

Práctica: Sección 4.3 - Larson

Propiedades de Integrales Indefinidas

FICH

UNL

Profesor: Dr. Ing. Carlos C. SCIOLI

Práctica: Sección 4.3 - Larson

Ejercicios para la Sección 4.3 del Larson (pag. 245):

15 al 38 /// 40 - 41 /// 55 al 60 /// 65

FICH

UNL

Ejercicios de la sección 4.3

Vea www.CalcChat.com para las soluciones a los ejercicios.

En los ejercicios 1 y 2, use el ejemplo 1 como modelo para evaluar el límite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(c_i) \Delta x_i$$

en la región limitada por las gráficas de las ecuaciones

1. $f(x) = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 3$

(Sugerencia: sea $c_i = 3i^2/n^2$.)

2. $f(x) = 2\sqrt[3]{x}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$

(Sugerencia: sea $c_i = i^3/n^3$.)

En los ejercicios 3–8, evalúe la integral definida mediante la definición de límite.

3. $\int_4^{10} 6 \, dx$

4. $\int_{-2}^3 x \, dx$

5. $\int_{-1}^1 x^3 \, dx$

6. $\int_1^3 3x^2 \, dx$

7. $\int_1^2 (x^2 + 1) \, dx$

8. $\int_{-1}^2 (3x^2 + 2) \, dx$

En los ejercicios 9–14, escriba el límite como una integral definida en el intervalo $[a, b]$, donde c_i es cualquier punto del i -ésimo subintervalo.

Límite

Intervalo

9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n (3c_i + 10) \Delta x_i$

$[-1, 5]$

10. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n 6c_i (4 - c_i)^2 \Delta x_i$

$[0, 4]$

11. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \sqrt{c_i^2 + 4} \Delta x_i$

$[0, 3]$

12. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \left(\frac{3}{c_i^2} \right) \Delta x_i$

$[1, 3]$

13. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \left(4 + \frac{3}{c_i} \right) \Delta x_i$

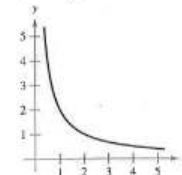
$[1, 5]$

14. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n (2 - \sin c_i) \Delta x_i$

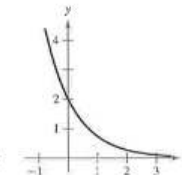
$[0, \pi]$

En los ejercicios 15–20, formule una integral definida que dé el área de la región que se indica. (No evalúe la integral.)

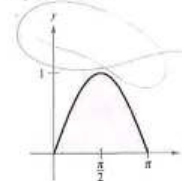
15. $f(x) = \frac{2}{x}$



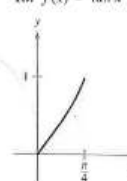
16. $f(x) = 2e^{-x}$



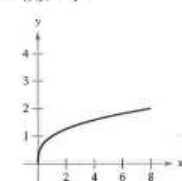
17. $f(x) = \sin x$



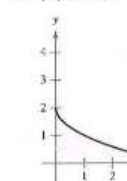
18. $f(x) = \tan x$



19. $g(y) = y^2$



20. $f(y) = (y - 1)^2$



En los ejercicios 21–30, dibuje la región correspondiente a la integral definida. Use después una fórmula para evaluar la integral ($a > 0$, $r > 0$).

21. $\int_0^3 4 \, dx$

22. $\int_{-a}^a 4 \, dx$

23. $\int_0^4 x \, dx$

24. $\int_0^4 \frac{x}{2} \, dx$

25. $\int_0^2 (2x + 5) \, dx$

26. $\int_0^8 (8 - x) \, dx$

27. $\int_{-1}^1 (1 - |x|) \, dx$

28. $\int_{-a}^a (a - |x|) \, dx$

29. $\int_{-3}^3 \sqrt{9 - x^2} \, dx$

30. $\int_{-r}^r \sqrt{r^2 - x^2} \, dx$

En los ejercicios 31–36, evalúe la integral usando las siguientes.

