1.

1.1 platnost tvrzení:

$\boxed{823543}$

1. $f(n) = n^2 + 7^7 n - 600$

$\boxed{n_0 > 1}$

$n \geq n_0$ $c \neq 0$

$n^2 + 7^7 n - 600$

a) $f(n) \in \Omega(n^2)$

$f(n) \geq c \cdot n^2$

$n^2 + 7^7 n - 600 \geq c \cdot n^2$

nejhlarte nerovnica :D

$n_0 = 2$ $\to 4 + 2 \cdot (7^7) - 600 \geq c \cdot 4$

$4c \leq 1646490$

$\boxed{c \leq 411622}$

$\to$ dajme tomu, že si zvolíme $\boxed{c = 1}$

$\to$ platí že pre $f(n) \in \Omega(n^2)$

---

b) $f(n) \in \Theta(n^2)$

1646490

$\boxed{n_0 = 2}$

$\boxed{c_1 = 4}$

ako sme zistili, že c musí byť menšie ako 411622 v predošlej úlohe, tak zvolíme číslo o 1 väčšie trebarz :D

$\underbrace{c_1 \cdot n^2}_{16} \leq f(n) \leq c_2 \cdot n^2$

$c_2 \cdot 4$

$c_2 = \boxed{411623}$

$\boxed{1646492}$

takže platí pre $f(n) \in \Theta(n^2)$

② $g(n) = \log(8n^n) + 15n + 13$

a) $g(n) \in O(n^2)$

$g(n) \leq c \cdot n^2$

$n_0 = \boxed{2}$

$\log(8 \cdot 4) + 30 + 13 \doteq 44{,}51$

zase si odvodíme rovnicou $44{,}51 \leq 4c$

$4c \geq 44{,}51 \; /:4$

$c \geq 11{,}13$

$\rightarrow c = \boxed{12}$ lebo $12 \cdot 4$ je $\boxed{48}$

$\rightarrow$ tak bude $g(n) \in O(n^2)$

b) $g(n) \in \Theta(n \log n)$

$c_2 \cdot \log(n^n)$

$\parallel$

$c_1 \cdot n \log n \leq g(n) \leq c_2 \cdot n \log n$

skúsme zvoliť $\boxed{n_0 = 2}$

musí byť v predošlej číslo aj teraz :D

$g(n) \rightarrow \boxed{44{,}51}$

$\doteq 0{,}6021$

$c_1 \log(4) \leq 44{,}51 \leq c_2 \cdot \log 4$

$c_1, c_2 \geq 0$

tak dáme $c_1 = 1$, lebo $c_1 \log(4) \overset{c_1}{=} \log(4) = \log 4$

$c_2 \geq \frac{44{,}51}{\log 4}$

$c_2 \geq 73{,}93$

$\rightarrow c_2 = 74$

$\rightarrow 74 \cdot \log 4$ $\parallel$ $44{,}55\ldots$ tesne :D

teda $g(n) \in \Theta(n \log n)$

$20015{,}1415926535897932384626433\ldots$;D

1.2

3

$h(n) = 3n^2 + 10^4 n + \pi$

a) $h(n) \in O(n^2)$

b) $h(n) \in \Theta(n^2)$

a): $h(n) \le c_0 n^2$

skúsme $n_0 = 2$

$h(n) = 3 \cdot 4 + (10^4)2 + \pi \le c \cdot 4$

$c \ge 5003{,}7854$

$c = \boxed{5005}$ potom $5005 \cdot 4 = 20020$

$20015{,}1415 \le 20020$

$h(n) \in O(n^2)$

b) $h(n) \in \Theta(n^2)$

zase pre hodnotu $\boxed{n_0 = 2}$

$c_1 (n^2) \le h(n) \le c_2 \cdot n^2$

o jedno menšie

$\boxed{5002}$

toto až môžeme poznať, tak si dáme c_2 teraz $\boxed{5006}$

$5006 \cdot n^2$

$5002 \cdot 4 = 20008 \le 20015{,}141592\ldots \le \boxed{20024}$

$\rightarrow h(n) \in \Theta(n^2)$

1.2 zložitosť

$n \times (n+1)$ matica $A[0 \ldots n-1\ ;\ 0 \ldots n]$

for $i = 0, \ldots, n-2$ do —> // od nuly do $n-2$, to je teda $\boxed{n-1}$

1 2 3 4
5 6 7 8
9 10 11 12

od 1 do $n-1$ —> prvkov

for $j = i+1, \ldots, n-1$ do

—> do $n-i-1$

for $k = i \ldots n$ do

$A[j,k] = A[j,k] - A[i,k] \cdot A[j,i] / A[i,i]$: $n-1$

end

end

end

return A

— prechod od 1. riadku dolu

— každé prechádza každý prvok v riadku matice,

teda zložitosť je n^3

!

lebo v cykle i prebiehajú vnútorné cykly

= ~~každý j prechádza~~

cyklus j. a cyklus k

— mohli by sme napríklad používať vektory v C++

1.3 $T(0) = 1 \quad \forall n \in N$

$T(n) = 2 + T(n-1)$

$T(1) = 2 + 1 = 3$

$T(2) = 2 + \boxed{3} = 5$

$T(3) = 2 + 5 = 7$

$T(n) = \cancel{\frac{n+1}{2}}$

—> $T(n) = \boxed{2n+1}$

✓ lebo vždy liché čísla