FÍSICA II

Notas sobre Inducción electromagnética

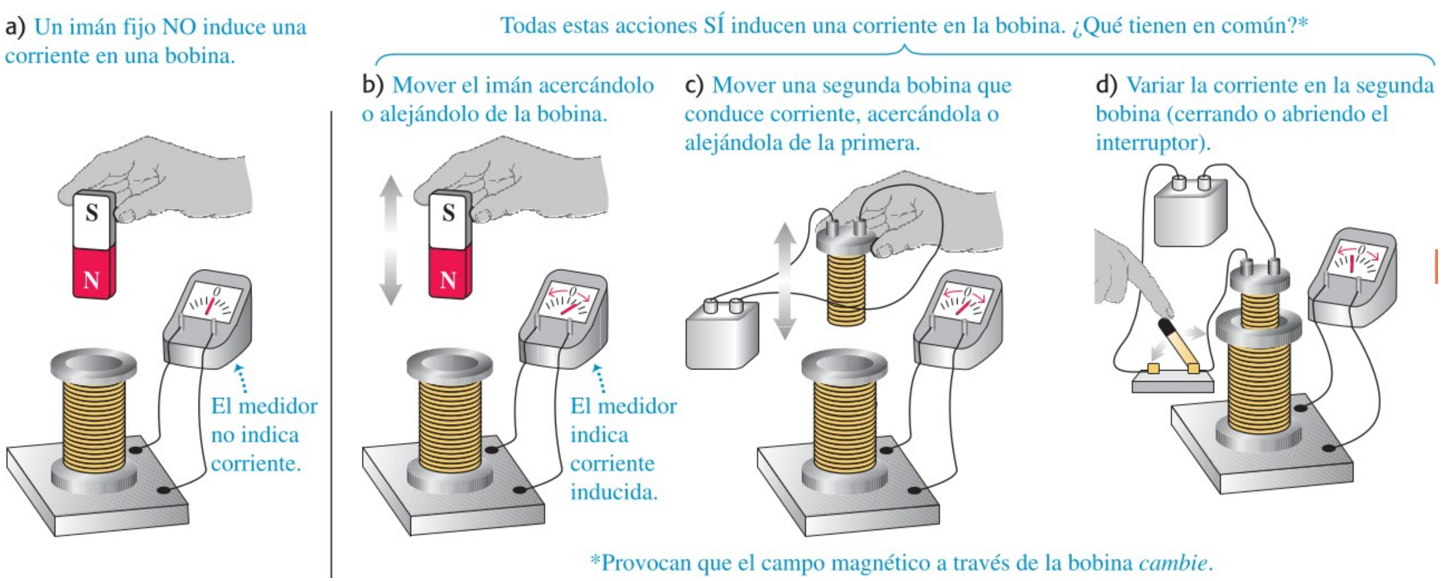
FICH – UNL

Version v.2

2021

Experimentos de inducción

Una serie de experimentos sencillos moviendo un imán permanente (o de un solenoide que produce campo magnético) permite observar la aparición de una fem sobre una bobina. El elemento común en todos estos experimentos es el flujo magnético cambiante ϕ_B en el tiempo.



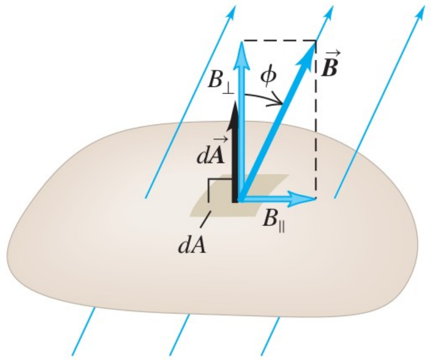
La relación entre la variación de ϕ_B y la fem inducida fue descubierta por Michael Faraday

$$fem = \frac{-d\Phi_b}{dt}$$

La fem inducida en una espira cerrada es igual al negativo de la tasa de cambio del flujo magnético a través de la espira con respecto al tiempo.

