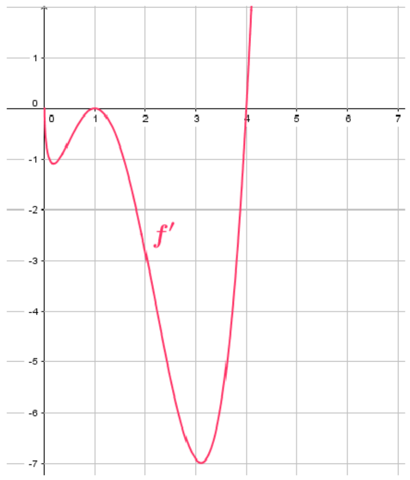


**Pregunta 1**

Sin responder aún

Puntúa como 20,00

Sea $g(x) = \int_0^x f(t)\,dt$, donde $f$ es una función cuya primera derivada, $f'$, se representa gráficamente a continuación:




Seleccione una o más de una:

- a. La función $g$ es cóncava hacia abajo en $(0, 1) \cup (1, 4)$.
- b. En $x = 1$ existe un punto de inflexión de la función $f$ pero no de la función $g$.
- c. Sea $h$ una función continua en un intervalo abierto y sea $c$ un punto en dicho intervalo. Que $h''(c)$ no exista y que la concavidad de $h$ cambie en ese punto es condición suficiente para que $(c, h(c))$ sea un punto de inflexión de $h$.
- d. Las funciones $f$ y $g$ son cóncavas hacia arriba en el intervalo $(4, +\infty)$.
- e. Como $g''(1) = 0$, entonces $(1, g(1))$ es un punto de inflexión de $g$.
- f. En $x = 4$ existe un punto de inflexión de $g$ pero no de $f$.
- g. $(4, g(4))$ no es un punto de inflexión de $g$ debido a que dicha función no cambia de concavidad en ese punto.

**Pregunta 2**
Sin responder aún
Puntúa como 20,00

Sea $f$ la función dada por $f(x) = kx\ln(x)$ con $k$ un número real positivo. Y considere $a$ y $b$ (con $a < b$) pertenecientes al dominio de $f$.

Sea $R$ la región del plano limitada por la gráfica de $f$, el eje de las abscisas y las rectas $x = a$ y $x = b$.

Seleccione una o más de una:

- [ ] a. Si $a = 1$ y $b = 2$ entonces el área de la región $R$ está dada por $2k\ln(2) - \frac{3}{4}k$.
- [ ] b. Si $\displaystyle\int_a^b f(x)dx > 0$ entonces el valor de la integral coincide con el área de la región $R$.
- [ ] c. $\displaystyle\int f(x)\,dx = \frac{k}{2}x^2\left(\ln(x) - \frac{1}{2}\right) + C$, donde $C$ es la constante de integración.
- [ ] d. Si para todo $x \in [a, b]$ se cumple que $f(x) \geq 0$, entonces el valor de la integral coincide con el área de la región $R$.
- [ ] e. Si $a = \dfrac{1}{2}$ y $b = 2$ entonces el área de la región $R$ está dada por $\ln(2^{\frac{17}{8}k}) - \frac{15}{16}k$.
- [ ] f. Para todo $k$ positivo, el área de la región $R$ puede calcularse como $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx$.

**Pregunta 3**
Sin responder aún
Puntúa como 20,00

Sea la sucesión $a_n = \left(1 - \frac{a}{n}\right)^n$, donde $a > 0$ y $n \geq a$.

Tildar la(s) alternativa(s) correctas.

Seleccione una o más de una:

- [ ] a. La sucesión $(-1)^n a_n$ es convergente.
- [ ] b. La sucesión $a_n$ es convergente a $L = e^{\,a}$.
- [ ] c. La sucesión $a_n$ es convergente a $L = e^{\,\frac{1}{a}}$.
- [ ] d. La sucesión $a_n$ es acotada pero no monótona.
- [ ] e. Ninguna de las opciones anteriores es correcta.

**Pregunta 4**
Sin responder aún
Puntúa como 20,00

Tildar la(s) alternativa(s) correcta(s):

**Ayuda:** Tenga en cuenta el desarrollo de la serie de Maclaurin de la función $e^x$.

Seleccione una o más de una:

- [ ] a. La serie $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$ es convergente. Además: $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = e$.
- [ ] b. La serie $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$ es divergente por comparación directa con la serie armónica $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$.
- [ ] c. La divergencia de una sucesión numérica $\{a_n\}$ asegura la divergencia de la serie $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$.
- [ ] d. **Problema de la pelota.** Cuando se deja caer, una pelota elástica se eleva hasta una altura del 75% de la altura que cae. Si la altura inicial fue de 2 metros, entonces la pelota recorrió 14 metros luego de dar rebotes hasta quedar detenida.
- [ ] e. Ninguna de las anteriores es correcta.

Pregunta **5**

Sin responder aún

Puntúa como 20,00

Considerar la serie $J_0(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{2^{2n}(n!)^2}$.

Tildar la(s) alternativa(s) correcta(s).

Seleccione una o más de una:

- [ ] a. El dominio de convergencia de $J_0'(x)$ es (-1, 1).
- [ ] b. La serie $J_0(x)$ satisface la ecuación $x^2 \cdot J_0''(x) + x \cdot J_0'(x) + x^2 \cdot J_0(x) = 0 \ \forall x \in \mathbb{R}$.
  **Ayuda:** Tenga en cuenta alinear los contadores de sumación.
- [ ] c. La serie $J_0(x)$ satisface la ecuación $x^2 \cdot J_0''(x) + x \cdot J_0'(x) + x^2 \cdot J_0(x) = 1 \ \forall x \in \mathbb{R}$.
  **Ayuda:** Tenga en cuenta alinear los contadores de sumación.
- [ ] d. En su intervalo de convergencia, la serie derivada $J_0'(x)$ está dada por $J_0'(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n) x^{2n-1}}{2^{2n}[(n-1)!]^2}$.
- [ ] e. La serie $J_0$ converge en toda la recta real.