Clase teórica de la semana del 20-9

Mario Garelik - F.I.C.H.

Sección 2.5 - Derivación implícita (pp. 126 - 131)

- **Ejercitación propuesta (pág. 131):** 1 al 48 /// 51 al 56 /// 59 al 61 /// 63 – 74 /// 90 – 91 – 92 – 94

- **Introducción general.** Hasta el momento todas las funciones tratadas estaban expresadas en forma explícita, esto es $y = f(x)$. Sin embargo, algunas funciones suelen presentarse en forma implícita mediante ecuaciones. En algunos casos, es posible despejar y en términos de x, pero en otros casos no, debiéndose recurrir a un CAS –sistema algebraico por computadora- aunque la expresiones que se obtienen son muy complicadas. Una ecuación puede definir a y como una, ninguna, o varias funciones de x:

  - $x^2 + y^2 = -2$ no define a y como ninguna función de x (la ecuación no tiene ningún punto solución).
  - $x^2 + y^2 = 25$ define dos funciones de y con respecto a x: el hemisferio superior y el inferior de un círculo centrado en el origen y de radio 5.
  - El Folio de Descartes, $x^3 + y^3 = 6xy$ define a y como varias funciones de x.

- Se verá que, por fortuna, cuando se desee encontrar la derivada de y con respecto a x, no hace falta despejar y: se aplica el *método de derivación implícita*, siendo indispensable el chequeo previo que la ecuación defina a y como función de x.

- *Una buena*: para la derivación implícita sobreviven todas las interpretaciones geométricas de la derivada, referidas a rectas tangentes y normales.

- Ejemplo de cálculo de la derivada del Folio de Descartes.

- Cálculo de las rectas tangente y normal al mismo en el punto P(3, 3).

- Cálculo de los puntos en los cuales la recta tangente es horizontal y vertical.

- Dos aplicaciones de la derivación implícita:

  - Derivación logarítmica: método útil para derivar expresiones irracionales (ejemplo 9 pág. 131) o expresiones expopotenciales, tipo x^x. Derivar logarítmicamente esta función.
  - Cálculo de derivadas de orden superior: ejemplo 7 – pág. 130.

Sección 3.7 - Diferenciales (pp. 208 - 212)

.

- **Ejercitación propuesta (pág.213):** 1 al 16 /// 23 - 26
- **Introducción.** La idea es aproximar localmente una función por una línea recta (Mostrar las ventajas). A este tipo aproximaciones se las conoce como aproximación lineal de una función en un punto. Se pide que la función sea derivable en un intervalo abierto que contenga a un punto c de su dominio y se considera entonces la recta tangente en ese punto: $T : y = f(c) + f(c)(x - c)$ como *aproximante* de la función dada.
- Aproximar la función $f(x) = e^x$ en $x = 0$ por su recta tangente. *Tarea*: Replicar tablita de valores similar a la del ejemplo 1 (p. 208) para comprobar la bondad de la aproximación.
- Nomenclatura.
  - Δx (cambio en x) y se anota dx (se lee *diferencial de* x).
  - Δy es el cambio *real* en la función.
  - La expresión $f'(x) \cdot \Delta x$ se anota dy y se lee *diferencial de* y.
  - A partir de lo anterior: $dy = f'(x)dx$.
- Repasar bien lo que se pide para **definir diferencial**.
- **Comparar gráficamente** Δy con dy y resaltar lo parecidos que son para x pequeño.
- **Propagación del error**: explicar bien a qué refiere (ver ejemplo 3).
  - Nueva nomenclatura: Δx (error de medición), $x + \Delta x$ (valor exacto), x (valor medido), Δy (error propagado).
- **Error relativo**: para tener idea de cuán grande es el **error propagado** respecto de la función considerada.
- **Aproximación de valores numéricos**.
  - Uso de la fórmula general de aproximación.
  - Clave: elegir un valor de x que simplifique los cálculos como punto en el cual aproximar.
- **Álgebra de diferenciales**.

Descolgado pendiente: Cálculo de límites con uso de logaritmos

.

Desarrollo de un ejemplo: tomamos la función expopotencial $f(x) = x^x$ y calculamos $\lim_{x\to 0^+} x^x$. Se propuso como tarea (con autocorrección de gráfica en Ggb) el análisis completo de la función.