Ley de Faraday-Lenz

$$fem = \frac{-d\Phi_b}{dt}$$



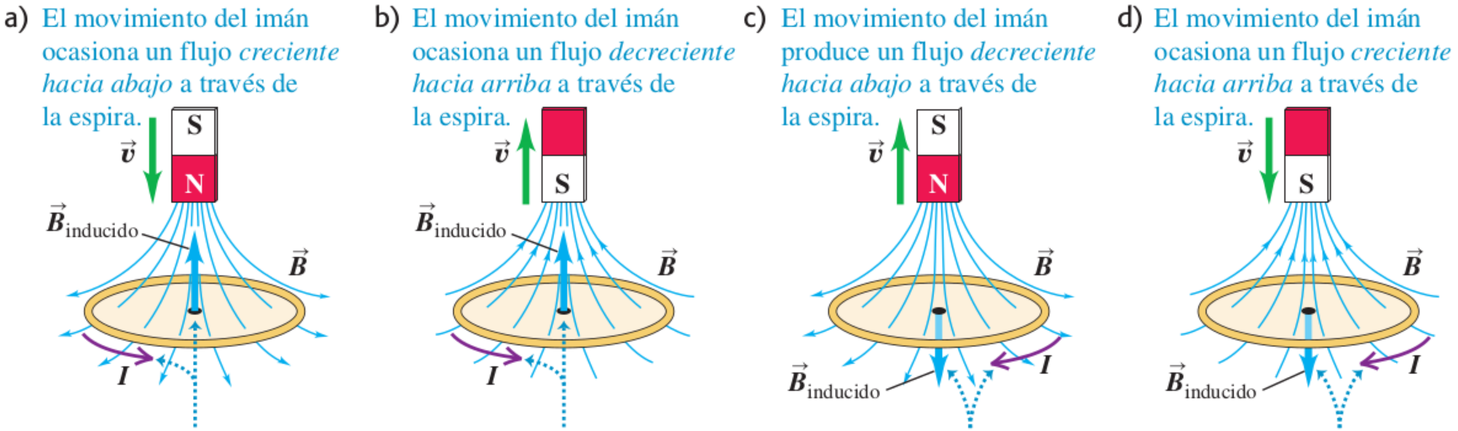
Flujo magnético a través de un elemento de área $d\vec{A}$:
$d\Phi_B = \vec{B} \cdot d\vec{A} = B_\perp dA = B\, dA \cos\phi$.

La ley de Faraday nos dice que la fem (diferencia de potencial) inducida será mayor cuanto mayor sea la variación del flujo del campo B.
Recordando que el flujo es la integral de área del vector sobre una superficie:

$$d\Phi_b = \vec{B}.\vec{da} = B\, da \cos\phi \qquad \textbf{\textit{integrando}} \qquad \Phi_b = \int \vec{B}.\vec{da} = \int B \cos\phi\, da$$

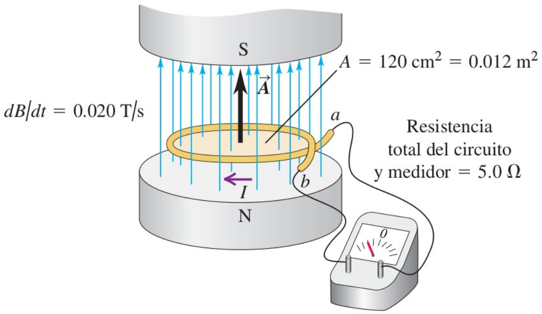
Esto puede parecer raro, pero en realidad se basa en el principio natural de que las cosas tienden a su estado inicial. Es decir, el campo inducido no es opuesto al campo inductor sino a la variación del flujo magnético exterior. Esto significa que si el flujo externo está aumentando, entonces el campo inducido busca contrarrestarlo (figura a). Pero, si el flujo externo está disminuyendo entonces el campo inducido busca incrementarlo (figura b).

Podríamos preguntarnos que significa el signo menos en la ley de Faraday-Lenz. Ese signo es debido a que la fem inducida, y por ende la corriente inducida, es tal que se opone al cambio del flujo magnético. Es decir, la corriente en la bobina busca inducir un campo magnético que se oponga a la variación del campo B que indujo la corriente.



