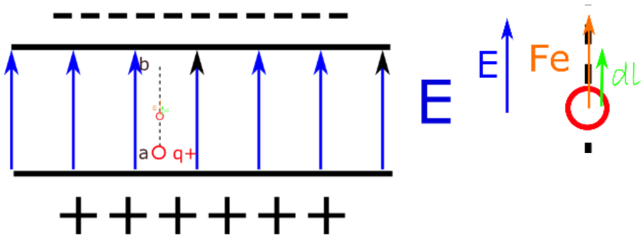
Capítulo 23: POTENCIAL ELÉCTRICO

Ejercicio 1. Dos placas paralelas muy grande tienen una densidad de carga uniforme σ como muestra la figura de abajo. Conforme usted se aleja de la placa con carga positiva en la trayectoria a → b, ¿el potencial aumenta o disminuye? ¿Cómo lo sabe, sin hacer cálculos?

Respuesta.

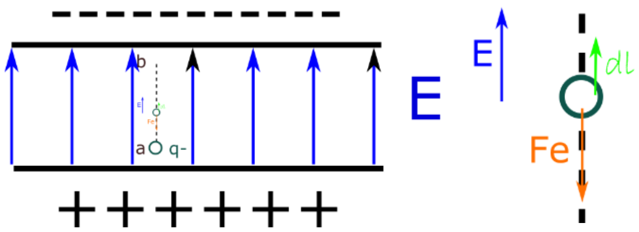
Si imaginamos una partícula de prueba q+ que se mueve de a→b y sobre ella se ejerce una fuerza eléctrica en la dirección del campo eléctrico ($\bar{F_e} = \bar{E}q$). Si recordamos que el trabajo depende del producto escalar de la fuerza por el diferencial de longitud ($W_{a-b} \triangleq \int_a^b \bar{F} \cdot \bar{dl}$). Como la fuerza Fe tiene la misma dirección del diferencial de longitud (dl) el trabajo será positivo ($|\bar{F}|\,|\bar{dl}|\cos(0°) > 0$). Como el trabajo es positivo, la diferencia de energía potencial disminuye (es decir Ua>Ub). Teniendo en cuenta esto, si consideramos que la carga es positiva, la ecuación abajo muestra que la diferencia de potencial disminuye (Es decir, el potencial en a es mayor a b).



$$W_{a-b} = U_a - U_b > 0$$
$$\Delta \boldsymbol{U} < \mathbf{0}$$
$$\frac{W_{a-b}}{q^+} = V_a - V_b > 0$$
$$\Delta \boldsymbol{V} < \mathbf{0}$$

Resumiendo, en el caso anterior tenemos **trabajo positivo,** **caída de la energía potencial** y caída del potencial Eléctrico. Este caso es equivalente a la caída de una pelota por efecto de la gravedad.

Por el contrario, si pensamos en una carga negativa que se mueve de a → b que sobre ella se ejerce una fuerza eléctrica en la dirección CONTRARIA AL CAMPO ELECTRICO ($\bar{F_e} = \bar{E}q$). Como la fuerza Fe tiene dirección contraria ($\bar{F_e}$) del diferencial de longitud ($\bar{dl}$) el trabajo será negativo ($|\bar{F}|\,|\bar{dl}|\cos(180°) < 0$). Como el trabajo es negativo, la diferencia de energía potencial aumenta (es decir Ua<Ub). Teniendo en cuenta esto, si consideramos que la carga es NEGATIVA, la ecuación abajo muestra que la diferencia de potencial disminuye (Es decir, el potencial en a es mayor a b).

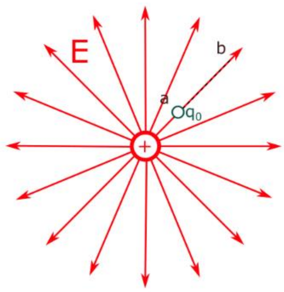


$$W_{a-b} = U_a - U_b < 0$$
$$\Delta \boldsymbol{U} > \mathbf{0}$$
$$\frac{W_{a-b}}{q^-} = V_a - V_b > 0$$
$$\Delta \boldsymbol{V} < \mathbf{0}$$

Resumiendo, en el caso anterior tenemos **trabajo negativo,** **aumento de la energía potencial** y **caída del potencial Eléctrico**. Este caso es equivalente al ascenso de una pelota contraria al efecto de la gravedad. El trabajo negativo de la fuerza del peso significa un incremento de la energía potencial gravedad.

Un aspecto importante, es que el potencial eléctrico del campo eléctrico E no depende del tipo de carga que se mueva en él. Solo depende de la dirección del campo eléctrico. No obstante, para calcular la energía potencial tenemos que hablar de una determinada carga o partícula cargada. De igual forma podemos realizar el mismo procedimiento para una carga puntual como muestra la fig. 23.12 del libro.

