



FICH

UNL

UNIVERSIDAD NACIONAL
DEL LITORAL
Facultad de Ingeniería
y Ciencias Hídricas

FÍSICA I

Notas de dinámica: Aplicaciones de las Leyes de Newton

Version v.2

FICH – UNL

2021

Dinámica de Newton

Repasemos las tres Leyes de Newton:

$$\vec{F}_{neta} = \sum \vec{F} = 0$$

1° ley del equilibrio: nos permite determinar el valor de las fuerzas en cuerpos que no están acelerados.

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

2° ley de la dinámica: nos permite encontrar la aceleración resultante de aplicar una o varias fuerzas sobre un cuerpo.

3° ley de acción y reacción: aunque no tiene una ecuación específica nos permite entender que si un cuerpo A aplica una fuerza F_{AB} sobre otro cuerpo B entonces también habrá otra fuerza F_{BA} , de igual magnitud pero sentido opuesto y aplicada sobre A . Esto ocurrirá independientemente de si los cuerpos están o no en contacto. Es decir, vale tanto para las fuerzas de contacto como para las de distancia.

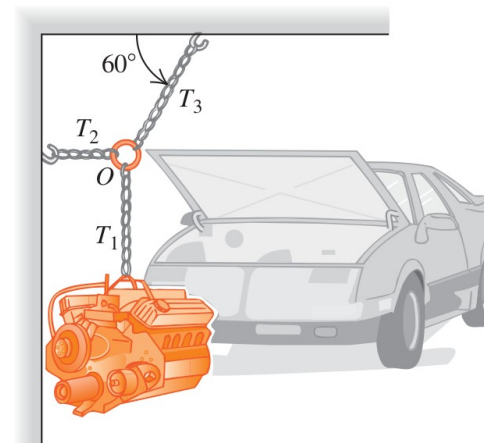
Equilibrio



La 1° Ley de Newton se refiere a cuerpos en equilibrio. Esto nos hace pensar en cuerpos que están quietos como en el ejemplo de abajo. El motor está colgado de una cadena y no tiene movimiento. **Pero el equilibrio no equivale a velocidad nula sino a aceleración nula.** Es decir que, para la 1° Ley de Newton, es lo mismo que el cuerpo esté quieto o se esté moviendo a velocidad constante. Y cuando decimos velocidad constante hablamos del vector velocidad. Es decir que tenga magnitud, dirección y sentido constantes.

Volviendo al motor, para poder encontrar las tensiones T_1 , T_2 y T_3 es necesario plantear los diagramas de cuerpo libre tanto para el motor como para el anillo que une las tres cadenas. Esto es mostrado a la derecha.

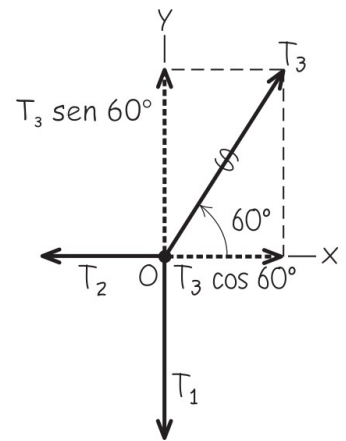
a) Motor, cadenas y anillo



b) Diagrama de cuerpo libre para el motor



c) Diagrama de cuerpo libre para el anillo O



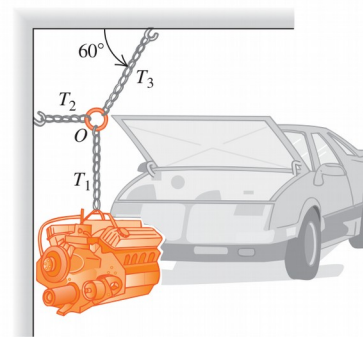
Equilibrio



El diagrama para el motor es sencillo ya que solo hay dos fuerzas aplicadas en la dirección vertical:

$$1 \quad \sum F_y = T_1 - w = 0 \quad T_1 = w = m g = 250 \text{ kg} \cdot 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 2450 \text{ N}$$

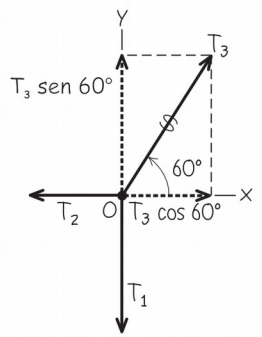
a) Motor, cadenas y anillo



b) Diagrama de cuerpo libre para el motor



c) Diagrama de cuerpo libre para el anillo O



Para el anillo existen tres fuerzas y ellas deben ser descompuestas en las dos direcciones:

$$2 \quad \sum F_x = T_3 \cos 60^\circ - T_2 = 0$$

$$3 \quad \sum F_y = T_3 \sin 60^\circ - T_1 = 0 \quad \longrightarrow \quad \text{Despejando } T_3 \quad \longrightarrow \quad T_3 = \frac{T_1}{\sin 60^\circ} = \frac{2450 \text{ N}}{\sin 60^\circ} = 2829 \text{ N}$$

Luego, T_3 es reemplazado en la Ec. 2 y se calcula T_2

$$T_2 = T_3 \cos 60^\circ = 2829 \text{ N} \cos 60^\circ = 1414 \text{ N}$$

Fuerza de fricción



La fuerza de fricción es una fuerza de contacto que aparece cuando un cuerpo “intenta” moverse, o se mueve en forma relativa a otro.

Podemos definir dos tipos de fuerzas de fricción:

Fricción estática: aparece cuando un cuerpo intenta deslizarse sin lograrlo. En este caso, la fuerza entre las superficies en contacto siempre iguala a la fuerza externa que busca moverlo.



Fricción dinámica: aparece cuando la fuerza externa supera a la fricción estática y el cuerpo comienza a deslizarse. Una vez que esto ocurre, la fuerza externa para mantenerlo en movimiento a velocidad constante resulta menor a la necesaria para iniciar el movimiento.



