**ECUACIONES DIFERENCIALES – SEGUNDO PARCIAL 19/11/12**

**NOMBRE:..................................................................................................CARRERA:.............................**

**<u>EJERCICIO 1:</u>**

a) Explica las diferentes formas de soluciones de soluciones tipo Frobenius en una ecuación diferencial de segundo orden homogénea según el tipo de raíces indiciales.

b) Considera la ecuación $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2}+x\dfrac{dy}{dx}+(x^2-\dfrac{1}{4})y=\sqrt{x^3}$

i) Propone un punto ordinario y otro singular regular de la ecuación homogénea asociada, justificando el por qué de cada elección.

ii) ¿Puede asegurarse que existen dos soluciones linealmente independiente de la forma

$y=\sum_{n=0}^{\infty}c_n(x-x_0)^{n+r}$ alrededor del punto singular regular $x_0$ de la ecuación homogénea asociada?

Justifique.

iii) Obtiene la forma explícita de los términos infinitos de la solución general alrededor del punto singular regular de la ecuación homogénea asociada y demuestra que dicha solución puede escribirse como $y=x^r(c_1 cos\, x+c_2 sen\, x)$, donde $r$ es la raíz indicial menor.

iv) Encuentra una solución particular de la ecuación no homogénea dada.

**<u>EJERCICIO 2:</u>**

Una masa de 1/5 slug estira 16/5 pies un resorte. Dicha masa se libera del reposo a ½ pie por debajo de la posición de equilibrio en un medio que ofrece numéricamente igual a $\beta$ veces la velocidad instantánea. Tener en cuenta además que sobre la masa actúa una fuerza externa igual a $f(t)=5\,cos\,(4t)$.

a) Interpreta el modelo vibratorio como un problema de valores iniciales y clasifica el movimiento amortiguado según los posibles valores de la constante $\beta>0$.
b) Encuentra la ecuación del movimiento de la masa en cada instante de tiempo cuando $\beta=1.2$ y determina si existen términos transitorios y términos de estado estable. Si existen, explica el significado de cada uno de ellos.

**<u>EJERCICIO 3:</u>**

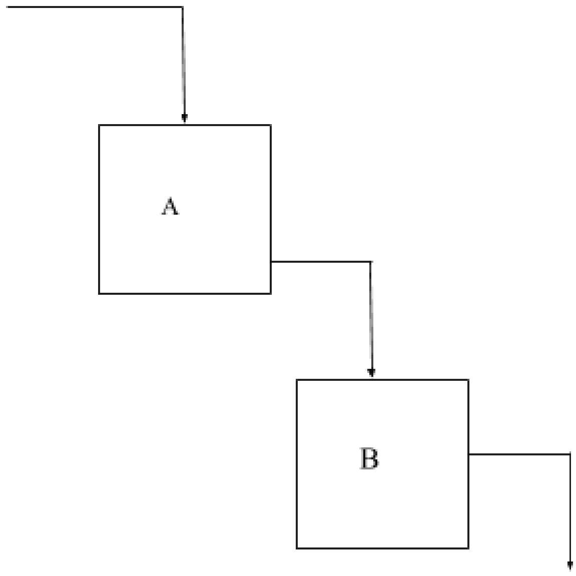
a) Demuestra que si $F(s)=\mathscr{L}\{f(t)\}$ y $a>0$ entonces $\mathscr{L}\{f(t-a)\mu(t-a)\}=e^{-as}F(s)$.

b) Encuentra y grafica la función $g(t)$ para la cual $g(t)=L^{-1}\{\dfrac{3}{s}-4\dfrac{e^{-s}}{s^2}+4\dfrac{e^{-3s}}{s^2}\}$

c) Resuelve por transformadas $\begin{cases}\dfrac{dy}{dx}+y=g(t)\\ y(1/2)=0\end{cases}$ donde $g(t)$ es la función encontrada en b).

**<u>EJERCICIO 4:</u>**

Considera la cascada de los dos tanques ilustrados en la figura, siendo $V_A=100\,gal$ y $V_B=200\,gal$ los volúmenes de salmuera en los tanques respectivos. Cada tanque contiene inicialmente $50\,lb$ de sal. Los tres flujos son de $5\,gal/s$ cada uno, con agua pura fluyendo del tanque $A$.




a) Modela el problema como un sistema de ecuaciones diferenciales cuyas incógnitas $x(t)$ e $y(t)$ representan la cantidad de libras de sal en los tanques $A$ y $B$ respectivamente, en cualquier instante de tiempo.
b) Obtiene $x(t)$ e $y(t)$ por el metodo de eliminacion.
c) Encuentra la máxima cantidad de sal que llega a tener el tanque $B$.