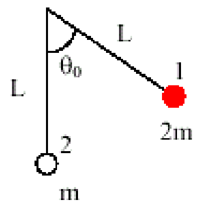
FICH – UNL
Física I – Recursado 2009 – Recuperatorio Parcial 2 – 24/11/09
Alumno: …………………………………………………

1.- *Una masa 2**m** está unida a un hilo de longitud **L** y cuelga a modo de plomada. Se separa un ángulo **θº** de la vertical y se suelta, chocando elásticamente con una masa **m** que está en reposo unida a otro hilo también de longitud **L**. Si **L** = 1m y **m** = 1kg, a) hallar el ángulo máximo que ambas masas se apartan de la vertical después de chocar para el caso en que **θ∘** = 53º, b) comprobar el resultado anterior comparando la energía potencial inicial y final del sistema.*



Antes del choque: Entre 1 y 2: $2m\,g\,h_{1,i} = \frac{1}{2}2mV_2^2 \quad \Rightarrow \quad V_{2m} = \sqrt{2\,g\,l\left(1-\cos 53^o\right)} = 2.79\,m/s$

a) $2mV_{2m,i} = 2mV_{2m,f} + mV_{m,f}$ (1)

$\frac{1}{2}2\,mV_{2m,i}^2 = \frac{1}{2}2\,mV_{2m,f}^2 + \frac{1}{2}mV_m^2$ (2)

$2V_{2m,i}^2 - 2\,mV_{2m,f}^2 = V_{m,f}^2$; como $V_{2m,i} = -\left(V_{2m,f} - V_{m,f}\right) \Rightarrow V_{m,f} = V_{2m,i} + V_{2m,f}$; en (2)

$2\left(V_{2m,i} - V_{2m,f}\right)\left(V_{2m,i} + V_{2m,f}\right) = \left(V_{2m,i} + V_{2m,f}\right)^2$

$2\left(V_{2m,i} - V_{2m,f}\right) = \left(V_{2m,i} + V_{2m,f}\right); \quad \Rightarrow \quad V_{2m,f} = \frac{1}{3}V_{2m,i}$; en 2 $V_{m,f} = \frac{4}{3}V_{2m,i}$

$V_{2m,f} = \frac{1}{3}V_{2m,i} = \frac{2.79}{3} = 0.93\left[m/s\right] \quad V_{m,f} = \frac{4}{3}V_{2m,i} = \frac{4\times 2.79}{3} = 3.72\left[m/s\right]$

$h_{2m} = \frac{V_{2m}^2}{2\,g} = \frac{0.93^2}{19.6} = 0.044\left[m\right] \qquad h_m = \frac{V_m^2}{2\,g} = \frac{3.72^2}{19.6} = 0.71\left[m\right]$

$\theta_{2m} = arc\cos\frac{1-0.044}{1} = 17^o\,3'\,35'' \quad \theta_m = arc\cos\frac{1-0.71}{1} = 73^o\,8'\,31''$

b) $E_{p,2m,i} = 2m\,g\left(1-\cos 53^o\right) = 7.80\left[m\right]$ (3)

$E_{p,2m,f} = 2m\,g\,0.044 = 0.86\left[m\right]$ (4); $E_{p,m,f} = 2m\,g\,0.71 = 6.92\left[m\right]$ (5)

(4) + (5) = (3) $\Rightarrow$ 0.86 + 6.92 = 7.78 [m] ≅ 7.80 [m]

2.- *Determinar las coordenadas del centro de masas de las masas ubicadas en las siguientes coordenadas (de un sistema **X,Y,Z**) y su momento de inercia respecto del eje **Z**: m_1(0,0,0) de 2kg; m_2(2,2,0) de 3kg; m_3(2, 0,3) de 3kg; m_4(0,2,3) de 4kg y m5(1,1,1.5) y 5 kg. Las distancias están dadas en dm*.

