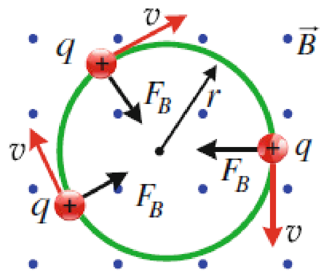
Ejercicio 1. Un protón de masa m = 1,67 10 $^{-27}$ kg y carga q = 1,6 10 $^{-19}$ C se mueve en una órbita circular de radio r = 20 cm, que es perpendicular a un campo magnético uniforme B = 0,25 T. (a) Determinar el período T del protón. (b) Determinar la velocidad del protón. (c) Determinar la magnitud de la fuerza magnética sobre el protón.



La fuerza magnética F_B que percibe una carga puntual q que ingresa en una región de campo magnético B se define de acuerdo a la siguiente fórmula:

$$F_B = q\,.(v\,x\,B)$$

Como la velocidad v de la carga es siempre perpendicular al campo magnético B, la misma describe un movimiento circular de radio r, como se presenta en la figura. De acuerdo con este movimiento y la segunda ley de Newton aplicada a él, se llega a determinar el valor de la velocidad de órbita v de la carga:

$$F_B = q\,.v\,.B = m\,.a = m\,\frac{v^2}{r}$$

$$v = \frac{r.q\,.B}{m}$$

(a) El período de giro T que describe la carga, corresponde al tiempo que demora en dar una vuelta completa y se relaciona con el perímetro y la velocidad de órbita, de la siguiente forma:

$$T = \frac{2\pi.r}{v} = \frac{2\pi.m}{q.B} = \frac{2\pi.1{,}67\ 10^{-27}\ \text{kg}}{1{,}6\ \ 10^{-19}\ \text{C}\ \ 0{,}25\ \text{T}} = \boldsymbol{2{,}51\ 10^{-7}\ s}$$

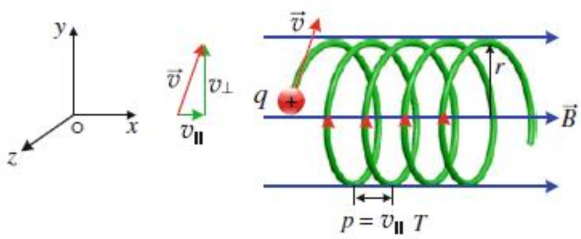
(b) La velocidad se puede determinar a través de la ecuación que relaciona el radio, el campo magnético, la carga y la masa, pero también utilizando el dato del período T que ya se conoce, entonces siguiendo esta última opción se tiene que:

$$v = \frac{2\pi.r}{T} = \frac{2\pi\,.0{,}20\ m}{2{,}51\ 10^{-7}\ \text{s}} = \boldsymbol{5{,}0\ 10^{6}\ m/s}$$

(c) La magnitud de la fuerza magnética ejercida por el campo B es la siguiente:

$$F_B = q\,.v\,.B = 1{,}6\ 10^{-19}\ \text{C}\,.\,5{,}0\ 10^{6}\ \text{m/s}\,.\,0{,}25\ \text{T} = \mathbf{2{,}0\ 10^{-13}\ N}$$

Ejercicio 2. Un protón q de masa m = 1,67 10 $^{-27}$ kg se mueve con una velocidad v = 2,8 10 ^{6} m/s. El protón ingresa en una región de campo magnético uniforme B = 0,05 T, con un ángulo de 60° entre el vector velocidad y el vector campo. Encontrar el radio r y el paso p determinado por el movimiento helicoidal que describe la carga q como se ve en la figura debajo.



En este caso, la velocidad tiene una componente perpendicular al campo magnético (**v**⊥**B**) y otra componente que es paralela (**v**//**B**) al campo, y que no genera fuerza magnética alguna.