Ejemplos

Ejemplo 1: *calcular la corriente inducida en una espira con un área A y una resistencia R sometida a un campo B que varia en el tiempo como muestra la figura.*



Solución: *Aplicamos la ley de Faraday. En este caso no sabemos cuento vale B pero si sabemos que B varia con una tasa dB/dt = 0.002 T/s. Luego:*

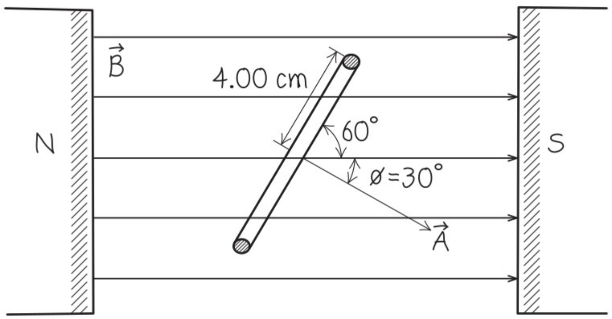
$$fem = \varepsilon = \frac{-d\Phi_b}{dt} = -0.02\,T/s\,0.012\,m^2 = 2.4\,x\,10^{-4}\,V$$

Y la corriente I será por ley de Ohm: $$I = \frac{\varepsilon}{R} = 4.8\,x\,10^{-5}\,A$$

¿Qué hubiera pasado si en lugar de tener una espira tuviéramos N (digamos 50) espiras arrolladas?. En ese caso el flujo total de B sería igual a la suma de los flujos en cada espira, y la fem sería:

$$\varepsilon = -N\frac{d\Phi_b}{dt} = -(50)\,0.02\,T/s\,0.012\,m^2 = 1.2\,x\,10^{-2}\,V$$

Ejemplos



Ejemplo 2: *Una espira circular de 4 cm de radio se encuentra en el centro de un campo B constante de 0.1 T producido por un imán. Calcular la fem inducida si está quieta, y si está girando con una velocidad ω de 10 rad/s*

Solución: *La primera pregunta no requiere hacer cálculos. Si el campo es constante y la espira no se mueve entonces el flujo de B a través de ella es constante. Luego, la ley de Faraday nos dice que la fem inducida es 0.*

Por otro lado, cuando la espira gira el flujo de B va cambiando, ya que será máximo cuando el ángulo Ø sea 0° y será nulo cuando sea 90°. Escribamos el flujo de B:

$$\Phi_b = \int \vec{B} . \vec{da}$$

Dado que B es constante en la integral, sale fuera de ella

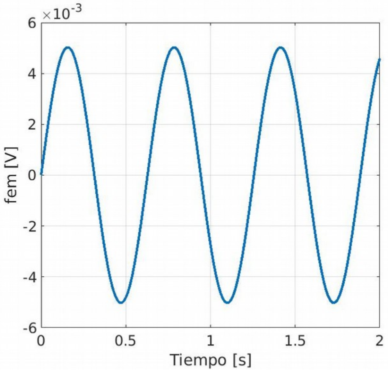
$$\Phi_b = \vec{B} . \int \vec{da} = \vec{B} . \vec{A} = B\,A \cos\phi$$

El ángulo Ø podemos escribirlo en función de la velocidad angular ω: $\phi = \phi_0 + \omega t$

Luego, el flujo de B es: $\Phi_b = B\,A \cos(\phi_0 + \omega t)$

Aplicando Faraday:

$$\varepsilon = \frac{-d\,\Phi_b}{dt} = \frac{-d\,(B\,A\cos(\phi_0+\omega t))}{dt} = -B\,A\,\frac{d\cos(\phi_0+\omega t)}{dt} = B\,A\,\omega\, sen(\phi_0+\omega t)$$

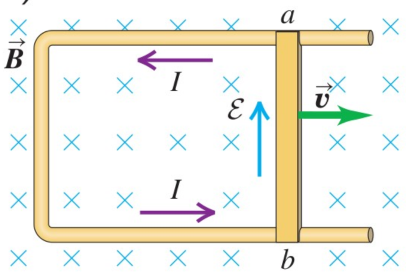


Como vemos, la fem es variable en el tiempo y depende de la intensidad de B, del área A y de la velocidad de giro. El ángulo $Ø_0$ es un ángulo de fase, el cual solo tiene relevancia si se pretende conocer el valor de ε en algún tiempo dado a partir de una condición inicial. En la figura $Ø_0 = 0$.

