Práctica: Sección 3.7 - Larson

Diferenciales

FICH UNL

Profesor: Dr. Ing. Carlos C. SCIOLI

Práctica: Sección 3.7 - Larson

Ejercicios para la Sección 3.7 del Larson (pag. 213):

1 al 16 /// 23 - 26

Ejercicios para la sección 3.7

Vea www.CalcChat.com para las soluciones a los ejercicios impares.

En los ejercicios 1–4 encuentre la ecuación de la recta tangente T a la gráfica de f en el punto indicado. Use esta aproximación lineal para completar la tabla siguiente.

x	1.9	1.99	2	2.01	2.1
$f(x)$					
$T(x)$					

	Función	*Punto*
1.	$f(x) = x^2$	$(2, 4)$
2.	$f(x) = \sqrt{x}$	$(2, \sqrt{2})$
3.	$f(x) = \operatorname{sen} x$	$(2, \operatorname{sen} 2)$
4.	$f(x) = \log_2 x$	$(2, 1)$

En los ejercicios 5 y 6, use la información para evaluar y comparar Δy y dy.

5. $y = \frac{1}{2}x^3$ $\quad x = 2 \quad \Delta x = dx = 0.1$
6. $y = x^4 + 1$ $\quad x = -1 \quad \Delta x = dx = 0.01$

En los ejercicios 7–14, encuentre la diferencial dy de la función dada.

7. $y = 3x^2 - 4$
8. $y = \sqrt{9 - x^2}$
9. $y = \ln\sqrt{4 - x^2}$
10. $y = \sqrt{x} + 1/\sqrt{x}$
11. $y = 2x - \cot^2 x$
12. $y = x \operatorname{sen} x$
13. $y = \frac{1}{3}\cos\left(\frac{6\pi x - 1}{2}\right)$
14. $y = \arctan(x - 2)$

15. ***Área*** Se miden los lados de un cuadrado y se encuentra que miden 12 pulgadas, con un posible error de $\frac{1}{64}$ pulgada. Use diferenciales para aproximar el posible error propagado al calcular el área del cuadrado.

16. ***Volumen y área de superficie*** Al medir los lados de un cubo se encuentra que miden 12 pulgadas, con un posible error de 0.03 pulgada. Use diferenciales para aproximar el error máximo posible propagado al calcular (a) el volumen del cubo y (b) el área de la superficie del cubo.

17. ***Área*** Al medir los lados de un cuadrado se encuentra que miden 15 centímetros, con un posible error de 0.05 cm.
    (a) Aproxime el error porcentual al calcular el área del cuadrado.
    (b) Estime el máximo error porcentual permisible en la medición de los lados si el error en el cálculo del área no puede ser mayor a 2.5 por ciento.

18. ***Circunferencia*** Se mide la circunferencia de un círculo y se encuentra que es 60 centímetros, con un posible error de 1.2 cm.
    (a) Aproxime el error porcentual al calcular el área del círculo.
    (b) Estime el máximo error porcentual permisible en la medición de la circunferencia si el error al calcular el área no puede ser mayor a 3 por ciento.

19. ***Volumen y área de superficie*** Se mide el radio de una esfera y se encuentra que es 6 pulgadas, con un posible error de 0.02 pulgada. Use diferenciales para aproximar el error máximo posible en el cálculo de (a) el volumen de la esfera, (b) el área de la superficie de la esfera y (c) los errores relativos en los incisos (a) y (b).

20. ***Ley de Ohm*** A través de un resistor de R ohms pasa una corriente de I amperios. La ***ley de Ohm*** dice que el voltaje E aplicado al resistor es $E = IR$. Si el voltaje es constante, muestre que la magnitud del error relativo en R ocasionado por un cambio en I es igual en magnitud al error relativo en I.

21. ***Movimiento de un proyectil*** El alcance R de un proyectil es

$$R = \frac{v_0^2}{32}(\operatorname{sen} 2\theta)$$

donde v_0 es la velocidad inicial en pies por segundo y θ es el ángulo de elevación. Si $v_0 = 2200$ pies por segundo y θ varía de 10° a 11°, use diferenciales para aproximar la variación del alcance.

22. ***Agrimensura*** Un topógrafo que se encuentra a 50 pies de la base de un árbol alto, mide el ángulo de elevación a la punta del árbol y obtiene 71.5°. ¿Con qué exactitud debe medirse el ángulo si el error porcentual en la estimación de la altura del árbol debe ser menor a 6%?

Redacción **En los ejercicios 23 y 24, explique brevemente por qué es válida la aproximación.**

23. $\sqrt{4.02} \approx 2 + \frac{1}{4}(0.02)$
24. $\tan 0.05 \approx 0 + 1(0.05)$

En los ejercicios 25 y 26, verifique la aproximación de la recta tangente a la función en el punto dado. Después use una aplicación gráfica para representar gráficamente la función y su aproximación en una misma ventana de visión.

