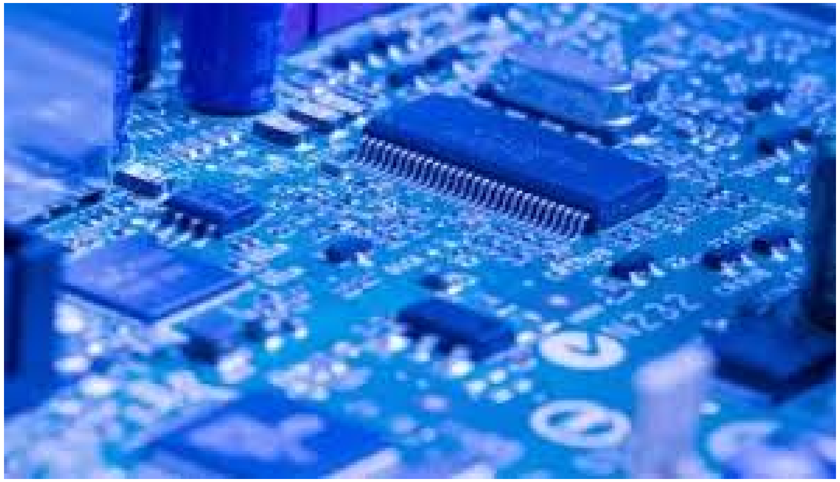
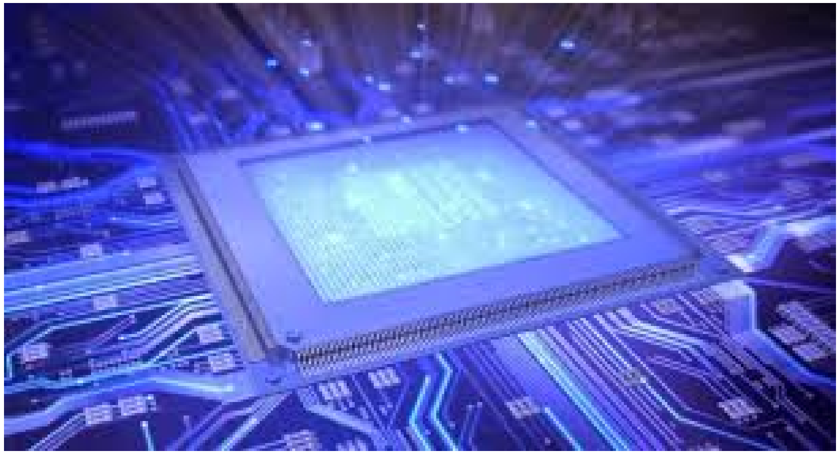
Electrónica Digital



Ingeniería Informática – FICH, UNL
Leonardo Giovanini



Circuitos Combinacionales

Organización de la clase

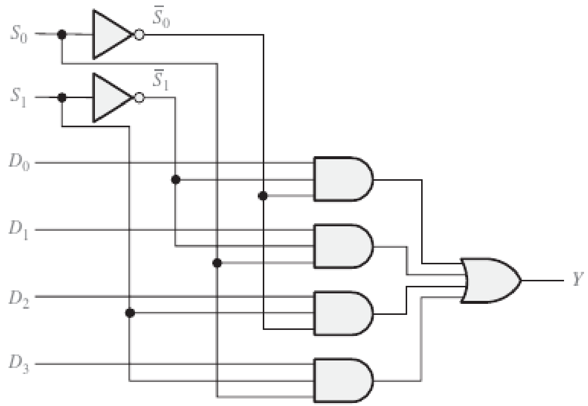
En esta se estudiarán los siguientes temas:

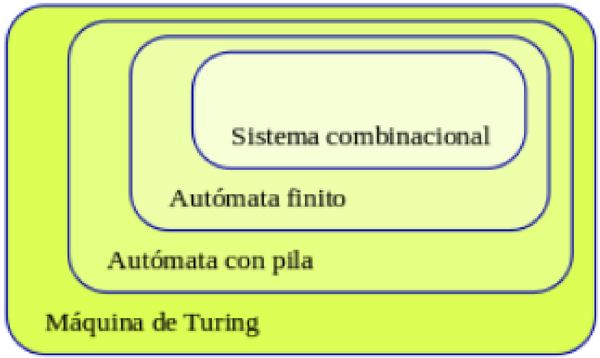
- Circuitos combinacionales;
- Procedimiento de diseño;
- Mapas de Karnaugh;
- Formas canónicas.