Ejemplos

Ejemplo 3: *Una varilla conductora de largo L = 0.5 m se mueve sobre rieles conductores con una velocidad v. La varilla y los rieles forman un rectángulo con un lado fijo y otro variable y son atravesados por un campo B. Calcular la fem inducida si la velocidad v es de 1 m/s*

b) Varilla conectada a un conductor fijo



La fem $\mathcal{E}$ en la varilla móvil crea un campo eléctrico en el conductor fijo.

Solución: *en este caso el campo B es constante pero el área A es variable. Debemos escribir el flujo de B en función de t como:*

$$\Phi_b = \int \vec{B} . \vec{da} = B L (x_0 + v t) = B L x_0 + B L v t$$

donde x_0 es cualquier posición arbitraria a partir de la cual comenzamos a medir el tiempo. Esta posición no es importante porque nosotros buscamos la variación del flujo y no su valor en un dado tiempo.

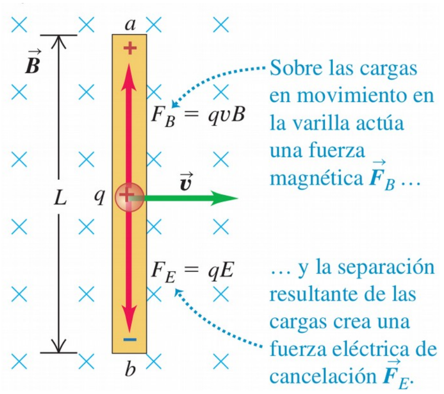
Al aplicar Faraday

$$\varepsilon = \frac{-d\,\Phi_b}{dt} = \frac{-d(B L x_0 + B L v t)}{dt} = -B L v$$

Vemos que sí v es constante entonces la fem es constante. El signo de la fem y de la corriente pueden obtenerse a partir de la ley de Lenz. Mientras más se mueve la varilla, mayor se vuelve el flujo de B. Por lo tanto, la ley de Lenz nos dice que la corriente debe ser tal que intente reducir la variación, generando en este caso un campo inducido en la dirección contraria a B.

Ejemplos

Ejemplo 4: *Una varilla conductora se mueve con velocidad v en forma perpendicular a un campo magnético B. Calcular la fem inducida.*



Solución: *Este problema resulta en principio extraño comparado con el anterior, porque aquí no hay un circuito por el cual circula la corriente. Sin embargo, posteriormente a Faraday, Maxwell demostró que la Ley de Faraday es aplicable sobre cualquier curva matemática, sin importar si existe o no un circuito conductor a lo largo de dicha curva.*

Esto significa que podemos resolver este problema de forma igual a como resolvimos el anterior, pensando que existen rieles conductores, definiendo una superficie sobre la cual podemos calcular el flujo de B y aplicar Faraday, obteniendo la misma solución:

$$\varepsilon = \frac{-d\Phi_b}{dt} = B\,L\,v$$

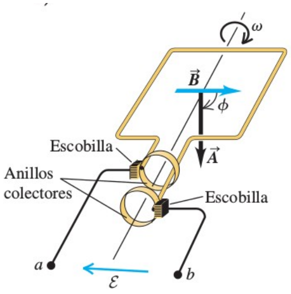
Pero, también podemos resolverlo de otra forma pensando que las cargas eléctricas dentro de la varilla se están moviendo con velocidad v, y por ello están sometidas a una fuerza magnética F_B = qvB. Esta fuerza las moverá hacia los extremos. Es decir, los electrones se moverán hacia abajo, dejando carga neta positiva arriba. Este proceso tendrá un límite cuando las cargas re distribuidas generen un campo eléctrico E dentro del conductor, y con ello una fuerza F_E = qE sobre las cargas. Cuando F_B = -F_E entonces la migración de cargas se detendrá y la varilla habrá adquirido su diferencia de potencial máxima:

