UNIVERSIDAD NACIONAL DEL LITORAL

FACULTAD DE INGENIERÍAS Y CIENCIAS HÍDRICAS

CÁTEDRA: ESTADÍSTICA

TÍTULO: ENSAYOS DE RESISTENCIA DE HORMIGÓN (H°) TIPO H-25

INTEGRANTES: BARGAS, IARA VALENTINA

GAITÁN, BIANCA

RIEDEL, MARÍA ESPERANZA

FECHA DE PRESENTACIÓN: 02/12/2019

Índice

Introducción:

El hormigón es un material que se utiliza en la construcción. Se elabora mezclando agua, cemento (aglomerante), arena y piedras (agregados), y algunas veces, algún tipo de aditivo de ser necesario. Dicha mezcla en el proceso de secado y fraguado va ganando mayor resistencia, hasta que llega a una resistencia máxima aproximadamente 28 días después de su tirada.

Según la variación de las proporciones de los distintos componentes, el hormigón tiene diferentes propiedades y pueden diferenciarse distintos tipos de hormigón; en este trabajo utilizaremos datos de un hormigón H-25.

Este material de construcción tiene muy buena resistencia a los esfuerzos de compresión, pero para la verificación de estos esfuerzos se deben realizar, siguiendo la normativa correspondiente***-Normas IRAM 1666-****,* ensayos de compresión. Los mismos se basan en la aplicación a distintas probetas de la misma sección diferentes cargas, y ver con el transcurso de los días la resistencia que está generando la probeta. Los días que se analizaron estos ensayos son el día 7 y el 28, en éste último se genera la máxima resistencia a compresión que puede tener el material analizado. Las probetas analizadas son de una sección de 176,70 cm2.

Los diferentes tipos de hormigón (H°) y sus respectivas resistencias máximas están establecidas mediante el Reglamento CIRSOC 201:2005 (*imágen 1*), siendo éste el Centro de Investigación de los Reglamentos Nacionales de Seguridad para las Obras Civiles.

✓ **RESISTENCIA A LA COMPRESIÓN. Modificación de clases resistentes**

CIRSOC 201:1982 → **CIRSOC 201:2005**

Clase del hormigón		Resistencia especificada σ'_{bk} (28 días)	Aplicación
H-I	H-4	4	H°S°
	H-8	8	
	H-13	13	H°S° y H°A°
	H-17	17	
H-II	H-21	21	H°S°, H°A° y H°P°
	H-30	30	
	H-38	38	
	H-47	47	

Clase del hormigón	Resistencia especificada f'_c (e.diseño)	Aplicación
H-15	15	H°S°
H-20	20	H°S° y H°A°
H-25	25	H°S°, H°A° y H°P°
H-30	30	
H-35	35	
H-40	40	
H-45	45	
H-50	50	
H-60	60	

Imagen 1

El área de trabajo fue en la provincia de Santa Fe, justamente en las localidades de San Justo y Santa Fe capital. A continuación, se deja plasmado en un plano la ubicación de las hormigueras donde se relevaron los datos.

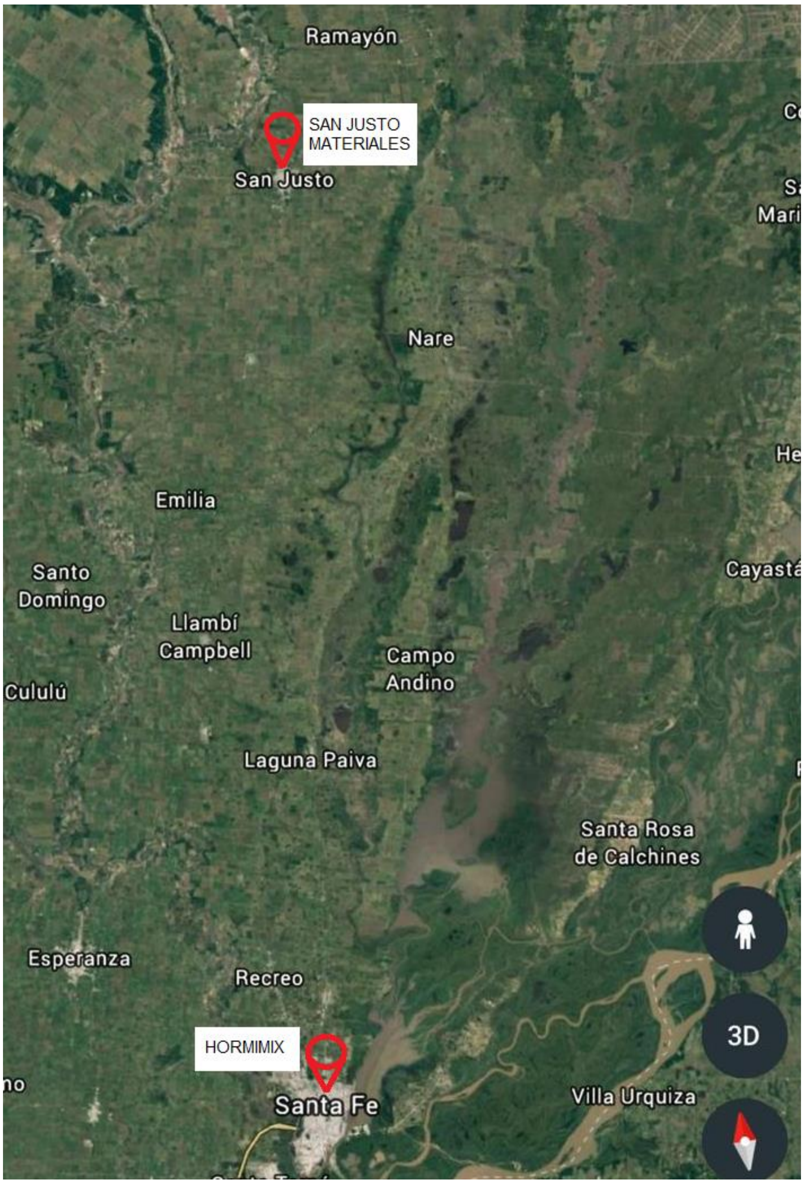

Imagen 2

Objetivos del trabajo

En esta sección daremos uso de los métodos estadísticos para posibilitar una síntesis de la información disponible a algunos valores que sugieren claramente la naturaleza de los datos crudos, y además, brindan un procedimiento para la toma de decisiones del objetivo general que se plantea.