Circuitos Combinacionales - *Definición*

Un ***circuito combinacional***, o lógica combinacional, a todo sistema digital cuyas salidas son función exclusiva del valor de sus entradas, sin que intervengan en ningún caso estados anteriores de las entradas o las salidas, por lo tanto carecen de memoria y realimentación.

En electrónica digital un circuito combinacional está formado por ecuaciones simples a partir de las operaciones básicas del álgebra de Boole – operadores OR, AND y NOT – y se pueden representar mediante una tabla de la verdad.
Estos circuitos están compuestos solo por puertas lógicas interconectadas entre sí, sin ningúna celda de memoria.





Los **circuitos combinacionales** son las ***máquinas abstractas más sencillas*** de la teoría de autómatas*, que sólo permiten resolver problemas lógicos. Son la base con la cual se construyen el resto de las máquinas abstractas ya que resuelven problemas lógicos.

*** La teoría de automata es la rama de la teoría de la computación que estudia a las máquinas abstractas y los problemas que son capaces de resolver.**

Circuitos Combinacionales - *Tipos*

Entre los circuitos combinacionales clásicos tenemos

- **Lógicos**
    - Generador / Detector de paridad
    - Conversor de código;
    - Codificadores;
    - Generadores de códigos detectores de error.
- **Gestión de datos**
    - Multiplexores y demultiplexores;
    - Codificadores / Decodificadores de para transmisión de datos (códigos detectores/correctores, línea, criptografía).
- **Aritmeticos**
    - Comparador;
    - Sumador / Restador;
    - Opraciones matemáticas (Multiplicación, división, etc.).
- **Aritméticos y lógicos**
    - Unidad aritmético lógica.

El diseño de circuitos combinacionales involucra los siguientes pasos

Paso 1 – ***Análisis*****:** Se ***enuncia el problema*** a resolver;

Paso 2 – ***Análisis*****:** Se ***especifican las variables de entrada y salida*** del sistema;

Paso 3 – ***Modelado*****:** Se definen las ***funciones lógicas*** que especifican el ***comportamiento del sistema***;

Paso 4 – ***Modelado:*** Se ***simplifican las funciones lógicas*** obtenidas. Este paso es opcional y depende de la tecnología que se utilizará para implementar el circuito;

Paso 5 – ***Modelado:*** Se desarrolla el ***diagrama lógico*** del circuito para traducir las ***ecuaciones lógicas a un lenguaje gráfico***. Este paso es opcional y depende de la tecnología que se utilizará para implementar y simular el circuito;

Paso 6 – ***Simulación:*** Se construye un ***modelo computacional*** del cicuito combinacional para ***simular su comportamiento*** en un entorno CAD. En esta etapa se evalua el comportamiento del circuito y se busca que el circuito se comporte como se especifico en el Paso 1. Este paso puede involucrar un rediseño del circuito.

Paso 7 – ***Implementación:*** Se ***construye el circuito electrónico*** que implementa al circuito combinacional desarrollado.

Paso 8 – ***Evaluación:*** Se evalua el circuito electrónico para las diferenetes condiciones operativas del sistema.

Después de obtener las función lógica del sistema (paso 3), se procede a ***simplificar las funciones lógicas*** obtenidas.

El objetivo de este paso son:

- ***Reducir*** una función a su forma ***más simple;*** o
- ***Cambiar la función*** para una ***implementación más eficiente***.

Un método de simplificación consiste en utilizar las reglas, leyes y teoremas del álgebra de Boole para manipular y simplificar una expresión. Este método requiere un profundo conocimiento del álgebra booleana y una considerable experiencia en su aplicación, por no mencionar también un poquito de ingenio y destreza.