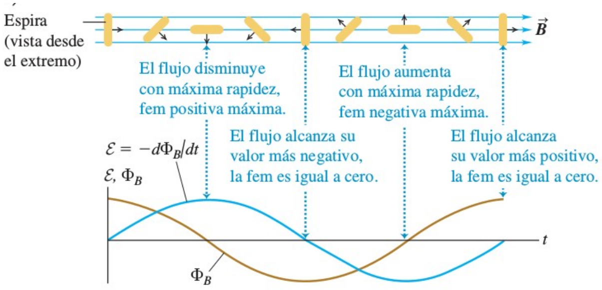
$$|F_B| = |BE| \longrightarrow qvB = qE \longrightarrow vB = E \longrightarrow \varepsilon = \Delta V = E\,L = (v\,B)\,L$$

Notar qué para calcular ε asumimos que E es constante. Sin embargo, esto tiene que ser así necesariamente porque la F_B es constante en todo punto y para que las cargas no se muevan, F_E también debe ser constante

Alternador (Corriente Alterna CA) vs Dínamo (Corriente Continua CC)

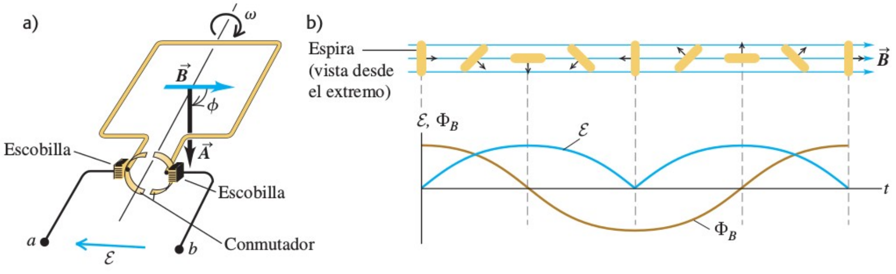
Alternador: *es un dispositivo que convierte energía mecánica en energía eléctrica en la forma de **corriente alterna**. Para ello, una bobina de N espiras gira dentro de un campo magnético constante. La variación en el flujo de B, dado por el cos Ø = cos(ωt) hace que se induzca una fem. Como se ve en la gráfica, la corriente es colectada en escobillas y dado que el ángulo Ø varía entre 0 y 360°, la polaridad de la fem se invierte en cada medio giro dando como resultado una fem que es:*



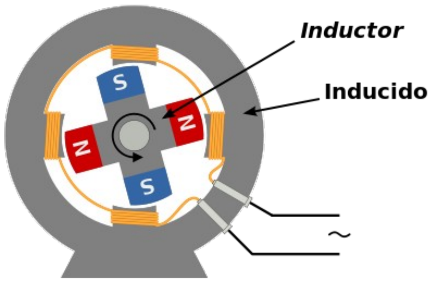


$$\varepsilon = \frac{-d\,\Phi_b}{dt} = \varepsilon_{max}\,sen(\phi) = N\,B\,A\,w\,sen(\omega t)$$

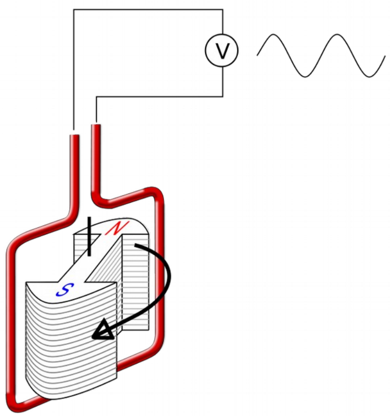
Dínamo: *es un dispositivo que convierte energía mecánica en energía eléctrica en la forma de **corriente continua**. La diferencia con el alternador es que la fem no cambia de polaridad debido a que las escobillas conmutan los bornes de la bobina en cada medio giro. De este modo, cada escobilla mantiene su polaridad, aunque el valor de la fem no sea constante.*