Fuerza de fricción



Hagamos el siguiente experimento: empujemos un objeto pesado que está quieto en el suelo. Podría ser un mueble, la heladera o el auto. Si ejercemos poca fuerza el objeto no se mueve, aumentamos un poco más y continua sin moverse. Seguimos aumentando la fuerza y en un momento comienza a moverse. Que se mueva no es lo extraño; Lo llamativo es que ahora que se mueve necesito hacer menos fuerza para mantenerlo en movimiento.



shutterstock.com • 373128316

¿Esto significa que la fuerza de fricción estática es mayor que la dinámica?

La respuesta es que sí, y entonces debemos preguntarnos Sí ahora estoy haciendo menos fuerza, ¿por qué no comenzó a moverse antes?

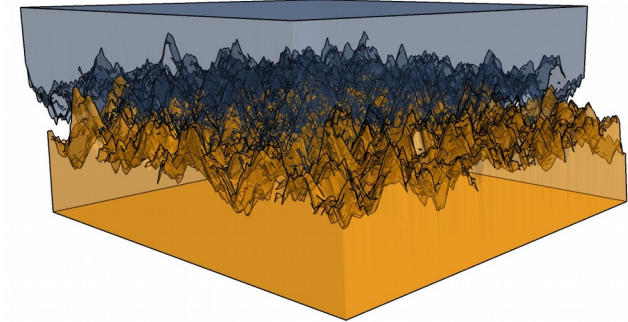
La razón tiene que ver con la afinidad que tienen determinados materiales cuando están en contacto, y también está relacionado con la terminación superficial de los cuerpos. Además, al iniciar el movimiento necesito generar una aceleración y eso tiene un costo en términos de fuerza

Fuerza de fricción



Miremos de cerca dos superficies en contacto:

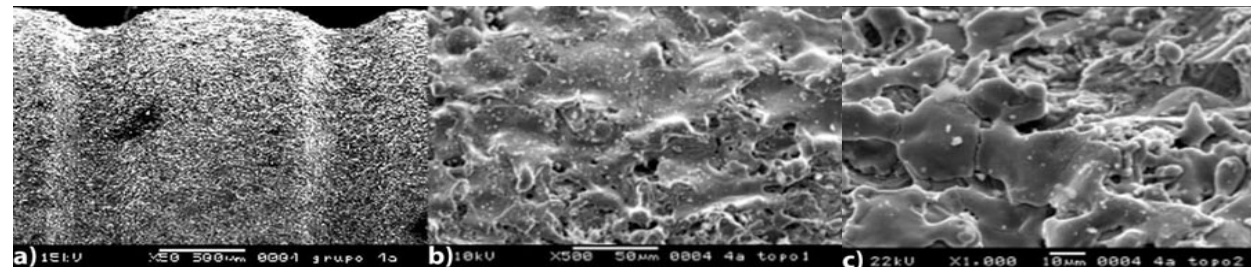
La terminación superficial depende del acabado que se haga sobre la superficie, pero por más pulida que esté, existirán imperfecciones debidas a la estructura del material.



Estas crestas y valles actuarán como trabas mecánicas al movimiento de las superficies. Pero, estas imperfecciones no desaparecen cuando los materiales comienzan a moverse. Entonces, ¿por qué la fricción dinámica es menor?

La respuesta es que entre las superficies en contacto existe cierta afinidad, que hace que ambas superficies se “adhieran” mientras están quietas. Este efecto de adhesión puede ser débil o intenso según los materiales en contacto y según el acabado de los mismos. La dureza de la superficie también juega un rol: por ejemplo la goma puede acumular mucha energía elástica antes de comenzar a moverse y esto se relaciona con la gran fricción estática que tienen los neumáticos o los tacos de las sillas, por ejemplo.

Si se ponen en contacto dos superficies bien pulidas del mismo metal durante un largo tiempo, entonces estas pueden adherirse y costará bastante esfuerzo separarlas.



Fuerza de fricción



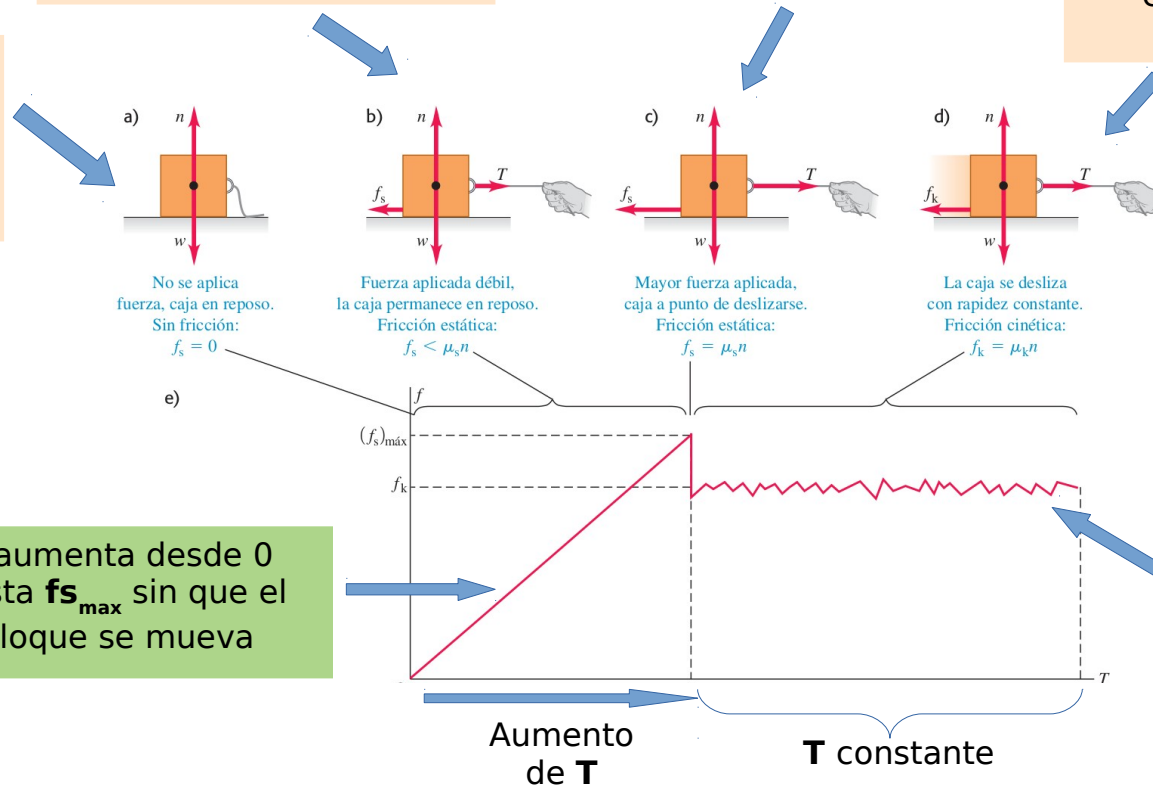
¿Que ocurre entonces cuando hacemos cada vez más fuerza para mover un cuerpo como la caja naranja?