Como ejemplo de este procedimientos simplifiquemos la siguiente función

$$f = [AB(C + BD) + AB]\,C$$

Paso 1. Aplicar la ley distributiva a los términos entre corchetes

$$f = \left(ABC + ABBD + AB\right)C$$

Paso 2. Aplicar la existencia del elemento complementario $(BB = 0)$ al segundo término del paréntesis

$$f = \left(ABC + A0D + AB\right)C$$

Paso 3. Aplicar el el *teorema de absorción* al segundo término del paréntesis

$$f = \left(ABC + 0 + AB\right)C$$

Paso 4. Aplicar la definición de neutro para la suma al segundo término del paréntesis

$$f = \left(ABC + AB\right)C$$

Paso 5. Aplicar la ley distributiva a los términos entre corchetes

$$f = ABCC + ABC$$

Paso 6. Aplicar la ley de la idempotencia al primer término

$$f = ABC + ABC$$

Paso 7. Sacar factor común BC

$$f = (A + A)BC$$

Paso 8. Aplicar el el *teorema de la existencia del elemento complementario*

$$f = 1 . BC$$

Paso 9. Aplicar la definición de neutro para el producto

$$f = BC = [AB(C + BD) + AB]C$$

La efectividad de la simplificación algebraica depende de nuestra familiaridad con las leyes, reglas y teoremas del álgebra de Boole y de nuestra habilidad para aplicarlas.

Un mapa de Karnaugh proporciona un método sistemático de simplificación de expresiones booleanas inventado en 1953 por Maurice Karnaugh.

El mapa de Karnaugh reducen la necesidad de hacer cálculos extensos para la simplificación de expresiones booleanas, aprovechando la capacidad del cerebro humano para el reconocimiento de patrones.

Un mapa de Karnaugh es similar a una tabla de verdad, ya que muestra todos los valores posibles de las variables de entrada y la salida resultante para cada valor.

En lugar de organizar en filas y columnas como una tabla de verdad, el mapa de Karnaugh es una matriz de celdas que se organizan de manera que la simplificación de una determinada expresión consiste en agrupar adecuadamente las celdas.

Tabla de verdad

A	B	C	f
0	0	0	m_0
0	0	1	m_1
0	1	0	m_2
0	1	1	m_3
1	0	0	m_4
1	0	1	m_5
1	1	0	m_6
1	1	1	m_7

Mapa de Karnaugh

	C	
A B	0	1
0 0	m_0	m_1
0 1	m_2	m_3
1 1	m_6	m_7
1 0	m_4	m_5

A	B	C	D	f
0	0	0	0	m_0
0	0	0	1	m_1
0	0	1	0	m_2
0	0	1	1	m_3
0	1	0	0	m_4
0	1	0	1	m_5
0	1	1	0	m_6
0	1	1	1	m_7
1	0	0	0	m_8
1	0	0	1	m_9
1	0	1	0	m_{10}
1	0	1	1	m_{11}
1	1	0	0	m_{12}
1	1	0	1	m_{13}
1	1	1	0	m_{14}
1	1	1	1	m_{15}

	C D			
A B	0 0	0 1	1 1	1 0
0 0	m_0	m_1	m_3	m_2
0 1	m_4	m_5	m_7	m_6
1 1	m_{12}	m_{13}	m_{15}	m_{14}
1 0	m_8	m_9	m_{11}	m_{10}

Una vez construido el mapa de Karnaugh, la siguiente tarea es la de seleccionar conjunto de términos denominados subcubos de manera que se obtenga el menor número posible.

