## Segundo Parcial - Mecánica Computacional
### 24 de noviembre de 2023

**Ejercicio 1: Barras**

Resolver el problema de la armadura plana de la Figura 1. Se compone de 8 barras y 5 nodos o nudos. Cada barra tiene una área transversal A y un material cuyo módulo de Elasticidad es E. Se aplica una carga vertical de 2P en el nodo 4. Los nodos 1 y 5 son soportes. Las barras 1,2,7,8 tienen una rigidez axial de √2AE y las barras 3, 4, 5 y 6 de AE.

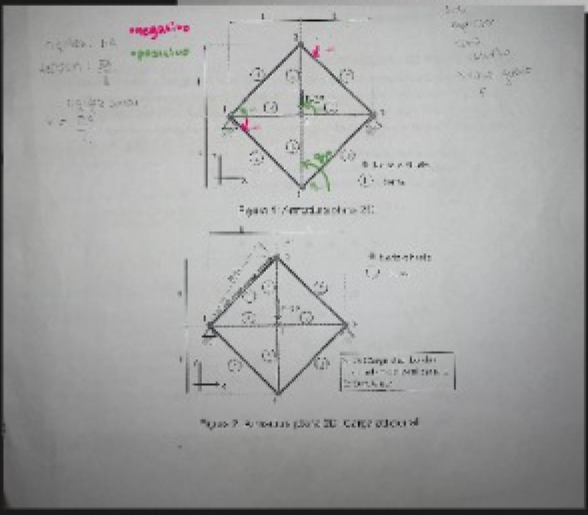
Se pide:

1.- Plantear el problema y determinar los desplazamientos en los nodos sin restringir.

2.- Calcular la tensión en la barra 3. Determinar si está en compresión o tracción.

3.- Idem para la barra 2.

4.- Si la barra 1 tiene una carga distribuida como se visualiza en la Figura 2, describir en forma breve y concisa cómo plantearía el cálculo y cuál sería el vector de Fuerzas F, del sistema global K.d=F. (d: vector desplazamiento)




1) Planteo el problema

Rigidez axial $(k^e) = \frac{EA}{L^e} \Rightarrow L = 1$; en 1, 2, 7 y 8 $L^e = \frac{1}{\sqrt{2}}$ en 3, 4, 5 y 6 $L^e = 1$

Para las barras 1,2,7 y 8, la matriz k es: $\sqrt{2}AE \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

Para las barras 3,4,5 y 6 la matriz k es: $AE \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

Como no todas las barras están alineadas a los ejes del sistema global, hay que utilizar una matriz de rotación, por lo que las matrices de las barras quedan:

**Barras 1 y 8** van del nodo 1 al nodo 2 y del nodo 3 al 5 respectivamente

- Ángulo es 45 grados

$C = \cos(45) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$S = \sin(45) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$K^{(1)} = \sqrt{2}AE \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \qquad K^{(8)} \quad \sqrt{2}AE \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

**Barras 4 y 5** van del nodo 3 al nodo 4 y del nodo 4 al 2 respectivamente

- Ángulo es 90 grados

$C = \cos(90) = 0$

$S = \sin(90) = 1$

$$K^{(4)} = AE \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad K^{(5)} = AE \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**Barras 2 y 7** van del nodo 1 al nodo 3 y del nodo 2 al 5 respectivamente

- Ángulo es -45 grados

$C = \cos(45) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$S = \sin(45) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$K^{(2)} = \sqrt{2}AE \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \qquad K^{(7)} = \sqrt{2}AE \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

**Barras 3 y 6** van del nodo 1 al nodo 4 y del nodo 4 al 5 respectivamente

- Ángulo es 0 grados

$C = \cos(0) = 1$

$S = \sin(0) = 0$

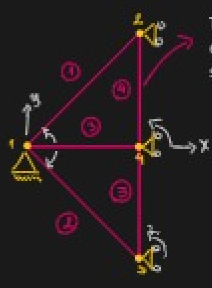
$$K^{(3)} = AE \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad K^{(6)} = AE \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

La matriz general del sistema queda:

$$AE \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2}+1 & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$$

SOY UNA PAJERA, ESTO SE PODÍA HACER CON SIMETRÍA Y QUEDABA MUCHO MÁS FÁCIL, PRESTAR MÁS ATENCIÓN LA PRÓXIMA

## NUEVO SISTEMA:



Tener en cuenta que tanto en la barra 4 como en la 5, el área va a ser A/2 ya que se encuentran en el eje de simetría

| | e | θ | C | C² | S | S² | CS |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1→2 | 1 | 45 | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ |
| 1→3 | 2 | -45 | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ |
| 1→4 | 3 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 4→2 | 4 | 90 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 3→4 | 5 | 90 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |

$\frac{1}{2}$

$-\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$K_e^{global} = k_e \begin{bmatrix} C^2 & CS & -C^2 & -CS \\ CS & S^2 & -CS & -S^2 \\ -C^2 & -CS & C^2 & CS \\ -CS & -S^2 & CS & S^2 \end{bmatrix}$$

$C = \cos(45) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$S = \sin(45) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$K^{(1)} = \sqrt{2}AE \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$C = \cos(90) = 0$

$S = \sin(90) = 1$

$$K^{(4)} = \frac{AE}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad K^{(5)} = \frac{AE}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$C = \cos(0) = 1$

$S = \sin(0) = 0$

$$K^{(3)} = AE \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

voy a asumir q rigidez = $A \cdot E \cdot L \Rightarrow k^e = AE \ \forall e$

$C = \cos(45) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$S = \sin(45) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$K^{(2)} = \sqrt{2}AE \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$K^{Sist} = AE \begin{bmatrix} 2 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Lo naranja es xq el área era ½A, no A.

Cuentas diagonal

$3 = \begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{matrix} + \begin{matrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{matrix} = \begin{matrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 1 \end{matrix}$

$4 \quad \begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{matrix} + \begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{matrix} + \begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} = \begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ V_2 \\ 0 \\ V_3 \\ 0 \\ V_4 \end{bmatrix}$$

$u_x \to u$

$u_y \to v$

**mis incógnitas son v2, v3 y v4**

**Me traje las filas de las incógnitas y eliminé las columnas que corresponden a las x xq están todas fijas**

$$AE \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -P \end{bmatrix}$$

**Es -P xq va para abajo y, al estar en el eje de simetría aplico solo la mitad**

V3