

Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas
Universidad Nacional del Litoral

Respuestas ejercicios Práctica N° 4: BASES Y CAMBIO DE BASE

- 1)
 - a) A lo sumo n elementos
 - b) Como mínimo n elementos
 - c) Exactamente n elementos
- 2)
 - a) Es generador, LI y base.
 - b) No satisface ninguno de los ítems.
 - c) Conjunto generador.
 - d) Cuidado! Como B no está contenido en H, no se analiza ninguna de las características mencionadas de B.
 - e) Es base.
 - f) Es generador, LI y base.
 - g) Es generador y LI, pero no base.
 - h) No satisface ninguno de los ítems.
 - i) Es generador pero no LI ni base.
- 3) Es base de \mathbb{R}^3 .
- 4) Bases canónicas:

de \mathbb{R}^4 : $\{(1,0,0,0), (0,1,0,0), (0,0,1,0), (0,0,0,1)\}$

de P_2 : $\{1, x, x^2\}$

de $M_{2 \times 2}$ $\left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\}$

de $S_{3 \times 3}$ $\left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right\}$
- 5)
 - a) Por ejemplo : $B = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 3/2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$
 - b) Por ejemplo : $M = \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$
 - c) Por ejemplo: $D = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right\}$
 - d) Por ejemplo: $T = \{x, x^2\}$
- 6) No existe valores de a para que el conjunto sea base de \mathbb{R}^3 pues $\forall a \in \mathbb{R}$ los vectores son LD.
- 7) Demostración.
- 8)

- a) $[x]_{B=} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$
 b) $[P(x)]_{B=} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$
 c) $[A]_{B=} \left(-\frac{10}{7}, \frac{12}{7}, \frac{18}{7}, \frac{15}{14} \right)$

9)

- a) $[p(x)]_{B2=} \begin{pmatrix} 5 \\ 1/3 \end{pmatrix}$
 b) $[p(x)]_{B2=} \begin{pmatrix} 1/2 \\ -3/2 \end{pmatrix}$

10)

- a) $A_{B1 \rightarrow B2} = \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$
 b) $A_{B2 \rightarrow B1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$
 c) $A_{B1 \rightarrow B2} \cdot A_{B2 \rightarrow B1} = I$

11)

- a) $A_{B \rightarrow B^*} = \begin{pmatrix} 3/4 & 7/2 \\ 3/2 & 1 \end{pmatrix}$
 b) $A_{B^* \rightarrow B} = \begin{pmatrix} -2/9 & 7/9 \\ 1/3 & -1/6 \end{pmatrix}$
 c) $[-4 + x]_{B^*} = \begin{pmatrix} -11/4 \\ 1/2 \end{pmatrix}$
 d) $[-4 + x]_{B^*} = \begin{pmatrix} 3/4 & 7/2 \\ 3/2 & 1 \end{pmatrix} \cdot [-4 + x]_{B=} \begin{pmatrix} -11/4 \\ 1/2 \end{pmatrix}$

12)

$$B_1 = \{ 2x^2, 6x^2 - 2x - 4, x - 3 \}$$