

ECUACIONES DIFERENCIALES - EXAMEN FINAL 28/2/11

NOMBRE: **CONDICIÓN:**

Ejercicio 1:

- a) Defina factor integrante y demuestre su expresión resultante cuando sólo depende de x .
* b) Halle la curva que pasa por el punto $(-2,1)$ y es solución de $2y \, dx + x(x^2 \ln y - 1)dy = 0$.

Ejercicio 2:

* a) Un contrapeso de 20 lb estira 6 pulg un resorte y 2 pulg otro. Estos resortes están fijos a un resorte rígido común por su parte superior y a una placa metálica en su extremo inferior (en la figura observe que el contrapeso está fijo en el centro de la placa).

i) Determine la constante efectiva de resorte del sistema ($k = (4k_1k_2)/(k_1+k_2)$) y deduzca la ecuación del movimiento, si el contrapeso parte de la posición de equilibrio con una velocidad de 2 pies/seg hacia abajo.

ii) ¿Cuáles son la amplitud y el período del movimiento? ¿Cuántas oscilaciones completas hará el contrapeso después de $\pi\sqrt{3}$ seg?

b) Resuelva $y'' = x \cdot (y')^3$

Ejercicio 3:

a) Demuestre que si el Wronskiano de un conjunto de soluciones de una EDO lineal de orden n homogénea es cero entonces dicho conjunto es ld.

* b) Mediante una sustitución apropiada encuentre dos soluciones l_i de la ecuación

$$(x+2)^2 y'' + (x+2)y' + y = 0$$

y luego verifique la independencia lineal.

* c) Encuentre una solución general de la ecuación anterior si se cambia el lado derecho por la constante 1 e indique el dominio de definición.

Ejercicio 4:

Considere la ecuación $y'' + 2y' + y = 0$

* a) Encuentre la solución general hallando dos soluciones l_i en forma de series de potencias.

* b) Demuestre que la solución que obtuvo en a) es equivalente a la solución que se obtiene por método tradicional.

Ejercicio 5:

a) Halle por definición $L\{\cos kt\}$, donde k es una constante.

* b) Se tienen dos tanques A y B anidados como en la figura. Suponga que el tanque A contiene 200 litros de agua en la que se disolvieron 13 kg de sal y que el tanque B está lleno con 200 litros de agua pura. El líquido es bombeado hacia adentro y hacia fuera de los dos tanques; la mezcla se intercambia entre ambos y el líquido que sale de B se supone se ha mezclado bien.

Presente un modelo matemático que describa la situación y encuentre mediante Transformada de Laplace las cantidades de kg de sal en cada tanque, a lo largo del tiempo.