a) $X_{CM} = \frac{2\,m_2 + 3\,m_3 + 1.5\,m_5}{\sum m_i} = \frac{2\times 3 + 2\times 3 + 1\times 5}{17} = 1.0\left[dm\right]$ [dm]

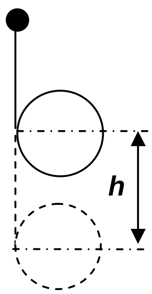
$Y_{CM} = \frac{2\,m_2 + 3\,m_4 + 1.5\,m_5}{\sum m_i} = \frac{2\times 3 + 2\times 4 + 1.5\times 5}{17} = 1.12\left[dm\right]$

$Z_{CM} = \frac{3m_3 + 3m_4 + 1.5m_5}{\sum m_i} = \frac{3\times 3 + 3\times 4 + 1.5\times 5}{17} = 1.68\left[dm\right]$

b) $I_{ZZ} = m_2\left(2\sqrt{2}\right)^2 + m_3\,2^2 + m_4\,2^2 + m_5\left(1.5\sqrt{2}\right)^2 = 77.75\left[kg\,dm^2\right]$

3.- *Una cuerda arrollada en un disco como se muestra en la figura, se suelta desde la posición de reposo con la cuerda atada a una barra fija en su extremo superior. Demostrar que a) el módulo de la aceleración del centro de masa del disco es 2g/3, b) la tensión en la cuerda es un tercio del peso del disco y c) la velocidad del centro de masa a una altura de caída h es (4 gh/3)$^{1/2}$.*

Alumno: …………………………………………………



a) $T - m\,g = -m\,a$ (1)

$T \times R_D = I \times \alpha \;\Rightarrow\; T \times R_D = \frac{1}{2} m_D \times \frac{a}{R_D} \;\Rightarrow\; T = \frac{1}{2} m_D \times a$ (2)

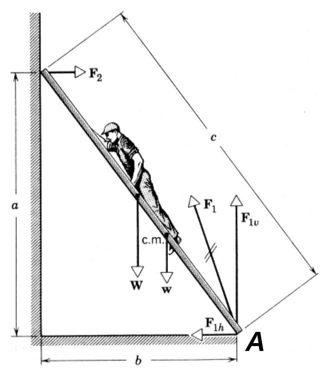
Reemplazando (2) en (1)

$$\frac{1}{2} m\,a + m\,a = m\,g \;\Rightarrow\; g = \frac{3}{2} a \;\Rightarrow\; a = \frac{2}{3} g$$

b) $T = m(g-a) = m\left(g - \frac{2}{3} g\right) = \frac{1}{3} m\,g$

c) $V_{CM,f}^2 - V_{CM,i}^2 = 2 \times h \times a \;\Rightarrow\; V_{CM} = \sqrt{2\,h\,a} = \sqrt{2h\frac{2}{3}g} = \sqrt{\frac{4}{3}h\,g}$

4.- *Una escalera de 8 m de longitud y peso **W**=150 N, está afirmada contra una pared y su apoyo en el piso está a una distancia de 3 m respecto de dicha pared. Su centro de gravedad está a la tercera parte de su longitud, a partir de su base. Un hombre de **W** = 785 N sube hasta la mitad de la escalera. Suponiendo que la pared no tiene fricción, encontrar las fuerzas que ejerce el conjunto sobre el suelo y sobre la pared. La figura muestra un esquema de las fuerzas que obran sobre la escalera*.



