

## Este es el documento que se hizo en clase para explicar el problema de Fight Against Monsters

$A_i$ : Vida del monstruo #i

$B_i$ : Ataque del monstruo #i

$C(x)$ : Cantidad de turnos que necesita el héroe para hacerle X daño a UN único monstruo

Si un monstruo sobrevive T turnos, ¿cuánto daño hace el monstruo?

Rpta: Para el monstruo #i:  $T \cdot B_i$

Resolver para  $n = 2$ : Resolvemos para dos monstruos i y j. Asumo que mato a i antes que j

Observación 1:  $C(a_k)$ : es la cantidad de turnos que necesito para matar al monstruo k.

Si quiero matar a i antes que j, quiero que se cumpla esta inecuación:

$$C(a_i) \cdot b_i + (C(a_i) \cdot b_j + C(a_j) \cdot b_j) \leq C(a_j) \cdot b_j + (C(a_j) \cdot b_i + C(a_i) \cdot b_i)$$

(El daño que recibo matando a i primero debe ser menor o igual al que recibo matando a j primero)

Reduzcamos la expresión:

$$C(a_i) \cdot b_i + C(a_i) \cdot b_j + C(a_j) \cdot b_j \leq C(a_j) \cdot b_j + C(a_j) \cdot b_i + C(a_i) \cdot b_i$$

Elimino terminos que se repiten en ambos lados de la inecuación:

$$C(a_i) \cdot b_j \leq C(a_j) \cdot b_i$$

Esto sería muy bonito y todo... pero solo funciona para  $N = 2$ ....

A menos que yo demuestre que este comparador es transitivo.

Es decir, demostrar que para algunos monstruos i, j, k,

si se cumple  $C(a_i) \cdot b_j \leq C(a_j) \cdot b_i$  (eq1)

y se cumple que  $C(a_j) \cdot b_k \leq C(a_k) \cdot b_j$  (eq2),

entonces se debe cumplir  $C(a_i) \cdot b_k \leq C(a_k) \cdot b_i$  (eq3)

ie: si 'i' debe ir antes que 'j', y 'j' debe ir antes que 'k', entonces 'i' debe ir antes que 'k'.

$$C(a_i) \cdot b_j \leq C(a_j) \cdot b_i \quad C(a_j) \cdot b_k \leq C(a_k) \cdot b_j$$

Reescribir eq 1:  $C(a_i) \cdot b_j \leq C(a_j) \cdot b_i$  como  $\frac{C(a_i)}{b_i} \leq \frac{C(a_j)}{b_j}$

Reescribir eq 2:  $C(a_j) \cdot b_k \leq C(a_k) \cdot b_j$  como  $\frac{C(a_j)}{b_j} \leq \frac{C(a_k)}{b_k}$

De manera directa, tengo  $\frac{C(a_i)}{b_i} \leq \frac{C(a_j)}{b_j}$  y  $\frac{C(a_j)}{b_j} \leq \frac{C(a_k)}{b_k}$

$$\frac{C(a_i)}{b_i} \leq \frac{C(a_j)}{b_j} \leq \frac{C(a_k)}{b_k} \rightarrow \text{La transitividad se cumple}$$

Nos falta algo importante... Qué rayos es  $C(x)$ ??????

El problema dice que cuando el héroe ataca a un monstruo  $x$ , le hace daño igual al número de vez que lo está atacando

Primer ataque al monstruo  $x$ : 1 (primera vez que lo ataco, le hago 1 de daño)

Segundo ataque a  $X$ : 2

Tercer ataque: 3

...

$K$ -esimo ataque:  $K$

Debemos usar esta información para hallar el  $C(X)$ .

¿Por qué nunca es óptimo atacar a 2 monstruos en simultaneo? → Tarea para ustedes

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 \dots K = \frac{K \cdot (K+1)}{2}$$

Si yo quiero matar a un monstruo con  $a_i$  de vida, entonces  $C(a_i)$  debe ser el  $K$  más pequeño tal que se cumpla :  $\frac{K \cdot (K+1)}{2} \geq a_i$  (la minima cantidad de turnos que necesito para hacer  $a_i$  de daño).

Los valores de  $A$  van hasta  $10^5$

Pista: Búsqueda Binaria

Alternativa: Esa formula es un valor cercano a  $K^2$ . Entonces más fácil, tomas la PARTE ENTERA de la raíz cuadrada de  $a_i$  y haces un for/while hacia los lados (tratar de incrementar o disminuir) esa raíz hasta que obtengas el  $K$  que cumpla nuestra propiedad.