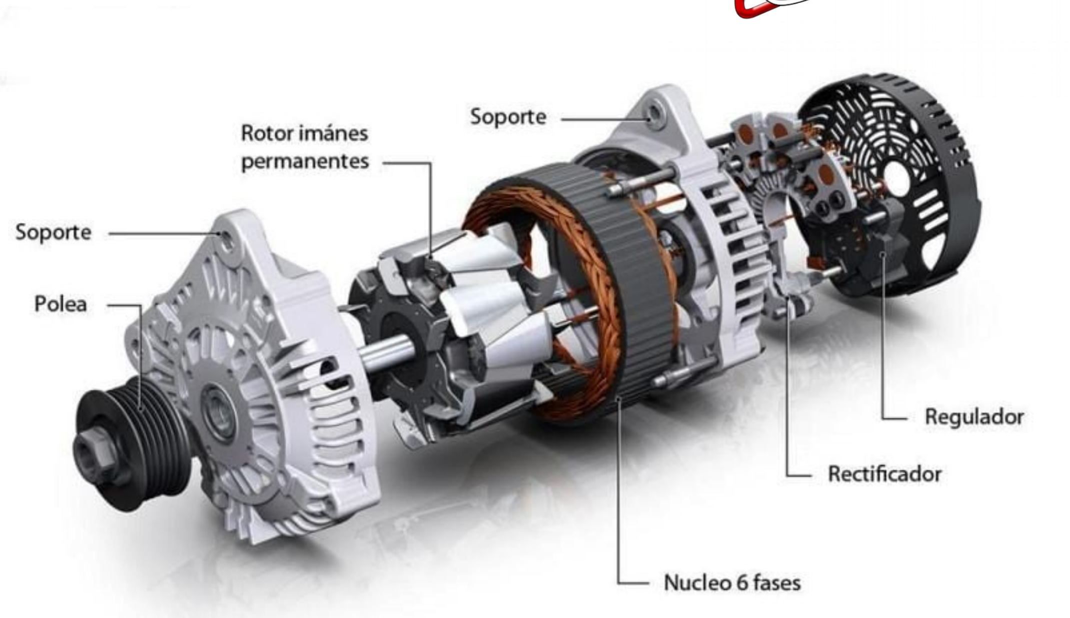
Alternador



En la práctica se emplean alternadores tanto para producir corriente alterna como continua. El campo magnético se produce en el rotor, y el estator tiene las bobinas. Mientras mayor número de polos más ciclos se producen en cada giro. Por ejemplo, un alternador de 4 polos genera una frecuencia igual a 2N/60, donde N es la cantidad de vueltas por minuto.

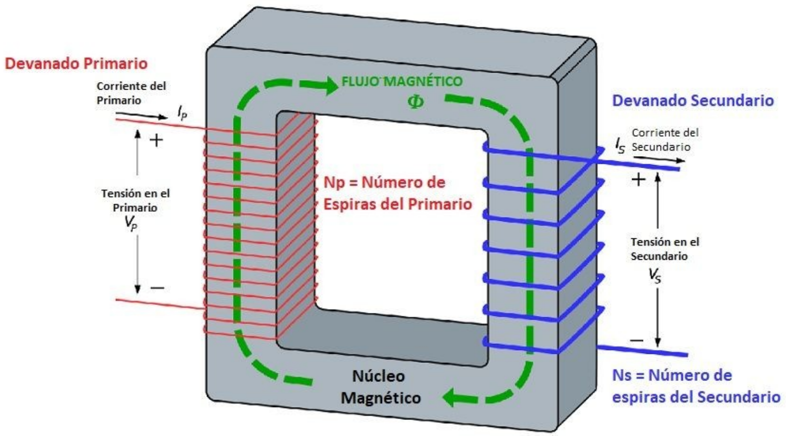


Actualmente los dínamos son poco empleados y en general se usan alternadores con rectificadores electrónicos para obtener corriente continua. Por ejemplo, los alternadores de los autos generan corriente alterna y luego la rectifican y regulan el voltaje a un valor fijo para poder cargar la batería



