Teoría

1. Define derivada direccional de una función $f(x,y)$ en un punto P_0 en su dominio, en una dirección $\vec{u}$ e interpretar geométricamente y en términos de la tasa de cambio de la función.
2. Responder V o F. Demostrar en caso de V. En caso de F exhibir y desarrollar un contraejemplo.

   Si $\lim\limits_{(x_0,y_0)\to(0,0)} f(x,y)$ tiene el mismo valor para un número infinito de aproximaciones al punto (x_0,y_0) entonces el límite existe.
3. Enunciar el método de los multiplicadores de Lagrange e interpretar geométricamente.
4. Definir función diferenciable f en un punto $P_0(x_0,y_0)$.
5. Completar el espacio A1…A2 con $\Longrightarrow$ o bien $\Leftarrow$ entre las dos afirmaciones siguientes.

   A1: $f(x,y)$ es una función diferenciable en P_0 de su dominio.

   A2: $f(x,y)$ tiene las dos derivadas parciales en P_0.
6. Exhibir y desarrollar un contraejemplo que muestre la falsedad de la implicación recíproca de (5).

Práctica

1.
   a. Sea:

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{2x^2+2y^2}\ si\ (x,y)\neq(0,0)\\ 0\ si\ (x,y)=(0,0)\end{cases}$$

   Detallar:

   i. ¿Es f x-continua e y-continua en $(0,0)$?

   ii. Determinar si $f(x,y)$ es continua en $(0,0)$.

   iii. ¿∃ derivadas parciales en $(0,0)$?

   iv. ¿Es diferenciable en $(0,0)$?

   v. ¿Con (iv) se puede concluir algo acerca de $\frac{\partial f}{\partial x}$ y $\frac{\partial f}{\partial y}$ en $(0,0)$?

   b. Sea una función h con h_x, f_y, f_{xx} y f_{yy} continuas en un disco centrado en el punto crítico P_0. Suponga que $h_{xx}(P_0)$ y $h_{yy}(P_0)$ son ambas no nulas:

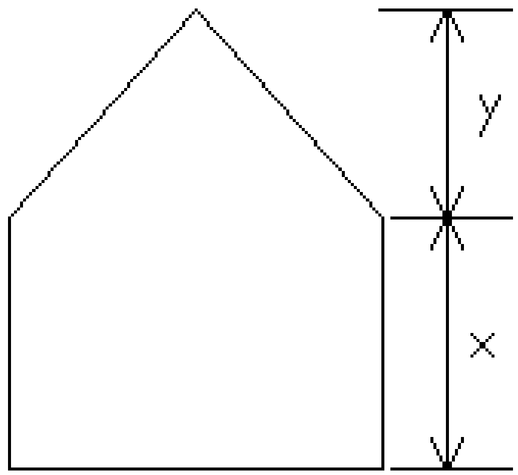
   i. ¿Puede concluirse algo acerca de P_0 si solo se conoce que $h_{xx}(P_0)$ y $h_{yy}(P_0)$ tienen distinto signo?

   ii. ¿Y si los signos de h_{xx} y h_{yy} en P_0 son iguales?
2.
   a. La temperatura en cada punto de una caja rectangular cuyas dimensiones son de 1cm (ancho base), 2cm (profundidad) y 3cm (altura) está dada por $T(x,y,z)=xyz(1-x)(2-y)(3-z)$. Si un mosquito está ubicado dentro de la caja, en el punto $P_0\left(\frac{1}{2},1,1\right)$ ¿en qué dirección debería volar para enfriarse tan rápido como sea posible?

   b. Suponga que avanza 0,1 unidades de distancia desde P_0, en la dirección de (a). Estime el cambio producido en la temperatura.
3. Se dispone de un tanque con radio 3m con área total $= 81\pi m^2$. Usando Lagrange, determinar las alturas x, y para que el volumen sea máximo.

   Ayudín 1: área del cono: $r\pi\sqrt{r^2+h^2}$

Ayudín 2: volumen del cono: $\frac{1}{3}\pi r^2 h$



4. La longitud del lado x en el triángulo aumenta a una tasa de $0.3\,\frac{cm}{seg}$, y crece a $0.5\,\frac{cm}{seg}$ y θ crece a $0.1\,\frac{rad}{seg}$. Determinar usando la regla de la cadena la razón a la cual está cambiando el área del triángulo en el instante en que $x = 10$, $y = 8$ y $\theta = \frac{\pi}{6}$.
   Ayudín: la altura, tomando x como base, es $ysin(\theta)$