Nombre y Apellido del Alumno:

Carrera:

Física I
Segundo Parcial (22/06/09)

Problema 1 (2 puntos)

Sean dos partículas situadas sobre un plano horizontal, con masas $2m$ y $8m$ respectivamente. Ambas partículas están unidas por una barra de longitud d de masa despreciable. Si el sistema rota alrededor de su centro de masa r_C con velocidad angular $\vec{\Omega}$, perpendicular al plano que contiene ambas partículas y en sentido anti-horario, Si $m=1kg$ y $d= 1m$ determinar:

a) (0.5 puntos) Determinar la posición del centro de masa (r_C) del sistema

b) (1.0 puntos) Demuestre que el momento angular $\vec{L}$, respecto al centro de masa, satisface la relación $\vec{L} = 1.6\vec{\Omega}$

c) (0.5 puntos) ¿Cuál es el valor de $\vec{L}$ si ambas masas son iguales?

Solución

Originalmente el problema tenía como datos las masas $2m$ y $8m$, la distancia de la barra d y la velocidad angular $\vec{\Omega}$ (posteriormente se le asignaron valores)

a) Supongamos que fijamos el origen de coordenadas en la masa más pequeña, $2m$. El centro de masa estará dado por:

$$\boxed{r_C = \frac{\sum m_i\, r_i}{\sum m_i} = \frac{8kg\ (1m)}{10\,kg} = 0.8\,m}$$

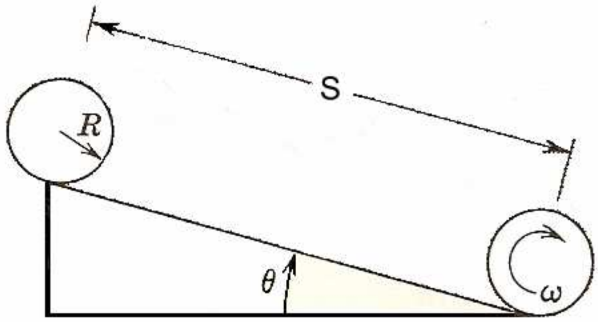
El centro de masa está situado a 80 cm de la masa $2m$ (posición que tomamos como origen). Se podría haber tomado otro origen sin problemas, pero lógicamente la posición de r_C sería diferente.

b) El momento de Inercia respecto a r_C se calcula fácilmente

$$\boxed{\begin{aligned} I &= 2kg\ \ (0.8\,m)^2 + 8kg\,(0.2m)^2 = (1.28+0.32)\,kg\,m^2 = \\ &= 1.6\,kg\ \ m^2 \end{aligned}}$$

Como $\vec{L} = I\,\vec{\Omega}$ el valor de I calculado es el factor que le pedía el problema

Problema 2 (2 puntos)
Sea el caso de un cilindro de masa *M* y radio *R*:



a) (0.5 puntos) El cilindro rueda sin deslizar y su momento de inercia respecto al eje de rotación es $I_0 = \frac{M\,R^2}{2}$. Determinar la velocidad angular ω, cuando el cilindro llega al extremo inferior.

b) (0.5 puntos) ¿Cuál es el valor de la energía cinética de rotación en el extremo inferior del plano inclinado (K_R) ?

c) (1.0 puntos) Si K_T es la energía cinética de traslación en el extremo inferior del plano inclinado; mostrar que: $K_T = 2\,K_R$

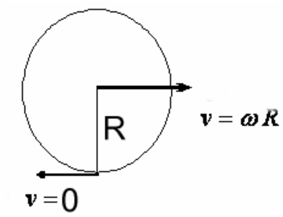
Solución

a) $I_0 = \frac{MR^2}{2}$ **dato** La altura a la que inicialmente se encuentra el cilindro es $h = S\,sen\theta$. Entonces consideró la energía total en el estado inicial (extremo superior con el cilindro en reposo), E_i, y el final (extremo inferior con energía potencial cero), E_f.

$$E_i = Mgh = MgS\,sen\theta$$

$$E_f = \underbrace{\frac{1}{2} I_0 \omega^2}_{K\,(rotación)} + \underbrace{\frac{1}{2} M\,v^2}_{K\,(traslación)}$$

Sin embargo en el cilindro la velocidad v de su centro de masa está dada por $v = \omega R$.



