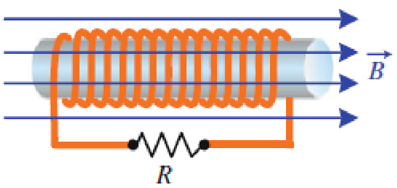
Ejercicio 1. Una bobina de alambre tiene N = 15 vueltas y cada vuelta tiene un área A = 0,04 m^2. La bobina se coloca en un campo magnético uniforme dirigido perpendicularmente al plano de la bobina y se conecta a una resistencia de resistencia R = 2 Ω, véase la figura debajo. El campo magnético cambia linealmente de 0,1 T en el tiempo t = 0 a 0,6 T en el tiempo t = 0,5 s. (a) ¿Cuál es la magnitud de la fem inducida ε_{ind} en la bobina durante este intervalo de tiempo? (b) ¿Cuál es la magnitud y la dirección de la corriente inducida?



El campo magnético B es uniforme espacialmente pero temporalmente cambia en forma lineal aumentando de 0,1 T a 0,6 T en 0,5 segundos. El valor de la fem inducida ε_{ind} se obtiene de aplicar la Ley de Faraday:

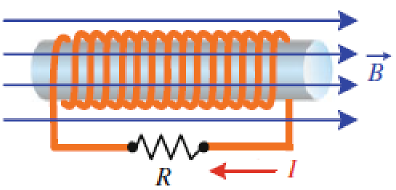
$$\oint E.dl = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

El lado derecho de la igualdad corresponde al término de la ε_{ind} que para N vueltas de la bobina será:

$$\varepsilon_{ind} = -N.\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Luego se debe determinar la variación del flujo magnético Φ_B que atraviesa la bobina. El signo negativo indica que la fem inducida se opone a la variación del flujo magnético, pero como pregunta por la magnitud de la fem entonces el signo no interesa. De acuerdo con el problema, existe una variación del campo magnético en el tiempo, luego la variación del flujo magnético estará relacionado a la variación de B ya que el área transversal A de la bobina es constante, así como N. Luego se tiene que:

$$N.\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = \frac{\Delta B}{\Delta t}.N.A = \frac{0{,}6\,T - 0{,}1\,T}{0{,}5\,s}.15.0{,}04\,m^2 = \mathbf{0{,}6\,V}$$

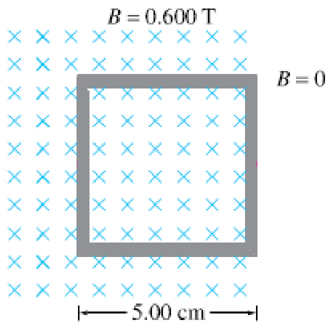


Esta ε_{ind} produce una corriente inducida I en el alambre que se opone a la variación del flujo magnético, tal como se muestra en la figura. Entonces conociendo el valor de la fem inducida y el valor de la resistencia R, utilizando la Ley de Ohm se puede hallar el valor de I.

$$\varepsilon_{ind} = I.R \rightarrow I = \frac{\varepsilon_{ind}}{R} = \frac{0{,}6\,V}{2\Omega} = \mathbf{0{,}3\,A}$$

El sentido de la corriente I se obtiene de aplicar la regla de la mano derecha de manera que la corriente inducida se oponga al incremento del campo magnético; como el B aumenta en el sentido que presenta el campo en la figura, luego I debe oponerse a ese aumento generando una variación en sentido opuesto.

Ejercicio 2. Una bobina cuadrada de longitud de lado l = 5,0 cm contiene 100 vueltas de alambre y se encuentra posicionado perpendicular a un campo magnético uniforme B = 0,6 T, como muestra la figura. La bobina rápidamente es retirada del campo magnético con una velocidad constante y perpendicular a B, hacia una región donde el campo cae abruptamente a cero. Al tiempo t = 0, el borde derecho de la bobina se encuentra al borde del campo, y le lleva un tiempo = 0,1 s llegar a la zona donde B = 0. La resistencia total de la bobina es R = 100 Ω. (a) Hallar la tasa de cambio de flujo a través del alambre, y (b) la fem y la corriente inducida. (c) ¿Cuánta energía se disipó en el inductor? (d) ¿Cuál fue la fuerza promedio necesaria para mover la bobina?



(a) Para determinar la tasa de cambio de flujo a través del alambre, hay que utilizar la ecuación de la fem inducida para una sola vuelta del alambre, entonces:

$$\text{tasa} = \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{\Phi_{Bf} - \Phi_{Bi}}{\Delta t}$$

$$\text{tasa} = \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{0 - [0{,}6\ \mathrm{T}\,.\,(0{,}05\ \mathrm{m}\,.\,0{,}05\ \mathrm{m})]}{0{,}1\ s} = -\,\mathbf{0{,}015\ Wb/s}$$

La tasa de cambio del flujo magnético es negativa ya que el flujo magnético va disminuyendo con el tiempo en el sentido que apunta el campo B.

