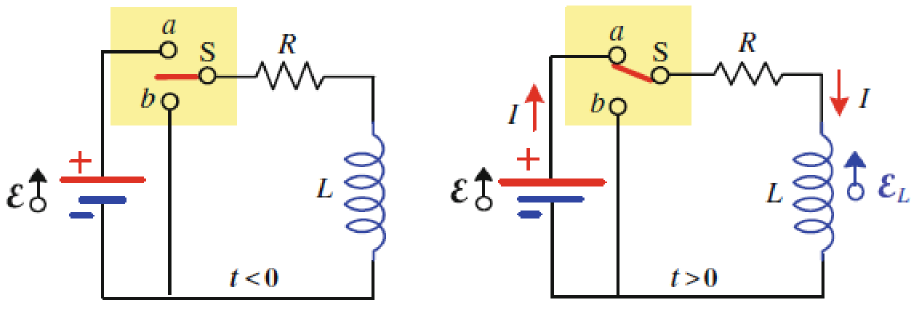
Ejercicio 1. En el circuito RL de la figura inferior la resistencia R = 200 Ω, la fem Ɛ = 2 V y la inductancia L = 0,4 H. (a) Hallar la constante de tiempo del circuito. (b) El interruptor del circuito S se cierra a t = 0, hallar la corriente i (t) para t = 2 ms. (c) Hallar la energía almacenada en el inductor cuando la corriente es i = 8,5 mA.



Inicialmente a tiempo t < 0 el circuito se encuentra abierto, figura (a) y no circula corriente. Una vez que el interruptor S se cierra (t=0), como se muestra en la figura (b), la corriente *i* comienza a circular por el circuito incrementándose. Luego el inductor se opone al incremento instantánea de la corriente generando una fem autoinducida $\mathcal{E}_L$ que tiene sentido opuesto al incremento de la corriente.

$$\mathcal{E} - \mathrm{i}\,R - L\frac{di}{dt} = 0$$

Resolviendo esa ecuación se llega a la expresión de la corriente en función del tiempo:

$$\mathrm{i(t)} = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{L/R}}\right);\ L/R = \tau$$

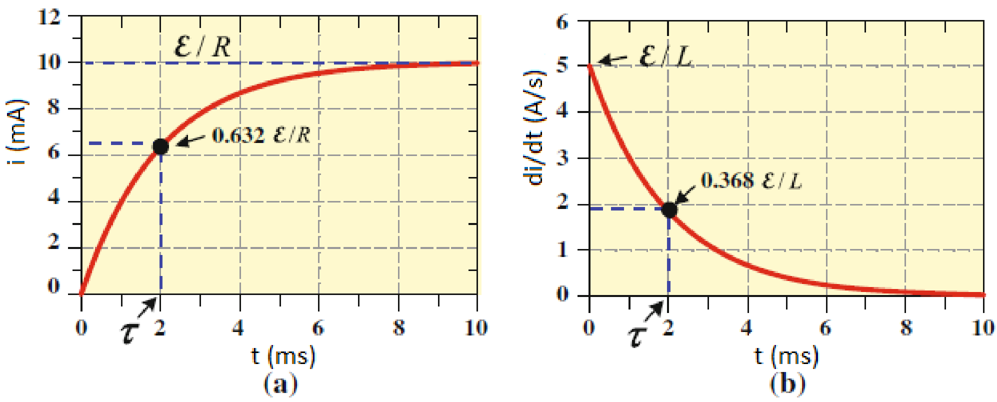
Donde τ es la constante de tiempo del circuito.

a) Luego, se tiene que:

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{0{,}4\ H}{200\ \Omega} = 0{,}002\ s\ \equiv \mathbf{2ms}$$

b) Como el circuito se cerró, la corriente comenzó a incrementarse y luego de 2ms su valor será el siguiente:

$$\mathrm{i}(2ms) = \frac{2V}{200\ \Omega}\left(1 - e^{-\frac{0{,}002\ s}{0{,}002\ s}}\right) = \mathbf{0{,}00632\ A}$$

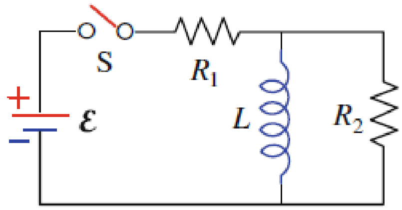


La gráfica muestra como varía la corriente con el tiempo (a) y cómo es la tasa de corriente respecto al tiempo en (b). Para t → 0 la corriente la corriente se incrementa rápidamente y a medida que t → ∞ la corriente llega a su valor máximo y la tasa de incremento es nula.

c) La energía almacenada en el inductor es la siguiente:

$$U_L = \frac{1}{2} L\, I^2 = \frac{1}{2}\, 0{,}4\, H\, (8{,}5\, mA)^2 = \mathbf{1{,}45\ 10^{-5}\, J}$$

Ejercicio 2. En el circuito RL de la figura inferior, determinar la corriente inicial (t → 0) cuando el interruptor S justo se cierra; y la corriente final (t → ∞) cuando el interruptor S estuvo cerrado por un largo tiempo.