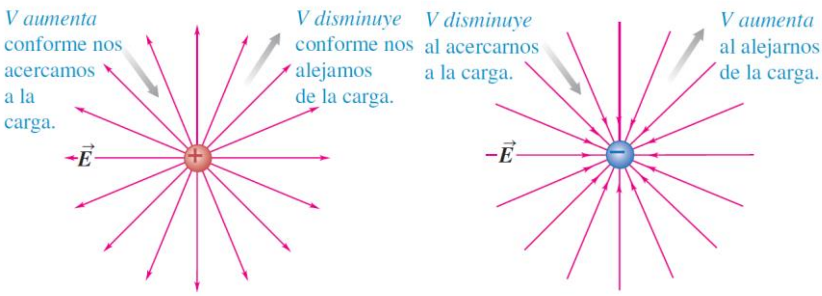
Si consideramos la carga q0 moviéndose de a→b en el campo E generado por una carga positiva:



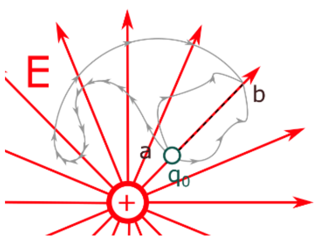
1. **Si q0 es positiva:**
   - $\overline{F_e}$ tiene la misma dirección que E ($\overline{F_e} = \bar{E}q$)
   - **El trabajo es + (**$|\bar{F}|\,|\overline{dl}|\cos(0°) > 0$).
   - **La energía potencial disminuye**: $W_{a-b} = (U_a - U_b) > 0\ (U_a > U_b)$.
   - **El potencial eléctrico disminuye** $\frac{W_{a-b}}{q^+} = (V_a - V_b) > 0 (V_a > V_b)$.

2. **Si q0 es negativa:**
   - $\overline{F_e}$ tiene dirección contraria a E ($\overline{F_e} = \bar{E}q$).
   - **El trabajo es – (**$|\bar{F}|\,|\overline{dl}|\cos(180°) < 0$).
   - **La energía potencial aumenta**: $W_{a-b} = (U_a - U_b) < 0\ (U_a < U_b)$.
   - **El potencial eléctrico disminuye** $\frac{W_{a-b}}{q_0^-} = (V_a - V_b) > 0\ (V_a > V_b)$.

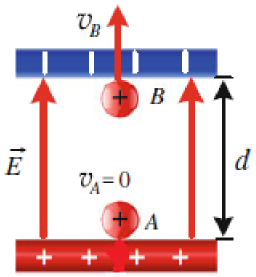
De esta manera podemos demostrar fácilmente aquello que se muestra en la fig. 23.12 del libro:



Recuerde que por tratarse de una fuerza conservativa (Fuerza eléctrica) el trabajo depende del estado de energía inicial (a) y final (b) únicamente. Es independiente de la trayectoria de la partícula.



Ejercicio 2. Dos placas paralelas con carga opuesta que están separadas por una distancia d = 5 cm. El campo eléctrico entre las placas es uniforme y tiene una magnitud E = 10 kV / m. Se libera un protón desde el reposo en la placa positiva, como se ve en la figura. (a) Encuentre la diferencia de potencial entre las dos placas. (b) Encuentre el cambio en la energía potencial del protón justo antes de golpear la placa opuesta. (c) Calcule la rapidez del protón cuando golpea la placa.



Respuesta.

(a) El campo eléctrico E se dirige desde la placa positiva (+) hacia la negativa (-), de igual forma el potencial eléctrico V disminuye en la dirección del campo eléctrico, es decir que el potencial en A es mayor que en B. Las líneas equipotenciales o de igual potencial son perpendiculares al campo E; así, las líneas equipotenciales serán paralelas a las placas y disminuyendo desde la placa positiva hacia la negativa. La diferencia de potencial ΔV, entonces será:

$$\mathrm{V}_{a-b} \triangleq \int_a^b \bar{E} \,.\, \bar{dl} = V_a - V_b$$

$$V_a - V_b = \bar{E} \,.\, \bar{\Delta l} = 10000 \frac{V}{m} (0{,}05\, m) = 500\, V$$

$$V_a - V_b = -\Delta V \rightarrow \Delta V = (V_b - V_a) = \mathbf{-500\, V}$$

(b) El cambio en la energía potencial eléctrica ΔU equivale al trabajo que realiza la fuerza eléctrica para llevar el protón desde A hasta B, pero con signo opuesto. Luego se tiene que:

$$\mathrm{W}_{a-b} \triangleq \int_a^b \bar{F} \,.\, \bar{dl} = -\Delta U = U_a - U_b$$

$$U_b - U_a = q\,(V_b - V_a) \rightarrow \Delta U = q\, \Delta V$$

$$\Delta U = 1{,}6\; 10^{-19}\, C.(-500\, V) = \mathbf{-8{,}0\; 10^{-17}\, J}$$

El signo negativo indica que el protón se dirige desde el punto de mayor potencial al punto de menor potencial, disminuyendo su energía potencial eléctrica. De la misma forma, se aprecia que el trabajo realizado por el campo eléctrico es positivo, ya que el desplazamiento de la carga coincide con la dirección del campo E.