El objetivo general que nos planteamos es la búsqueda del hormigón que contenga las mejores cualidades en cuanto a resistencia y responda de mejor manera al Reglamento CIRSOC 201 y a las Normas IRAM 1666, tomando datos de dos empresas hormigoneras -*San Justo Materiales y Hormimix*- para luego compararlos entre sí, aplicarles técnicas estadísticas y generar una conclusión lo más acertada posible.

Metodología

Empezaremos definiendo que el experimento aleatorio está constituido por los ensayos a compresión de las probetas de hormigón, el cual fue repetido bajo idénticas condiciones de laboratorio, aplicando a cada uno de estos ensayos una carga diferente para poder analizar la resistencia a compresión a diferentes cargas aplicadas al hormigón.

El espacio muestral a analizar y estudiar es definido como la resistencia del hormigón y, cada dato es un punto muestral, los cuales se pueden definir como infinitos continuos ya que sus elementos se corresponden con los números reales. Podemos también definir a la muestra -*datos de resistencia obtenidas en laboratorio del hormigón de la empresa Hormimix y San Justo Materiales*- como el número de observaciones extraída de un conjunto mayor denominado población, donde este último es el conjunto de todas las posibles observaciones que se pueden obtener relacionadas con el fenómeno en cuestión.

En este trabajo estamos trabajando con variables aleatorias continuas, ya que asociamos a cada suceso elemental del espacio muestral un número perteneciente a los reales y, el fenómeno es cuantificado a través de cualquier número real. Sumado a esto, el comportamiento de esta variable se describe por las leyes de probabilidad, caracterizadas por distribución de variables, gráficos y modelos matemáticos que representan la ley.

Primeramente, para la aplicación de la estadística a los datos en cuestión, realizaremos un análisis de los sucesos. Podemos decir que la carga y la resistencia son sucesos dependientes ya que dependiendo la carga va a depender la resistencia, pero, como estamos comparando resistencias de un tipo de hormigón realizado por dos empresas diferentes éstos son sucesos independientes, porque la ocurrencia del primero es independiente de la del segundo, y no son mutuamente excluyentes.

Posteriormente se realizará un test de ajuste para las resistencias de ambas empresas al plazo de 28 días, para poder concluir a qué modelo se ajustan mejor los datos obtenidos y poder así, aplicarle un análisis estadístico completo para responder el objetivo en cuestión.

Haremos un análisis exploratorio de datos para analizar los datos antes de aplicarle la estadística descriptiva, para entender el comportamiento de los datos analizados; utilizaremos el diagrama Box-plot para realizar una comprensión y comparación gráfica sencilla entre el conjunto de datos. Finalizado ésto, haremos una estadística descriptiva, mediante software, para hallar las características más importantes de esta variable aleatoria, concluir respecto a su comportamiento y comparar los datos de las resistencias de ambas empresas.

Por último, mediante inferencia estadística, encontraremos una conclusión para así responder qué empresa realiza el hormigón H-25 que más se adapta a las Normas IRAM 1666 y al Reglamento CIRSOC 201:2005.

Datos empleados

En la *tabla 1* se apreciarán los datos de resistencias obtenidas a 28 días y a 7 días aplicando diferentes cargas a un hormigón H-25 realizado por la empresa Hormimix, mientras que en la *tabla 2* se contemplarán los mismos datos explicados anteriormente, pero con un hormigón H-25 realizado por la empresa San Justo Materiales.

PROBETAS HORMIGÓN H-25 – HORMIMIX			
RESISTENCIA (kg/cm2) A 28 DIAS		*RESISTENCIA (kg/cm2) A 7 DIAS*	
CARGA	*RESISTENCIA (kg/cm2)*	*CARGA*	*RESISTENCIA (kg/cm2)*
65000	367.86	46500	263.16
66000	373.51	49500	280.14
63000	356.54	34500	195.25
64500	365.03	35500	200.91
64500	365.03	49500	280.14
63000	356.54	35500	200.91
66000	373.51	46500	263.16
65000	367.86		
61500	348.05		

Tabla 1

PROBETAS HORMIGÓN H-25 - SAN JUSTO MATERIALES			
RESISTENCIA (kg/cm2) A 28 DIAS		*RESISTENCIA (kg/cm2) A 7 DIAS*	
CARGA	*RESISTENCIA (kg/cm2)*	*CARGA*	*RESISTENCIA (kg/cm2)*
46500	263.16	34500	195.25
49500	280.14	31500	178.27
50000	282.97	30500	172.61
49500	280.14	30500	172.61
48500	274.48	34500	195.25
48000	271.65	31500	178.27
46500	263.16	34500	195.25
49500	280.14		
49000	277.31		

Tabla 2

Por otro lado, en la *tabla 3* se podrá observar el conjunto de los datos de las resistencias de cada probeta de hormigón H-25 de ambas empresas, lo que, para nuestra aplicación estadística, el conjunto de datos de esta tabla son las muestras al plazo de 28 días y al plazo de 7 días, y cada dato es un punto muestral.

PROBETAS HORMIGÓN H-25			
RESISTENCIA (kg/cm2) A 28 DIAS		*RESISTENCIA (kg/cm2) A 7 DIAS*	
HORMIMIX	*SAN JUSTO MATERIALES*	*HORMIMIX*	*SAN JUSTO MATERIALES*
367.86	263.16	263.16	195.25
373.51	280.14	280.14	178.27
356.54	282.97	195.25	172.61
365.03	280.14	200.91	172.61
365.03	274.48	280.14	195.25
356.54	271.65	200.91	178.27
373.51	263.16	195.25	263.16
367.86	280.14		
359.37	277.31		

Tabla 3

Sumado a esto, para la conclusión del objetivo planteado, el cuál es la búsqueda del hormigón que contenga las mejores cualidades en cuanto a resistencia y responda de mejor manera al Reglamento CIRSOC 201 y a las Normas IRAM 1666, debemos tener en cuenta cuál es la resistencia máxima deseable establecida por el Reglamento CIRSOC 201. La misma se mostrará a continuación.