b) T comienza a aumentar, y de igual modo aumenta la fricción estática f_s para impedir el movimiento

c) Hasta que T alcanza un valor límite $f_{s\max}$ y el bloque comienza a moverse

d) Ahora la fuerza de fricción ya no es estática (f_s) sino dinámica (f_k)

a) Inicialmente no hay tensión T aplicada y por lo tanto tampoco hay fuerza de fricción resultante



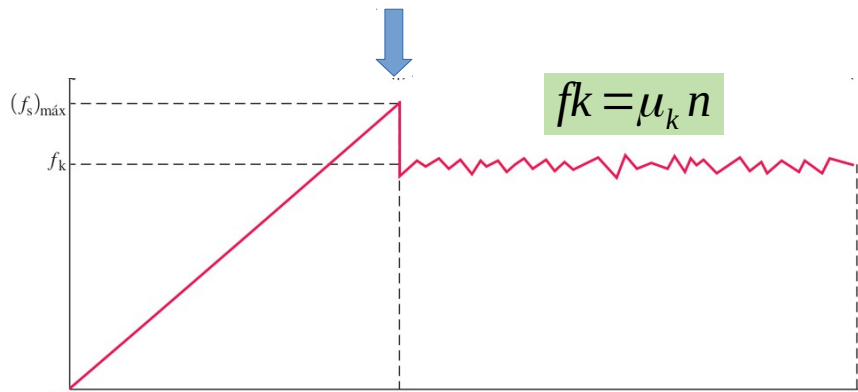
La rugosidad de las superficies genera perturbaciones en la fuerza de fricción dinámica

Fuerza de fricción

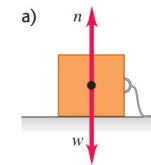


Como ya dijimos, la fricción estática crece conforme aumentamos la tensión externa hasta llegar a un valor máximo $f_{s_{\max}}$. Dicho valor se calcula como:

$$f_{s_{\max}} = \mu_s n$$

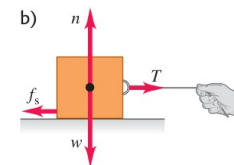


En definitiva, la fuerza de fricción estática será tan grande como sea necesario para evitar el movimiento del bloque hasta llegar a un valor límite $f_{s_{\max}}$. A partir de allí la fuerza estática es sobrepasada y comienza el movimiento.



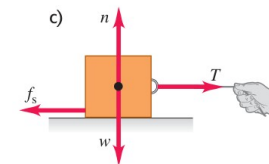
Si $T = 0$ entonces

$$f_s = 0$$



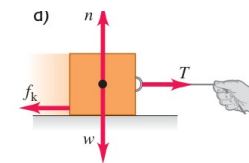
Si $T < f_{s_{\max}}$ entonces

$$f_s = T$$



Si $T = f_{s_{\max}}$ entonces

Estamos en el límite después del cual el cuerpo se mueve



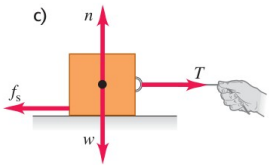
Si T superará $f_{s_{\max}}$ entonces el bloque se mueve y la fuerza de fricción dinámica es

$$f_k = \mu_k n$$

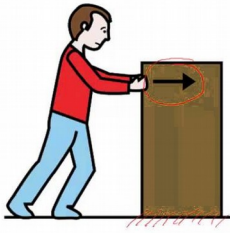
Fuerza de fricción



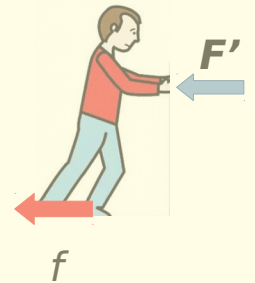
Se suele confundir cuál es la dirección que debe tener la fuerza de fricción. Normalmente decimos que la fricción se opone al movimiento de los cuerpos. Esto no es del todo correcto: la fricción se opone al movimiento relativo de los cuerpos. Vemos algunos ejemplos:



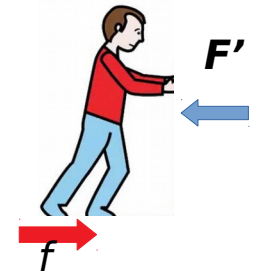
El caso del bloque no tiene misterio: el bloque es tirado hacia la derecha y la fricción lo trata de mantener en su lugar tirando hacia la izquierda.