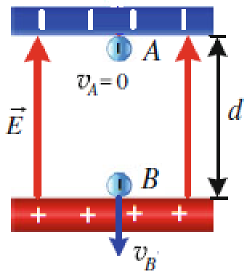
(c) La rapidez con la que el protón llega hasta la placa negativa se determina utilizando la ecuación de conservación de la energía mecánica. Entonces:

$$\Delta E = \Delta K + \Delta U = 0$$

$$\Delta K = \left(K_f - \cancel{K_i}\right) = \frac{1}{2} m\, v^2 = -\Delta U = 8{,}0\; 10^{-17}\, J$$

$$v = \sqrt{\frac{2 . (8{,}0\ 10^{-17}\ N.m)}{1{,}67\ 10^{-27} kg}} = \mathbf{3{,}096\ 10^{5}}\ \boldsymbol{m/s}$$

Ejercicio 3. Repetir el ejercicio anterior, pero considerando que la carga ahora es un electrón, pero manteniendo las condiciones del ejercicio 1.



Respuesta.

(a) Al igual que en el ejercicio anterior, el campo eléctrico E se dirige desde la placa positiva (+) hacia la negativa (-) y el potencial eléctrico V disminuye en la dirección del campo eléctrico; en este caso el potencial en B es mayor que en A. Las líneas equipotenciales son perpendiculares al campo E, serán paralelas a las placas y disminuyendo desde la placa positiva hacia la negativa. La diferencia de potencial ΔV, entonces será:

$$\mathrm{V}_{a-b} \triangleq \int_a^b \bar{E} \, . \, \bar{dl} \; = V_a - V_b$$

$$V_a - V_b = \bar{E} \, . \bar{\Delta l}. \cos 180° = 10000 \, \frac{V}{m} \, (0{,}05 \, m) \, (-1) = -500 \, V$$

$$V_a - V_b = -\Delta V \rightarrow \Delta V = (V_b - V_a) = \mathbf{500}\ \boldsymbol{V}$$

(b) El cambio en la energía potencial eléctrica ΔU equivale al trabajo que realiza la fuerza eléctrica para llevar el electrón desde A hasta B, pero con signo opuesto. Aquí, el campo E no coincide con la dirección de la fuerza eléctrica porque la carga es negativa; luego, el trabajo que realiza la fuerza es positivo, ya que la fuerza eléctrica sí coincide con el desplazamiento desde A hasta B. Entonces, se tiene que:

$$\mathrm{W}_{a-b} \triangleq \int_a^b \bar{F} \, . \, \bar{dl} = -\Delta U = U_a - U_b$$

$$U_b - U_a = q \, (V_b - V_a) \rightarrow \Delta U = q \, \Delta V$$

$$\Delta U = -1{,}6\ 10^{-19}\ C. (500\ V) = \mathbf{-8{,}0\ 10^{-17}}\ \boldsymbol{J}$$

(c) La rapidez con la que llega el electrón a la placa positiva es la siguiente:

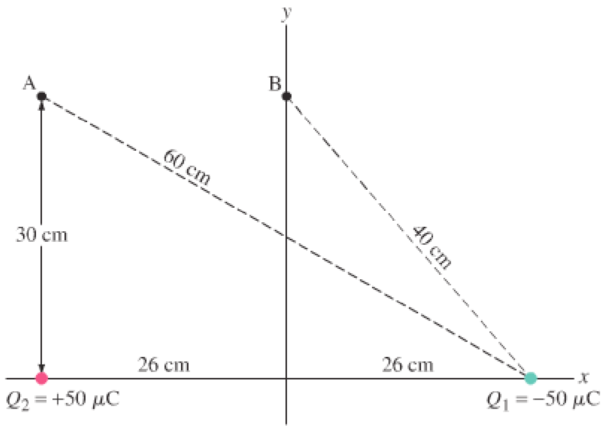
$$\Delta E = \Delta K + \Delta U = 0$$

$$\Delta K = \left(K_f - \cancel{K_i}\right) = \frac{1}{2} m \, v^2 = -\Delta U = 8{,}0\ 10^{-17}\ J$$

$$v = \sqrt{\frac{2\,.\,(\,8{,}0\;10^{\,-17}\;N.m)}{9{,}11\;10^{\,-31} kg}} = \mathbf{1{,}32\;10^{\,7}\;m/s}$$

A pesar que el ejercicio es el mismo realizado sobre las mismas dimensiones y campo eléctrico, la velocidad del electrón con la que llega a la placa opuesta es dos órdenes de magnitud mayor que la del protón, debido a que contiene una masa mucho menor.

