot 2 = 0.0032 \Rightarrow b_{-05} = 0$

b_{-06}: $0.0032 \cdot 2 = 0.0064 \Rightarrow b_{-06} = 0$

b_{-07}: $0.0064 \cdot 2 = 0.0128 \Rightarrow b_{-07} = 0$

b_{-08}: $0.0128 \cdot 2 = 0.0256 \Rightarrow b_{-08} = 0$

b_{-09}: $0.0256 \cdot 2 = 0.0512 \Rightarrow b_{-09} = 0$

b_{-10}: $0.0512 \cdot 2 = 0.1024 \Rightarrow b_{-10} = 0$

b_{-11}: $0.1024 \cdot 2 = 0.2048 \Rightarrow b_{-11} = 0$

b_{-12}: $0.2048 \cdot 2 = 0.4096 \Rightarrow b_{-12} = 0$

b_{-13}: $0.4096 \cdot 2 = 0.8192 \Rightarrow b_{-13} = 0$

b_{-14}: $0.8192 \cdot 2 = 1.6384 \Rightarrow b_{-14} = 1$

b_{-15}: $0.6384 \cdot 2 = 1.2768 \Rightarrow b_{-15} = 1$

b_{-16}: $0.2768 \cdot 2 = 0.5536 \Rightarrow b_{-16} = 0$

b_{-17}: $0.5536 \cdot 2 = 1.1072 \Rightarrow b_{-17} = 1$

b_{-18}: $0.1072 \cdot 2 = 0.2144 \Rightarrow b_{-18} = 0$

b_{-19}: $0.2144 \cdot 2 = 0.4288 \Rightarrow b_{-19} = 0$

b_{-20}: $0.4288 \cdot 2 = 0.8576 \Rightarrow b_{-20} = 0$

b_{-21}: $0.8576 \cdot 2 = 1.7152 \Rightarrow b_{-21} = 1$

b_{-22}: $0.7152 \cdot 2 = 1.4304 \Rightarrow b_{-22} = 1$

b_{-23}: $0.4304 \cdot 2 = 0.8608 \Rightarrow b_{-23} = 0$

b_{-24}: $0.8608 \cdot 2 = 1.7216 \Rightarrow b_{-24} = 1$

b_{-25}: $0.7216 \cdot 2 = 1.4432 \Rightarrow b_{-25} = 1$

b_{-26}: $0.4432 \cdot 2 = 0.8864 \Rightarrow b_{-26} = 0$

b_{-27}: $0.8864 \cdot 2 = 1.7728 \Rightarrow b_{-27} = 1$

b_{-28}: $0.7728 \cdot 2 = 1.5456 \Rightarrow b_{-28} = 1$

b_{-29}: $0.5456 \cdot 2 = 1.0912 \Rightarrow b_{-29} = 1$

b_{-30}: $0.0912 \cdot 2 = 0.1824 \Rightarrow b_{-30} = 0$

b_{-31}: $0.1824 \cdot 2 = 0.3648 \Rightarrow b_{-31} = 0$

b_{-32}: $0.3648 \cdot 2 = 0.7296 \Rightarrow b_{-32} = 0$

b_{-33}: $0.7296 \cdot 2 = 1.4592 \Rightarrow b_{-33} = 1$

b_{-34}: $0.4592 \cdot 2 = 0.9184 \Rightarrow b_{-34} = 0$

b_{-35}: $0.9184 \cdot 2 = 1.8368 \Rightarrow b_{-35} = 1$

b_{-36}: $0.8368 \cdot 2 = 1.6736 \Rightarrow b_{-36} = 1$

b_{-37}: $0.6736 \cdot 2 = 1.3472 \Rightarrow b_{-37} = 1$

Por lo tanto $(0.0001)_{10} \simeq (0.0000\ 0000\ 0000\ 0110\ 1000\ 1101\ 1011\ 1000\ 1011\ 1)_2$

- Normalizar número obtenido (tenemos que buscar el significante 1.f)

  $(0.0000\ 0000\ 0000\ 0110\ 1000\ 1101\ 1011\ 1000\ 1011\ 1)_2 = (0.0000\ 0000\ 0000\ 0110\ 1000\ 1101\ 1011\ 1000\ 1011\ 1)_2 \times 2^0 =$

  $= (1.1010\ 0011\ 0110\ 1110\ 0010\ 111)_2 \times 2^{-14} \Rightarrow f = 1010\ 0011\ 0110\ 1110\ 0010\ 111$, donde f es la mantisa.