¿Qué ocurre con la persona que intenta mover la caja?. El hombre empuja con una fuerza \mathbf{F} mientras se mueve a velocidad constante hacia la derecha. Por la tercera Ley de Newton recibe en sus manos una reacción \mathbf{F}' hacia la izquierda. ¿Hacia adonde apuntará la fuerza de fricción entre el piso y sus zapatos?. Podríamos estar tentados a pensar que, como la persona se mueve hacia la derecha entonces la fuerza de fricción actúa hacia la izquierda. Esto nos daría el siguiente diagrama de cuerpo libre:



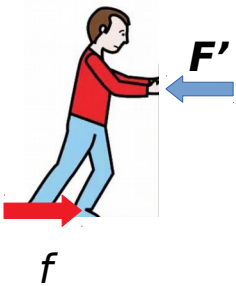
Queda claro que esto no es correcto. Si ambas fuerzas apuntaran hacia la izquierda entonces la persona debería estar siendo acelerada en esa dirección en lugar de avanzar hacia la derecha a velocidad constante. La fuerza de fricción entonces apunta hacia la derecha, y sí la persona se mueve a velocidad constante entonces: $\vec{f} = -\vec{F}'$



Fuerza de fricción



O sea que, la fricción no se opone al movimiento del cuerpo (persona en este caso) sino al posible movimiento que este quiere hacer. Vayamos un poco más profundo a lo que ocurre en los zapatos de la persona. Cuando una persona hace fuerza para avanzar en realidad está haciendo fuerza hacia atrás, tratando en este caso de empujar el piso hacia la izquierda. Un ejemplo claro de que al caminar o correr estamos empujando el piso hacia atrás es cuando vemos a los atletas largar en una carrera apoyando sus pies en la base metálica para poder impulsarse mejor.



Otra pregunta que debemos hacernos es si la fuerza de fricción en los zapatos es de tipo estática o dinámica. Para responderlo pensemos en si existe deslizamiento entre la suela y el piso mientras nos movemos. Es decir, si nuestro pie no resbala entonces la fuerza será de tipo estática.

Aparece entonces un límite a los objetos que podemos mover, ya que aunque pudiéramos ejercer una fuerza infinita F sobre el sofá, la fricción entre nuestras zapatillas y el piso tiene un valor máximo dado por $f_{s_{max}}$. Si F supera a $f_{s_{max}}$ empezaremos a resbalar.



Fuerza de fricción



Los coeficientes de fricción pueden ser fácilmente obtenidos al deslizar objetos sobre planos inclinados a velocidad constante. El ángulo para el cual comienza el movimiento permite calcular el coeficiente estático. El dinámico requiere de mantener una velocidad constante y medir la fuerza aplicada.

Equipo para medir coeficientes de fricción estática y dinámica.



Equipo para medir fricción y desgaste con lubricación.



Nota: los coeficientes estáticos siempre son mayores que los dinámicos. Cuando se ponen en contacto dos cuerpos del mismo material entonces el coeficiente estático suele ser grande

COEFICIENTES DE ROZAMIENTO		
Materiales en contacto	Fricción estática	Fricción cinética
Hielo // Hielo	0,1	0,03
Vidrio // Vidrio	0,9	0,4
Madera // Cuero	0,4	0,3
Madera // Piedra	0,7	0,3
Madera // Madera	0,4	0,3
Acero // Acero	0,74	0,57
Acero // Hielo	0,03	0,02
Acero // Latón	0,5	0,4
Acero // Teflón	0,04	0,04
Teflón // Teflón	0,04	0,04
Caucho // Cemento (seco)	1	0,8
Caucho // Cemento (húmedo)	0,3	0,25
Cobre // Hierro (fundido)	1,1	0,3
Esqui (encerado) // Nieve (0°C)	0,1	0,05
Articulaciones humanas	0,1	0,003

Materiales	Coefficiente de fricción estática, μ_s	Coefficiente de fricción cinética, μ_k
Acero sobre acero	0.74	0.57
Aluminio sobre acero	0.61	0.47
Cobre sobre acero	0.53	0.36
Latón sobre acero	0.51	0.44
Zinc sobre hierro colado	0.85	0.21
Cobre sobre hierro colado	1.05	0.29
Vidrio sobre vidrio	0.94	0.40
Cobre sobre vidrio	0.68	0.53
Teflón sobre teflón	0.04	0.04
Teflón sobre acero	0.04	0.04
Hule sobre concreto (seco)	1.0	0.8
Hule en concreto (húmedo)	0.30	0.25

Fuerza de fricción



Ejemplo: Supongamos que el hombre de 70 kg debe empujar una caja de 100 kg. Los coeficientes estáticos y dinámicos entre la caja y el piso son $\mu_{s-C} = 0.3$ y $\mu_{k-C} = 0.25$ y entre los zapatos y el piso son $\mu_{s-H} = 0.6$ y $\mu_{k-H} = 0.4$.

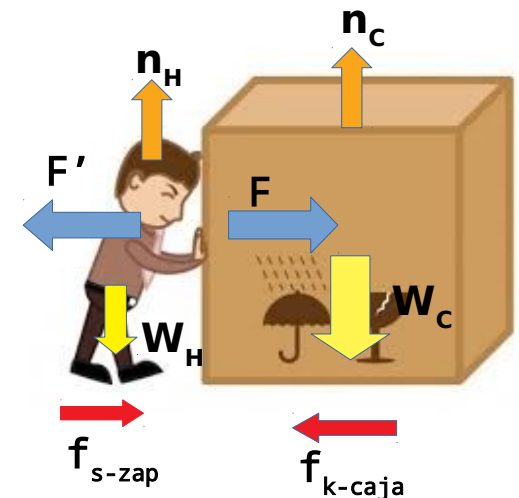
¿Podrá el hombre empujar la caja o resbalará?

Las fuerzas de fricción están en rojo, las normales en naranja, los pesos en amarillo, y la fuerza del hombre y su reacción en azul.