El transformador

TRANSFORMADOR ELÉCTRICO

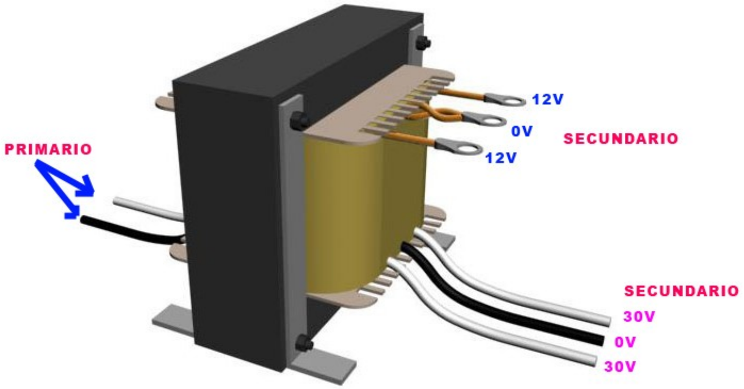


El transformador eléctrico consiste en dos bobinas arrolladas sobre un núcleo magnético de hierro. Por la primera bobina circula una corriente Ip que genera un campo magnético. Este campo circula por el núcleo y llega a la bobina secundaria induciendo una fem. En función de la cantidad de espiras en el primario y en el secundario la fem inducida puede ser menor, mayor o igual a la fem en el primario.
Normalmente la fem inducida es menor. Por ejemplo, para obtener 12 V a partir de la red eléctrica de 220 V emplearemos un transformador que tendrá aprox. 18 veces menos vueltas en el secundario que en el primario. De esta forma la fem inducida será menor a la fem inductora.
La fem inducida también será alterna y de igual frecuencia que la inductora, pero dado que el transformador tiene pérdidas bajas, la potencia en el lado secundario deberá ser levemente menor que en el primario y dado que la tensión es 18 veces menor, la corriente será aprox. 18 veces mayor.

Si por el contrario, la bobina secundaria tiene más vueltas que la primaria, entonces obtendremos una fem inducida mayor. El incremento de tensión es usado para aplicaciones rurales como los boyeros eléctricos, pero también para elevar la tensión para su transmisión en líneas de alta tensión.

Finalmente, los transformadores con igual número de vueltas en ambas bobinas son empleados para aislar eléctricamente un circuito eléctrico de la red.

El transformador puede tener varias salidas en el circuito secundario para entregar distintas tensiones con un mismo transformador.



Ecuaciones de maxwell

El electromagnetismo y la transferencia de ondas electromagnéticas se basa en las ecuaciones de Maxwell. Maxwell (1865) no descubrió todas las ecuaciones por sí solo, aunque desarrolló el concepto de corriente de desplazamiento para la ley de Ampère y generalizó las ecuaciones a curvas matemáticas y no a circuitos reales. La interacción entre estas cuatro leyes permitió predecir la existencia de las ondas electromagnéticas. Las 4 ecuaciones son:

$$\oint \vec{E}.\vec{da}=\frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

Ley de Gauss para el campo eléctrico

$$\oint \vec{B}.\vec{da}=0$$

Ley de Gauss para el campo magnético. Aunque esta ley no la formuló Gauss, su similitud hizo que la llamaran de esta forma. Establece que el flujo de B sobre una superficie cerrada es nulo, lo cual permite concluir que no existen monopolos magnéticos.

$$\oint \vec{B}.\vec{dl}=\mu_0\left(i_c+\varepsilon_0 d\frac{\Phi_E}{dt}\right)_{enc}$$

Ley de Ampère. Maxwell tuvo que corregir la ley original agregando un término dependiente de la variación del campo eléctrico. Esto se denominó corriente de desplazamiento

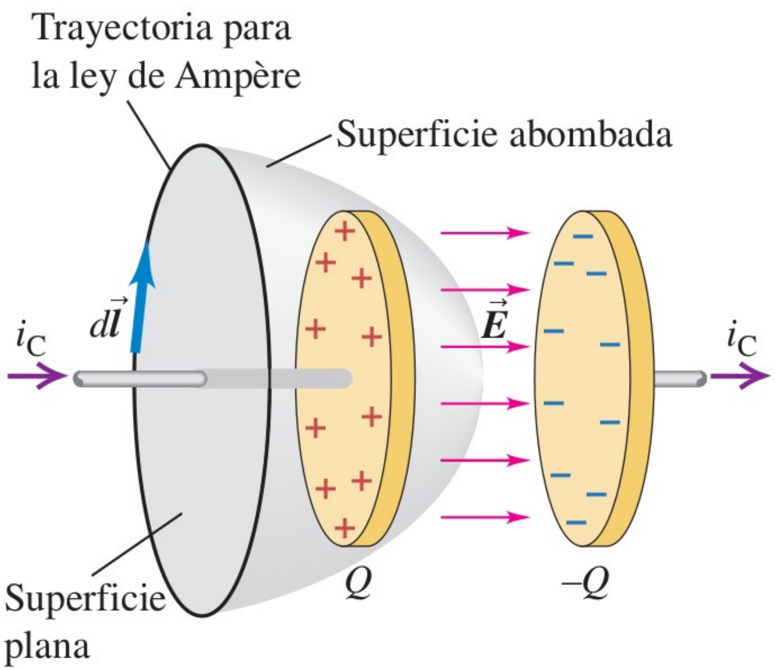
$$\oint \vec{E}.\vec{dl}=\frac{-d\,\Phi_B}{dt}$$