La componente perpendicular contribuye a generar la fuerza magnética que produce un movimiento circular del protón, mientras que la componente de la velocidad que es paralela al campo ayuda a desplazar al protón en el sentido paralelo al campo y permite determinar el desplazamiento entre dos giros sucesivos *p*, denominado paso. Ambas componentes de velocidad producen un movimiento helicoidal.

$$v \perp B = v\,.sen\;60° = 2{,}425\;10^{6}\;\mathrm{m/s}$$

$$v /\!/ B = v\,.cos\;60° = 1{,}4\;10^{6}\;\mathrm{m/s}$$

$$F_B = q\,.v\,.B = m\,.a = m\,\frac{v^2}{r}$$

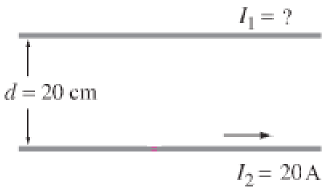
$$r = \frac{m\,.v}{q\,.B} = \frac{1{,}67\;10^{-27}\;\mathrm{kg}\,.\,2{,}425\;10^{6}\;\mathrm{m/s}}{1{,}6\;\;10^{-19}\;\mathrm{C}\;\;0{,}05\;\mathrm{T}} = \mathbf{0{,}51\;m}$$

Para hallar el valor del paso p, se debe determinar primero el valor del período T del ciclo rotatorio.

$$T = \frac{2\pi.r}{v} = \frac{2\pi.\,0{,}51\;\mathrm{m}}{2{,}425\;\;10^{\,6}\;\mathrm{m/s}} = 1{,}32\;10^{-6}\;s$$

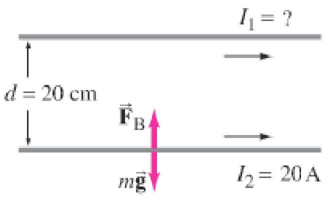
$$p = v\,.T = 1{,}4\;10^{6}\;\mathrm{m/s}\,.\,1{,}3210^{-6}\;\mathrm{s} = \mathbf{1{,}85\;m}$$

Ejercicio 3. Un alambre horizontal de densidad lineal de masa ρ = 0,12 g/m transporta una corriente I_2 de 20 A, un segundo alambre se ubica 20 cm por encima del primero, como se muestra en la figura. ¿Cuál deberá ser la corriente en el alambre superior I_1, y cuál deberá ser su dirección, que produzca que el alambre inferior se sustente y no caiga debido a la gravedad?



Para que el alambre inferior se sustente solo con la fuerza magnética generada, esta deberá apuntar hacia arriba y deberá contraponerse a la fuerza gravitatoria.

Además, para que la fuerza magnética apunte hacia arriba, en el alambre superior la corriente I_1 deberá tener el mismo sentido que la corriente I_2.



Entonces, de acuerdo a la densidad lineal de masa, la Fuerza gravitatoria es la siguiente:

$$F_g = m\,.g = \rho.\,l\,.g$$

Donde ρ es la densidad lineal de masa, l la longitud del alambre y g la aceleración de la gravedad.

Por otro lado, la Fuerza magnética generada las corrientes de ambos alambres es la siguiente:

$$\frac{F_B}{l} = \frac{I_1 \, . I_2 \, \mu_0}{2\pi . d} \rightarrow F_B = \frac{I_1 \, . I_2 \, \mu_0 . l}{2\pi . d}$$

Igualando ambas fuerzas se puede despejar la incógnita de I_1.

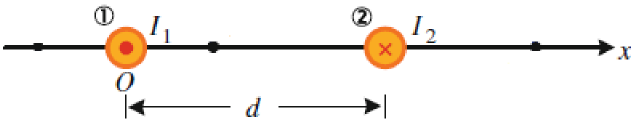
$$F_g = F_B$$

$$\rho . \cancel{l} \, . g = \frac{I_1 \, . I_2 \, \mu_0 . \cancel{l}}{2\pi . d}$$

$$I_1 = \frac{\rho \, g \, 2\pi . d}{I_2 \, \mu_0} = \frac{0{,}00012 \text{ kg/m} \, . g \, . 2\pi . 0{,}20 \, m}{20 \, A \, . \mu_0} = \mathbf{58{,}9 \, A}$$

La corriente I_1 que circula por el alambre superior deberá ser de 58,9 A y deberá tener el mismo sentido que la corriente que circula por el alambre inferior.

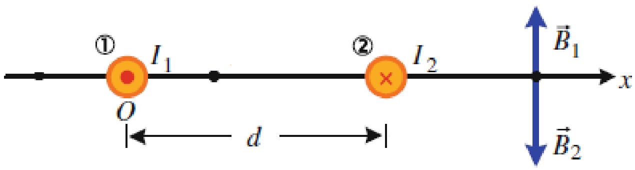
Ejercicio 4. Dos alambres paralelos suficientemente largos y rectos transportan corrientes que son perpendiculares al plano de la página. Alambre 1 tiene una corriente I_1 de 3,0 A que sale del plano de la página y pasa por el origen O del eje x. Un alambre 2 tiene una corriente I_2 de 2,0 A entra al plano de la hoja y pasa por el punto a una distancia d = 0,60 m del origen del eje x. (a) Sobre el eje x mostrar la magnitud y dirección del campo magnético B, a la derecha del alambre 2, entre los dos alambres, a la izquierda del alambre 1. (b) Hacia la derecha del alambre 2, encontrar el punto P a una distancia a en la cual el campo magnético resultante es 0.