La fuerza normal sobre la caja es $n_C = 980$ N mientras que la del hombre es $n_H = 686$ N. Luego, las fuerzas de fricción estática y dinámica sobre la caja son:

$$f_{s-C} = n_C \mu_{s-C} = 980 \text{ N} \cdot 0.3 = 294 \text{ N}$$

$$f_{k-C} = n_C \mu_{k-C} = 980 \text{ N} \cdot 0.25 = 245 \text{ N}$$



Es decir que sí la fricción estática del hombre es mayor a 294 N entonces podrá poner la caja en movimiento:

$$f_{s-H} = n_H \mu_{s-H} = 686 \text{ N} \cdot 0.6 = 411 \text{ N}$$

Entonces, será posible que mueva la caja si puede hacer una fuerza F de 411 N con sus brazos y piernas

Fricción de rodamiento



Todos sabemos que es más fácil mover las cosas cuando “van sobre ruedas”. Las primeras aparecieron en Irak y Europa del Este hace 3000 a.C.



Coeficiente de fricción de rodamiento (μ_r): Cuando una rueda apoyada en el piso comienza a rodar aparece una fuerza de fricción entre la rueda y el piso. Si no hay resbalamiento entonces esta fuerza es de tipo estático y, como veremos más adelante, al no haber resbalamiento, no hay un trabajo asociado a esta fuerza, y por lo tanto tampoco hay pérdida de energía. Luego, la única pérdida de energía es debida a la deformación de las piezas en contacto. Para un camión (caucho-asfalto) $\mu_r = 0.01/0.02$ mientras que para un tren (acero-acero) es de $0.003/0.004$.



Fricción de rodamiento



Ejemplo: Un camión tiene una tara (peso vacío) de 12 tn y su peso cargado no puede superar las 45 tn. El vagón de un tren de cargas tiene una tara de 20 tn y puede transportar 45 tn de cereal. Si los coeficientes de fricción de rodadura del camión y del tren son $\mu_{rc} = 0.015$ y $\mu_{rt} = 0.0035$ determine cuantos vagones se podrán transportar con la misma fuerza con la que se transporta un camión a velocidad constante sobre una superficie horizontal.

La fuerza de fricción de rodamiento para el camión es:

$$f_{rc} = \mu_{rc} n_c = 0.015 (45.000 \text{ kg } 9.8 \text{ m/s}^2) = 6615 \text{ N}$$

Con esa fuerza la cantidad de vagones que se pueden transportar es:

$$N_v = \frac{f_{rc}}{\mu_{rt} (T + P) g} = \frac{6615 \text{ N}}{0.0035 (20.000 \text{ kg} + 45.000 \text{ kg}) 9.8} = 3$$

Y ¿Cuanta carga se transporta en cada caso?. Con el camión 33 tn. Con el tren 135 tn, es decir 4 veces más.

Movimiento circular



Como ya vimos, la velocidad es la derivada de la posición, y en una trayectoria dada la velocidad puede representarse como la recta tangente a dicha trayectoria.

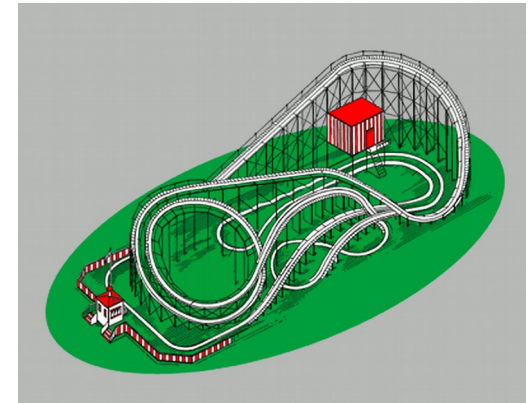
Cuando un cuerpo recorre una trayectoria curva, en cada punto de dicha trayectoria existe una aceleración centrípeta que es responsable de modificar el vector velocidad.

Instintivamente sabemos que cuanto más cerrada es la curva (menor radio) o mayor es la velocidad, mayor es la aceleración centrípeta o radial. Esto se traduce como:

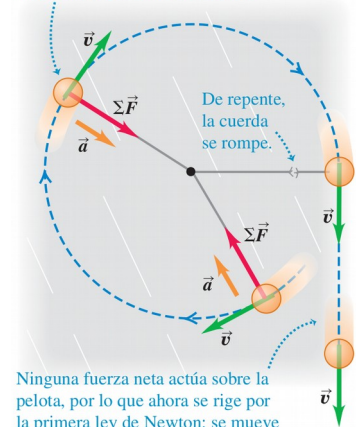
$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

Nota: en movimiento circular uniforme no varía la rapidez de la velocidad (módulo) sino la dirección del vector, dando lugar a una aceleración en la dirección radial. Esta aceleración es causada por una fuerza que puede ser una tensión en una cuerda, la gravedad o una fuerza normal.

Esta ecuación solo nos da la magnitud de la aceleración. No es una ecuación vectorial. De todos modos sabemos que la aceleración centrípeta apunta hacia el centro de giro. En el caso de una pista compleja como la montaña rusa, habrá muchos centros de giro en cada curva y la aceleración centrípeta siempre apuntará normal a la trayectoria.



Una pelota unida a una cuerda gira sobre una superficie sin fricción.



Ninguna fuerza neta actúa sobre la pelota, por lo que ahora se rige por la primera ley de Newton: se mueve en línea recta a velocidad constante.

