**Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas**
**Universidad Nacional del Litoral**

# Respuestas Ejercicios Práctica N◦ 1: ESPACIOS Y SUBESPACIOS VECTORIALES

**1)**

*a)* $0_{R^3} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ **b)** $0_{M2x2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ **c)** $0_{P_2} = o + ox + ox^2$

**2)**

a) *No es Espacio Vectorial. No se cumplen los axiomas 9 y 10.*
b) *No un Espacio Vectorial. No se cumplen Axiomas 7 y 8.*
c) *No un Espacio Vectorial. No se cumplen Axiomas 7 y 8.*

**3)**

b) *No es un Espacio Vectorial, por ejemplo no se cumplen los axiomas 7 y 8.*
c) *Vector Nulo* $0_v=(1,1)$
d) *Inverso aditivo = (1/a , 1/b)*

**4)**

a) *H es un subespacio vectorial de* $R^3$.
b) *H es un subespacio vectorial de* $M_{2x2}$.
c) *H no es un subespacio vectorial de* $R^2$. *( No es cerrado en el producto por un escalar)*
d) *H es un subespacio vectorial de* $R^3$.
e) *H no es un subespacio vectorial de* $M_{2x2}$. *(No es cerrado en la suma, no es cerrado en el producto por un escalar).*
f) *H es un subespacio vectorial de* $M_{nxn}$.
g) *H no es un subespacio vectorial de* $P_4$. *(No es cerrado en la suma, no es cerrado en el producto por un escalar).*
h) *H no es un subespacio vectorial de* $P_4$. *(No es cerrado en la suma)*
i) *H es un subespacio vectorial de* $R^3$.

**5)**

a) *Demostración.*
b) *Por que el conjunto de vectores (x,y,z) perpendiculares al vector no nulo u=(a,b,c) ( incluido el nulo (0,0,0)) constituyen un plano que pasa por el origen cuya ecuación es ax+by+cz=0, por lo tanto es un subespacio propio de* $R^3$.
c) *Demostración.*

**6)**

a) *Demostración*
b) *Las funciones Impares (F(x)= -F(-x)) constituyen un Subespacio Vectorial de F.(Cumplen con los axiomas de la suma y el producto por un escalar)*

**7)**

*Demostración*

**8)**

*a)* *El elemento nulo de R3 pertenece a M cuando a= 0*
*b)* *M no es un subespacio de R3. (No cumple con los axiomas de la suma y del producto por un escalar).*

**9)**

$$A\cup B=\left\{\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}\in\ R^3\ \ /\ \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}\in A\ o\ \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}\in B\right\}$$

$A\cup B$ *no es subespacio de* $R^3$ *(No cumple, por ejemplo, el axioma de la suma o no es cerrado en la suma)*

**10)**

*a)* *H1 ∩ H2=* $\begin{bmatrix}x & -x\\ -x & z\end{bmatrix}$
*b)* *H1 ∩ H2 es un subespacio de* $M_{2x2}$ *(H1 ∩ H2 está incluido en* $M_{2x2}$ *por definición, contiene al elemento nulo y cumple con los axiomas de la suma y del producto por un escalar).*
*c)* *H1 ∪H2 no es un subespacio de* $M_{2x2}$*. (No cumple el axioma de la suma o no es cerrado en la suma)*

**11)**
$S_1 \cup S_2$ *no es un subespacio de* $P^3$*. (No es cerrado en la suma)*

**12)**

a) *Falso ( El conjunto I no cumple con el axioma del producto por una escalar (a<0))*
b) *Falso (A pesar de que* $0_V \in H$*, puede no cumplir con alguno de los axiomas)*
*Contraejemplo: I = {f(x) = ax + b/a, b ∈R; b > 0}*
c) *Falso. Los vectores de cada espacio tienen diferentes números de componentes. Ambos espacios* $R_2$ *y* $R_3$ *tienen diferentes dimensiones(se verá más adelante).*

**13)**

*a)* *C[a, b], conjunto de las funciones continuas en [a, b] es subespacio de A . (C[a, b] está incluido en A, cumple con los axiomas de la suma y el producto por un escalar y su elemento nulo la función f=0 definida en el dominio [a, b].*
*b)* *D[a, b], conjunto de las funciones derivables con dominio en [a, b], es un subespacio vectorial de C[a, b].*
*(D[a, b] está incluido en C[a,b]. Cumple con los axiomas de la suma (derivada de la suma de dos funciones es igual a la suma de las derivadas de las mismas) y el producto por una escalar (la derivada de una constante por una función es igual a la constante por la derivada de la función). Su elemento nulo la función f=0 definida en el dominio [a, b].*

**14)** $k \in 0$
**15)**

*Demostración*

**16)**

a) *Falso (no cumple la cerradura de la suma y del producto por un escalar).*
b) *Falso (no cumple la cerradura de la suma y del producto por un escalar).*

**18)**

$k = 0$

**19)**

$S \cap T = (0,0,0,0)$ *es subespacio propio de* $R^4$

**20)**

a) $A \cap B = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix}$
b) $A \cap B$ *es un subespacio de las* $M_{2x2}$. *(Por teorema: la intersección de dos subespacios vectoriales es un subespacio vectorial)*