$\int_2^4 x^3 \, dx = 60$, $\int_2^4 x \, dx = 6$, $\int_2^4 dx = 2$

31. $\int_2^4 x \, dx$

32. $\int_2^4 x^3 \, dx$

33. $\int_2^4 4x \, dx$

34. $\int_2^4 15 \, dx$

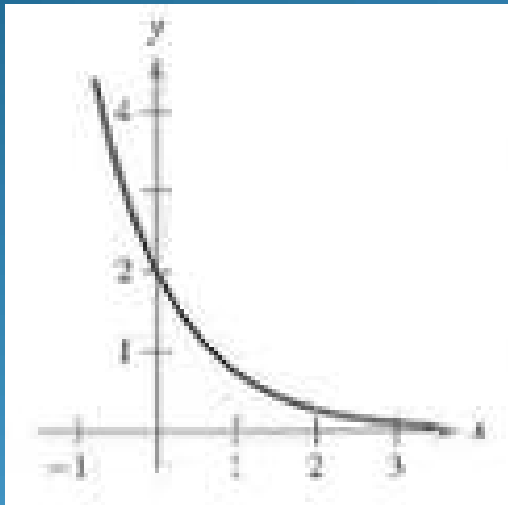
35. $\int_2^4 (x - 8) \, dx$

36. $\int_2^4 (6 + 2x) \, dx$

Práctica: Sección 4.3 - Larson

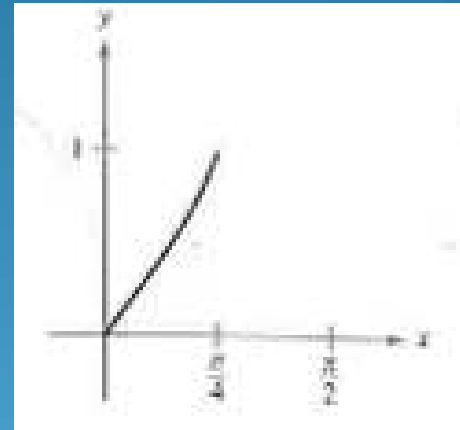
Ejercicio 16-18: formule una integral definida que dé el área de la región que se indica. (No evaluar la integral)

$$f(x) = 2e^{-x} \quad (-1, 3)$$



$$\int f(x) dx = \int_{-1}^3 2e^{-x} dx$$

$$f(x) = \tan x \quad \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$$

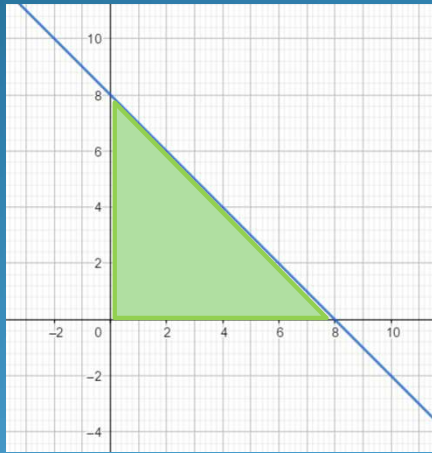


$$\int f(x) dx = \int_0^{\pi/2} \tan x dx$$

Práctica: Sección 4.3 - Larson

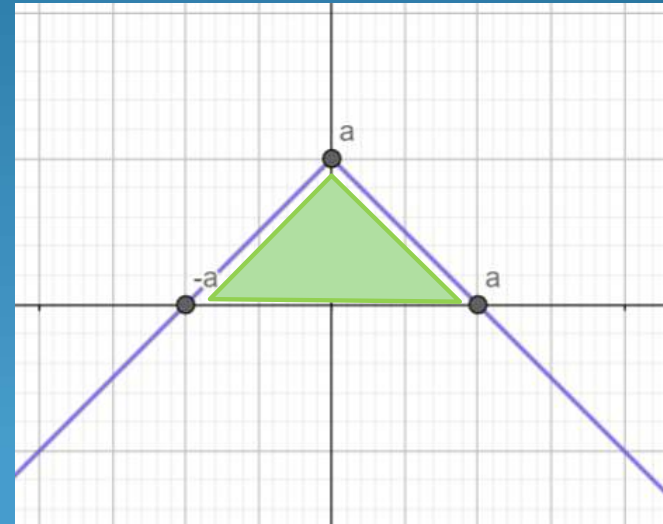
Ejercicio 26-28: dibuje la región correspondiente al área dada por la integral definida. Use después una fórmula geométrica para evaluar la integral ($a > 0, r > 0$)