Movimiento circular



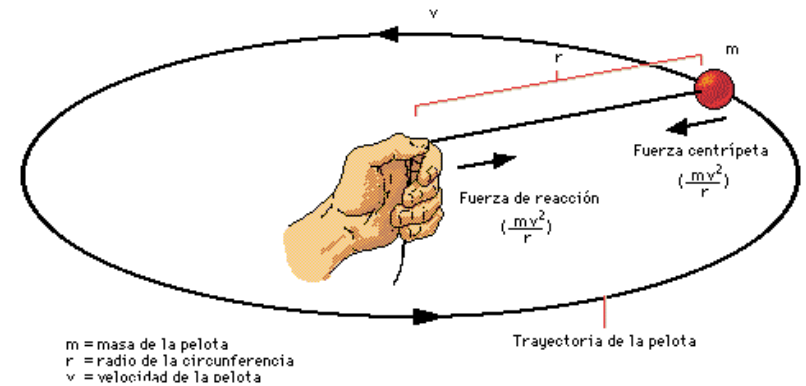
Veamos el ejemplo de una pelota de 150 gr que sigue una trayectoria circular uniforme y horizontal con radio $R = 20 \text{ cm}$. Si, la pelota gira a 80 rpm, ¿cual será la tensión sobre la cuerda?.

La mano debe realizar una fuerza centrípeta igual a mv^2/R . Claramente, mientras mayor la masa y la velocidad y menor el radio, mayor será la fuerza necesaria. Además de la fuerza centrípeta, está la fuerza peso, pero en este caso apunta en dirección perpendicular al radio y no afecta al movimiento. La velocidad v es:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{(80 \text{ rpm}) 2 \pi R}{60 \text{ s}} = 1.7 \text{ m/s}$$

Luego, la tensión T surge de plantear la sumatoria de fuerzas en dirección radial

$$\sum F_c = T = m a_c = m \frac{v^2}{R} = 0.15 \text{ kg} \frac{(1.7 \text{ m/s})^2}{0.2 \text{ m}} = 2.16 \text{ N}$$



Nota: instintivamente tendemos a pensar que si soltamos la cuerda en cualquier instante entonces la pelota saldrá en dirección radial hacia afuera por la llamada fuerza centrífuga. Esto es incorrecto. La pelota seguirá con la velocidad que tenía justo antes de soltar la cuerda y esto es siempre tangente a la circunferencia

Movimiento circular



¿Y si el movimiento es en el plano vertical?

En este caso, la fuerza peso P es normal a la dirección radial en B y E , pero está alineada con el radio en A y C . En los puntos intermedios, como el D debe ser proyectada. Calculemos la tensión T en cada punto. Si la velocidad y radio son constantes y usando los datos anteriores, entonces la fuerza centrípeta será 2.16 N en todos los puntos. El peso será 1.47 N . Luego, T será:

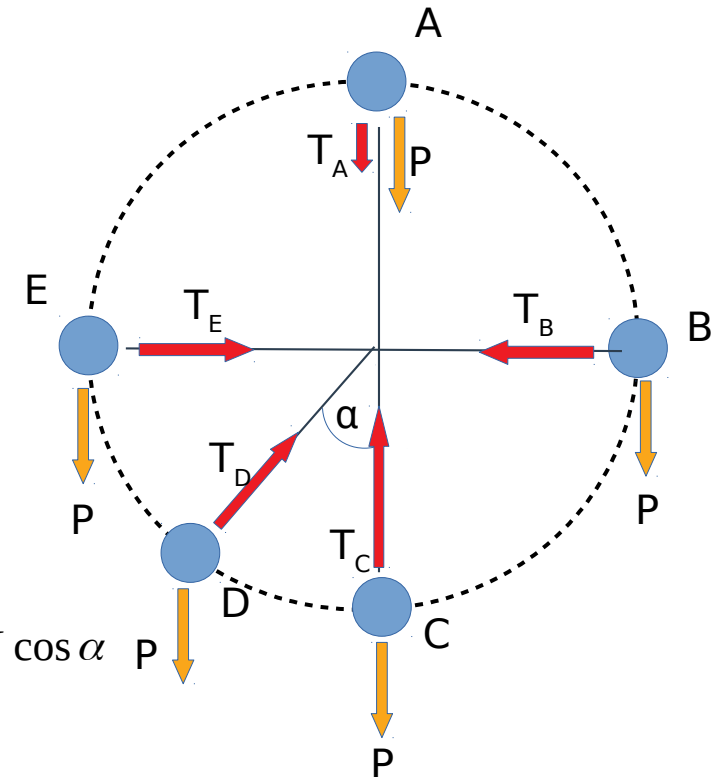
A $\sum F_{rA} = F_c = T_A + P \longrightarrow T_A = F_c - P = 2.16 \text{ N} - 1.47 \text{ N} = 0.69 \text{ N}$

B $\sum F_{rB} = F_c = T_B = 2.16 \text{ N}$

C $\sum F_{rC} = T_C - P = F_c \longrightarrow T_C = F_c + P = 2.16 \text{ N} + 1.47 \text{ N} = 3.63 \text{ N}$

D $\sum F_{rC} = T_D - P \cos \alpha = F_c \cos \alpha \longrightarrow T_D = F_c + P \cos \alpha = 2.16 \text{ N} + 1.47 \text{ N} \cos \alpha$

E $\sum F_{rE} = F_c = T_E = 2.16 \text{ N}$



El caso D es el más general y permite obtener los otros cuatro casos al considerar el ángulo correspondiente. En $A \cos 180^\circ = -1$, en $B \cos 270^\circ = 0$, en $C \cos 0^\circ = 1$ y en $E \cos 90^\circ = 0$.

Mirando el punto A vemos que el peso ayuda a la tensión T . Luego, podremos encontrar una velocidad mínima v_{\min} que mantenga la trayectoria circular, y para la cual la tensión T_A en A se hace cero:

$$\sum F_{rA} = F_c = 0 + P = mg = m v_{\min}^2 / R \rightarrow v_{\min} = \sqrt{(gR)} = \sqrt{(9.8 \text{ m/s}^2 \cdot 0.2 \text{ m})} = 1.4 \text{ m/s}$$

Movimiento circular. Peralte



En las pistas de carreras, y algunas veces en rutas bien construidas se utilizan curvas peraltadas para ayudar a los vehículos a girar con mayor facilidad. La idea es que tanto la fuerza de rozamiento como también la normal generen la fuerza centrípeta necesaria para mantener al vehículo en una trayectoria circular dentro de la curva.

