FICH – UNL
Física I – Recursado 2009 – Parcial 1 – 13/10/09
Solución de los problemas tomados

*1.- Un pez se mueve horizontalmente en el mar cerca de la costa. Tomando como referencia una roca de la costa, en un momento dado, su vector posición esta dado **r**(t_0)= 10.0 **i** - 4 **j** [m] y el de su velocidad por **v**(t_0)= 4.0 **i** + 1.0 **j** [m/s]. Después que el pez nada con aceleración constante durante 20s, su velocidad es **v**(t_1)= 20.0 **i** - 5.0 **j** [m/s]. Determinar: a) las componentes de la aceleración media, b) cual es la dirección de dicha aceleración, c) donde se encuentra el pez para t= 25s y en que dirección se mueve?, d) que velocidad tiene en ese momento?. Considere que el movimiento es rectilíneo.*

$r(t_o) = 10\,i - 4\,j\ [m] \qquad v(t_o) = 4\,i + 1\,j\ [m/s] \qquad v(t_1) = 20\,i - 5\,j\ [m/s]$

a) $a(t) = \dfrac{16}{20} i + \dfrac{-6}{20} j\ [m/s^2] = 0.8\,i - 0.3\,j\ [m/s^2]$

b) $\theta = arc\,tg\left(\dfrac{-0.3}{0.8}\right) = -20.56^{o} \cong 339.44^{o}$

c) $x = x_0 + v_{0x}\,t + \dfrac{1}{2} a_x\,t^2 = 10 + 4\times 25 + \dfrac{0.8}{2} 25^2 = 360[m]$

$y = y_0 + v_{oy}\,t + \dfrac{1}{2} a_y\,t^2 = -4 + 1\times 25 - \dfrac{0.3}{2} 25^2 = -72.75[m]$

$r(t_1) = 360\,i - 72.75\,j\ [m]$; se mueve en la dirección del vector velocidad ($*$)

d) $v_x = v_{0x} + a_x\,t = 4 + 0.8\times 25 = 24[m/s] \qquad v_y = v_{0y} + a_y\,t = 1 - 0.3\times 25 = -6.5[m/s]$

$v = 24\,i - 6.5\,j[m/s] \qquad (*)\ \theta = arc\,tg\left(\dfrac{-6.5}{25}\right) = -15.15^{o} \cong 344.85^{o}$

2.- Un jugador de basket de 2m de altura lanza un tiro a la canasta desde una distancia horizontal de 10m. Si arroja la pelota con un ángulo de 40º respecto de la horizontal, cual debe ser la velocidad de impulsión para que entre por el aro de la canasta sin rebotar, si la misma se encuentra a un altura de 3m?

$x = v_{0x}\,t$ (1) $\qquad v_{0x} = v_0 \cos 40^{o}$

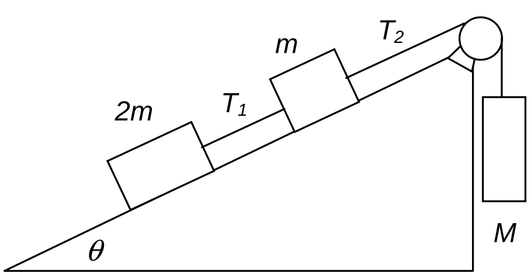
$y = y_0 + v_{0y}\,t - \dfrac{1}{2} g\,t^2$ (2) $\qquad v_{0y} = v_0\,sen\,40^{o}$

De (1) $10\,m = v_0 \cos 40^{o}\,t$; $\qquad t = \dfrac{10m}{v_o \cos 40^{o}}$ (3)

De (2) $3m = 2\,m + 4.9\,v_o\,sen\,40^{o}\,t - 4.9\,t^2$; reemplazando (3) en (2) y operando tenemos:

$1m = 10\,m\times tg 40^{o} - 4.9 \dfrac{100}{v_0^2 \cos^2 40^{o}}$; $\quad \Rightarrow v_0 = 10.63[m/s]$

3.- Considere 3 bloques como se muestra en la figura. Si el sistema está en equilibrio y el coeficiente de fricción entre los bloques y el plano inclinado es μ, determinar en función de m, g y θ: a) los valores máximo y mínimo de la masa M, b) las tensiones T_1 y T_2. c) si se duplica el valor de M, la aceleración del sistema.