  Por lo tanto el significante resulta: $(1.1010\ 0011\ 0110\ 1110\ 0010\ 111)_2$

- Corregir el exponente sumando el sesgo correspondiente (sesgo=127):

  $-14 = e = E - 127 \Rightarrow E = 127 + e = 127 - 14 = 113$

  Por lo tanto E=113

- Convertir el exponente a binario:

  $113/2 = 56$, resto $= 1 \Rightarrow b_0 = 1$

  $56/2 = 28$, resto $= 0 \Rightarrow b_1 = 0$

  $28/2 = 14$, resto $= 0 \Rightarrow b_2 = 0$

$14/2 = 7$, resto $= 0 \Rightarrow b_3 = 0$

$7/2 = 3$, resto $= 1 \Rightarrow b_4 = 1$

$3/2 = 1$, resto $= 1 \Rightarrow b_5 = 1$

$1/2 = 0$, resto $= 1 \Rightarrow b_6 = 1$

$0/2 = 0$, resto $= 0 \Rightarrow b_7 = 0$

Por lo tanto $E = (113)_{10} \simeq (0111\ 0001)_2$

- El número es positivo por lo tanto el bit de signo s = (0)

- Finalmente el número $(0.0001)_{10}$ representado en formato IEEE 754 simple precisión es:

  $(0\ 0111\ 0001\ 1010\ 0011\ 0110\ 1110\ 0010\ 111)_2 \simeq 2^{-14}1.63839996 \simeq 0.00009999999$

  Esta representación tiene un error relativo de 0.03×10^{-6}

Tenemos que representar $(45.5)_{10}$ en la norma IEEE 754.

- Convertir la parte entera a binario:

b_0: $45/2 = 22$ $\ resto = 1 \Rightarrow b_0 = 1$

b_1: $22/2 = 11$ $\ resto = 0 \Rightarrow b_1 = 0$

b_2: $11/2 = 5$ $\ resto = 1 \Rightarrow b_2 = 1$

b_3: $5/2 = 2$ $\ resto = 1 \Rightarrow b_3 = 1$

b_4: $2/2 = 1$ $\ resto = 0 \Rightarrow b_4 = 0$

b_5: $1/2 = 0$ $\ resto = 1 \Rightarrow b_5 = 1$

b_6: $0/2 = 0$ $\ resto = 0 \Rightarrow b_6 = 0$

Por lo tanto $(45)_{10} \simeq (101\ 101)_2$

- Convertir la parte fraccional a binario:

b_{-01}: $0.5 \cdot 2 = 1.0 \Rightarrow b_{-01} = 1$

b_{-02}: $0 \cdot 2 = 0 \Rightarrow b_{-02} = 0$

Por lo tanto $(45.5)_{10} \simeq (101\ 101.1)_2$

- Normalizar número obtenido (tenemos que buscar el significante 1.f)

  $(101\ 101.1)_2 = (101\ 101.1)_2 \times 2^0 = (1.01\ 1011)_2 \times 2^5 \Rightarrow f = 0110\ 1100\ 0000\ 0000\ 0000\ 000$, donde f es la mantisa.