Tomemos el caso de la figura de abajo. Lo primero que nos indica es que para resolver correctamente el ejercicio es necesario colocar los ejes alineados con la vertical y no con la superficie peraltada. Esto es debido a que la aceleración centrípeta está en la dirección horizontal y no tangente al plano inclinado.

Planteamos las ec. para calcular la rapidez máxima posible:

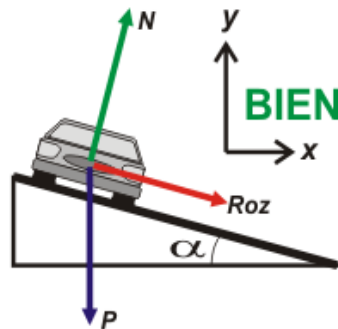
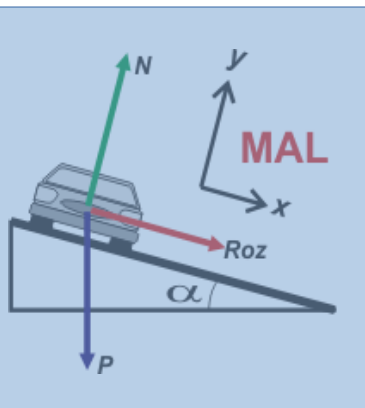


La ec. en y es: $\rightarrow \sum F_y = N \cos \alpha - P - F_r \sin \alpha = 0$

Reemplazando P y F_r por F_{r-max} $\rightarrow N \cos \alpha - mg - \mu_s N \sin \alpha = 0$

Despejando N $\rightarrow N = \frac{mg}{\cos \alpha - \mu_s \sin \alpha}$ **A**

La ec. en x (radial) es: $\rightarrow \sum F_x = F_c = N \sin \alpha + F_r \cos \alpha = m \frac{v^2}{R}$ **B**



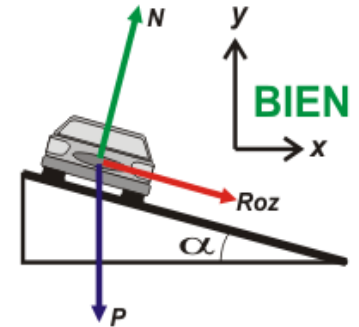
Movimiento circular. Peralte



Reemplazando N de la Ec. A en la Ec. B y despejando la rapidez v en función del ángulo y el coeficiente de fricción estático μ_s :

$$v = \sqrt{\frac{g R (\sin \alpha + \mu_s \cos \alpha)}{(\cos \alpha - \mu_s \sin \alpha)}}$$

Esta ecuación permite determinar la rapidez máxima con que un objeto podrá seguir una curva de radio R .



Si por ejemplo asumimos que no hay fricción ($\mu_s = 0$), como ocurre cuando hay hielo en la ruta o en una pista de hielo:

$$v = \sqrt{g R \tan \alpha}$$

Nota 1: si $\alpha = 90^\circ$ entonces la rapidez v puede ser infinita ya que la normal apunta directamente en la dirección radial.

Nota 2: para una dada rapidez v habrá un ángulo α que me permita doblar sin necesidad de tener fricción con el piso



Si por el contrario estamos en una curva plana, es decir sin peralte, entonces solo tendremos la fricción para doblar y la rapidez máxima será:

$$v = \sqrt{g R \mu_s}$$

Nota 3: si subitamente cambia el coeficiente μ_s porque hay aceite o arena en la curva entonces la adherencia desaparece y no tenemos fuerza centrípeta para continuar doblando con radio R

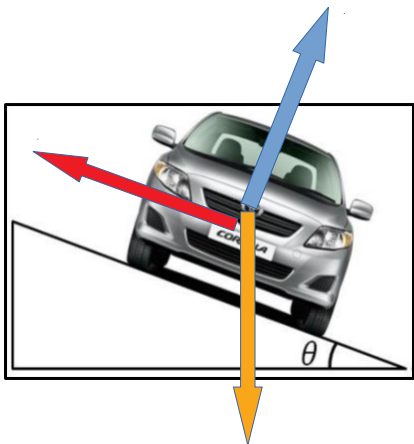


Movimiento circular. Peralte

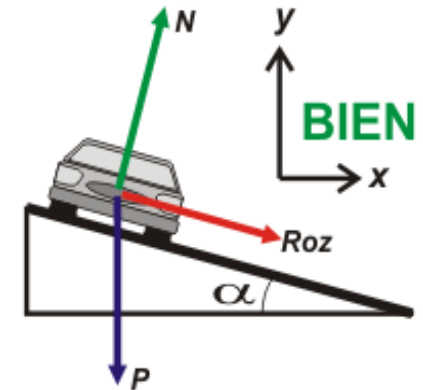


Podemos graficar la ecuación de v para distintos ángulos de peralte y coeficientes de fricción. Para el caso sin fricción (curva azul) la rapidez se hace infinita cuando el ángulo se acerca a 90° pero, a medida que aumenta el coeficiente μ , el denominador de la raíz se acerca a 0 y cuando se hace negativo entonces la raíz no puede calcularse.