RESISTENCIA (kg/cm2) DEL HORMIGÓN H-25 POR **NORMA IRAM 1666 PARTE I y REGLAMENTO CIRSOC 201**
25 Mpa = 254.929 kg/cm2

Tabla 4

Desarrollo

Empezaremos analizando la probabilidad que existe de elegir el hormigón H-25 realizado por la empresa Hormimix –*P(A)*- y luego la probabilidad que existe de elegir el hormigón H-25 realizado por la empresa San Justo Materiales –*P(B)*-.

Basándonos en la *tabla 3* podemos obtener una cantidad n total de datos de resistencias a 28 días igual a 18, un número de casos favorables A igual a 9 –*resistencia a 28 días del hormigón de Hormimix*- y un número de casos favorables B igual a 9 –*resistencia a 28 días del hormigón de San Justo Materiales*-.

Por ende, sabiendo que n A y n B son los tamaños muestrales de A y de B respectivamente, sabemos que:

P(A) = $\frac{nA}{ntotal}$

P(A) = $\frac{9}{18}$ = 0,5 = 50%

P(B) = $\frac{nB}{ntotal}$

$P(B) = \frac{9}{18} = 0,5 = 50\%$

Con esto observamos que existe la misma probabilidad de elegir el hormigón realizado tanto por Hormimix como por San Justo Materiales.

Por otro lado podemos afirmar que, si dos sucesos son independientes y sus probabilidades son diferentes de cero entonces no son excluyentes, por ende podemos calcular la intersección y la unión de estos dos sucesos.

$P(A \cap B) = P(A)*P(B)$

$P(A \cap B) = 0,5*0,5$

$P(A \cap B) = 0,25 = 25\%$

La probabilidad de la intersección es del 25%.

$P(AUB) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(AUB) = 0,5 + 0,5 – 0,25$

$P(AUB) = 0,75 = 75\%$

La probabilidad de la unión es del 75%.

En el gráfico 1, se muestran las probabilidades de los sucesos, como así también, del espacio muestral E.

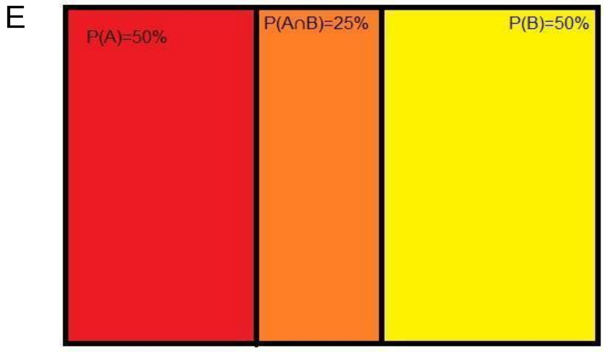

Imagen 3

Además de esto, podemos afirmar que no estamos trabajando con un sistema exhaustivo de sucesos ya que la probabilidad de la unión de los dos sucesos $P(AUB) = 0,75 = 75\%$ no es igual a la probabilidad del espacio muestral E, donde $P(E) = 1 = 100\%$.

Ya analizado como es el comportamiento de los sucesos con los que estamos trabajando, analizaremos los datos obtenidos. Primeramente, se procederá a realizar el test de ajuste para analizar a qué modelo probabilístico de variable continua se ajusta mejor. Además, se efectúa una estadística descriptiva de los datos tomados, es decir, buscar las características más relevantes de las muestras para poder conocer mejor sus medidas de tendencia central, de forma, de asimetría, de curtosis, entre otros. Asimismo, para poder calcular los intervalos a utilizar en el test de ajuste, se realizó una tabla de frecuencias de histograma y también, para realizar el respectivo gráfico.

Entonces, la tabla de histograma para el test de 28 días de San Justo Materiales, queda expresada de la siguiente manera, siendo f la frecuencia absoluta, h la frecuencia relativa calculada y, habiendo definido los intervalos para el test de ajuste:

Intervalos		f	h
	############################		0%
###############	263	2	22%
263	273	1	11%
273	283	6	67%
	total	9	0%

Tabla 5

Así también, la tabla de histograma para el test de 28 días de Homimix es la siguiente:

Intervalos		f	h
	############################		0%
###############	348	1	11%
348	361	2	22%
361	374	6	67%
	total	9	0%

Tabla 6

Empleamos estadística descriptiva, definida como el método que pretende dar una descripción numérica, ordenada y simplificada de la información obtenida una vez estudiado el fenómeno. Nos ayudamos de representaciones gráficas, para poder visualizarlo mejor.

Los caracteres estadísticos son propiedades que utilizamos para clasificar a los individuos de alguna población. El fenómeno estudiado tiene caracteres cuantitativos, es decir, la cual generalmente está referida a medidas.

Las representaciones gráficas sirven para un mejor análisis de datos y, es conveniente expresar la información dispuesta mediante ellos para hacerla más clara y captar las características de los datos.

Utilizando la *tabla 5* y *tabla 6* podemos realizar una representación gráfica denominada **histograma**, el cual sirve para representar el comportamiento de una masa de datos y, puede allí observarse tres propiedades de la distribución de la variable, la forma, la tendencia central y su variabilidad. Este gráfico consta de barras que, en el eje x van las clases y el en eje y las frecuencias. Es recomendable una cantidad de clases mayores a 5 pero menores a 20, ya que son menores a 5 se comprime la información y, si son mayores a 20, algunos intervalos podrían quedar vacíos de información. La cantidad de clases puede ser definida por el entero más próximo a la raíz cuadrada del número de observaciones estudiadas, $\sqrt{N}$. Sobre éste gráfico, se puede anexar un **polígono de frecuencias,** el cual une puntos del histograma mediante una recta, dando una idea aproximada de qué curva teórica le corresponde a la población estudiada.

