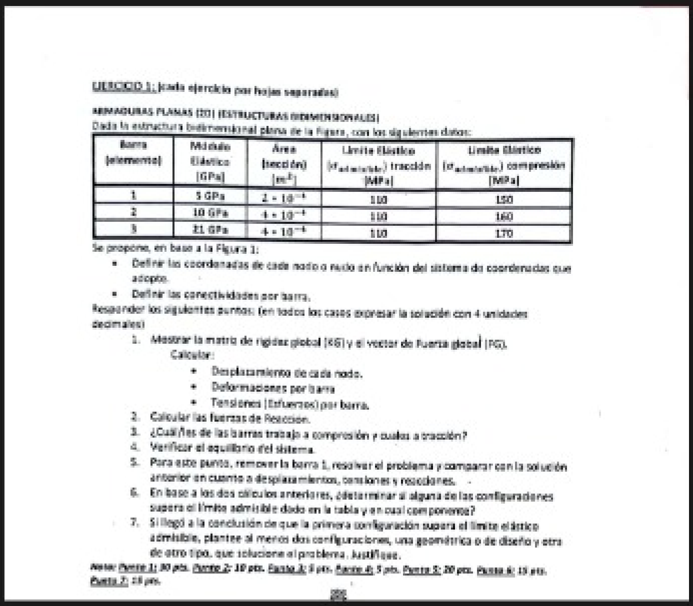


EJERCICIO 1: (cada ejercicio por hojas separadas)

ARMADURAS PLANAS (2D) (ESTRUCTURAS BIDIMENSIONALES)

Dada la estructura bidimensional plana de la Figura, con los siguientes datos:

Barra (elemento)	Módulo Elástico [GPa]	Área (sección) [m^2]	Límite Elástico ($\sigma_{admisible}$) tracción [MPa]	Límite Elástico ($\sigma_{admisible}$) compresión [MPa]
1	5 GPa	$2 \cdot 10^{-4}$	110	150
2	10 GPa	$4 \cdot 10^{-4}$	110	160
3	21 GPa	$4 \cdot 10^{-4}$	110	170

Se propone, en base a la Figura 1:

- Definir las coordenadas de cada nodo o nudo en función del sistema de coordenadas que adopte.
- Definir las conectividades por barra.

Responder los siguientes puntos: (en todos los casos expresar la solución con 4 unidades decimales)

1. Mostrar la matriz de rigidez global (KG) y el vector de Fuerza global (FG).
   Calcular:
   - Desplazamiento de cada nodo.
   - Deformaciones por barra
   - Tensiones (Esfuerzos) por barra.
2. Calcular las fuerzas de Reacción.
3. ¿Cuál/es de las barras trabajo a compresión y cuales a tracción?
4. Verificar el equilibrio del sistema.
5. Para este punto, remover la barra 1, resolver el problema y comparar con la solución anterior en cuanto a desplazamientos, tensiones y reacciones.
6. En base a los dos cálculos anteriores, ¿determinar si alguna de las configuraciones supera el límite admisible dado en la tabla y en cual componente?
7. Si llegó a la conclusión de que la primera configuración supera el límite elástico admisible, plantee al menos dos configuraciones, una geométrica o de diseño y otra de otro tipo, que solucione el problema. Justifique.

Nota: Punto 1: 30 pts. Punto 2: 10 pts. Punto 3: 5 pts. Punto 4: 5 pts. Punto 5: 20 pts. Punto 6: 15 pts. Punto 7: 15 pts.

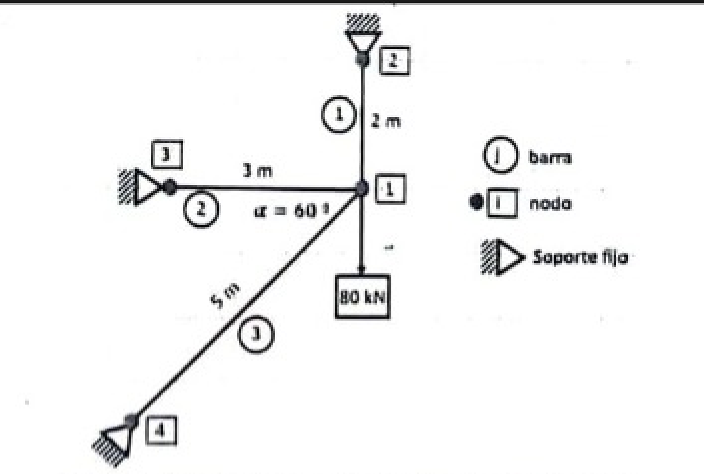


Figura 1: Detalle de la configuración de armadura 2D.