(b) La fem inducida $\mathcal{E}_{ind}$ y por consiguiente la corriente inducida I serán:

$$\mathcal{E}_{ind} = -N.\frac{d\Phi_B}{dt} = -(-100\,.\,0{,}015\ V) = \mathbf{1{,}5\ V}$$

$$\mathcal{E}_{ind} = I\,.\,R \;\rightarrow I = \frac{\mathcal{E}_{ind}}{R} = \frac{1{,}5\ V}{100\Omega} = \mathbf{0{,}015\ A} \;\equiv \mathbf{15\ mA}$$

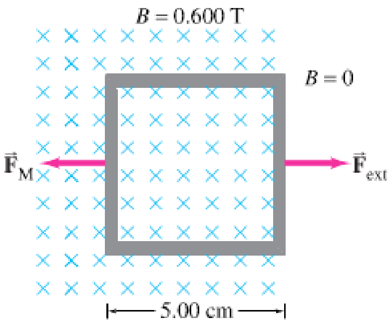
El valor positivo de la fem inducida en la Ley de Faraday indica que el flujo disminuye en el sentido de B, luego la tasa de cambio es negativa, la fem inducida debe oponerse a esa disminución produciendo una corriente I girando en sentido horario, esto hace que la fem inducida $\mathcal{E}_{ind} > 0$. Otra forma de analizarlo es mediante la Ley de Lenz, de esta forma la corriente inducida debe oponerse a la variación del flujo magnético; como la variación es opuesta al sentido del campo B, luego la corriente debe girar en sentido horario para contrarrestar a la disminución del campo magnético.

(c) La energía que se disipó en el inductor por la circulación de la corriente inducida será igual al producto de la potencia por el tiempo que demoró el alambre en salir de la región de B, luego:

$$E = P.t = I^2.R\,.\,t = (0{,}015\ A)^2.\,100\ \Omega\,.\,0{,}1\ \mathrm{s} = \mathbf{0{,}00255\ J}$$

(d) Para determinar la fuerza promedio necesaria para mover la bobina desde la región de B hasta la región donde el campo magnético es cero, se puede utilizar el concepto de energía del inciso (c) e igualarlo al trabajo. De esta forma el trabajo equivale a la fuerza realizada para mover el inductor una distancia igual al lado *l* del cuadrado, entonces:

$$W = F.d = 0{,}00255\,J \;\rightarrow F = \frac{0{,}00255\ N/m}{0{,}05\ m} = \mathbf{0{,}045\ N}$$



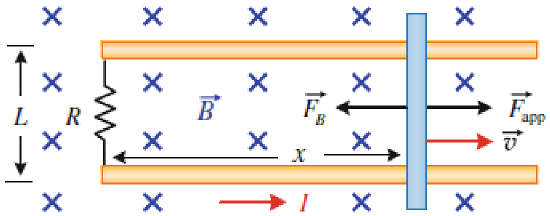
Otra forma de hallar la fuerza externa promedio necesaria F_{ext} para mover al inductor es utilizando la ecuación de la fuerza magnética F_M debido a la circulación de una corriente I en la bobina que tiene 100 vueltas.

$$F_M = I\ l\ x\ B$$

$$F_M = (100)\ .0{,}015\ A\ 0{,}05\ m\ 0{,}6\ T = -\ 0{,}045\ N$$

$$F_{ext} = -\ F_M = \mathbf{0{,}045\ N}$$

Ejercicio 3. La barra conductora en la figura inferior tiene 0,5 m de largo y se mueve hacia la derecha a través de un campo magnético uniforme de 0,15 T. Si la resistencia total del circuito es 3 Ω. (a) Calcule la fuerza requerida para mover la barra a una velocidad constante de 2 m/s. (b) Encuentre la potencia entregada.



A medida que la barra conductora se mueve hacia la derecha, el área del circuito aumenta y también el flujo magnético que lo atraviesa.

(a) La fem inducida $\mathcal{E}_{ind}$, entonces se calcula de la siguiente forma:

$$\mathcal{E}_{ind} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d(\mathrm{B\,.\,L\,.\,x})}{dt} = -\,\mathrm{B\,.\,L}\,.\frac{\mathrm{dx}}{dt} = -B\,.\,L\,.\,v$$

$$\mathcal{E}_{ind} = -\ 0{,}15\ T\ .\ 0{,}5m\ .\ 2\ m/s\ = -\ 0{,}15\ V$$

El signo menos indica que la corriente deberá circular en sentido antihorario para oponerse al aumento del flujo magnético que ingresa al plano de la hoja. Considerando, entonces, que la barra se mueve con una velocidad de 2 m/s la fem inducida obtenida permite determinar mediante Ley de Ohm, cuál será la corriente que circula en el circuito.

$$\mathcal{E}_{ind} = I\ .\ R\ \rightarrow I = \frac{|\mathcal{E}_{ind}|}{R} = \frac{0{,}15\ V}{3\ \Omega} = 0{,}05\ A$$

La fuerza magnética en la barra se obtiene debido a la corriente que circula sobre la misma, como la barra y el campo B son perpendiculares, la fuerza será igual a:

$$F_B = I\ l\ B = 0{,}05\ A\ .\ 0{,}5\ m\ .\ 0{,}15\ T = -\ 0{,}00375\ N$$

Para mover la barra en el sentido de la velocidad *v* en forma constante, la fuerza aplicada a la misma deberá ser igual a la fuerza magnética F_B, pero en sentido contrario. Entonces:

$$F_{app} = -F_B = \mathbf{0,00375\ N}$$

(b) Habiendo determinado la fuerza necesaria para desplazar la barra, la potencia necesaria para mover la barra con velocidad v será:

$$P = F_{app} \,.\, v = 0{,}00375\ N \,.\, 2\ m/s = \mathbf{0,00750\ W}$$

Referencias:

- Giancoli, D. C. (2005). Physics: principles with applications Sixth Edition.
- Radi, H. A., & Rasmussen, J. O. (2012). *Principles of physics: for scientists and engineers*. Springer Science & Business Media.