En reposo: $T_2 = M\,g$ (1)

a) Cálculo de $\boldsymbol{M_{min}}$: en este caso el peso de $\boldsymbol{M_{min}}$ evitaría que el grupo de *m* y *2m* se deslicen hacia la izquierda por componente de su propio peso. Teniendo en cuenta que hay rozamiento, este trata de frenar dicho movimiento, entonces la ecuación de equilibrio sería:

$$T_{2\min} - m\,g\,sen\,\theta + \mu\,m\,g\cos\theta - 2\,m\,g\,sen\,\theta + \mu\,2\,m\,g\cos\theta = 0; \qquad (2)$$

Reemplazando (1) en (2) y operando:

$$M_{\min} = 3m\left(sen\,\theta - \mu\cos\theta\right);$$

Cálculo de $\boldsymbol{M_{max}}$: en este caso el peso de $\boldsymbol{M_{max}}$ evitaría que el grupo de *m* y *2m* se deslicen hacia la derecha arrastradas por ***M***. Teniendo en cuenta que hay rozamiento, este trata de frenar dicho movimiento, entonces la ecuación de equilibrio sería:

$$T_{2\max} - m\,g\,sen\,\theta - \mu\,m\,g\cos\theta - 2\,m\,g\,sen\,\theta - \mu\,2\,m\,g\cos\theta = 0; \qquad (3)$$

Reemplazando (1) en (3) y operando:

$$M_{\max} = 3m\left(sen\,\theta + \mu\cos\theta\right)$$

b) Cálculo de las tensiones $\boldsymbol{T_1}$ y $\boldsymbol{T_2}$

$$T_{2\min} = 3m\,g\left(sen\,\theta - \mu\cos\theta\right); \qquad T_{1\min} = 2\,m\,g\left(sen\,\theta - \mu\cos\theta\right)$$

$$T_{2\max} = 3m\,g\left(sen\,\theta + \mu\cos\theta\right); \qquad T_{1\max} = 2\,m\,g\left(sen\,\theta + \mu\cos\theta\right)$$

c) para $\boldsymbol{M \Rightarrow 2M}$

sobre el plano inclinado:

$$T_2 - m\,g\,sen\,\theta - \mu\,m\,g\cos\theta - 2\,m\,g\,sen\,\theta - \mu\,2\,m\,g\cos\theta = 3\,m\,a \qquad (4)$$

En la vertical:

$$T_2 - 2\,M\,g = 2M\left(-a\right) \qquad (5)$$ operando (4) y (5)

$$2\,M\left(g-a\right) = 3m\,g\left(sen\,\theta + \mu\cos\theta\right) + 3\,m\,a$$

$$a = \frac{2\,M - 3m\left(sen\,\theta + \mu\cos\theta\right)}{2\,M + 3m}\,g$$

4.- Dos cuerpos de masas m_1= 10kg y m_2= 8kg, cuelgan a cada lado de una polea sin fricción mediante una cuerda de masa despreciable. Determinar: a) el trabajo realizado por la fuerza de gravedad sobre cada cuerpo, cuando el de mayor masa se desplaza 50 cm hacia abajo, b) el trabajo total realizado por cada cuerpo, incluyendo el de la tensión de la cuerda.