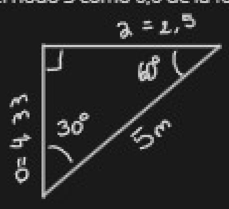
1) Matriz de rigidez k:

$$
\begin{bmatrix}
1.7533e+06 & 7.2746e+05 & 0 & 0 & -1.3333e+06 & 0 & -4.2000e+05 & -7.2746e+05 \\
7.2746e+05 & 1.7600e+06 & 0 & -5.0000e+05 & 0 & 0 & -7.2746e+05 & -1.2600e+06 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -5.0000e+05 & 0 & 5.0000e+05 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1.3333e+06 & 0 & 0 & 0 & 1.3333e+06 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-4.2000e+05 & -7.2746e+05 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4.2000e+05 & 7.2746e+05 \\
-7.2746e+05 & -1.2600e+06 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7.2746e+05 & 1.2600e+06
\end{bmatrix}
$$

Se definen las barras tomando el nodo 3 como 0,0 de la forma:

Barra 1: 1 → 2
Barra 2: 3 → 1
Barra 3: 4 → 1

Nodos:
1 = (3, 0)   3 = (0,0)
2 = (3, 2)   4 = (0.5 -4.33)



$a = 5 \cdot \cos(60) = 2,5$

$o = 5 \cdot sen(60) = 4,33$

Para el nodo 4:

$x = 3 - 2,5 = 0,5$

$y = -4,33$

CALCULAR BIEN LOS PUNTOS, ESE FUE MI ERROR EN EL EXAMEN

Vector F = $\begin{bmatrix} 0 \\ -8.0000e+04 \\ R_{2x} \\ R_{2y} \\ R_{3x} \\ R_{3y} \\ R_{4x} \\ R_{4y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -8.0000e+04 \\ 0 \\ 2.7432e+04 \\ -3.0350e+04 \\ 0 \\ 3.0350e+04 \\ 5.2568e+04 \end{bmatrix}$

Sabiendo que los nodos 2, 3 y 4 están fijos, entonces $u_{2x} = u_{2y} = u_{3x} = u_{3y} = u_{4x} = u_{4y} = 0$, por lo tanto, elimino las filas y columnas correspondientes a esos nodos, quedando a resolver el siguiente sistema:

$$
\begin{bmatrix} 1.7533e+06 & 7.2746e+05 \\ 7.2746e+05 & 1.7600e+06 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{1x} \\ u_{1y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -80000 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} u_{1x} = 0{,}022763\,m \\ u_{1y} = -0{,}054863\,m \end{matrix}
$$

Desplazamientos: $u = \begin{bmatrix} 0.022763 \\ -0.054863 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

Los esfuerzos o tensiones por barra se calculan como:

$$
\sigma = \frac{E}{L} \cdot \begin{bmatrix} -c & -s & c & s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{1x} \\ u_{1y} \\ u_{2x} \\ u_{2y} \end{bmatrix}; \quad c = \cos(\theta); \; s = \sin(\theta)
$$

$\theta =$ ángulo entre el sistema local de la barra y el sistema global

Tensiones:
Barra 1: 1.3716×10^{8} Pa = 137.16 MPa
Barra 2: 7.586×10^{7} Pa = 75.876 MPa
Barra 3: -1.5175×10^{8} Pa = -151.75 MPa

Deformaciones: Las deformaciones de cada barra se calculan como: $\varepsilon = \dfrac{\text{Esfuerzo}}{\text{Módulo Elástico}}$ ⇒

Barra 1: 1.3716×10^{8} Pa/5×10^{9} Pa = 0.027432
Barra 2: 7.586×10^{7} Pa/10×10^{9} Pa = 0.007586
Barra 3: -1.5175×10^{8} Pa/ 21×10^{9} Pa = -0.007226

2) Se calcularon junto con el vector de fuerza global y son:

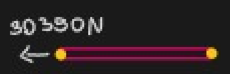
nodo 2: Rx = 0N ; Ry = 27432 N
nodo 3: Rx = -30350N; Ry = 0N
nodo 4: Rx = 30350N; Ry = 52568N

3) Teniendo en cuenta los nodos correspondientes a las barras, y los signos de las reacciones de los mismos tenemos que:

Barra1:

Trabaja a tracción

Barra2:



Trabaja a tracción

Barra3:

Trabaja a compresión

También puede sacarse con el esfuerzo:
si es positivo ⟶ tracción,
si es negativo ⟶ compresión

4) El esquema está en equilibrio si $\sum F_x = 0$ y $\sum F_y = 0$

$$\sum F_x = \underset{F_{1x}}{0} + \underset{R_{2x}}{0} \underset{R_{3x}}{- 30350} + \underset{R_{4x}}{30350} = 0 \checkmark$$

$$\sum F_y = \underset{F_{1y}}{-80000} + \underset{R_{2y}}{27432} + \underset{R_{3y}}{0} + \underset{R_{4y}}{52568} = 0 \checkmark$$

El sistema está en equilibrio

5) Nuevos desplazamientos:

$$
u = \begin{array}{l} \left.\begin{bmatrix} 0.034641 \\ -0.083492 \end{bmatrix}\right\} n_1 \\ \left.\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}\right\} n_3 \\ \left.\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}\right\} n_4 \end{array}
\qquad
F = \begin{array}{l} \left.\begin{bmatrix} -7.2760e-12 \\ -8.0000e+04 \end{bmatrix}\right\} n_1 \\ \left.\begin{bmatrix} -4.6188e+04 \\ 0 \end{bmatrix}\right\} n_3 \\ \left.\begin{bmatrix} 4.6188e+04 \\ 8.0000e+04 \end{bmatrix}\right\} n_4 \end{array}
$$

Tensiones:
Barra 2: 1.1547×10^{8} Pa = 115.47MPa
Barra 3: -2.309×10^{8} = -230.9 MPa

6) En la primera configuración, la barra 1 supera el límite elástico ya que su esfuerzo es de 1371,16MPa y el límite para tracción es de 110
En la segunda configuración, ambas barras superan los límites de tracción y compresión respectivamente