$$\int_0^8 (8 - x) dx$$



$$\text{Sup Triángulo} = \frac{bh}{2} = \frac{8 \cdot 8}{2} = 32$$

$$\int_{-a}^a (a - |x|) dx$$



$$\text{Sup Triángulo} = \frac{2a \cdot a}{2} = a^2$$

Práctica: Sección 4.3 - Larson

Ejercicio 36: evalúe la integral usando los valores siguientes

$$\int_2^4 x^3 dx = 60 ; \int_2^4 x dx = 6 ; \int_2^4 dx = 2$$

$$\int_2^4 (6 + 2x + x^3) dx =$$

$$\int_2^4 6 dx + \int_2^4 2x dx + \int_2^4 x^3 dx =$$

$$6 \int_2^4 dx + 2 \int_2^4 x dx + \int_2^4 x^3 dx = 6 \cdot 2 + 2 \cdot 6 - 60 = -36$$

Práctica: Sección 4.3 - Larson

Ejercicio 38: Dada

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = 0 ; \int_0^1 f(x) dx = 5$$

a) $\int_{-1}^0 f(x) dx$

$$\int_{-1}^0 f(x) dx = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx$$

$$\int_{-1}^0 f(x) dx = 0 - 5 = -5$$

c) $\int_{-1}^1 3f(x) dx$

$$\int_{-1}^1 3f(x) dx = 3 \int_{-1}^1 f(x) dx$$

$$\int_{-1}^1 3f(x) dx = 3 \cdot 0 = 0$$

b) $\int_0^1 f(x) dx - \int_{-1}^0 f(x) dx$

$$\int_0^1 f(x) dx - \int_{-1}^0 f(x) dx = 5 - (-5) = 10$$

d) $\int_0^1 3f(x) dx$

$$\int_0^1 3f(x) dx = 3 \int_0^1 f(x) dx = 3 \cdot 5 = 15$$

Práctica: Sección 4.3 - Larson

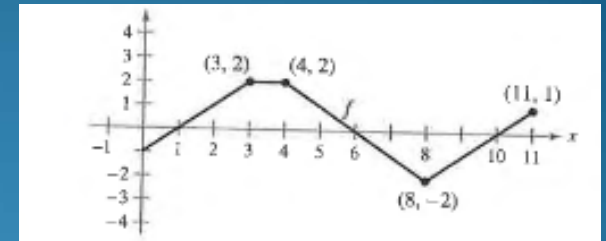
Ejercicio 40: Como se muestra en la figura, la gráfica de f consta de segmentos de recta. Evalúe cada una de las siguientes integrales definidas usando fórmulas geométricas

a) $\int_0^1 -f(x) dx$

Sup triángulo $-\frac{bh}{2} = -\frac{1 \cdot 1}{2} = -\frac{1}{2}$

b) $\int_3^4 3f(x) dx$

c) $\int_0^7 f(x) dx$



e) $\int_0^{11} f(x) dx$

f) $\int_4^{10} f(x) dx$

d) $\int_5^{11} f(x) dx$

$$\int_5^6 f(x) dx + \int_6^8 f(x) dx + \int_8^{10} f(x) dx + \int_{10}^{11} f(x) dx$$

$$\frac{1 \cdot 1}{2} + \frac{2 \cdot -2}{2} + \frac{2 \cdot -2}{2} + \frac{1 \cdot 1}{2} =$$

$$\frac{1}{2} + -2 + -2 + \frac{1}{2} = -3$$

Práctica: Sección 4.3 - Larson

Ejercicio 41: Considere la función f que es continua en el intervalo $[-5,5]$ y para cual $\int_0^5 f(x) dx = 5$

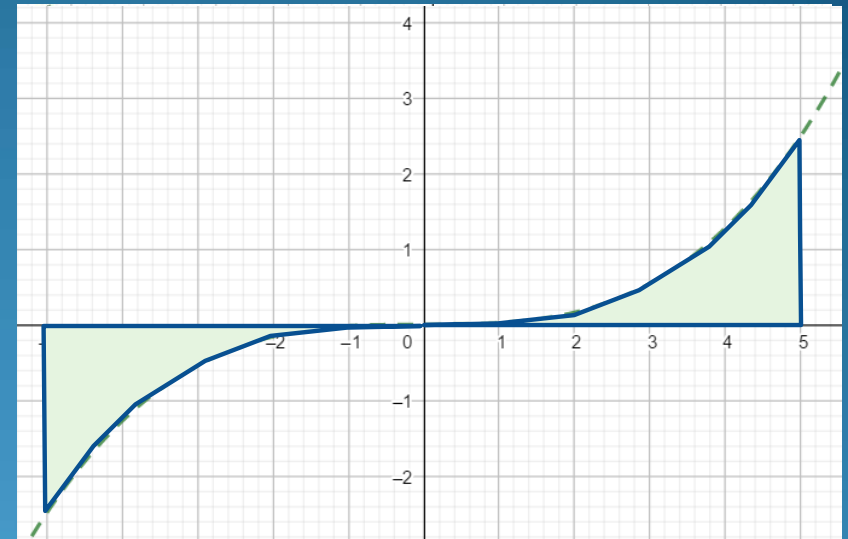
Evalúe cada una de las siguientes integrales

