Clase teórica de la semana del 1-11

Mario Garelik - F.I.C.H.

Sección 7.2 - Series numéricas. Convergencia. Clase 1/3 (p. 438).

- **Ejercitación propuesta (pág. 444):** 1 al 14 /// 19 al 24 /// 31 al 82 ///101 – 102 – 105 ///109 a 118 /// 122
- Definición de serie numérica.
- Nomenclatura.
  - Término n-ésimo o genérico de la serie.
  - Por lo común, el índice recorre los naturales, sólo a veces, el índice comienza en $n = 0$.
  - Cuando no se explicite el rango de variación del índice de sumación, se lo considerará variando con valores para los cuales el término genérico de la serie tenga sentido como potencia. Por ejemplo, en $\sum \frac{1}{2^{n-1}}$ se entiende que n varía desde $n = 1$.
  - La notación sigma como notación por comprensión de la suma infinita.
  - Cola después de N términos: $\sum_{n=N}^{\infty} a_n$. Se verá que tiene el mismo rol que la cola de impropias...
- Rumbo a la noción de convergencia.
  - Explicar la construcción de la sucesión $\{S_N\}$ de sumas parciales hasta el N-ésimo término.
  - Diferenciar bien $\{S_N\}$ de $\{a_n\}$.
  - Mostrar que la construcción de la $\{S_N\}$ no debería sorprender, si se tiene en cuenta que es la discretización de lo que se hacía para cálculo de impropias.
  - Definición formal de convergencia.
  - Carácter de una serie: convergente o divergente.
- La serie y figura del ejemplo (1a) de la pág. 439 muestran algo curioso: una suma de infinitos términos positivos... ¡¡¡puede arrojar un resultado finito!!!
- Encontrar, en caso de convergencia, la suma de una serie numérica suele resultar muy complejo, a veces, incluso, imposible. Entonces, en adelante, deberíamos sólo contentarnos con descubrir el carácter de la misma. Existen dos casos de sencillo abordaje en los que encontrar la suma de una serie no es un caos: las series **Geométrica** y **Telescópica**, que son las que se tratan en esta sección.
- **La serie geométrica.**

- Remarcar bien la estructura: n arranca desde 0. La razón es uniforme de n, o sea, por ejemplo, $\sum \left(\frac{2}{n}\right)^n$ no es geométrica.
- Teorema 7.6 (con demo): está sencillita.
- El teorema brinda un criterio utilísimo para, con sólo mirar la razón a una geométrica, poder decidir si la misma converge o no y, en caso de convergencia, encontrar la suma.
- Ejemplo 3 (pavo, sólo para practicar la utilización del teorema).
- OJO: teniendo en cuenta que las series numéricas resultan la discretización de las integrales impropias, no debe resultar sorprendente que al carácter de una serie lo determina su cola: esto es, para el carácter decide la cola; **para el valor de la suma (en caso de convergencia) no olvidar quitar los términos que conforman la suma finita** (que no están en la cola).
- Ejemplo 4: cómo utilizar las series para el tratamiento de decimales periódicos.
- Linda demo visual de la convergencia de la serie geométrica en la etiqueta *Exploración* del margen izquierdo de hoja 440.

• **La serie telescópica.**

- Ver ejemplo 2 (pág. 440): Sólo se trata de encontrar la forma se $\{S_N\}$ luego cancelar todo y hallar un límite. Dicho límite de la sucesión de sumas parciales será la suma de la serie.

• Álgebra de convergentes (Teorema 7.7). Sin demo.

- Ver bien qué se pide.
- Usos en justificaciones de convergencia.
- Mostrar falsedad de recíprocos.

• Condición necesaria de convergencia (Teorema 7.8) CON DEMO.

- Uso práctico de su contrarrecíproco (teorema 7.9) ¡No es OTRO teorema! Es el mismo, leído de otro modo!!! Pero Larson lo da como otro teorema separado.

• Problemas de aplicación: vimos el problema del reloj como ejemplo de modelado y el pasaje de decimales periódicos a fracción.