Clase teórica de la semana del 20-6

Mario Garelik

Sección 15.8 - Teorema de Stokes.

- **Ejercitación propuesta (pág. 855-856):** 1 – 17.
- **Breve intro general.** El Teorema de Green puede ser escrito en dos formas vectoriales diferentes pensando el campo vectorial **F** en $\mathbb{R}^3$ (suponiendo la componente $R = 0$).
  - **1ª Forma vectorial del Teorema de Green o forma tangencial.** Recuperando el teorema y mirando a **F** en el espacio tridimensional con tercer componente nula, se observa que
    $$\left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right) dA = \operatorname{rot} \mathbf{F} \cdot \mathbf{k}.$$
    Esta forma tangencial conduce a una generalización: el Teorema de Stokes.
  - **2ª Forma vectorial del Teorema de Green o forma normal.** Consideramos la componente normal, esto es, $\mathbf{F} \cdot \mathbf{n}$, donde $\mathbf{n} = y'(s)ds\,\mathbf{i} - x'(s)ds\,\mathbf{j}$, en vez de si en vez de considerar la componente tangencial de **F**.
    Esta generalización conduce al Teorema de la divergencia (o de Gauss).
- **Rumbo a Stokes.** Foco en la forma vectorial tangencial del teorema de Green
  - Relaciona una integral de línea de una curva C, cerrada, simple, suave a trozos y frontera de una superficie S, con una integral de superficie sobre S.
  - La dirección positiva de la curva C se induce mediante la orientación de la superficie S. **Orientación positiva de C:** regla de mano derecha.
  - **Teorema de Stokes.** (Sin demo).
  - Ejemplos 1 (verificación del teorema) y 2 (uso del teorema).
- **Observación.** F campo vectorial conservativo si y sólo si F es irrotacional (convalidación del teorema 15.7.1).
- **Interpretación física del rotacional.** Cómo orientar un molinito en un fluido si se quiere que gire lo más rápido posible.

Sección 15.9 - Teorema de la divergencia.

- **Ejercitación propuesta (pág. 862-863):** 1 – 17.
- **Rumbo al Teorema de la Divergencia.** Se verá la segunda interpretación vectorial de Green, esto es, la forma normal como disparador para el Teorema de la divergencia.
- Extensión del teorema a regiones más generales:

  - Sin lado vertical.
  - Regiones acotadas entre dos superficies cerradas (por ejemplo el caso de dos esferas concéntricas).

- Ejemplo 1: verificación del teorema.

- Ejemplo 2: uso del teorema. Comprobar beneficios operativos.

- **Interpretación física de la divergencia:** razonar similar a cuando se interpretó físicamente el rotacional y se fijaban circulitos. Ahora, para la divergencia, se fijan bolitas.

- Ecuación de contiuidad: no la vemos.