Se insertarán los gráficos correspondientes al análisis de la resistencia de 18 días de la hormigonera San Justo Materiales, siendo la imagen 4, y la imagen 5 correspondiente a la de Hormimix.

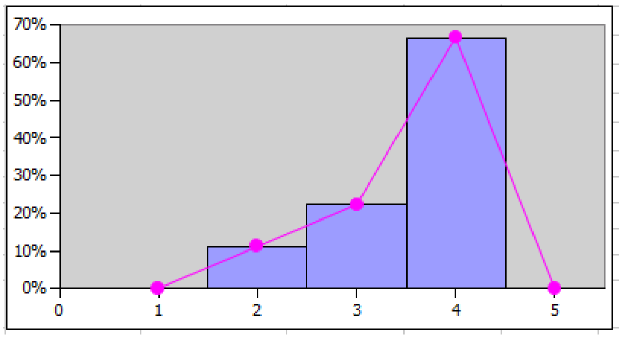

Imagen 5

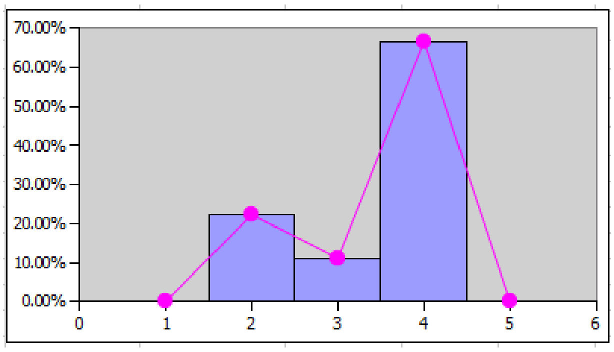

Imagen 4

Podemos observar que al tener pocos datos no podemos observar correctamente a si el modelo que mejor se ajusta es el Modelo Normal o no, esto se comprobará más adelante mediante Test de Ajuste.

También se utilizó otro gráfico para el análisis exploratorio de datos, para examinar previamente los fatos antes de la aplicación de cualquier técnica estadística, siendo éste el **box plot**. Dicha herramienta es una gráfica basada en cuartiles, es decir, en la división de 3 cuantiles a la distribución de la función. Para construir dicho gráfico, es necesario de valor mínimo, el primer cuartil, la mediana, el tercer cuartil y el valor máximo. El rango intercuartil es encerrado entre el borde izquierdo del primer cuartil y el borde derecho en el tercer cuartil. En el rango, se traza una línea vertical en el segundo cuartil, siendo este la mediana. El llamado bigote, se extiende desde cada extremo de la caja, y es una línea hacia los valores más grandes y chicos del rango intercuartil a 1,5. Próximos a ellos se representan puntos individuales, menores a 3 del rango intercuartil, siendo estos casos atípicos; y otro tipo de punto para representar un extremo atípico más allá de 3 rango intercuartil.

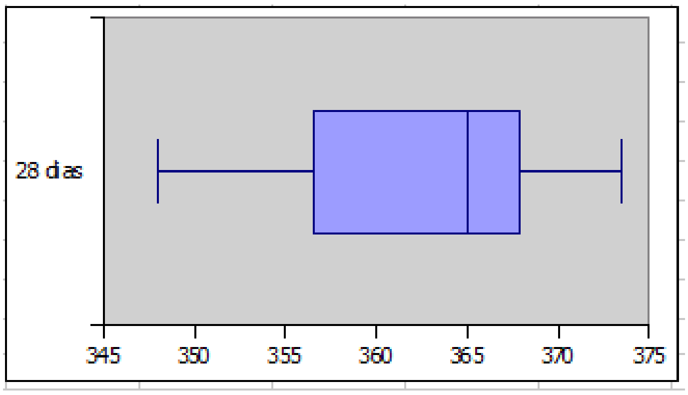

Imagen 6

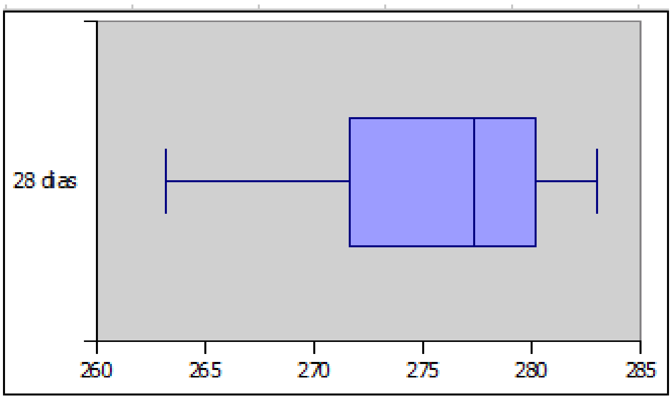

Imagen 7

La imagen 6 corresponde al análisis de los datos de 28 días de resistencia del hormigón de San Justo Materiales, y, la imagen 7 corresponde respectivamente a Hormimix.

Luego, se realizó la estadística descriptiva de estos datos mediante el software siendo la *tabla 7* de los datos de San Justo Materiales y la *tabla 8* de Hormimix.

	Column 1
Mean	274.794444444445
Standard Error	2.470941178709433
Median	277.31
Mode	280.14
Standard Deviation	7.412823536128299
Sample Variance	54.94995277777765
Kurtosis	−0.6948576673698995
Skewness	−0.8523050960392848
Range	19.810000000000002
Minimum	263.16
Maximum	282.97
Sum	2473.15
Count	9

Tabla 7

	Column 1
Mean	363.77
Standard Error	2.83340882252377
Median	365.03
Mode	356.54
Standard Deviation	8.500226467571311
Sample Variance	72.25384999999984
Kurtosis	−0.2053185932127202
Skewness	−0.6938874084351287
Range	25.45999999999998
Minimum	348.05
Maximum	373.51
Sum	3273.93
Count	9

Tabla 8

En las tablas mostradas anteriormente pudimos señalar los datos que nos interesaron para realizar todo el proceso de análisis estadístico. Los mismos son la media y el desvío, éstos dos, son dos características de muestras muy relevantes.