a) como el de mayor masa se desplaza hacia abajo, entrega trabajo ya que va desde un punto de mayor $\boldsymbol{E_p}$ a otro de menor $\boldsymbol{E_p}$. El otro al ascender absorbe trabajo y tendremos:

para la masa $\boldsymbol{m_1}$ $W_{m1} = m_1\,g\,\Delta h_1 = 10kg \times \left(-9.8m/s^2\right) \times \left(-0.5m\right) = 49\ joules$

para la masa $\boldsymbol{m_2}$ $W_{m1} = m_2\,g\,\Delta h_1 = 8kg \times \left(-9.8m/s^2\right) \times 0.5m = -39.2\ joules$

b) considerando la tensión de la cuerda:
Se debe determinar previamente la aceleración para luego determinar ***T***:

$T - m_1\,g = -m_1\,a$; $\quad T - m_2\,g = m_2\,a$; operando estas ecuaciones:

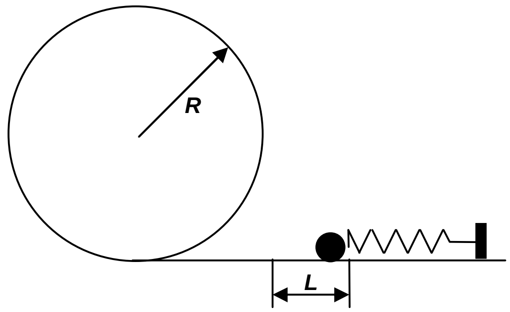
$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\,g = \frac{10-8}{10+8}9.8 = 1.08\,m/s^2 \qquad \Rightarrow\ T = 10kg\left(9.8 - 1.09\right) = 87\,N$$

el trabajo de la tensión de la cuerda será
$W_T = 87\,N \times \pm 0.5m = \pm 43.5\,J$ > 0 si $\boldsymbol{\Delta h}$ > 0 y viceversa

El trabajo para cada masa considerando la tensión de la cuerda será:
Para la masa $\boldsymbol{m_1}$: $W_{T\,m1} = m_1\,g\,\Delta h + W_T = 49\,J - 43.5J = 5.45\,J$

Para la masa $\boldsymbol{m_2}$: $W_{T\,m2} = m_2\,g\,\Delta h + W_T = -39.2\,J + 43.5\,J = 4.35\,J$

*5. Un bloque de 0,5 kg de masa es impulsado por un resorte que se comprime una distancia horizontal **L**. Con la velocidad alcanzada que es de 12 m/s, asciende por un bucle de 1 m de radio, experimentando una fuerza de rozamiento promedio de 7N. Determinar: a) la distancia **L** que se comprimió el resorte, b) Alcanza el bloque la parte superior del bucle?, c) Si es así, cual es la velocidad en ese lugar?. La constante del resorte es 450N/m.*



a) la energía potencial acumulada por el resorte es equivalente a la energía cinética de la masa que impulsa.

Para v_f =12 m/s; m = 0.5 kg

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} k x^2 \qquad \Rightarrow \qquad L = \frac{m}{k} v^2 = \frac{0.5m}{450N/m}(12m)^2 = 0.4m$$

b) la energía cinética adquirida debe alcanzar para lograr energía mecánica total en la parte superior del bucle y vencer el trabajo de rozamiento. Por lo tanto si posee energía cinética en la parte superior del bucle se deduce que alcanzará esa parte. Considerando que en el plano horizontal la energía potencial cero.

$$\frac{1}{2} m v_i^2 = m g h + \frac{1}{2} m v_s^2 + W_{FR} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2} m v_s^2 = \frac{1}{2} m v_i^2 - m g h - W_{FR} \quad \Rightarrow \quad v_s = \sqrt{v_i^2 - 2 g h - \frac{2 W_{FR}}{m}}$$

$$v_s = \sqrt{12^2 \left[{}^{m}\!/_{s} \right]^2 - 2 \times 9.8 \times 2 \left[{}^{m}\!/_{s} \right]^2 - \frac{2 \times 7 \times \pi \times 1 [N\,m]}{0.5kg}} = 4.1 m/s$$

Si alcanza la parte superior

c) la velocidad es la calculada en b) v_s = 4.1 m/s