Clase teórica de la semana del 4-10

Mario Garelik - F.I.C.H.

Sección 4.2 - Área (p. 227)

- De esto no hacemos práctica, ni se ve ninguno de los ejemplos de la teoría. Sólo lo vemos para comprender mejor la construcción de la integral definida que se ve en sección 4.3.
- *Breve introducción.* Surge un nuevo tipo de integrales, de carácter más numérico, cuyas aplicaciones son variadas: cálculo de áreas de regiones planas, cálculo de longitud del arco de una gráfica de una función continuamente derivable en un intervalo cerrado, etc.
- Rápido y furioso paso por:
  - Notación sigma: anotar por comprensión una suma extendida. Mudez de l contador
  - Formulitas del teorema 4.2 (p. 228) son curiosas e interesantes... pero no detenerse en ellas
  - El problema del área: breve intro.
  - Esto interesa y no está muy desarrollado en Larson:
    * Definición de partición. Particiones regulares e irregulares.
    * Norma $||\Delta||$ de una partición.
    * Relación: $||\Delta|| \to 0 \Rightarrow n \to \infty$, donde n es el número de puntos de la partición.
      · La partición $P = \{0\} \cup \left\{ \frac{1}{2^n}, n \in \mathbb{N} \right\}$ muestra que el recíproco es falso.
      · Si la partición es regular, vale el $\Leftrightarrow$. A menos que especifiquemos lo contrario, este será el caso.
  - Sumas superior e inferior respecto de una partición. Notación e igualdad de las mismas en el límite.
  - Primera definición de área.
  - NO DESARROLLAMOS NINGÚN EJEMPLO DE ESTA SECCIÓN.

.

Sección 4.3 - Sumas de Riemann e integrales definidas (p. 238)

- **Ejercitación propuesta (pág. 245):** 15 al 38 /// 40 – 41 /// 55 al 60 /// 65
- Suma de Riemann: definición y la importancia del *cualquiera* en la definición de suma de Riemann.
- Definición formal de integral definida como límite de sumas de Riemann. Nomenclatura: cómo se llama cada cosa (integrando, extremos de integración).

- Definición de función integrable.
- La continuidad en el intervalo como condición suficiente para la integrabilidad en él.
  - El recíproco falla: buscar y DESARROLLAR analítica y gráficamente un contraejemplo.
- No ver ejemplos de cálculo ni de áreas ni de integrales definidas por definición, ya que directamente las calculeremos más tarde usando el teorema fundamental del cálculo.
- Teorema 4.5: condiciones para definir de integrales como áreas de regiones cerradas.
  - Remarcar que se pide continuidad (para garantizar integrabilidad) y no negatividad del integrando (para poder interpretar como área).
  - Grabar bien: todo área se calcula usando integrales definidas, pero no toda integral definida representa un área (la integral de $f(x) = \sin x$ en el intervalo$\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ no representa un área). Para que una integral definida en un intervalo represente un área, no se mira el resultado de la integral, sino el signo del integrando el intervalo. Ejemplo de esta situación: $\displaystyle\int_{x=-1}^{x=2} x\,dx = \frac{3}{2}$, pero sin embargo no es el área contra el eje x (que da $\frac{5}{2}$).
- Propiedades de las integrales definidas:
  - Dos integrales especiales (definición – pág. 243)
  - Relacionadas con la aditividad del intervalo (teorema 4.6): esta propiedad resulta útil para integrar funciones discontinuas de salto finito, partiendo el intervalo justo en el punto de discontinuidad.
  - Linealidad respecto del integrando (teorema 4.7).
  - Preservación de la desigualdad: mostrar que si $f(x) \geq 0$ en [a, b], entonces $\int_a^b f(x) \geq 0$.
    El ejemplo $\displaystyle\int_{x=-1}^{x=2} x\,dx = \frac{3}{2}$ muestra que el recíproco de esta propiedad es falso.
  - Propiedades de las integrales definidas relativas a funciones simétricas sobre intervalos simétricos respectos del origen