Teoría

1. Enunciar y demostrar la propiedad de las integrales dobles referida a la linealidad respecto del integrando.
2. Sea D una región abierta y conexa. Enunciar y demostrar la propiedad que relaciona que F sea un CVC en D con la independencia de la trayectoria de $\int_C Fdr$ para trayectorias C que yacen por completo en D.
3. Definir integral de linea de un campo escalar $f(x,y)$ a lo largo de una trayectoria C que une ciertos puntos A y B, con respecto al parámetro longitud de arco S. Interpretar geométricamente y detallar bajo qué condiciones esa interpretación es posible.
4. Enunciar y demostrar el teorema fundamental de las integrales de línea (demostrar solo para el caso de una curva suave).
5. Enunciar el teorema de la divergencia e interpretar físicamente, a partir de él, el conecpto de divergencia de un campo vectorial F que representa las velocidades de cierto fluido.

Práctica

Ejercicio 1: Sea $F(x,y,z) = y\vec{\imath} - x\vec{\jmath}$ un campo vectorial de velocidades de cierto fluido, y la superficie
$S_1: x^2 + y^2 + z^2 = 9$ con $z \geq 0$.
Responder argumentando de manera minuciosa:

a) Determinar si F es un cmapo vectorial conservativo.
b) Calcular el flujo hacia arriba de $Rot\ F$ a través de S_1.
c) Si C es la circunferencia en el plano xy con centro en el origen de coordenadas y radio 3, determinar la circulación de F alrededor de C.
d) ¿Puede determinarse, a partir de los incisos anteriores, el valor del flujo del $Rot\ F$ hacia arriba a través del cono $z = 3 - \sqrt{x^2 + y^2}$ con $z \geq 0$ sin emplear ninfuna integral?

Ejercicio 2: Sean F y S_1 como fueron definidos en el ejercicio 1. Considerar $S = S_1 \cup S_2$ donde S_2 es el disco de radio 3 en el plano xy centrado en el origen. ¿Es posible hallar el flujo de F hacia afuera de S sin utilizar para ello una integral de superficie? Si no es posible, argumentar indicando qué lo impide. Si es posible. Encontrarlo justificando detalladamente.

Ejercicio 3: Sea C una curva simple, cerrada, y suave en el plano que encierra una región simplemente conexa D.

a) Deducir qué connotación geométrica en relación a D tiene la integral de línea $\frac{1}{2}\int_C xdy - ydx$.
b) Sea la curva $r(t) = a\cos(t)\,\vec{\imath} + b\ sen(t)\vec{\jmath}$ con $0 \leq t \leq 2\pi, a > b > 0$, se pide:
   I. Determinar en coordenadas cartesianas de qué lugar geométrico se trata.\
   II. Calcular empleando una integral, el área de la región encerrada por la curva dada.

Ejercicio 4: Usando coordenadas esféricas, calcular el volumen del sólido encerrado por el cono $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ entre $z = 1$ y $z = 2$.