

Física I Solución del primer examen de regularización

Problema 1 (1 punto)

Se siguen los mismos pasos que los realizados en el TP de errores

Datos: Llevarlos a un único sistema de unidades, por ejemplo c, g, s

$$D = 1\text{ cm} \quad \Delta D = \pm 0.02\text{ cm}$$

$$H = 5\text{ cm} \quad \Delta H = \pm 0.1\text{ cm}$$

$$M = 8.5\text{ g} \quad \Delta M = \pm 0.1\text{ g}$$

Calculamos la densidad de un cilindro el volumen del cilindro

$$\delta = \frac{M}{\text{Volumen}} = \frac{M}{\pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 H} = \frac{4M}{\pi D^2 H} = 2.16\text{ g/cm}^3$$

a) Para calcular el error de la densidad, aplicamos propagación de errores

El error **absoluto** es,

$$\Delta\delta = \left| \frac{4}{\pi D^2 H} \right| |\pm\Delta M| + \left| -\frac{4M}{\pi D^2 H^2} \right| |\pm\Delta H| + \left| -\frac{8M}{\pi D^3 H} \right| |\pm\Delta D| = 0.16\text{ g/cm}^3$$

El error **relativo** de la densidad en función de los errores relativos de cada variable es,

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\delta}{\delta} &= \frac{\Delta M}{M} + \frac{\Delta H}{H} + \frac{2\Delta D}{D} \\ &= 0.074 \end{aligned}$$

b) La expresión correcta del resultado de la medición de la densidad debe ser dada como:

$$\delta = (2.16 \pm 0.16)\text{ g/cm}^3 \quad (\text{o unidades equivalentes})$$

Problema 2 (2 puntos)

El gráfico muestra una velocidad que disminuye linealmente con el tiempo (aceleración constante), donde $v(t=0) = v_0 = 10\text{ m/s}$ y $v(t=20\text{ s}) = 0\text{ m/s}$

a) Calculamos la aceleración como la pendiente de la curva

$$a = \frac{v(t=20\text{ s}) - v_0}{20\text{ s}} = -\frac{10}{20}\text{ m/s}^2 = -0.5\text{ m/s}^2$$

La ecuación de la velocidad es

$$v(t) = v_0 - at = 10 \text{ m/s} - 0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t$$

b) La posición está dada por

$$x(t) - x_0 = v_0 t - \frac{a}{2} t^2 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} t - 0.25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t^2$$

c) El significado físico del área bajo la curva es $\int_0^{20\text{s}} v(t) dt = x$, el recorrido total

Problema 3 (1 punto)

Este problema fue desarrollado en la clase teoría (notas de clases Capítulo III, pág. 22, Ejemplo VI), incluso los datos coinciden (recordando que $gR^2 = 4 \times 10^5 \text{ km}^3 / \text{s}^2$)

Utilizando la fórmula (3.52a) $v_{\text{mínima}} = \sqrt{2gR^2 \left[\frac{1}{R} - \frac{1}{r} \right]} = 2.4 \text{ km/s}$

Problema 4 (1 punto)

$$x(t) = A \sin \left[\frac{2\pi}{\tau} (t - t_0) + \phi \right]$$

a) Calculamos la aceleración (desarrollado íntegramente en clase de teoría (Notas de clase, pág. 28, ver Figura 3.16))

$$a = -A \left(\frac{2\pi}{\tau} \right)^2 \sin \left[\frac{2\pi}{\tau} (t - t_0) + \phi \right] = A \left(\frac{2\pi}{\tau} \right)^2 \sin \left[\frac{2\pi}{\tau} (t - t_0) + \phi + \pi \right]$$

b) La aceleración es extrema (máxima o mínima) cuando el $\sin \left[\frac{2\pi}{\tau} (t - t_0) + \phi \right] = \pm 1$

Es decir en cuando $a = \pm A \omega^2 = \pm A \left(\frac{2\pi}{\tau} \right)^2$ el corchete vale

$$\left(n + \frac{1}{2} \right) \pi = \left[\frac{2\pi}{\tau} (t - t_0) + \phi \right]. \text{ Esta respuesta era suficiente (no era necesario$$

calcular exactamente el tiempo).

Para analizar el signo de la aceleración tenemos que para n par el seno del corchete es -1, por lo tanto la aceleración es positiva.

$$\left[\frac{2\pi}{\tau} (t - t_0) + \phi \right] = (m + 1/2) \pi \Rightarrow (t - t_0) = [(n + 1/2) - \phi](\tau/2)$$

Lo opuesto para los n impares

Problema 5 (2puntos)

La fuerza de fricción esta dada por $\vec{F}_d = \mu_d (\vec{m g}) \cos(\alpha)$ y actúa en la dirección del plano inclinado con sentido negativo (hacia arriba del plano).

El peso tiene una componente en la dirección del plano $\vec{F} = (\vec{m g}) \sin(\alpha)$.

Para que el bloque se deslice con velocidad uniforme

$$\vec{F} = (\vec{m g}) \sin(\alpha) = \vec{F}_d = \mu_d (\vec{m g}) \cos(\alpha) \text{ es decir:}$$

$$\mu_d = \tan(\alpha)$$

Problema 6 (1 punto)

En la dirección horizontal no hay fuerza alguna interactuando con el proyectil, por lo tanto su velocidad (horizontal) $V_x = V_0 \cos(\alpha) = \text{cte}$. La única velocidad que varía a lo largo del tiempo es $V_y(t)$. Dicha componente de la velocidad seguirá la ecuación de movimiento $V_y(t) = V_0 \sin(\alpha) - g t$. Dicha velocidad tomara un valor mínimo (en

realidad se anulará) en el instante $t^* = \frac{V_0 \sin(\alpha)}{g}$

El problema nos pide que calculemos la distancia x a la cual el módulo de la velocidad es mínimo. Esto se obtiene utilizando la ecuación $x(t) = V_0 \cos(\alpha) t$ donde debemos sustituir t por t^* . Es decir:

$$x(t^*) = \frac{V_0^2}{g} \sin(\alpha) \cos(\alpha) = \frac{(300)^2 m^2 / s^2}{9.8 m / s^2} (0.5)(0.866) = 3976.5 m$$

Problema 7 (2 puntos)

Obviamente para que el cubo quede en reposo la sumatoria de las fuerzas en la dirección paralela al disco debe ser cero.

$$M g = \mu_e m g + m \omega^2 r$$

$$\omega = \pm \sqrt{\frac{M g - \mu_e m g}{m r}} = \pm \sqrt{\frac{2.5 kg (9.8 m / s^2) - 0.25 (1 kg) (9.8 m / s^2)}{1 kg (1.5 m)}} = 3.8 s^{-1}$$