Las características de muestra se dividen en cuatro propiedades básicas: medidas de la tendencia central, medidas de dispersión, medidas de asimetría y medidas de curtosis.

Las medidas de la tendencia central se pueden diferenciar entre los promedios y las medidas de ubicación. El promedio más comúnmente usado y más fácil de calcular es la **media aritmética** que se define como el promedio de todos los valores de la muestra.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

Se puede decir que es el centro de gravedad. Este promedio concentra en su valor toda la información qué hay en la muestra.

Dentro de Las medidas de ubicación podemos nombrar al **modo** que se define como el valor de variable que aparece más veces que otro, podemos decir que es el valor con mayor frecuencia. Otro valor que podemos hallar es la **mediana**, valor de la serie de datos para el cual el 50% de los valores son menores y el 50% mayores o iguales.

Además, están los **cuantiles**, son medidas que dividen a la distribución en partes regulares.

Las medidas de dispersión son aquellas que muestran la representatividad de una medida de posición, para esto es necesario cuantificar la distancia entre los diferentes valores obtenidos. Estas medidas estudiando hasta qué punto las medidas de tendencia central son representativas como síntesis de toda la información de la distribución.

La medida de variación más simple es la amplitud que se considera entre los valores mínimo y máximo de la serie de datos, está medida es conocida como **rango**.

Otra medida utilizada, es aquella que se calcula como el promedio de las desviaciones de cada valor con respecto a la media y se denomina **varianza** de la muestra.

$$S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$ o bien $$S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$ cuando (n<30)

Otro valor que se utiliza antes que la varianza es el **desvío**, el cual es la raíz cuadrada de la varianza y se lo prefiere utilizar porque tiene las mismas unidades que la variable.

Asimismo, se calcula un coeficiente de variabilidad adimensional, siendo calculado con la siguiente formula:

$$Cv = \frac{S}{\bar{x}} * 100$$

Las **medidas de asimetría** muestran si una distribución es simétrica o no. Si la distribución es simétrica su media, mediana y modo coincidirán. De no ser así, se dice que la distribución es asimétrica. Si el valor calculado de la asimetría es mayor a 0 se dice que la distribución es asimétrica positiva o a la derecha, si es menor 0 se dice que la distribución es asimétrica negativa o a la izquierda.

Las **medidas de curtosis** muestran la diferencia de elevación con respecto a una curva tomada como modelo, dicha curva es la curva normal. Si el coeficiente de curtosis es mayor a 3, se dice que dicha curva es leptocúrtica o más empinada que a la curva normal. Mientras que si dicho valor es menor a 3 la curva es planicúrtica o menos empinada que la curva normal. Si este coeficiente es igual a 3 se dice que la curva es mesocúrtica, es decir, igual a la curva normal.

A partir de todos éstos datos, se logró realizar la tabla de cálculos para el test de ajuste mediante la prueba de bondad de ajuste, usando la distribución Chi-cuadrado, donde la proposición a testear es referida a la forma de distribución planteada F(x), siendo hipótesis no paramétricas. En ellas la hipótesis alternativa H_1 no está especificada explícitamente.

Para una variable continua en un modelo Normal, se debe obtener la probabilidad de un intervalo para tener las frecuencias esperadas, de acuerdo a lo propuesto en H_0.

Cabe aclarar que, Li es límite inferior y Ls es límite superior de los intervalos. f obs es la frecuencia de realización de algún acontecimiento determinado. Además, F(Li)=a y F(Ls) son las frecuencias acumuladas en los intervalos, como también la P=b-a es la probabilidad en cada intervalo. Así, se puede calcular la frecuencia esperada, la cual es n*P. A partir de todos estos datos, se puede obtener el X^2_{calc} ,para poder compararlo con el X^2_{tab}, el cual se puede calcular en software o bien, se determina a partir de las tablas.

En la *tabla 9* representan los cálculos para evaluar el ajuste a los datos de Hormimix y en la *tabla 10* los cálculos para el ajuste de los datos de San Justo Materiales respectivamente:

Intervalo							
Li	Ls	f obs	F(Li)=a	F(Ls)=b	P=b-a	Fe=n*P	(fo-fe)^2 / fe
348	361	3	0.0317806464249216	0.3625108793228831	0.33073023289796	2.976572096081653	0.0001843955612
361	374	6	0.3625108793228831	0.8740717660530208	0.51156088673014	4.60404798057124	0.4232540687609
						X^2 calculado	0.4234384643221
						X^2 teorico	15.507313055865

Tabla 9

Intervalos							
Li	Ls	f obs	F(Li)=a	F(Ls)=b	P=b-a	Fe=n*P	(fo-fe)^2 / fe
263	273	3	0.0557950401190192	0.4077625160019693	0.35196747588295	3.1677072829465502	0.0088788925999
273	283	6	0.4077625160019693	0.8649633107121474	0.45720079471018	4.114807152391603	0.8636983316723
						X^2 calculado	0.8725772242722
						X^2 teorico	15.507313055865

Tabla 10

Como en ambos casos $X^2_{calculado} < X^2_{teórico}$, podemos decir que sigue una distribución normal, también conocido como el **modelo de las sumas**. Es nombrado así porque la incertidumbre en algunas variables puede ser el resultado de combinados efectos de distintas causas, siendo difícil del separar y observar cada una. Además, se sabe que la esperanza de este modelo es μ y la varianza es σ^2.

