

ECUACIONES DIFERENCIALES - 29/11/12 RECUPERATORIO PRIMER PARCIAL

NOMBRE:CARRERA:

EJERCICIO 1:

- a) Define ecuación diferencial autónoma y soluciones de equilibrio.
- b)
- i) Realiza el retrato fase de la ecuación $\frac{dy}{dx} = 9y^2 - y^4$ y clasifica cada punto crítico.
- ii) Considera la condición $y(0) = y_0$ para la ecuación (i) y traza la gráfica de una solución típica cuando y_0 pertenece a cada región determinada por las soluciones de equilibrio.
- c) Clasifica cada ecuación diferencial según método de resolución (puede haber más de un método en la misma ecuación) y luego resuelve:

$$\text{i) } \frac{dy}{dx} = \frac{-2xy}{1+x^2} \quad \text{ii) } \frac{y''}{2x} = (y')^2 \quad \text{iii) } \begin{cases} dy + y \operatorname{tg} x = \cos^2 x dx \\ y(0) = -1 \end{cases}$$

EJERCICIO 2:

Modela cada situación como una ecuación diferencial y luego resuélvela:

- a) La recta tangente a la gráfica de una curva en el punto (x, y) corta el eje y en $(0, y/2)$ ¿Cuáles son dichas curvas?
- b) Santa Fe tiene una población fija de N personas. La tasa de cambio con respecto al tiempo del número P de personas que han enfermado de gripe es proporcional al producto del número de personas enfermas y el número de las que no lo están.

EJERCICIO 3:

- a) Define conjunto fundamental de soluciones de una ecuación diferencial lineal homogénea de segundo orden y distingue los tres conjuntos fundamentales posibles para una ecuación de coeficientes constantes.
- b) ¿Cuál es la ecuación diferencial cuyo conjunto fundamental es $\{e^{2x} \cos 3x, e^{2x} \operatorname{sen} 3x\}$?
- c) Encuentra la solución del problema de valores iniciales
$$\begin{cases} y''' + 3y'' - 4y = 0 \\ y(0) = 0, y'(0) = 2, y''(0) = -1 \end{cases}$$