a) $\int_0^5 [f(x) + 2] dx = 5 + 10 = 15$

b) $\int_{-2}^3 f(x+2) dx = 5$

c) $\int_{-5}^5 f(x) dx$ f (es par) = $5+5=10$

d) $\int_{-5}^5 f(x) dx$ f (es impar) = $5-5=0$



Práctica: Sección 4.3 - Larson

Ejercicio 56: Verdadero o falso

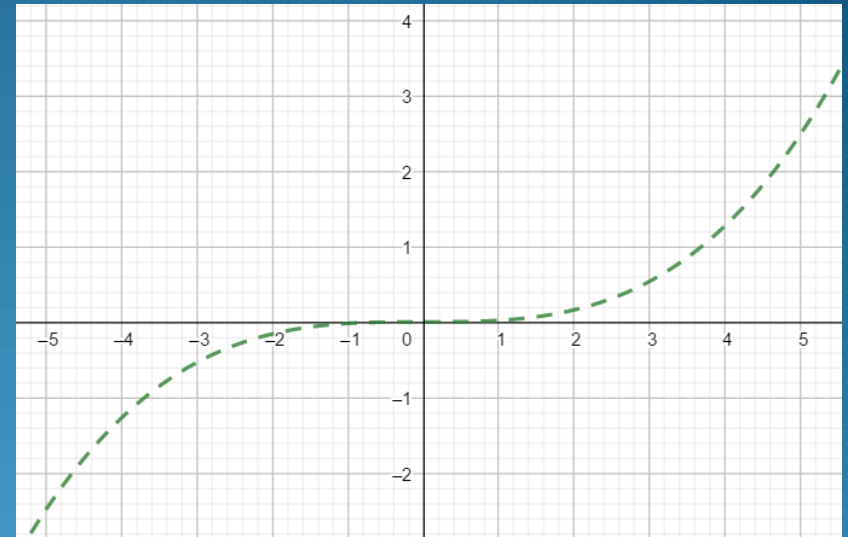
$$\int_a^b f(x) \cdot g(x) dx = \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx$$

$$\int_a^b x \cdot \frac{1}{x} dx \neq \int_a^b x dx \cdot \int_a^b \frac{1}{x} dx$$

Ejercicio 59: Verdadero o falso

El valor de $\int_a^b f(x) dx$ debe ser positivo

FALSO



Ejercicio 60: Verdadero o falso

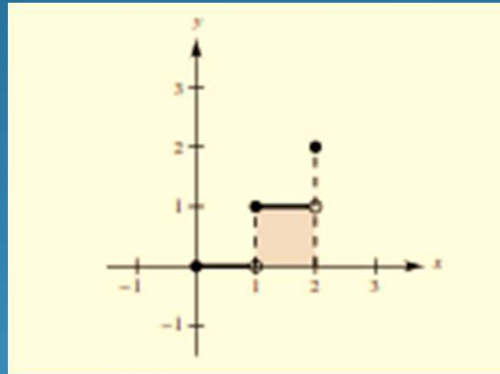
El valor de $\int_2^2 \sin(x^2) dx$ es igual a 0

Verdadero, por estar integrando en el mismo extremo

Práctica: Sección 4.3 - Larson

Ejercicio 67: Evalúe, si es posible la integral

$$\int_0^2 \|x\| dx$$



$$\int_0^2 \|x\| dx = 1(2 - 1) = 1$$

Práctica: Sección 4.3 - Larson

Propiedades de Integrales Indefinidas

FICH

UNL

Profesor: Dr. Ing. Carlos C. SCIOLI