Este modelo es el que aparece más frecuentemente en los fenómenos estudiados por sus propiedades sencillas y porque, algunos fenómenos se aproximan asintoticamente a una distribución normal, segun lo que plantea el Teorema del Límite Central. El mismo dice: “si se considera la suma de n variables aleatorias x independientes e idénticamente distribuidas, cada una con una media y varianza finita, cuando el número de variables involucradas es cada vez mayor, la distribución de la suma se aproxima a una Distribución Normal”.

Por lo tanto, sabemos que la función de densidad y acumulativa que siguen las variables aleatorias son las siguientes:

$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$	$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)^2} dt$

Además, se sabe que la función de densidad, es decir, f(x) tiene forma de campana, llamada **campana de Gauss**.

Al tener dos variables en juego, variable X e Y, realizamos una exploración de datos teniendo en cuenta:

X	CARGA (kg)
Y	RESISTENCIA (kg/cm2)

Para la exploración de las relaciones entre 2 variables podemos usar el análisis de regresión, es técnica estadística útil. Es necesario hacer a diferencia entre la relación funcional y la estadística. La primera se expresa por una fórmula matemática, permitiendo obtener el valor exacto de la variable dependiente a partir de un valor para la variable independiente. En cambio, la segunda es observar que si se ajusta una curva a las observaciones hay variación de los puntos en torno de la curva que relaciona a las variables. Esto ocurre porque hay variabilidad de las variables consideradas.

Este estudio de relación entre variables se hace por dos aspectos. **análisis de regresión**, que permite encontrar un modelo que vincule a las variables, dando un mecanismo de pronóstico y, **análisis de correlación** que determina la medida de exactitud de la relación de variables, es decir, analiza si es buena o no la relación entre las variables.

Los aspectos importantes de la relación estadística entre variables son la tendencia central de la variable dependiente según la variable independiente y la dispersión de los puntos en torno a la curva.

Para esto usamos un dispersiograma, es decir, hacemos un gráfico con los datos y le ajustamos una curva de tendencia, que puede ser lineal, polinómica, logarítmica, etc.

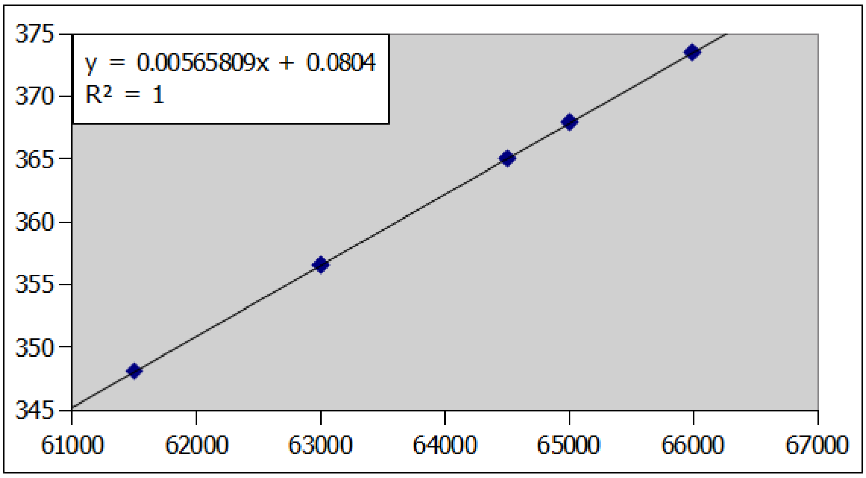

Imagen 8

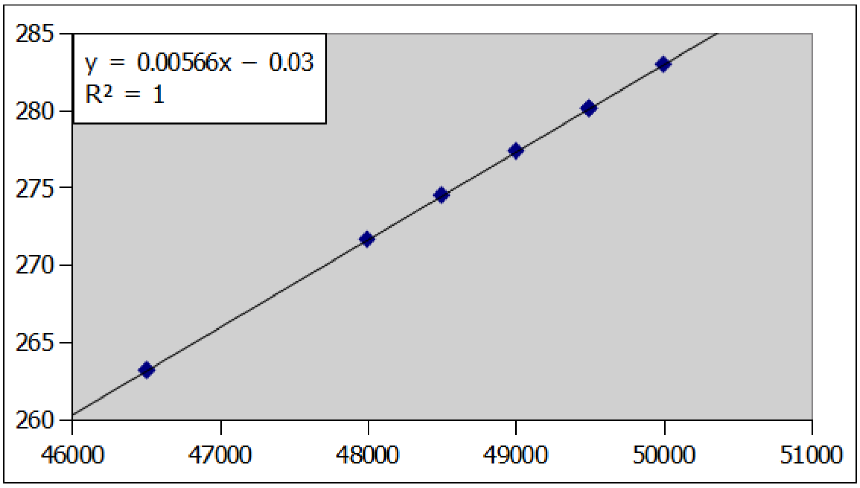

Imagen 9

En la imagen 8 se puede ver el dispersograma junto a la línea de tendencia de los datos a 28 días de la empresa HORMIMIX. Mientras que en la imagen 9 el de la empresa San Justo materiales.
En estas imágenes podemos apreciar la función lineal a la que se ajusta, con sus respectivos coeficientes.
Para la empresa Hormimix, con los datos a 28 días, la función lineal es:
y=0.00565809 x + 0.0804
Donde a=0.0804 y b=0.00565809
Para la empresa San Justo materiales, su función lineal para los datos a 28 días es:
y=0.00566 x – 0.03
Donde a=– 0.03y b=0.00566
Para ambas empresas, R^2 es 1, por lo que podemos decir que la relación entre las variables (carga y resistencia) es muy confiable.

El modelo de regresión (en nuestro caso una función lineal) relaciona los valores medios de cada subpoblación, la cual son grupos de valores de Y para cada valor particular de la variable fija X. La especificación del modelo de regresión incluye la forma del modelo y una expresión de cómo son determinados los valores de la variable independiente y una especificación de la distribución de probabilidades.

α y β son los parámetros del modelo y se estiman por los indicadores a y b. Específicamente, α es la intercepción de la línea de regresión con el eje Y y, β es la pendiente de la recta, la cual es una proporción de cambio en la media de la distribución de probabilidades de Y por incremento de X. Además, el coeficiente β también es denominado como coeficiente de regresión.