  Por lo tanto el significante resulta: $1.0110\ 1100\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2$

- Corregir el exponente sumando el sesgo correspondiente (sesgo=127):

  $5 = e = E - 127 \Rightarrow E = 127 + e = 127 + 5 = 132$

  Por lo tanto E=132

- Convertir el exponente a binario:

$132/2 = 66$, resto $= 0 \Rightarrow b_0 = 0$

$66/2 = 33$, resto $= 0 \Rightarrow b_1 = 0$

$33/2 = 16$, resto $= 1 \Rightarrow b_2 = 1$

$16/2 = 8$, resto $= 0 \Rightarrow b_3 = 0$

$8/2 = 4$, resto $= 0 \Rightarrow b_4 = 0$

$4/2 = 2$, resto $= 0 \Rightarrow b_5 = 0$

$2/2 = 1$, resto $= 0 \Rightarrow b_6 = 0$

$1/2 = 0$, resto $= 1 \Rightarrow b_7 = 1$

Por lo tanto $E = (113)_{10} \simeq (1000\ 0100)_2$

- El número es positivo por lo tanto el bit de signo s = (0)

- Finalmente el número $(45.4)_{10}$ representado en formato IEEE 754 simple precisión es:

  $(0\ 1000\ 0100\ 0110\ 1100\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2$

(a+b)+c

Comencemos por (a+b):

Observemos los exponentes de ambos números:

(a) $E_a = (0111\ 1011)_2 \simeq (140)_{10} \Rightarrow e_a = (13)_{10}$

(b) $E_b = (0111\ 1101)_2 \simeq (113)_{10} \Rightarrow e_b = (-14)_{10}$

- Procedemos a igualar los exponentes

  Corremos el punto de b 13+14= 27 veces a la izquierda y obtenemos la representación:

  $(0.0001)_{10} \simeq (0\ 0111\ 1011\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2$ y ahora el significante es 0.0000 0000 0000 0000 0000 000

  Al sumar los significantes de a y b en el mismo exponente obtenemos a

  Por lo tanto 12345 + 0.0001 en IEEE 754 simple precisión equivale a

  $(0\ 1000\ 1100\ 1000\ 0001\ 1100\ 1000\ 0000\ 0000\ 000)_2 \simeq (12345)_{10}$

  Continuemos con (a+b) + c = a + c:

  Observemos los exponentes de ambos números:

(a) $E_a = (0111\ 1011)_2 \simeq (140)_{10} \Rightarrow e_a = (13)_{10}$

(c) $E_c = (1000\ 0100)_2 \simeq (132)_{10} \Rightarrow e_b = (5)_{10}$

- Procedemos a igualar los exponentes

  Corremos el punto de c 13-5=8 veces a la izquierda y obtenemos el siguiente significante:

  $(0.0000\ 0001\ 0110\ 1100\ 0000\ 000)_2$

Si bien no estamos frente a un número normalizado podemos realizar la suma de ambos significantes:

	–	–	–	–	–	–	–	**1**	**1**	**1**	–	–	**1**	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
	0.	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	1.	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1.	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Ahora nos encontramos con un $E = (0111\ 1011)_2$ y un resultado normalizado.

Por lo cual (12345+ 0.0001) + 45.5 en IEEE 754 equivale a $(0\ 0111\ 1011\ 1000\ 0011\ 0011\ 0100\ 0000\ 000)_2$

$(0\ 0111\ 1011\ 1000\ 0011\ 0011\ 0100\ 0000\ 000)_2 \simeq 2^{13} 1.51251220703124992006 = (12390.5)_{10}$

a+(b+c)

Comencemos por (b+c):

Observemos los exponentes de ambos números:

(c) $E_c = (1000\ 0100)_2 \simeq (132)_{10} \Rightarrow e_b = (5)_{10}$

(b) $E_b = (0111\ 1101)_2 \simeq (113)_{10} \Rightarrow e_b = (-14)_{10}$

- Procedemos a igualar los exponentes

  Corremos el punto de b 5+14= 19 veces a la izquierda y obtenemos el significante:

  $(0.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0011\ 010)_2$

Si bien no estamos frente a un número normalizado podemos realizar la suma de ambos significantes:

	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
	0.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0
+	1.	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1.	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0

El resultado está normalizado.