Reemplazando $v = \omega R$ e $I_0 = \dfrac{MR^2}{2}$ en E_f e igualando , $E_i = E_f$ se tiene que

$$Mg\, S\, sen\theta = (1/4) M\, R^2\, \omega^2 + (1/2) M\, R^2\, \omega^2$$

$$\boxed{\omega = \frac{2}{R}\sqrt{\frac{g\, S\, sen\theta}{3}}}$$

b) $K_{rotación} = \dfrac{1}{2} I_0 \omega^2$ sustituyendo el valor de I_0 y ω obtenido en a), tenemos:

$$\boxed{K_{rotación} = \frac{Mg\, S\, sen\theta}{3}}$$

c)

$$\boxed{K_{traslación} = \frac{1}{2} M\, v^2 = \frac{1}{2} M\, R^2\, \omega^2 = 2\left(\underbrace{\frac{M\, g\, S\, sen\theta}{3}}_{K_{rotación}}\right)}$$

Problema 3 (2 puntos)

Escribir la primera ley de la termodinámica para 1 mol de gas ideal, utilizando ***T*** y ***P*** como variables independientes.

Solución

La primera ley de la termodinámica se puede escribir como:

$$dE + dW = dQ$$

Sabemos además que para un gas ideal *E* es sólo función de *T*, entonces

$$C_V = \frac{dE}{dT} \Rightarrow dE = C_V dT \qquad (1)$$

Mientras que que

$dW = p\, dV$ pero de la ecuación de estado de un mol de gas ideal tenemos que $PV = RT \Rightarrow PdV + V\, dP = R\, dT$ o despejando

$$P\, dV = R\, dT - VdP \quad (2)$$

Sustituyendo (1) y (2) en la primera ley de la termodinámica obtenemos

$$\boxed{(C_V + R)dT - VdP = dQ}$$

Esto está en las notas de clases Capítulo VI (ecuación (6.34)

Problema 4 (2 punto)
Establezca a partir de las ecuaciones de conservación de cantidad de movimiento y de energía mecánica total aplicadas a un choque elástico entre dos masas, que están alineadas en la misma dirección en un plano horizontal, que las velocidades relativas antes y después del choque son de igual magnitud pero de sentido opuesto.

Solución
El problema no detalla valores de las masas o sentidos en las velocidades (siempre y cuando el esquema sea tal que las masas choquen). Es decir las masas se mueven sobre un plano y una recta. En consecuencia llamaremos genericamente a las masas como m_1 y m_2, mientras que a las velocidades iniciales como v_{i1}, v_{i2} respectivamente , Para las condiciones finales denominaremos a las velocidades respectivas como v_{f1}, v_{f2} .
Como el choque es elástico se conserva la energía (en este caso sólo consideramos la cinética) y la cantidad de movimiento.

$$\frac{1}{2}m_1 v_{i1}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{i2}^2 = \frac{1}{2}m_1 v_{f1}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{f2}^2 \quad (1)$$

$$m_1 v_{i1} + m_2 v_{i2} = m_1 v_{fi1} + m_2 v_{f2} \quad (2)$$

Arreglamos tanto la (1) como la (2), de la forma

$$m_1(v_{i1}^2 - v_{f1}^2) = -m_2(v_{i2}^2 - v_{f2}^2) \quad (1\ a)$$

$$m_1(v_{i1} - v_{f1}) = -m_2(v_{i2} - v_{f2}) \quad (2\ a)$$

Dividiendo ambas ecuaciones, obtengo

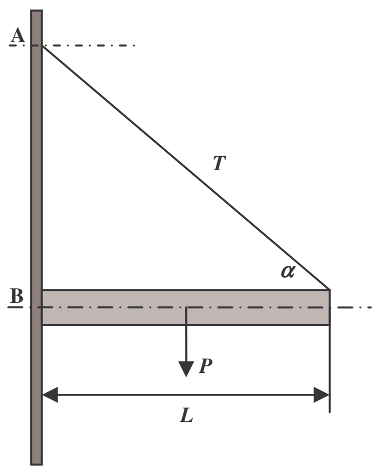
$$v_{i1} + v_{f1} = v_{i2} + v_{f2} \quad (3)$$

Pero esto es lo mismo que decir que:

$$\boxed{-(v_{i2} - v_{i1}) = (v_{f2} - v_{f1})}$$

Problema 5 (2 puntos)
Suponga un cartel que se cuelga de una pared mediante una barra horizontal que a
su vez esta fijada mediante una rienda a la misma pared con un cierto ángulo. Determine:

a) (1 punto)la tensión ***T*** en la rienda.
b) (0.5 puntos)El valor de la tensión ***T*** en relación al peso ***P*** para α = 30º y 60º



c) (0.5 puntos) Que sería lo aconsejable respecto del ángulo α si ud decidiera utilizar la rienda para soportar el cartel?

Solución

a) $T\,L\,sen\alpha = P\dfrac{L}{2} \quad \Leftrightarrow \boxed{T = \dfrac{P}{2\,sen\alpha}}$

b) Si $\boxed{\alpha = 30^0 \;\Rightarrow\; T = P}$

Si $\boxed{\alpha = 60 \;\Rightarrow\; T = \dfrac{P}{\sqrt{3}}}$

c) Si aumenta α disminuye la tensión. El ángulo debiera ser lo más grande posible.