Primeramente, a t = 0, al cerrarse el interruptor la corriente pasa por R_1 y quiere incrementarse rápidamente, pero el inductor L se opone ya que no puede cambiar instantáneamente, luego la corriente no circula por el inductor y sigue el circuito pasando por el resistor R_2 quedando ambos resistores en serie. La corriente será entonces la siguiente:

$$\mathcal{E} - \mathrm{I}\,(R_1 + R_2) = 0$$

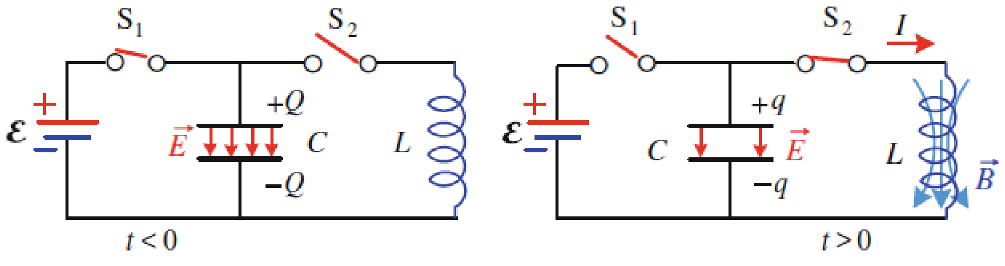
$$\mathbf{I} = \frac{\mathcal{E}}{(\boldsymbol{R_1} + \boldsymbol{R_2})}$$

Finalmente, en un tiempo t → ∞, la corriente alcanzó su máximo valor y la tasa de corriente → 0 en el inductor, es decir que la corriente no cambia y la fem autoinducida es 0. El inductor tiene resistencia 0 haciendo que la corriente circule por L en vez de por R_2. Luego la corriente será:

$$\mathcal{E} - \mathrm{I}\, R_1 = 0$$

$$\mathbf{I} = \frac{\mathcal{E}}{\boldsymbol{R_1}}$$

Ejercicio 3. Cuando el interruptor S_1 se cierra y S_2 se abre, como se observa en la parte izquierda de la figura inferior, un capacitor de capacitancia C = 7,1 pF se carga de una batería de fem $\mathcal{E}$ = 12 V. El interruptor S_1 luego es abierto y el capacitor se mantiene cargado. El interruptor S_2 entonces se cierra de manera que el capacitor se encuentra conectado directo con un inductor de inductancia L = 3,56 mH, tal como se ve en la parte derecha de la figura. (a) Determinar la frecuencia de oscilación *f* del circuito. (b) Encontrar la carga máxima en le capacitor Q y la corriente máxima Imáx en el circuito. (c) Hallar la carga *q* y la corriente *i* como función del tiempo.



(a) La frecuencia de oscilación *f* del circuito depende de la frecuencia de oscilación angular ω, donde esta última es función de la autoinductancia L y la capacitancia C. Entonces:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L\,C}}$$

Mientras que la frecuencia *f* = ω/2π, finalmente:

$$2\pi f = \frac{1}{\sqrt{L\,C}}$$

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{L\,C}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{3{,}6\,mH\;7{,}1pF}} = 995500\,Hz \sim \mathbf{1MHz}$$

(b) La carga máxima Q que puede almacenar el capacitor surge de la expresión:

$$\mathrm{Q} = \mathrm{C}\,\mathcal{E} = 7{,}1\ \mathrm{pF}\ 12\ \mathrm{V} = \mathbf{8{,}52\ 10^{-11}C}$$

Mientras que la corriente máxima Imax se obtiene de derivar la expresión de la carga en función del tiempo, donde q es una función senoidal:

$$q = Q\,(\cos\omega t)$$

$$i = \frac{dq}{dt}$$

$$i = \frac{dq}{dt} = -Q\omega\,(sen\ \omega t)$$

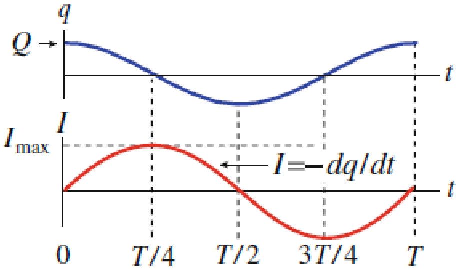
$$i = -\frac{dq}{dt} = Imax\,(sen\ \omega t)$$

$$Imax = Q\omega = 85{,}2\,pF\ 995500Hz\ 2\pi = \mathbf{5{,}33\ 10^{-4}}\ \boldsymbol{A}$$

(c) La ecuación de la carga del capacitor en función el tiempo *q(t)*: es una función senoidal y es equivalente a un sistema oscilatorio donde el capacitor almacena carga hasta llegar a un máximo y luego comienza a entregar esa carga hasta quedar descargado. Posteriormente vuelve a cargarse con la polaridad invertida en cada placa.

$$\boldsymbol{q = Q\,(\cos\omega t)}$$

La ecuación de la corriente equivale a la deriva de la ecuación de la carga respecto al tiempo, entonces la corriente será:



$$\boldsymbol{i = \frac{dq}{dt} = -\,Imax\,(sen\ \omega t)}$$

Ambas ecuaciones, tanto de la carga *q* como de la corriente *i* responden a oscilaciones periódicas, donde la carga y la corriente alternan entre valores positivos y negativos. LA figura de la izquierda ilustra ambas ecuaciones durante una oscilación completa.

Referencias:

➔ Radi, H. A., & Rasmussen, J. O. (2012). *Principles of physics: for scientists and engineers*. Springer Science & Business Media.