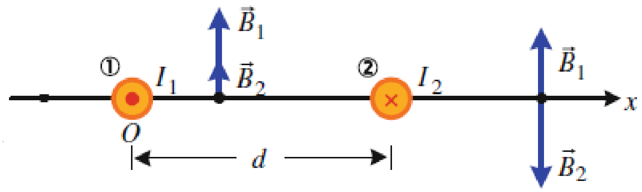
(a) Este inciso es cualitativo y lo que necesitamos saber es la aplicación de la Ley de Ampere, así como también que la dirección del campo magnético sigue la ley de la mano derecha siempre tomando de referencia la dirección de la corriente en el alambre.

$$B = \frac{\mu_0 . I}{2\pi . r}$$

Considerando primeramente un punto a la derecha del alambre 2, el campo B_1 generado por I_1 tendrá una dirección hacia arriba producto de un giro antihorario de los dedos de la mano derecha. En forma opuesta, el campo B_2 apunta hacia abajo, ya que la corriente I_2 es entrante al plano y el giro es sentido horario. Como el punto se encuentra más cerca del alambre 2, debido a la Ley de ampere, la magnitud de B_2 será mayor que B_1, ya que si bien $I_1 > I_2$ la distancia r desde el alambre 1 es mucho mayor que la distancia respecto al alambre 2.

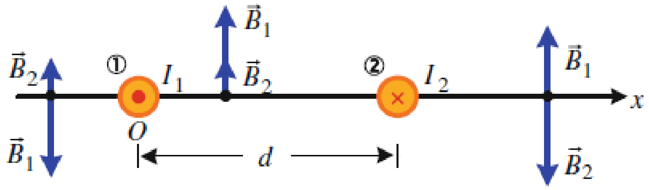


Cuando el punto es intermedio a ambos alambres, el campo B_1 sigue apuntando hacia arriba, mientras que ahora el campo B_2 generado por el alambre I_2 también apunta hacia arriba, producto del movimiento en sentido horario de la regla de la mano derecha.

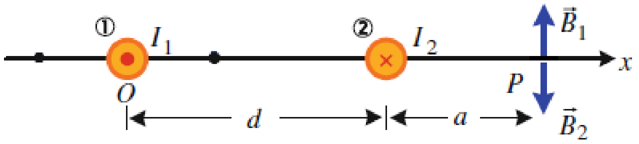


Además, como el punto está más distante al alambre 2 que al 1, el campo B_1 tiene mayor magnitud que B_2.

Por último, en un punto a la izquierda del alambre 1, el campo B_1 apunta hacia abajo, mientras que el campo B_2 apunta hacia arriba; la magnitud de B_1 es mayor que B_2 por están más cerca del alambre 1 que del 2.



(b) Para hallar el punto P ubicada una distancia a a la derecha del alambre 2 donde el campo magnético resultante es 0, se deben igualar las expresiones de ambos campos, expresando las distancias respecto al alambre que genera el campo, en función de a. Entonces queda lo siguiente:



$$B_1 = B_2$$

$$\frac{\cancel{\mu_0}.I_1}{\cancel{2\pi}.(d+a)} = \frac{\cancel{\mu_0}.I_2}{\cancel{2\pi}.(a)}$$

$$(d+a).I_2 = I_1 \, . a$$

$$a = \frac{I_2 \, . d}{I_1 - I_2} = \frac{2{,}0 \, A \, .0{,}60 \, m}{3{,}0 \, A - 2{,}0 \, A} = \mathbf{1{,}2 \, m}$$

Es decir que el punto P se ubica a 1,2 m del origen del eje x.

<u>Referencias</u>:

➔ Giancoli, D. C. (2005). Physics: principles with applications Sixth Edition.

➔ Radi, H. A., & Rasmussen, J. O. (2012). *Principles of physics: for scientists and engineers*. Springer Science & Business Media.