Ley de Faraday

Analizando las ec. 1 y 4 Maxwell concluyó que el campo E en ambas ecuaciones corresponde al campo total, suma de un campo electrostático (y por lo tanto conservativo) y de un campo dinámico o no conservativo (ondas electrostáticas)

Ecuaciones de maxwell – Corriente de desplazamiento

Corriente de desplazamiento: *Maxwell se dio cuanta que la ley de Ampère tenía un problema; en un capacitor plano durante su carga, si tomamos una curva de Ampère que tenga asociada una superficie como la sombreada (recordar que la integral solo tiene en cuenta la curva, no la superficie) entonces encontramos que, para ese caso particular, la corriente Ic es igual a cero. Pero si tomamos la curva lo suficientemente lejos del capacitor, entonces es esperable que las líneas de campo magnético sean anillos concéntricos al conductor. La ley original decía claramente que la integral era 0 pero nada hacia pensar que B no fuera constante a lo largo de la curva y entonces solo quedaba como posibilidad que B fuera cero. Eso hizo pensar a Maxwell que el campo eléctrico generado entre las placas debería ser asociado a una corriente eléctrica atravesando la superficie. Luego, aplicando la ley de Gauss, y sabiendo que la corriente es la derivada temporal de la carga, Maxwell corrigió o completó la ley de Ampère:*



$$\oint \vec{E}\,.\,\vec{da} = \Phi_E = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad i_d = d\frac{Q}{dt} = \varepsilon_0\, d\frac{\Phi_E}{dt} \quad \Rightarrow \quad \oint \vec{B}\,.\,\vec{dl} = \mu_0 \left(i_c + \varepsilon_0\, d\frac{\Phi_E}{dt}\right)_{enc}$$

Ecuaciones de maxwell – Simetría

Simetría del campo E y el campo B: *combinando las ecuaciones, Maxwell demostró que los campos eléctrico y magnético son simétricos en el espacio vació. Es decir, si no hay cargas eléctricas, entonces la ley de Gauss dice que el flujo de E es nulo, al igual que ocurre con el flujo de B:*

$$\oint \vec{E}\,.\,\vec{da}=0$$ *(1° ley)* *y* $$\oint \vec{B}\,.\,\vec{da}=0$$ *(2° ley)*

Por otro lado, en el espacio vació no hay corrientes eléctricas y la ec. de Ampère queda:

$$\oint \vec{B}\,.\,\vec{dl}=\mu_0\,\varepsilon_0\,d\,\frac{\Phi_E}{dt}=\mu_0\,\varepsilon_0\,d\,\frac{\int \vec{E}\,\vec{da}}{dt}$$

Esto significa que variaciones en el campo eléctrico generan campo magnético:

$$\oint \vec{B}\,.\,\vec{dl}=\mu_0\,\varepsilon_0\,d\,\frac{\int \vec{E}\,\vec{da}}{dt}$$

Esto es equivalente a la ley de Faraday que dice que variaciones del campo magnético inducen campo eléctrico.

$$\oint \vec{E}\,.\,\vec{dl}=\frac{-d}{dt}\int \vec{B}\,.\,\vec{da}$$

Más adelante veremos que esta simetría y el hecho de que la variación de uno de los campos induce al otro, es lo que permitió a Maxwell predecir la existencia de las ondas electromagnéticas y su transporte en el vació. Debieron pasar varios años hasta que Hertz pudiera probar experimentalmente la existencia de las ondas.