Por lo tanto 45.5 + 0.0001 en IEEE 754 simple precisión equivale a

$(0\ 1000\ 0100\ 0110\ 1100\ 0000\ 0000\ 0011\ 010)_2 \simeq 2^5 1.42187809944152832008 = (45.5000991821)_{10}$

Continuemos con a + (b + c) :

Observemos los exponentes de ambos números:

(a) $E_a = (0111\ 1011)_2 \simeq (140)_{10} \Rightarrow e_a = (13)_{10}$

(b+c) $E_{b+c} = (1000\ 0100)_2 \simeq (132)_{10} \Rightarrow e_b = (5)_{10}$

- Procedemos a igualar los exponentes

  Corremos el punto de c 13-5=8 veces a la izquierda y obtenemos el siguiente significante:

$(0.0000\ 0001\ 0110\ 1100\ 0000\ 000)_2$

Si bien no estamos frente a un número normalizado podemos realizar la suma de ambos significantes:

	–	–	–	–	–	–	–	1	1	1	–	–	1	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
	0.	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+	1.	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1.	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Ahora nos encontramos con un $E = (0111\ 1011)_2$ y un resultado normalizado.

Por lo cual $12345 + (0.0001 + 45.5)$ en IEEE 754 equivale a $(0\ 0111\ 1011\ 1000\ 0011\ 0011\ 0100\ 0000\ 000)_2$

$(0\ 0111\ 1011\ 1000\ 0011\ 0011\ 0100\ 0000\ 000)_2 \simeq 2^{13} 1.51251220703124992006 = (12390.5)_{10}$

Observaciones:

- Se puede observar que ambas sumas dieron el mismo resultado y este último no se vió afectado por 0.0001.
- La suma entre 0.0001 y 12345 dió como resultado 12345 mientras que 0.0001 + 45.5 si sufrió el efecto del primer sumando. Esto quiere decir que la diferencia en tamaño entre 0.0001 y 12345 es tal que la representación con IEEE 754 simple precisión no es suficiente para representar la suma entre tales números.

5 Ejercicio 16

Repetir el ejercicio anterior pero ahora utilizando doble precisión. Ayuda: No es necesario volver a hacer todo el procedimiento para hacer las conversiones.

Al estar trabajando con doble precisión se observa que:

- N. de Bits: 64
- Bits de signo: 1
- Bits de exponente: 11
- Bits de mantisa: 52
- Sesgo = 1023

IEEE 754 simple precisión

(a) $(0\ 1000\ 1100\ 1000\ 0001\ 1100\ 1000\ 0000\ 0000\ 000)_2$

(b) $(0\ 0111\ 0001\ 1010\ 0011\ 0110\ 1110\ 0010\ 111)_2$

(c) $(0\ 1000\ 0100\ 0110\ 1100\ 0000\ 0000\ 0000\ 000)_2$

Recalculo de exponentes

(E_a) Sabemos que $13 = e_a = E_a - 1023 \Rightarrow E_a = 1023 + e_a = 1023 + 13 = 1036 \simeq (100\ 0000\ 1100)_2$

(E_b) Sabemos que $-14 = e_b = E_b - 1023 \Rightarrow E_b = 1023 + e_b = 1023 - 14 = 1009 \simeq (011\ 1111\ 0001)_2$

(E_c) Sabemos que $5 = e_c = E_c - 1023 \Rightarrow E_c = 1023 + e_c = 1023 + 5 = 1028 \simeq (100\ 0000\ 0100)_2$

(a)

IEEE 754 simple precisión	0	10001100	100000011100100000000000000
IEEE 754 doble precisión	0	10000001100	1000000111001000000000000000000000000000000000000000

(b)

IEEE 754 simple precisión	0	01110001	10100011011011100010111
IEEE 754 doble precisión	0	01111110001	1010001101101110001011100000000000000000000000000000

(c)

IEEE 754 simple precisión	0	1000 0100	1010 0011 0110 1110 0010 111
IEEE 754 doble precisión	0	10000000100	0110110000000000000000000000000000000000000000000000

(a+b)+c

Comencemos por (a+b):

Observemos los exponentes de ambos números:

(a) $e_a = (13)_{10}$

(b) $e_b = (-14)_{10}$

- Procedemos a igualar los exponentes

Corremos el punto de b 13+14= 27 veces a la izquierda y obtenemos el significante:

$(0.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0011\ 0100\ 0110\ 1101\ 1100\ 0101\ 1100)_2$