Ejercicio 4. Calcular el potencial eléctrico debido a un dipolo como se muestra en la figura debajo. (a) en un punto A. (b) en un punto B.



Respuesta.

El valor del potencial eléctrico es un valor escalar, y corresponde a la suma del potencial generado por la carga Q1 más el potencial generado por la carga Q2, evaluado en los puntos correspondientes.

(a) El Potencial en el punto A, será:

$$V_A = V_{A1} + V_{A2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_i^n \frac{Qi}{r_i}$$

$$V_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{Q1}{r_1} + \frac{Q2}{r_2}\right] = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{-50^{\,-6}\;C}{0{,}6\;m} + \frac{50^{\,-6}\;C}{0{,}3\;m}\right] = \mathbf{749{,}3\;kV}$$

(b) El Potencial en el punto B, será:

$$V_B = V_{B1} + V_{B2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_i^n \frac{Qi}{r_i}$$

$$V_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{Q1}{r_1} + \frac{Q2}{r_2}\right] = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{-50^{\,-6}\;C}{0{,}4\;m} + \frac{50^{\,-6}\;C}{0{,}4\;m}\right] = \mathbf{0\;V}$$

Es esperable que, para el caso de un dipolo, si el punto en donde se quiere determinar el valor del potencial, se encuentra a una misma distancia tanto de la carga positiva como de la carga negativa, el potencial será nulo (inciso b); por otro lado, si se encuentra más cerca de la carga positiva, el potencial será positivo (inciso a). Mientras que, si se encuentra más cercano a la carga negativa, el potencial será negativo.

Ejercicio 5. (a) ¿Cuál es el trabajo mínimo necesario que debe realizar una fuerza externa para traer una carga q = 3,0 μC, y una masa de 3,13 10 $^{-14}$ kg, desde una distancia infinitamente larga hasta un punto ubicado a 0,50 m de otra carga Q = 20,0 μC? (b) Si luego la carga q se libera desde el reposo en dicho punto y pierde la mitad de la energía potencial eléctrica, ¿cuál será su velocidad?

Respuesta.

Como ambas cargas son positivas (+), luego tienden a repelerse y el trabajo que debe realizar una fuerza externa para ubicar a la carga q en cercanía de la carga Q, será positivo. Para hallar el trabajo se debe realizar lo siguiente:

$$\mathrm{W}_{a-b} \triangleq \int_a^b \overline{F}\,.\,\overline{dr} = -\Delta U$$

$$U_b - \cancel{U_a} = q\,(V_b - \cancel{V_a})$$

La energía potencial y el potencial eléctrico en el punto inicial infinitamente distante (U_a y V_a respectivamente) serán 0, luego solo quedan por hallar los valores para el punto b ubicado a 50 cm.

$$U_b = q\,(V_b) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{Q}{r}\right] = \frac{3{,}0^{\,-6}\ \mathrm{C}}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{20{,}0^{\,-6}\ \mathrm{C}}{0{,}5\ m}\right] = \mathbf{1{,}08\,J}$$

(b) Si la carga q se libera del reposo, esta se acelera en la misma dirección de la fuerza repulsiva. Luego en el punto donde perdió la mitad de la energía potencial acumulada, aplicando conservación de energía mecánica, la velocidad es la siguiente:

$$\Delta E = \Delta K + \Delta U = 0$$

$$\Delta K = \left(K_f - \cancel{K_i}\right) = \frac{1}{2} m\, v^2 = -\Delta U = -\left(U_f - U_i\right)$$

$$\frac{1}{2} m\, v^2 = -\,(0{,}54\,J - 1{,}08\,J) = 0{,}54\,J$$

$$v = \sqrt{\frac{2\,.\,(0{,}54\ N.m)}{3{,}13\ 10^{\,-14} kg}} = \mathbf{5{,}874\ 10^{\,6}\ m/s}$$

<u>Referencias</u>:

➔ Giancoli, D. C. (2005). Physics: principles with applications Sixth Edition.

➔ Radi, H. A., & Rasmussen, J. O. (2012). *Principles of physics: for scientists and engineers*. Springer Science & Business Media.