Clase teórica de la semana del 15-11

Mario Garelik - F.I.C.H.

Sección 7.5 - Polinomios de Taylor y aproximaciones (p. 466).

- **Ejercitación propuesta (pág. 474)**: del 7 al 24
- **Introducción:** la idea general de aproximación.
  - Terminología: *expandimos alrededor de c* o bien *aproximación centrada en c.*
  - La idea de aproximación local.
  - Ejemplo: $f(x) = e^x$ y calcular P_1, P_2 y P_3 alrededor de x=0.
  - Ver el Ggb.
- Subir el grado del polinomio aproximante mejora la aproximación.
- Polinomio de Taylor y Maclaurin (caso especial para c=0).
  - Definición formal. Notar que se pide que la función sea n veces derivable en c.
  - Cálculo para $e^x, \ln x, sen(x)$.
  - Leer bien el parrafito inicial pág. 471: si quiero aproximar $ln(1.1)$, puedo usar un Taylor ($f(x) = ln(x)\,;\, c = 1$) o un Maclaurin ($g(x) = ln(1 + x)\,;\, c = 0$). Ver bien eso.
- Residuo R_n de un polinomio de Taylor.
  - Residuo y error.
  - Teorema del Residuo de Taylor:
    - Qué pide y qué asegura.
    - La imposibilidad de determinar exactamente z (leer despacito parrafito final pág. 472).
    - 3. Para n=0, ¡tenemos Lagrange! ¡uπ!
  - No ver ejemplo 9.

Sección 7.6 - Series de potencias (p. 476).

- **Ejercitación propuesta (pág. 483):** 1 al 32 /// 35 al 53 /// 63 al 66
- **Introducción.** En la sección anterior aproximamos una función en un punto con un polinomio de Taylor de grado n: $f(x) \cong P_n(x)$ Ahora, la idea es la de sustituir el $\cong$ por un .
- Ejemplificar con e^x para introducir la definición de serie de potencias.

- Se identifican cuatro etapas:

    1. Ver a la serie como una función (estudiar su dominio y propiedades en él). Es lo que vemos en esta clase.
    2. Aprender a desarrollar una función como serie de potencias. Se ve en 1ª parte de la clase siguiente.
    3. Establecer bajo qué condiciones la serie encontrada para una cierta función converge a la función de la cual provino. Se ve en 2ª parte de la clase siguiente.
    4. Aplicaciones de las series de potencias. Se ve en la parte final de la clase siguiente.

- La serie de potencias vista como función.

    - Definición de dominio de la serie. Convención: $(x-c)^0 = 1$ aun cuando $x = c$.
    - Teorema 7.20 (sin demo): 2. Alternativas de convergencia de una serie de potencias.
    - Radio e intervalo de convergencia: en adelante: **Encontrar el dominio de una serie** significa: determinar R y análisis de situación en fronteras, si fuera pertinente, esto es, si $R < \infty$.
    - Intro al teorema 7.21: Características de la serie referidas a su carácter y operatoria dentro y fuera de su dominio.
    - Teorema 7.21 (sin demo): 5. Derivación e integración de series.
        * Preservación del radio de convergencia.
        * En su dominio, las series se derivan e integran... ¡como los polinomios!
        * En adelante, aprenderemos a expresar funciones como series, y como éstas se tratan como los polinomios, entonces... ¡¡¡toda función desarrollable en series será, en su dominio, tratable como un polinomio!!!
        * SUPER IMPORTANTE: Por derivar e integrar, se preserva el radio, pero no necesariamente el intervalo. VER EL EJEMPLO 8 PÁG. 482.