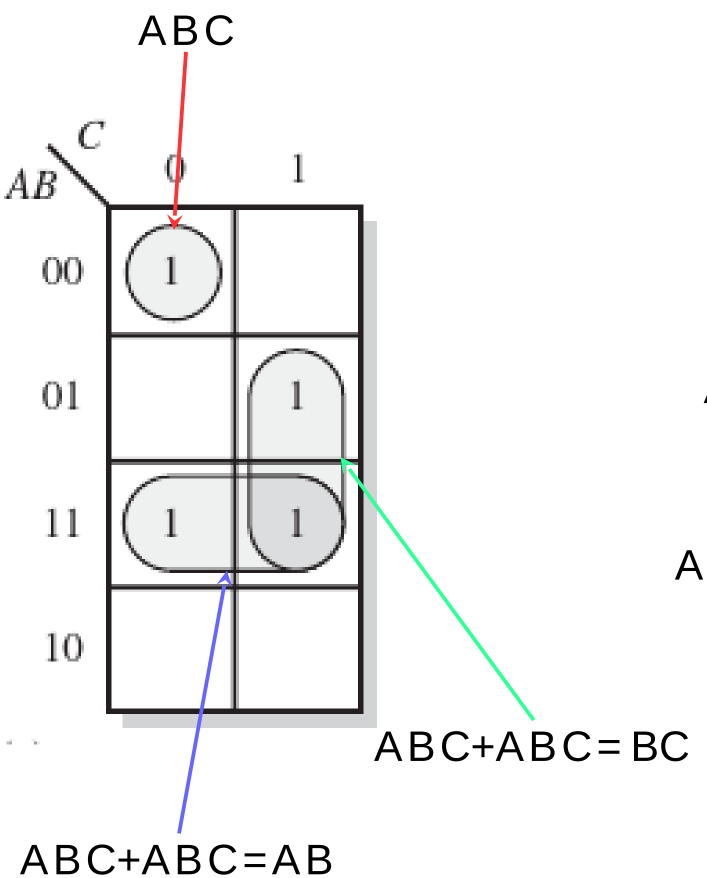
Estos subcubos se seleccionan formando grupos de rectángulos que encierren a los unos (ó ceros) del mapa. Las áreas deben ser potencia de 2 (ej. 1, 2, 4, 8, ...) y se debe tratar de agrupar el mayor número de unos (ó ceros) posible.

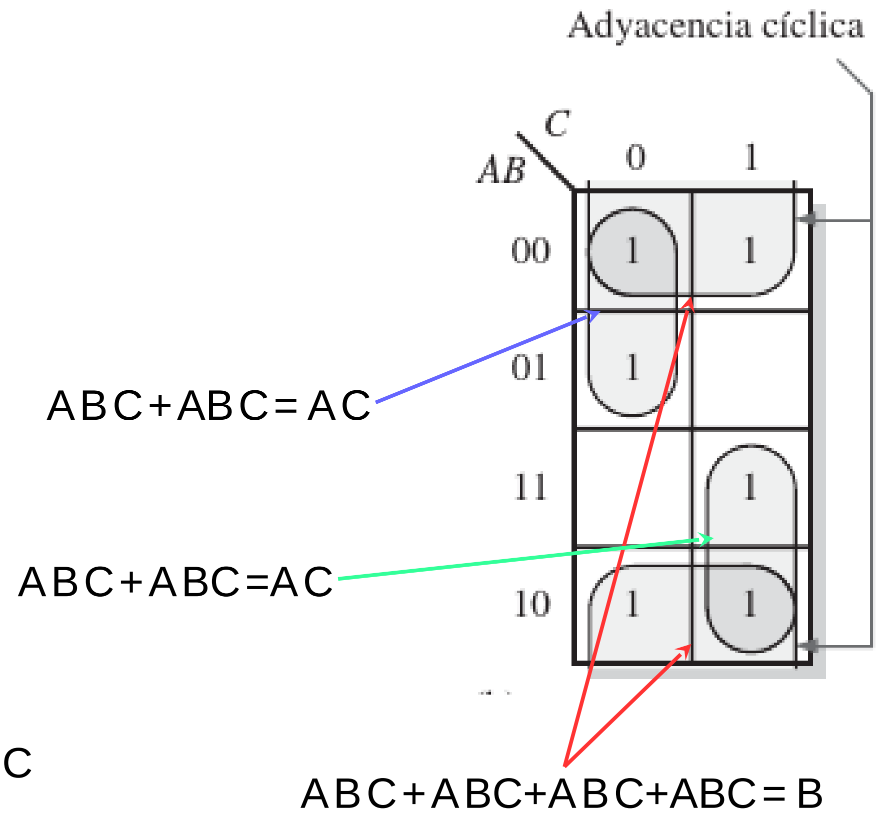
En resumen al hacer estos grupos de unos (ó ceros) – subcubos- se debe tener en cuenta lo siguiente:

