Física I   Solución del primer examen de regularización

Problema 1 (1 punto)
Se siguen los mismos pasos que los realizados en el TP de errores

Datos: Llevarlos a un único sistema de unidades, por ejemplo *c,g,s*

$$D = 1cm \qquad \Delta D = \pm 0.02\,cm$$

$$H = 5cm \qquad \Delta H = \pm 0.1cm$$

$$M = 8.5g \qquad \Delta M = \pm 0.1g$$

Calculamos la densidad de un cilindro el volumen del cilindro

$$\delta = \frac{M}{Volumen} = \frac{M}{\pi\left(\frac{D}{4}\right)^2 H} = \frac{4M}{\pi D^2 H} = 2.16\ g/cm^3$$

a) Para calcular el error relativo de la densidad, aplicamos propagación de errores

$$\Delta\delta = \left|\frac{1}{\pi D^2 H}\right|\left|\pm\,\Delta M\right| + \left|-\frac{M}{\pi D^2 H^2}\right|\left|\pm\,\Delta H\right| + \left|-\frac{2M}{\pi D^3 H}\right|\left|\pm\,\Delta D\right|$$

Tomamos módulos pues consideramos el caso más desfavorable (recuerde el doble signo de los errores, por exceso o defecto).

La medición de la densidad debe ser dada como:

$$\delta = (2.16 \pm 0.16)\,g/cm^3$$

b) Para calcular el error en la determinación de la densidad, hacemos

$$\varepsilon_\delta = \Delta\delta/\delta = 0.074$$

Problema 2 (2 puntos)

El gráfico muestra una velocidad que disminuye linealmente con el tiempo (aceleración constante), donde $v(t=0) = v_0 = 10\,m/s$ y $v(t = 20\,s) = 0\,m/s$

a) Calculamos la aceleración como la pendiente de la curva

$$a = \frac{v(t=20\,s) - v_0}{20\,s} = -\frac{10}{20}\,m/s^2 = -0.5\,m/s^2$$

La ecuación de la velocidad es

$$v(t) = v_0 - a\,t = 10\,m/s - 0.5\frac{m}{s^2}t$$

b) La posición está dada por

$$x(t) - x_0 = v_0\,t - \frac{a}{2}t^2 = 10\frac{m}{s}t - 0.25\frac{m}{s^2}t^2$$

c) El significado físico del área bajo la curva es $\int_0^{20\,s} v(t)\,dt = x$, el recorrido total

Problema 3 (1 punto)
Este problema fue desarrollado en la clase teoría (notas de clases Capítulo III, pág. 22, Ejemplo VI), incluso los datos coinciden (recordando que $gR^2 = 4\times10^5 km^3/s^2$)

Utilizando la fórmula (3.52a) $\quad v_{mínima} = \sqrt{2\,g\,R^2\left[\frac{1}{R}-\frac{1}{r}\right]} = 2.4\ km/s$

Problema 4 (1 punto)

$$x(t) = A\,sen\left[\frac{2\pi}{\tau}(t-t_0)+\phi\right]$$

a) Calculamos la aceleración (desarrollado íntegramente en clase de teoría (Notas de clase, pág. 28, ver Figura 3.16))

$$a = -A\left(\frac{2\pi}{\tau}\right)^2 sen\left[\frac{2\pi}{\tau}(t-t_0)+\phi\right] = A\left(\frac{2\pi}{\tau}\right)^2 sen\left[\frac{2\pi}{\tau}(t-t_0)+\phi+\pi\right]$$

b) La aceleración es extrema (máxima o mínima) cuando el $sen\left[\frac{2\pi}{\tau}(t-t_0)+\phi\right] = \pm 1$

Es decir en cuando $a = \pm A\omega^2 = \pm A\left(\frac{2\pi}{\tau}\right)^2$ el corchete vale

$(n+\frac{1}{2})\pi = \left[\frac{2\pi}{\tau}(t-t_0)+\phi\right]$. **Esta respuesta era suficiente (no era necesario calcular exactamente el tiempo)**.
Para analizar el signo de la aceleración tenemos que para *n* par el seno del corchete es -1, por lo tanto la aceleración es positiva.

$$\left[\frac{2\pi}{\tau}(t-t_0)+\phi\right] = (m+1/2)\pi \Rightarrow (t-t_0) = [(n+1/2)-\phi](\tau/2)$$

Lo opuesto para los *n* impares

Problema 5 (2puntos)

La fuerza de fricción esta dada por $\vec{F}_d = \mu_d(m\,\vec{g})\cos(\alpha)$ y actúa en la dirección del plano inclinado con sentido negativo (hacia arriba del plano).

El peso tiene una componente en la dirección del plano $\vec{F} = (m\vec{g})\,sen(\alpha)$.
Para que el bloque se deslice con velocidad uniforme
$\vec{F} = (m\vec{g})\,sen(\alpha) = \vec{F}_d = \mu_d\,(m\vec{g})\cos(\alpha)$ es decir:

$$\mu_d = tg(\alpha)$$

Problema 6 (1 punto)
En la dirección horizontal no hay fuerza alguna interactuando con el proyectil, por lo tanto su velocidad (horizontal) $V_x = V_0\cos(\alpha) = cte.$ La única velocidad que varía a lo largo del tiempo es $V_y(t)$. Dicha componente de la velocidad seguirá la ecuación de movimiento $V_y(t) = V_0\,sen(\alpha) - g\,t$. Dicha velocidad tomara un valor mínimo (en realidad se anulará) en el instante $t^* = \dfrac{V_0\,sen(\alpha)}{g}$
El problema nos pide que calculemos la distancia *x* a la cual el módulo de la velocidad es mínimo. Esto se obtiene utilizando la ecuación $x(t) = V_0\cos(\alpha)t$ donde debemos sustituir *t* por *t**. Es decir:

$$x(t^*) = \frac{V_0^2}{g}\,sen(\alpha)\cos(\alpha) = \frac{(300)^2\,m^2/s^2}{9.8\,m/s^2}(0.5)(0.866) = 3976.5\,m$$

Problema 7 (2 puntos)

Obviamente para que el cubo quede en reposo la sumatoria de las fuerzas en la dirección paralela al disco debe ser cero.

$$M\,g = \mu_e\,mg + m\;\omega^2 r$$

$$\omega = \pm\sqrt{\frac{Mg - \mu_e m\,g}{m\,r}} = \pm\sqrt{\frac{2.5\,kg\,(9.8\,m/s^2) - 0.25\,(1kg)(9.8\,m/s^2)}{1kg\,(1.5\,m)}} = 3.8\,s^{-1}$$