Universidad Nacional del Litoral

Mecánica Computacional

Docentes:
Norberto Marcelo Nigro (nnigro@intec.unl.edu.ar)
Gerardo Franck (gerardofranck@yahoo.com.ar)
Diego Sklar (diegosklar@gmail.com)
Carlos Gentile (csgentile@gmail.com)

GUIA DE TRABAJOS PRACTICOS Nº 2

EJERCICIOS DIFERENCIAS FINITAS 2D

EJERCICIO 1

Análisis de una placa fría utilizada para el control térmico del módulo de conducción térmica multichip de IBM.

CARACTERISTICAS:

• El calor disipado en los chips se transfiere por conducción a través de pistones de aluminio accionados por resorte a una placa fría de aluminio. Ver Figuras 1 y 2

• Se puede suponer que las condiciones nominales de funcionamiento proporcionan un flujo de calor distribuido uniformemente en la base de la placa fría de: $q_0 = 10^5\ [W/m^2]$.

• El calor se transfiere a la placa fría por el agua que fluye a través de los canales de la placa fría. Encontrar:

(a) Distribución de la temperatura de la placa fría para las condiciones prescritas.

(b) Opciones para operar a niveles de potencia más altos mientras se mantiene dentro de una temperatura máxima de la placa fría de 40 °C.

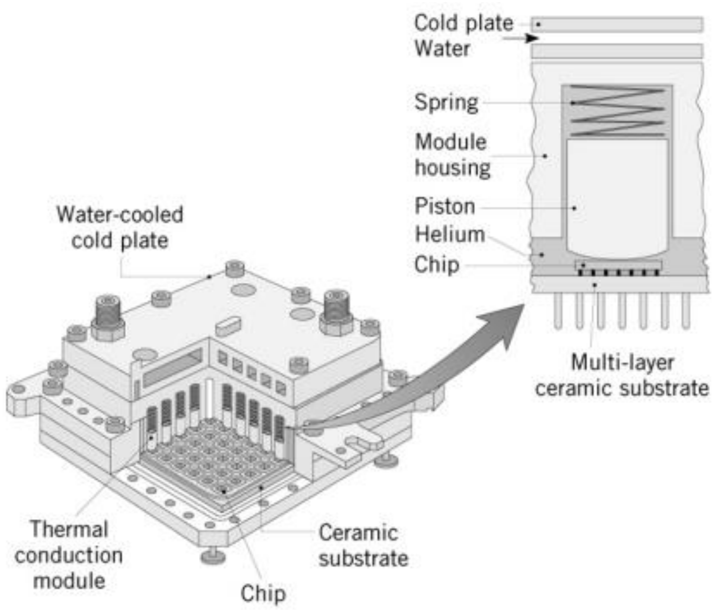
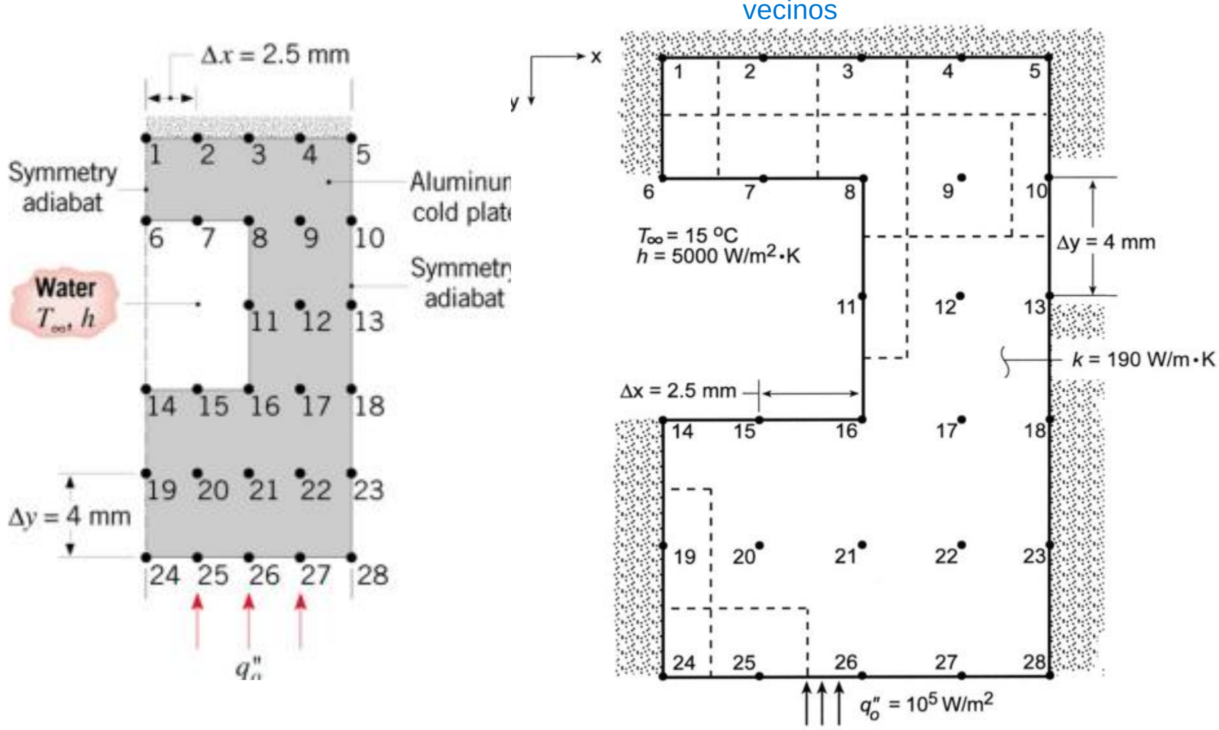