Ahora sumamos el nuevo significante de b con el significante de a

$$\begin{array}{rr} & 0.0000000000000000000000000011010001101101110001011100 \\ + & 1.1000000111001000000000000000000000000000000000000000 \\ \hline & 1.1000000111001000000000000011010001101101110001011100 \end{array}$$

Por lo tanto 12345 + 0.0001 en IEEE 754 doble precisión equivale a

$(0100000011001000000111001000000000000011010001101101110001011100)_2 \simeq$

$\simeq 2^{13} 1.50695802001953106480 = (12345.0001)_{10}$

Continuemos con (a+b) + c = :

Observemos los exponentes de ambos números:

(a+b) $e_{a+b} = (13)_{10}$

(c) $e_c = (5)_{10}$

- Procedemos a igualar los exponentes

Corremos el punto de c 13-5=8 veces a la izquierda y obtenemos el siguiente significante:

$(0.0000000101101100000000000000000000000000000000000000)_2$

Si bien no estamos frente a un número normalizado podemos realizar la suma de ambos significantes:

$$\begin{array}{rr} & 0.0000000101101100000000000000000000000000000000000000 \\ + & 1.1000000111001000000000000011010001101101110001011100 \\ \hline & 1.1000001100110100000000000011010001101101110001011100 \end{array}$$

Ahora nos encontramos con un $E = (10000001100)_2$ y un resultado normalizado.

Por lo cual (12345+ 0.0001) + 45.5 en IEEE 754 equivale a (0 10000001100 1000001100110100000000000011010001101

$(0\ 10000001100\ 1000001100110100000000000011010001101101110001011100)_2 \simeq 2^{13} 1.51251221923828104424 =$ $(12390.5001)_{10}$

a+(b+c)

Comencemos por (b+c):

Observemos los exponentes de ambos números:

(c) $e_c = (5)_{10}$

(b) $e_b = (-14)_{10}$

- Procedemos a igualar los exponentes

  Corremos el punto de b 5+14= 19 veces a la izquierda y obtenemos el significante:

  $(0.0000000000000000001101000110110111000101110000000000)_2$

  Si bien no estamos frente a un número normalizado podemos realizar la suma de ambos significantes:

$$\begin{array}{rr} & 0.0000000000000000001101000110110111000101110000000000 \\ + & 1.0110110000000000000000000000000000000000000000000000 \\ \hline & 1.0110110000000000001101000110110111000101110000000000 \end{array}$$

  El resultado está normalizado.

  Por lo tanto 45.5 + 0.0001 en IEEE 754 doble precisión equivale a

  $(0\ 10000000100\ 0110110000000000001101000110110111000101110000000000)_2 \simeq$

  $\simeq 2^5 1.42187812499992112886 = (45.5001)_{10}$

  Continuemos con a + (b + c) :

  Observemos los exponentes de ambos números:

(a) $e_a = (13)_{10}$

(b+c) $e_b = (5)_{10}$

- Procedemos a igualar los exponentes

  Corremos el punto de (b+c) 13-5=8 veces a la izquierda y obtenemos el siguiente significante:

  $(0.00000001011011000000000000011010001101101110001011100)_2$

  Si bien no estamos frente a un número normalizado podemos realizar la suma de ambos significantes:

$$\begin{array}{rr} & 0.0000000101101100000000000011010001101101110001011100 \\ + & 1.1000000111001000000000000000000000000000000000000000 \\ \hline & 1.1000001100110100000000000011010001101101110001011100 \end{array}$$

  Ahora nos encontramos con un $E = (10000001100)_2$ y un resultado normalizado.

  Por lo cual 12345 + (0.0001 + 45.5) en IEEE 754 doble precisión equivale a (0 10000001100 100000110011010000000000

  $(0\ 10000001100\ 1000001100110100000000000011010001101101110001011100)_2 \simeq 2^{13} 1.51251221923828104424 =$ $(12390.5001)_{10}$

Observaciones:

- Ambas sumas dieron el mismo resultado.
- En doble precisión la norma IEEE 754 pudo realizar y representar las sumas sin error.