La condición de equilibrio establece que:

$\sum \overline{M} = 0 \quad y \quad \sum \vec{F} = 0$; $\boldsymbol{W_e}$ peso escalera; $\boldsymbol{W_h}$: peso hombre

Fuerzas en sentido ***Y***:

$W_e + W_h - F_{1B} = 0 \;\Rightarrow\; F_{1B} = 150 + 785 = 935[N]$

Fuerzas en sentido ***X***:

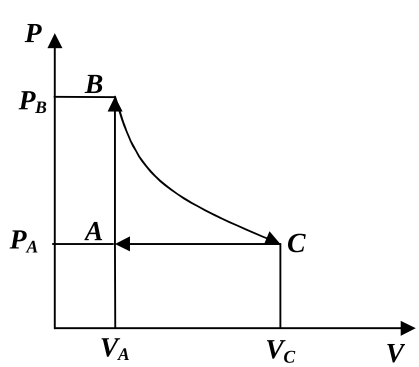
$F_2 - F_{1A} = 0 \;\Rightarrow\; F_{1A} = F_2$; pero no se conoce ninguna de las 2, entonces $\boldsymbol{F_2}$ se obtiene igualando momentos de las fuerzas actuantes tomados respecto del punto ***A***:

$$W_h \times d_h + W_e \times d_e - F_2 \times a = 0$$

donde $\boldsymbol{d_e}$ es la distancia del vector $\boldsymbol{W_e}$ de de la escalera al punto ***A***, $\boldsymbol{d_h}$ es la distancia del vector $\boldsymbol{W_h}$ al punto A y ***a*** la distancia del vector $\boldsymbol{F_2}$ al punto A.

$$F_2 = \frac{W_h \times d_h + W_e \times d_e}{a} = \frac{785[N]\times 1.5[m] + 150[N]\times 1.0[m]}{\sqrt{8^2 - 3^2}\,[m]} = 179[N] = \boldsymbol{F_{1A}}$$

5.- *Una muestra de gas ideal ocupa inicialmente un volumen de 5 dm^3 a presión atmosférica (p_{ATM}= 101.3kPa) y temperatura 27ºC (pto A del gráfico). Se calienta a volumen constante de manera que su presión llegue a 3 atm (pto B), luego se lo expande isotérmicamente hasta llegar a la presión inicial (pto C) y posteriormente se lo comprime isobáricamente hasta llegar a su estado inicial. Determinar: a) El número de moles de la muestra, b) la temperatura en los punto B y C, c) el volumen en el pto C, d) los trabajos efectuado en cada parte del ciclo y el trabajo total*.



a) $n = \frac{pV}{RT} = \frac{101300[Pa]\times 0.005[m^3]}{8.31\left[\frac{J}{mol^o K}\right]\times 300.16[^o K]} = 0.203\,moles$

b) T_B= T_C por ser proceso isotérmico; Para determinar T_B, sabiendo que la transformación es a volumen constante (V_A = V_B) $\Rightarrow$ $p_A \times V_A = n\,R\,T_A$ y $p_B \times V_A = n\,R\,T_B$; operando entre estas:

$$\frac{p_B}{p_A} = \frac{T_B}{T_A} \Rightarrow T_B = \frac{p_B}{p_A} \times T_A = \frac{3[atm]}{1[atm]} \times 300[^o K] = 900[^o K] = T_C$$

c) Planteando la ecuación de estado entre *B* y *C*, (transformación isotérmica) se tiene:

$$p_B \times V_B = n\,R\,T = p_C \times V_C \Rightarrow V_C = V_B \times \frac{P_B}{P_C} = 0.005 \times \frac{3}{1} = 0.015\left[m^3\right]$$

d) Trabajo: $W = \int p\,dV =$

- Entre *A y B*: Por ser isocórica (V= cte)

dV= 0 $\Rightarrow$ W_{AB}= 0

- Entre B y C, por ser isotérmica*:*

$$W_{BC} = n\,R\,T \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V} = 0.203 \times 8.31 \times 900 \times ln\frac{0.015}{0.005} = 1668[Joules]$$

- Entre C y D, por ser isobárica:

$$V_{CA} = \int_{V_i}^{V_f} p\,dV = 101300[Pa] \times (0.005 - 0.015)\left[m^3\right] = -1013[Joules]$$

Trabajo total:
W_{Tot}= W_{BC} + W_{CA}= 1668 – 1013= 55 [Joules]