Figura 1: Sistema de enfriamiento de una placa para el control térmico (Gentileza: IBM)

En la siguiente Figura 2 se muestran los datos del problema:

tomamos como nodo interior al 8 pq tiene todos sus vecinos



como el flujo siempre es hacia afuera en octave, definimos en la direccion y negativo pero ponemos el valor en negativo

Figura 2: Condiciones de borde y discretización del problema.

SUPOSICIONES: estado estacionario, conducción bidimensional, propiedades constantes.

DETERMINAR:

- El campo de temperaturas de la placa y
- Los flujos de calor en la posición de los nodos 9, 17 y 20.
- Obtener los mismos resultados con una malla doblemente refinada.

ANALIZAR e INVESTIGAR (opcional):

Las opciones para ampliar este límite podrían incluir el uso de una placa fría de cobre (k ≈ 400 W/m·K) y/o aumentar el coeficiente de convección asociado con el refrigerante.

Con k = 400 W/m·K, se puede mantener un valor de $q_0 = 17.37\ [W/cm^2]$.

Con k = 400 W/m·K y h = 10.000 W/m2 ·K (un límite superior práctico), $q_0 = 28.65\ [W/cm^2]$.

OBS: Se pueden realizar mejoras adicionales, aunque pequeñas, reubicando los canales de refrigerante más cerca de la base de la placa fría.

EJERCICIO 2:

Considere el siguiente problema de transferencia de calor:

$$\rho C_p \frac{\partial u}{\partial t} = k\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) \qquad \text{para:} \quad (x, y) \in (0,1)x(0,1), t > 0 \qquad (1)$$

$k = 1$ (coeficiente de conductividad) y

$\rho C_p = 1$ (densidad por Calor específico)

$$u(0, y, t) = 0 \qquad \text{si } y \in [0,1], t \geq 0$$

$$u(1, y, t) = 0 \qquad \text{si } y \in [0,1], t \geq 0 \qquad (2)$$

$$u(x, 0, t) = 0 \qquad \text{si } x \in [0,1], t \geq 0$$

$$u(x, 1, t) = 0 \qquad \text{si } x \in [0,1], t \geq 0$$

$$u(x, y, 0) = \sin(\pi x) * \sin(2\pi y) \qquad \text{para: } (x, y) \in (0,1)x(0,1) \qquad (3)$$

Para aproximar la solución de este problema emplearemos el esquema de Diferencias Finitas 2D centrada. Realizaremos el cálculo numérico eligiendo los valores ($M_x = M_y = 10$). La separación entre cada punto de la malla sobre los ejes $x\ e\ y$, está dada por:

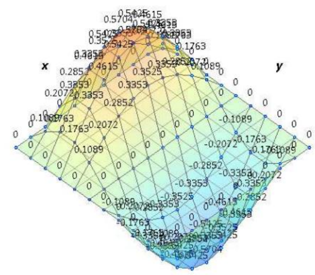
$$\Delta x = {}^{L_x}\!/_{M_x} = 1/10; \qquad \Delta y = {}^{L_y}\!/_{M_y} = 1/10. \qquad (4)$$

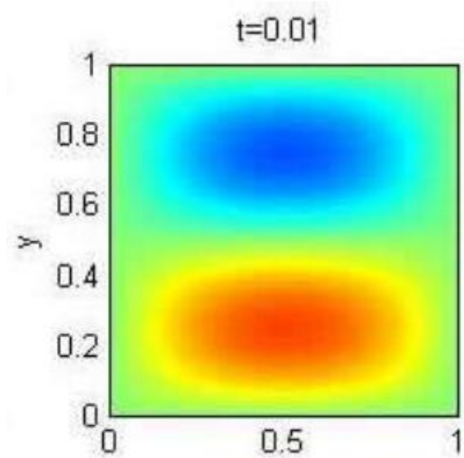
Para el cálculo del paso de tiempo usar la siguiente formula: $0 \leq \frac{k\Delta t}{\Delta x^2} + \frac{k\Delta t}{\Delta y^2} \leq 1/2$ (5)

