Clase teórica de la semana del 14/3

- Se verán en la clase las secciones 11.6 y 11.1 del Thomas Una Variable. (en ese orden)
- Hay una partecita de cónicas (la ecuación general de 2º grado) que no está en Thomas y sí en el video. Consultar en este resumen, previo a la sección siguiente

Sección 11.6 (pág. 639 a 645) (Insertar excentricidad – pág. 648)

Ejercitación propuesta	
11.6 - Cónicas (pág. 645- 647)	1 al 34 /// 39 al 68
11.1 - Parametrización	1 – 16 ///19 - 28

- Presentación de las cuatro cónicas, en relación a la posición de corte del plano.
- Cónicas degeneradas.
- Para las cuatro cónicas que vemos (parábola, elipse, circunferencia e hipérbola) **no vemos la deducción de la ecuación de todas**: **sólo la de la parábola.** Notar que el texto sí las da. Quien esté interesado en verlas, las mira sin dramas y consulta cualquier cosa que no entienda (en las consultas de teoría o al correo). Pero no las desarrollaremos en clases.
- **Parábola.**
  - Definición
  - Error en el libro: en el texto anota el foco *f(0, p)* y en la imagen *F(0, p)*. Adoptamos *F(0, p).*
    - Caso degenerado: si el foco está sobre la directriz L, la parábola será una recta que pasa por el foco y es perpendicular a L
    - Deducción de la ecuación canónica $x^2=4py$
    - Trabajamos con eje de simetría en el eje y. Cuando lo sea el eje x, la deducción de la ecuación canónica es análoga.
    - Elementos distinguidos.
      - Foco, directriz (ambos fijos en la definición), eje de simetría y vértice (punto en el cual la parábola corta al eje de simetría). Como V está en la parábola, su distancia al foco es la misma que su distancia a la directriz
      - *p* es la distancia focal, o sea la distancia del foco al vértice
    - Si la parábola abre hacia abajo, *F(0, -p)* y la ecuación resulta: $x^2=4py$, pero $p<0$.
    - Conclusiones para ver en geogebra

            - De signo según la parábola abra hacia arriba o hacia abajo.
            - Conclusiones según *p* más grande o más chico.
        - Coordenadas del foco: *F(0, p)* o bien *F(0, -p)*. Directriz: *y=-p* o bien *y=p*.
    - Consideraciones similares para cuando la directriz es paralela al eje y:
        - Deducción de la ecuación canónica
        - En Geogebra, vemos
            - Abertura hacia derecha o izquierda, arriba o abajo.
            - Consideraciones según *p* sea más grande o más chico
        - Coordenadas de foco. Ecuación de la directriz.
        - Ecuaciones canónicas para el caso trasladado al vértice *V(h, k)*.
- **Elipse.**
    - Definición.
    - Estudio para el caso de eje focal sobre el eje x
    - Elementos distinguidos: eje focal – centro – vértices – eje mayor – eje menor
    - En la definición, que la suma de las distancias a los focos vale *2a* puede verse si se tiene en cuenta que los vértices pertenecen a la elipse.
    - Focos: *F(±c, 0)*. Vértices *V(±a, 0)*
    - Relación entre *a, b, c*: $\boldsymbol{c^2 = a^2 - b^2\ (b < a)}$. Esto permite, dada la ecuación, obtener las coordenadas del foco
    - Si P es un punto en la elipse, por desigualdad triangular $|PF_1|+|PF_2| > |F_1F_2|$. Este hecho, aplicado a los vértices, muestra que $a > c$
    - Si *a=b*, la elipse es una circunferencia (y se suele anotar como *r*)
    - Consideraciones similares para cuando el eje focal está sobre el eje y.
    - Ecuaciones canónicas para el caso trasladado al vértice *V(h, k)*.
    - Cómo reconocer en la ecuación si la elipse tiene eje focal horizontal o vertical
- **Hipérbola.**
    - Definición.
    - Estudio para el caso de eje focal sobre el eje x
    - Elementos distinguidos: eje focal – centro – vértices.
    - En la definición, que la diferencia de las distancias a los focos vale *±2a* puede verse si se tiene en cuenta que los vértices pertenecen a la hipérbola.
    - Focos: *F(±c, 0)*. Vértices *V(±a, 0)*

- Relación entre a, b, c: $\boldsymbol{c^2 = a^2 + b^2}$ ***(b < a)***. Esto permite, dada la ecuación, obtener las coordenadas del foco
- Si P es un punto en la hipérbola, por desigualdad triangular $|PF_1| - |PF_2| < |F_1F_2|$. Este hecho, aplicado a los vértices, muestra que $a < c$.
- Asíntotas de la hipérbola: para el caso con eje focal horizontal y vertical. Ambas se deducen de igualar la ecuación canónica a 0, esto es: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0$ o bien $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 0$
- Consideraciones similares para cuando el eje focal está sobre el eje y.
- Ecuaciones canónicas para el caso trasladado al vértice $V(h, k)$.
- Cómo reconocer en la ecuación si la hipérbola tiene eje focal horizontal o vertical.

