ECUACIONES DIFERENCIALES 2014 – PRIMER PARCIAL

NOMBRE:.. CARRERA:.........................

EJERCICIO 1:

Considerá la ecuación diferencial $dy/dx = 4x^2 + 6x^2y + (xy)^2$ (*)

a) Supongamos que $y(x_0) = y_0$ es una condición inicial. Justifica con una propiedad o teorema por qué siempre existe un intervalo I que contenga a x_0 y a una función única $y = y(x)$ definida en I que es solución del PVI.
b) Encuentra la o las soluciones constantes de la ecuación dada en (*).
c) Demuestra que mediante una sustitución apropiada, en la que interviene cualquier solución constante de (*), transforma la ecuación en una ecuación de Bernoulli.

Ayuda: La ecuación (*) se conoce con un nombre propio.

d) Realizar una nueva sustitución en la ecuación no lineal obtenida en c) para transformarla en lineal.
e) Resuelve la ecuación diferencial lineal obtenida en el inciso anterior y expresa la solución en término de las variables originales.
f) ¿Es alguna de las soluciones halladas en b) una solución singular de (*)? Justifica.

EJERCICIO 2:

Suponé la siguiente situación: colocás un vaso de agua que se halla a 25°C en un refrigerador que funciona a una temperatura de 10°C y dos minutos después, la temperatura del vaso de agua es de 20°C. Luego, pasados tres minutos (es decir, cinco minutos después de haber colocado el vaso en el refrigerador), sacás el vaso del refrigerador y lo dejás arriba de la mesa, donde la temperatura ambiente es de 32°C.

i) Halla la función continua que describa la temperatura del vaso en todo instante a partir del momento en que lo colocaste en el refrigerador. (*Nota:* considerá aquí que la constante de proporcionalidad es la misma en los modelos donde la temperatura ambiente son distintas).
ii) ¿Cuál es la menor temperatura a la que llegó el vaso?

EJERCICIO 3:

Considerá la ecuación no homogénea $d^2y/dz^2 + 4y = 8x\, sen(2x) + 5 + cos(2x)$.

a) Encuentra la solución complementaria y verifica la independencia lineal en todo R de las dos soluciones de la ecuación homogénea asociada.
b) Demuestra que si $\{y_1(x),\, y_2(x)\}$ es un conjunto LD de dos soluciones definidas en I de $Ly = 0$ de orden dos, entonces $W(y_1, y_2) = 0$ para todo x en I.
c) Halla la solución general de la ecuación diferencial dada.
d) ¿Cuál es la solución particular tal que $x = 0$ es tangente a la recta $y = 4x + 1/4$?