1) Calcular la distribución de temperatura en un periodo de tiempo de 0.025 seg.
2) Determinar el campo de temperaturas al tiempo t=0.01, **la solución debería ser del tipo:**

$$t = 0.01$$

$$v^4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1089 & 0.2072 & 0.2852 & 0.3353 & 0.3525 & 0.3353 & 0.2852 & 0.2072 & 0.1089 & 0 \\ 0 & 0.1763 & 0.3353 & 0.4615 & 0.5425 & 0.5704 & 0.5425 & 0.4615 & 0.3353 & 0.1763 & 0 \\ 0 & 0.1763 & 0.3353 & 0.4615 & 0.5425 & 0.5704 & 0.5425 & 0.4615 & 0.3353 & 0.1763 & 0 \\ 0 & 0.1089 & 0.2072 & 0.2852 & 0.3353 & 0.3525 & 0.3353 & 0.2852 & 0.2072 & 0.1089 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1089 & -0.2072 & -0.2852 & -0.3353 & -0.3525 & -0.3353 & -0.2852 & -0.2072 & -0.1089 & 0 \\ 0 & -0.1763 & -0.3353 & -0.4615 & -0.5425 & -0.5704 & -0.5425 & -0.4615 & -0.3353 & -0.1763 & 0 \\ 0 & -0.1763 & -0.3353 & -0.4615 & -0.5425 & -0.5704 & -0.5425 & -0.4615 & -0.3353 & -0.1763 & 0 \\ 0 & -0.1089 & -0.2072 & -0.2852 & -0.3353 & -0.3525 & -0.3353 & -0.2852 & -0.2072 & -0.1089 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$





Campo de temperaturas

3) Determinar qué pasa si usamos un paso de tiempo fuera de los límites establecidos por la ecuación (5).
4) ¿Cuál es el estado estacionario y aproximadamente en que tiempo ocurre? Solución: **Ocurre aproximadamente a los 0.06 seg.**
5) ¿Refinando la malla al doble que ocurre con el paso de tiempo?

EJERCICIO 3:

Simulación de un problema similar al anterior, pero con Condición de Neumann. Considere la siguiente ecuación diferencial parcial:

$$\rho C_p \frac{\partial u}{\partial t} = k\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) \qquad \text{para:} \quad (x,y) \in (0,1)x(0,1), t > 0 \qquad (6)$$

$k = 2$ (coeficiente de conductividad)

$u(0,y,t) = 0$ si $y \in [0,1], t \geq 0$

$\frac{\partial u(1,y,t)}{\partial x} = -\pi e^{-10\pi^2 t} * \sin(2\pi y)$ si $y \in [0,1], t \geq 0$ (Neumann) (7)

$u(x,0,t) = 0$ si $x \in [0,1], t \geq 0$

$u(x, 1, t) = 0$ si $x \in [0,1], t \geq 0$

$u(x, y, 0) = \sin(\pi x) * \sin(2\pi y)$ para: $(x, y) \in (0,1)x(0,1)$ (8)

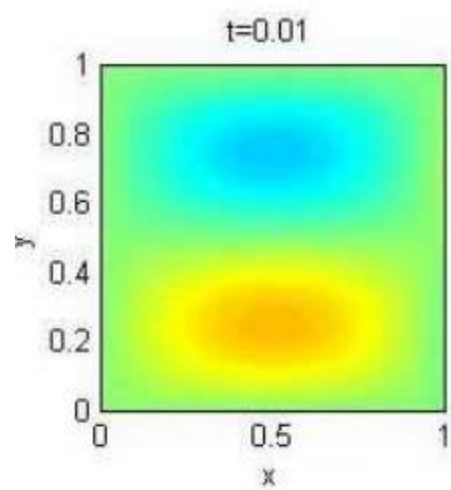
Para aproximar la solución de este problema emplearemos el esquema de Diferencias Finitas 2D centrada. Realizaremos el cálculo numérico eligiendo los valores $(M_x = M_y = 10)$. La separación entre cada punto de la malla sobre los ejes $x\ e\ y$, está dada por:

$\Delta x = {L_x}/{M_x}$ = 1/10; $\Delta y = {L_y}/{M_y}$ = 1/10. (9)

Para el cálculo del paso de tiempo usar la siguiente formula: $0 \leq \frac{k\Delta t}{\Delta x^2} + \frac{k\Delta t}{\Delta y^2} \leq 1/2$ (10)

Usar un período de T=0.035 seg.

1) Calcular la distribución de temperatura en un periodo de tiempo de 0.025 seg.
2) Determinar el campo de temperaturas al tiempo t=0.01, **la solución debería ser del tipo:**



3) ¿Cuál es el estado estacionario y aproximadamente en que tiempo ocurre? Solución: **Ocurre aproximadamente a los 0.035 seg.**