	Función	*Aproximación*	*Punto*
25.	$f(x) = \sqrt{x}$	$y = \frac{1}{2} + \frac{x}{2}$	$(1, 1)$
26.	$f(x) = \tan x$	$y = x$	$(0, 0)$

Desarrollo de conceptos

27. Describa la variación en la exactitud de dy como una aproximación a Δy cuando Δx disminuye.
28. Al usar diferenciales, ¿qué significan los términos *error propagado, error relativo* y *error porcentual*?

¿Verdadero o falso? **En los ejercicios 29–32, determine si el enunciado es verdadero o falso. Si es falso, explique por qué o dé un ejemplo que muestre que es falso.**

29. Si $y = x + c$, entonces $dy = dx$.
30. Si $y = ax + b$, entonces $\Delta y/\Delta x = dy/dx$.
31. Si y es derivable, entonces $\lim_{\Delta x \to 0} (\Delta y - dy) = 0$.
32. Si $y = f(x)$, f es creciente y derivable y $\Delta x > 0$, entonces $\Delta y \geq dy$.

FICH UNL

Práctica: Sección 3.7 - Larson

Ejercicio 4

Encuentre la ecuación de la recta tangente T a la Gráfica de f en el punto indicado. Use esta aprox. Lineal para completar la tabla siguiente.

$$f\,(x) = log_2 x \qquad (2,1)$$

x	1.9	1.99	2	2.01	2.1
$f(x)$					
$T(x)$					

$$f'\,(x) = \frac{1}{xln2}$$

$$Ec.recta\ Tangente\ es\ (y - y_0) = \frac{1}{xln2}(x - x_0)$$

$$En\ el\ punto\ (2,1), T(x) = \left[\frac{1}{2ln2}(x-2)\right] + 1$$

x	1.9	1.99	2	2.01	2.1
f(x)	0.926	0.993	1.000	1.007	1.070
T(x)	0.928	0.993	1.000	1.007	1.072

FICH UNL

Práctica: Sección 3.7 - Larson

Ejercicio 6

Use la información para evaluar y comparar Δy y dy.

$y = x^4 + 1 \qquad x = -1 \qquad \Delta x = \mathrm{d}x = 0.01$

$\Delta y = f\,(x + \Delta x) - f\,(x)$

$\Delta y = f\,(-1 + 0.01) - f\,(-1)$

$\Delta y = f\,(-0.99) - f\,(-1)$

$\Delta y = (-0.99^4 + 1) - (-1^4 + 1)$

$\Delta y = (1.961) - (2)$

$\boldsymbol{\Delta y = 0.399}$

$y' = \frac{dy}{dx} = 4x^3$

$dy = 4x^3\,dx$

$dy = 4(-1)^3\,0.01$

$dy = 4\,\cdot 0.01$

$\boldsymbol{dy = 0.04}$

$$\boldsymbol{\Delta y \approx dy}$$

FICH UNL

Práctica: Sección 3.7 - Larson

Ejercicio 12 y 14

Encuentre la diferencial dy de la función dada

12) $y = x \, sen \, x$

$$y' = \frac{dy}{dx} = senx + xcosx$$

$$dy = (senx + xcosx)dx$$

14) $y = \arctan(x - 2)$

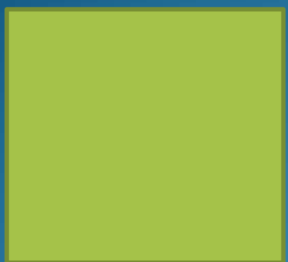
$$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{1}{1+(x-2)^2}$$

$$dy = \frac{1}{1+(x-2)^2}dx$$

FICH UNL

Práctica: Sección 3.7 - Larson

Ejercicio 15 Se miden los lados de un cuadrado y se encuentra que miden 12 pulgadas, con un posible error de 1/64 pulgadas. Use diferenciales para aproximar el posible error propagado al calcular el área del cuadrado.



$l = 12\, pulg \qquad error\ 1/64\ pulg \quad \rightarrow \quad -\frac{1}{64} \leq \Delta l \leq \frac{1}{64}$

$S = l^2$

Para aproximar el error propagado del área S, se deriva S con lo que se obtiene $\frac{dS}{dl} = 2l$

Ahora se realiza la aproximación de $\Delta \boldsymbol{S} \approx \boldsymbol{dS}$

$$\Delta S \approx 2l \cdot dx$$

$$\Delta S \approx 2 \cdot 12pulg \cdot \pm\frac{1}{64}$$

$$\Delta S \approx \pm\frac{24}{64} pulg = \pm\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{8}}\boldsymbol{pulg}$$