- Debemos utilizar todos los unos del mapa;
- Crear el menor número de grupos con una cantidad de unos que sea potencia de 2;
- Los unos pueden estar en varios grupos;
- Cuanto más grande sea un grupo, la simplificación de la función será mejor;
- No es necesario que todos los grupos tengan el mismo tamaño.

La función simplificada tendrá tantos términos como grupos posea el diagrama.
Cada término se obtiene eliminando la o las variables que cambien de estado en el mismo grupo.

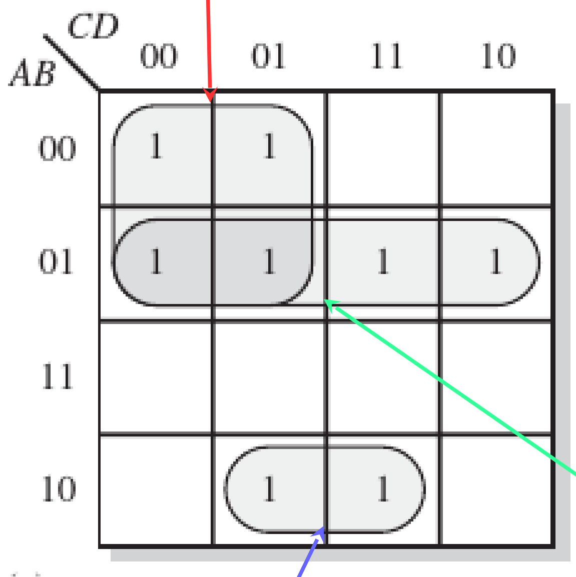
Ejemplos de diferentes tipos de agrupamientos de unos para un mapa de tres variables utilizando minitérminos





Ejemplos de diferentes tipos de agrupamientos de unos para un mapa de cuatro variables utilizando minitérminos

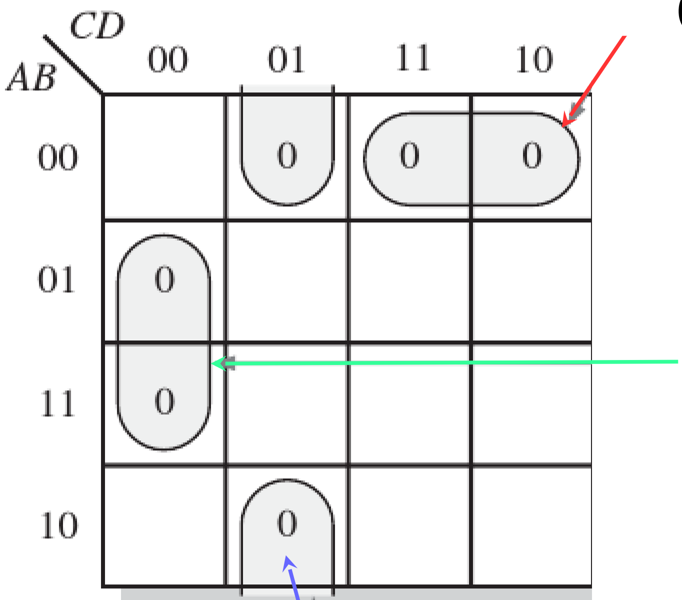
ABCD+ABCD+ABCD+ABCD = AC



ABCD+ABCD+ABCD+ABCD = AB

ABCD+ABCD=ABD

Ejemplos de diferentes tipos de agrupamientos de unos para un mapa de cuatro variables utilizando maxitérminos



$(A+B+C+D)(A+B+C+D)=A+B+C$

$(A+B+C+D)(A+B+C+D)=B+C+D$

$(A+B+C+D)(A+B+C+D)=B+C+D$