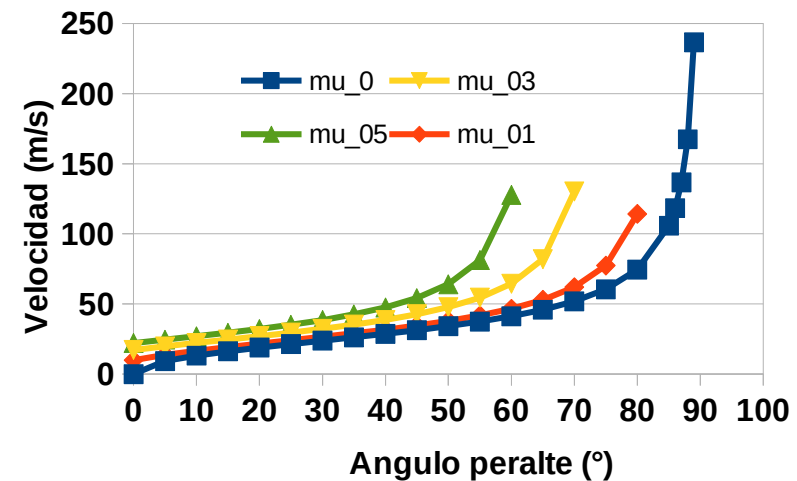
Nota 4: En realidad cuando el denominador se acerca a 0 (pero es positivo) la velocidad tiende a infinito al igual que ocurre para el caso sin fricción cuando aumentamos el ángulo de peralte hasta 90° . Pero en realidad la fricción y el ángulo generan un efecto más complejo, porque a medida que aumenta el ángulo la normal apunta cada vez más en la dirección radial pero la fricción cada vez menos.



Nota 5: Si aumentamos demasiado el ángulo de peralte entonces a baja velocidad o cuando el vehículo está detenido, la normal no podrá soportar el peso y entonces la fricción cambia de sentido. Podemos encontrar el ángulo para el cual se da este cambio de dirección. Más aun, podemos calcular cuánto valdrá la fuerza de fricción en función de la velocidad para un ángulo dado:



$$v = \sqrt{\frac{g R (\sin \alpha + \mu_s \cos \alpha)}{(\cos \alpha - \mu_s \sin \alpha)}}$$



Movimiento circular. Peralte



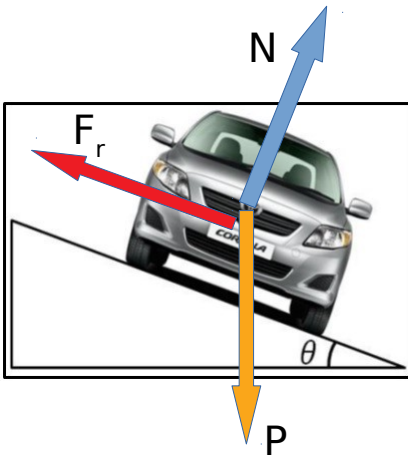
Tomando la ec. obtenida para el caso sin fricción podemos encontrar el ángulo para el cual la fricción cambia de sentido:

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{v^2}{Rg}\right)$$

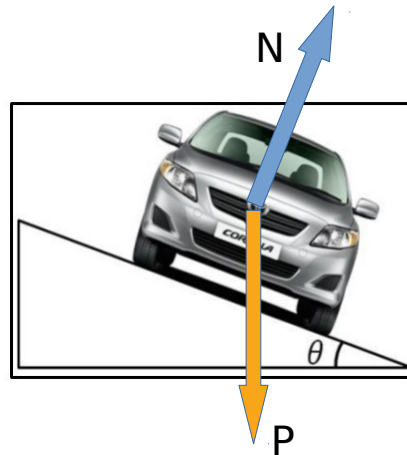
Volvamos a las ecuaciones originales para las sumatorias de fuerzas en ambas direcciones, pero no reemplacemos la fuerza de fricción F_r por $\mu_s N$, ya que en ese caso estaremos asumiendo que F_r es máxima.

Planteando el caso de velocidad baja y alta podemos obtener la fuerza de fricción en cada caso

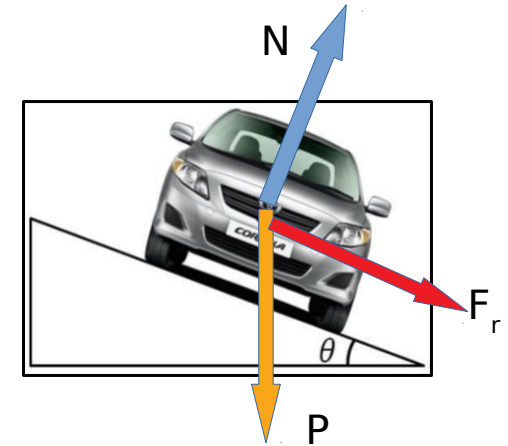
$$F_r = m \frac{g \tan \alpha - \frac{v^2}{R}}{\tan \alpha \sin \alpha - \cos \alpha}$$



$$F_r = 0$$



$$F_r = m \frac{\frac{v^2}{R} - g \tan \alpha}{\tan \alpha \sin \alpha + \cos \alpha}$$



Aumento de rapidez / disminución del radio R

DINÁMICA – Algunas preguntas....



- 1- Al empujar una caja rampa arriba, ¿se requiere menos fuerza si se empuja horizontalmente o si se empuja paralelo a la rampa?
- 2- Un bloque descansa sobre un plano inclinado con suficiente fricción para que no resbale. Si le damos un empujón hacia abajo y comienza a moverse, ¿volverá a detenerse cuando finalice el empujón?
- 3- Si la Luna gira en órbita respecto de la tierra dando 1 vuelta cada 28 días, ¿podría decirse que la luna nos atrae hacia ella, o solo que nosotros la atraemos?
- 4- A menudo se dice “la fricción siempre se opone al movimiento”. Mencione al menos un ejemplo donde la fricción estática provoque movimiento y otro donde la fricción cinética lo provoque.
- 5- Los sistemas ABS de los vehículos impiden que las ruedas se bloqueen evitando el resbalamiento. Explique por qué esto reduce la distancia de frenado.
- 6- Muchas veces los conductores toman las curvas más abiertas para poder hacerlo a mayor velocidad. ¿Podría decirse que esta velocidad aumenta linealmente con el radio de giro?