El método para la realización de esto es el de los *mínimos cuadrados*, el cual su uso es por la sencillez de su trabajo matemático y, las estimaciones de α y β que genera son idénticas a las obtenidas por otro método, el de máxima verosimilitud.

El método de los mínimos cuadrados es una técnica de análisis numérico dentro de la optimización matemática, en la que, dado un conjunto de pares ordenados y una familia de funciones, se intenta encontrar la función continua que mejor se aproxime a los datos. Ésta intenta minimizar la suma de cuadrados de las diferencias en las ordenadas (residuos) entre los puntos generados por la función elegida y los valores de los datos.

Uno de los objetivos principales del análisis de regresión es la predicción, definida como la estimación del valor medio de Y dado un valor particular de X, pero se debe diferenciar de lo que es denominado como pronóstico, que es la proyección de un solo valor de Y correspondiente a un valor de X. Se suele denominar ecuación predictiva a la ecuación de regresión muestral, ya que intenta predecir los valores medios de la variable dependiente asociados con un valor particular de la variable independiente. Pero para determinar si verdaderamente es esta ecuación para la predicción, se debe analizar la variabilidad del valor pronosticado a través del modelo de regresión. Una forma de análisis de la variabilidad es la inspección visual por trazar en el diagrama de puntos la recta obtenida.

En este análisis de regresión se usó la tabla ANOVA, que es una herramienta útil para resumir la información de regresión. La cual es:

	Grados de libertad	SS	MS	F
Regresión	k	SSR	MSR = SSR /k	MSR/MSE
Residuo o error	n – (k+1)	SSE	MSE = SSE / [n-(k+1)]	
Total	n - 1	SS total		

Donde SSR es la suma de cuadrados explicados de la regresión y SSE la suma de cuadrados de los residuos o suma de los cuadrados no explicados. La varianza se puede ver en esta tabla, MSR es la varianza de la regresión y MSE es la varianza de los residuos.

Además, en esta tabla se puede ver el coeficiente de correlación r, el cual expresa la medida del grado de relación lineal entre las 2 variables. Este coeficiente está comprendido entre -1 y 1.

Así también, se puede observar el coeficiente de determinación, que está relacionado con el coeficiente de correlación. Este es adimensional y es una medida por medio de la cual puede interpretarse fácilmente los valores de r^2. Este valor está comprendido entre 0 y 1. Cabe aclarar que r^2 es la suma de los cuadrados explicados por la regresión / suma de los cuadrados total.

En este caso r^2 para utilizando la tabla ANOVA para Hormimix dio como resultado 0,99 (*Imagen 10)* y para San Justo Materiales (*imagen 11)* dio como resultado 1, es decir que los datos que mejor se ajustan a una regresión lineal son los de San Justo Materiales.

Regression Statistics	
Multiple R	0.999999922282552
R^2	0.9999998445651099
Standard Errc	0.0035826198284443
Adjusted R^2	0.9999998223601256
Observations	9

Imagen 10

Regression Statistics	
Multiple R	1
R^2	1
Standard Errc	2.640912368006E−14
Adjusted R^2	1
Observations	9

Imagen 11

Si r^2=0 significa que la pendiente de la recta es igual a cero y puede deberse por varios motivos: las observaciones se dispersan alrededor del valor medio en forma aleatoria, las observaciones se dispersan alrededor de una curva tal que la línea mejor ajustada es una línea recta horizontal y todas las observaciones tienen el mismo valor, cualquier sea el valor de X.

Una vez finalizado todo el proceso de análisis de datos explicado anteriormente, se desarrolló inferencia estadística para poder comenzar a sacar conclusiones referidas a la población utilizando la información contenida en nuestros datos muestrales.
En primer lugar se realizó una prueba de hipótesis para cada empresa hormigonera, para ver si alguna de las dos o ambas sigue lo establecido por el Reglamento CIRSOC 201 y las Normas IRAM 1666.
Para ello se planteo en la hipótesis nula H0 (hipótesis a verificación) que el valor esperado es igual a 254.929 kg/cm2, que es la resistencia deseable establecida. En ambos casos, nuestro parámetro, es decir nuestra característica de población desconocida que se desea estimar es el valor esperado (μ). Mientras que el valor utilizado de la muestra, es decir el estimador, es el valor esperado obtenido de la muestra (Γ) mediante el análisis descriptivo. Para ver si aceptamos o no la hipótesis nula planteada, tenemos que tener en cuenta la zona de rechazo y la zona de no rechazo, las cuales se encuentran separadas por un valor llamado valor critico. En este caso utilizamos prueba de hipótesis bilateral, por lo que contábamos por dos zonas de rechazo, por ende, si el valor observado es mayor en valor absoluto que el valor crítico, cae en la zona de rechazo, y de ser así, no aceptamos la hipótesis nula. En caso contrario, no tendríamos evidencia suficiente como para rechazar la hipótesis nula H0. Otra forma de concluir si rechazar o no la hipótesis nula es mediante el valor p, que es el valor mínimo de significación que lleva un rechazo de la hipótesis nula. Dicho valor se calcula teniendo en cuenta el valor observado, los grados de libertad (n-1) y las colas (en este caso 2 por ser bilateral).
Lo planteado fue lo siguiente:

H0: $\mu = 254.929$
H1: $\mu \neq 254.929$

En este caso no conocemos el desvio poblacional y nuestra cantidad de muestras en menor a 30. Entonces utilizamos la función Tstudent para poder realizar dicho trabajo.
Establecemos un nivel de significación (α) y comenzamos calcular el valor critico (que es calculado a partir del percentil 95) y el valor observado.