o **Excentricidad de las cónicas.**

- $\boldsymbol{e} = \frac{\boldsymbol{distancia\ entre\ focos}}{\boldsymbol{distancia\ entre\ vértices}} = \frac{\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{a}} < 1$ (elipse)
- $\boldsymbol{e} = \frac{\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{a}} = 0$ (circunferencia)
- $\boldsymbol{e} = \frac{\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{a}} > 1$ (hipérbola)
- $\boldsymbol{e} = \frac{\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{a}} = 1$ (parábola… más heavy de probar… sólo aceptarlo)

Sólo esto de excentricidad, no profundizar más.

o **La ecuación general de 2º grado (EG2ºG). ESTO NO ESTÁ EN THOMAS.**

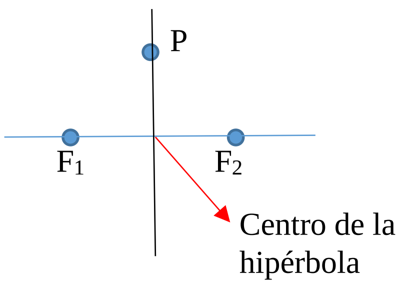
- $Ax^2+Cy^2+Dx+Ey+F=0$
- $B=0$, con B = coeficiente del término rectangular xy.
- Reconocimiento de cada cónica según el estudio de los coeficientes:

Cónica	Relación entre signos de coeficientes	Observación
Parábola	AC=0	
Elipse	$AC > 0$	analizar signo F por eventual degenerada
Circunferencia	A=C	analizar signo F por eventual degenerada
Hipérbola	AC<0	

o **Cónicas degeneradas. LEVE.**

- Desde lo gráfico: secciones que pasan por el vértice del cono de doble hoja.
- Desde lo analítico:
  - **De la parábola:**
    - En la ecuación canónica: si $p=0$ (el foco F está sobre la directriz), la parábola degenera en una recta que pasa por F y es perpendicular a la directriz

- En la EG2ºG:
  - Por ejemplo, si: $Ax^2 + F = 0$, $A.F < 0$, degenera en dos rectas verticales (horizontales si $Ay^2 + F = 0$, $A.F < 0$) paralelas.
  - $Ax^2 + F = 0$, $A.F > 0$, no representa ningún lugar geométrico.
- **De la elipse:**
  - En la EG2ºG:
    - Por ejemplo, si: $Ax^2 + Cy^2 = 0$, degenera en un punto.
    - Si $Ax^2 + Cy^2 < 0$, A y C positivas no representa ningún lugar geométrico.
  - Si c = a (en la excentricidad), degenera en un segmento de recta.
- **De la hipérbola:**
  - En la EG2ºG:
    - $Ax^2 + Cy^2 = 0$, $AC < 0$, degenera en dos rectas que se cortan.
  - En la definición: si los puntos P de la hipérbola equidistan de los focos F_1 y F_2 , esto es dist (P, F_1) = dist (P, F_2), degenera en una recta perpendicular al eje focal, que pasa por el centro.



Sección 11.1 (pág. 610 a 613)

- Presentación general.
- Definición
- Ejemplos de parametrización:
  - Graficar una curva definida por ecuaciones paramétricas: uso de tabla de valores.
  - Identificación cartesiana de una curva parametrizada
  - Parametrizaciones típicas:
    - Funciones: $x=t$; $y=f(t)$
    - Circunferencia de radio r: $x=r\cos(t)$; $y=r\text{sen}(t)$ con $0 \leq t \leq 2\pi$
    - Parametrización de una recta que pasa por (a, b) y tiene pendiente m : $y-b = m(x-a)$. Tomando $t=x-a$, queda: $x=a+t$ e $y = b+mt$, con $-\infty < t < \infty$, lo que se condice con las ecuaciones paramétricas de la recta vistas en Álgebra.
    - Segmento orientado de recta desde P hasta Q: $(1-t)\,P + t\,Q$; $t\in[0,1]$
    - Ejemplo 7 de identificación cartesiana para $x(t)=t + 1/t$; $y(t)=t – 1/t)$; $t > 0$.

- Útil para demostrar que la parametrización de una curva no es única.

- Cónicas:
  - Elipse: x = h + cos(t) ; y = k + sen(t)
  - Parábola: x = t + h ; y = $(t+h)^2$ (como función)
  - Hipérbola:
    - En $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, usando que por trigonometría es: $-1 + sec^2(x) = tan^2(x)$, o sea que $sec^2(x) - tan^2(x) = 1$, se considera:$\frac{x}{a} = \sec(t)$; $\frac{y}{b} = \tan(t)$.
    - Para $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$, considerar: $\frac{y}{a} = \sec(t)$; $\frac{x}{b} = \tan(t)$.
- Recorrido de una curva paramétrica por más de una vez.
  - Circunferencia de radio *r* recorrida dos veces
  - La porción de $y=x^2$ en el intervalo [-1,1]
  - Consecuencia: notar la diferencia entre curva paramétrica y gráfica.
  - Recorrer en sentido contrario:
    - Si el parámetro *t* varía en un intervalo es acotado [a, b]: tomar como nuevo parámetro u=a + b – *t*
    - Si $t \in \mathbb{R}$, una forma de recorrer la trayectoria en sentido inverso puede ser considerar x=-t, y=f(-t) como una parametrización posible.