α= 5%
$t_{CRITICO}$ = tinv(5%,8) = **2.31**
$t_{OBSERVADO}$= $(\Gamma - \mu) / (S'/\sqrt{n}) = (363.77 - 254.929) / (8.5/\sqrt{9}) =$ **38.41**

p valor= 2.3168499531850276 x 10^{-10}

Como **$t_{CRITICO}$ < $t_{OBSERVADO}$** y **α > valor p** podemos decir que no hay evidencia suficiente para aceptar la hipótesis nula H0. Por lo que la empresa Hormimix no tiene una resistencia igual a la deseada establecida por norma.

Asimismo se realizo una prueba de hipótesis para la empresa San Justo materiales, se estableció la misma hipótesis nula y el mismo nivel de significación:

α= 5%
$t_{CRITICO}$ = tinv(5%,8) = **2.31**
$t_{OBSERVADO}$= (Γ - μ) / (S'/$\sqrt{n}$) = (274.8- 254.929) / (7.4/$\sqrt{9}$) = **8.04**

p valor= 4.2141632422276374 x 10^{-5}

Donde: S´ es el desvio muestral, Γ el valor esperado muestral y μ el valor esperado población y n la cantidad de muestras.

Como el valor observado es mayor que el valor critico y **α > valor p**, podemos decir que la empresa San Justo materiales no tiene la misma resistencia que la establecida por norma.
Como lo único que pudimos afirmar con estas pruebas fue que ninguna de las dos empresas tiene igual resistencia que la establecida por el Reglamento CIRSOC 201 y las Normas IRAM 1666, entonces recurrimos a realizar intervalos de confianza para cada una y así poder ver si alguno de dicho intervalos incluía el valor deseado.
Lo que se realizó fue una estimación por intervalos, que es la estimación de un parámetro (en esto caso μ) por un intervalo al azar, que se denomina intervalo de confianza, cuyos extremos son funciones de las variable aleatorias observadas. Al ser los limites variables aleatorias el intervalo es aleatorio, si se obtiene de una población un número infinito de muestras y para cada una se construye un intervalo para el parámetro, el (1-α)% de esos intervalos van a contener el valor verdadero del parámetro.
Al igual que en el caso de prueba de hipótesis, trabajamos con datos donde no contamos con el desvio poblacional y con una cantidad de muestras menor a 30. Por lo que para calcular el intervalo de confianza para la empresa Hormimix:

α= 5%
1-α= 95%

El error para dicho intervalo será: valor critico * (desvio muestral / $\sqrt{n}$)

Error = t95 * (S´ / $\sqrt{n}$)
= 2.31 * (8.5 / $\sqrt{9}$)
= 6.53

El intervalo será el valor espera muestral (Γ =363.77) menos el error para el límite inferior y mas el error para el límite superior.

Límite inferior	**Límite superior**
357.2361475385362	370.30385246146375

El intervalo de confianza calculado para la empresa Hormimix no incluye el valor de establecido por la norma IRAM 1666 parte I y reglamento CIRSOC 201 que dice que μ = 254.929 kg/cm2.

Se realizaron los mismos cálculos para la empresa San Justo materiales:

α= 5%
1-α= 95%

El error para dicho intervalo será: valor critico * (desvio muestral / $\sqrt{n}$)

Error = t95 * (S´ / $\sqrt{n}$)
= 2.31 * (7.4 / $\sqrt{9}$)
= 5.698

El intervalo será el valor espera muestral (Γ =274.79) menos el error para el límite inferior y mas el error para el límite superior.

Límite inferior	**Límite superior**
269.09644386849425	280.4924450203947

El intervalo de confianza calculado para la empresa San Justo materiales no incluye el valor de establecido por la norma IRAM 1666 parte I y reglamento CIRSOC 201 que dice que μ = 254.929 kg/cm2.

Podemos concluir que ninguno de los intervalos incluye al valor deseado, pero que el intervalo calculado para la empresa San Justo materiales se acerca más a dicho valor.

Conclusión

Por el método de test de hipótesis e intervalo de confianza no llegamos a concluir que alguna de las dos empresas se adapta mejor al reglamento CIRSOC 201:2005, ya que la resistencia máxima deseable del hormigón H-25 no se encuentra dentro de alguno de los dos intervalos planteados y en test de hipótesis cae en zona de rechazo. Concluimos que ninguna empresa se adapta al reglamento CIRSOC 201:2005.

Agregamos que los valores de los intervalos de San Justo Materiales se encuentran más cercano al valor de la resistencia establecida por el CIRSOC, y el de Hormimix, mucho más lejano, por ende se debería elegir, teniendo en cuenta el CIRSOC 201, el hormigón realizado por la empresa San Justo Materiales.

Con respecto a los valores de resistencia del hormigón de Hormimix, podemos decir que tiene una mejor resistencia a comparación con la del hormigón realizado por San Justo Materiales, pero sobrepasa por mucho el valor establecido por el CIRSOC 201, esto puede deberse a que Hormimix en el momento del preparado del hormigón empleó otro dosaje, no el establecido por reglamento. El dosaje deseado para un hormigón H-25, establecido por normas IRAM 1666 y reglamento CIRSOC 201:2005, es el mostrado a continuación.

HORMIGÓN	AGUA (lts)	CEMENTO(kg)	A/C	ASENTAMIENTO (cm)	TOLERANCIA(cm) +/-	ARENA (kg)	PIEDRA (kg)	ADITIVO
H-25	165	370	0,45	8	2	840	1088	-

Por ende, podemos llegar a pensar que la hormigonera Hormimix utilizó más cemento, haciendo ganar resistencia al hormigón, creando en realidad un hormigón H-30 (con más resistencia, observado en la *imágen 1*) y ofreciéndolo como un hormigón H-25 para ganar en competencia.

Bibliografía

- Datos obtenidos de Trenes Argentinos – Infraestructura.
- Reglamento CIRSOC 201:2005; https://web.icpa.org.ar/wp-content/uploads/2019/04/Reglamento_CIRSOC_201-2005.pdf
- Normas IRAM 1666; http://hormigonelaborado.com/wp-content/uploads/sites/185/2019/07/Esquema-1-de-la-IRAM-1666-2.pdf