FÍSICA II

Notas sobre Capacidad y capacitores

FICH – UNL

Version v.2

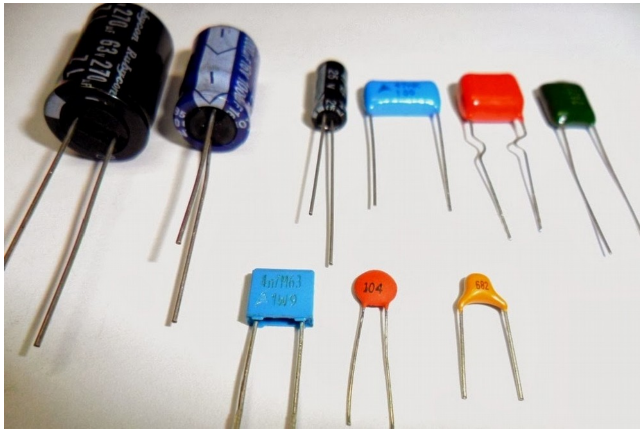
2021

Capacitancia y diélectricos

La CAPACIDAD de un componente de almacenar energía potencial eléctrica se conoce como capacitancia. Nuevamente tenemos que hacer una analogía con un circuito hidráulico, donde el componente que almacena energía potencial es el tanque. En el caso del campo eléctrico este componente se llama capacitor o condensador.

Dos conductores separados por un aislante (dieléctrico) constituyen un capacitor. El dieléctrico puede ser aire u otro material que tenga mayores prestaciones como aislante.

La capacitancia (C) de un CAPACITOR se define como la relación entre la carga que almacena (Q) y la diferencia de potencial (V_{ab}) entre los conductores:



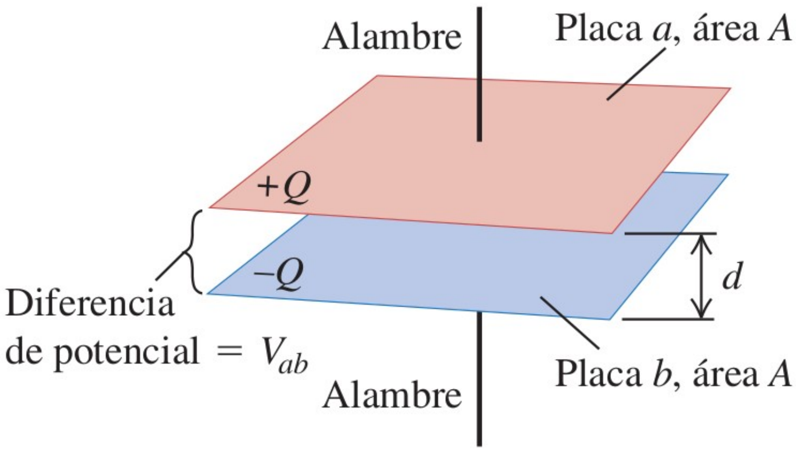
$$C=\frac{Q}{V} \longrightarrow Q=CV$$

Como se ve, la relación entre Carga Q, Capacitancia C y Voltaje V (diferencia de potencial) aplicado es muy simple y bastante intuitiva. Pero, volviendo a una analogía con la hidráulica hay una diferencia, en un tanque de agua la cantidad de agua (m) solo depende del volumen del tanque. En cambio, en electricidad la cantidad de carga Q depende de C (algo así como el tamaño del capacitor), pero también de V. Entonces, resulta más útil pensar no en un tanque que almacena agua sino en un tanque que almacena un gas: la cantidad de gas que puedo almacenar es proporcional al tamaño C del tanque, pero también a la presión con la que lo introduzco. La presión sería nuestro voltaje, y al igual que el tanque, el capacitor puede almacenar una carga máxima, luego explota!!!!

Capacitancia y diélectricos

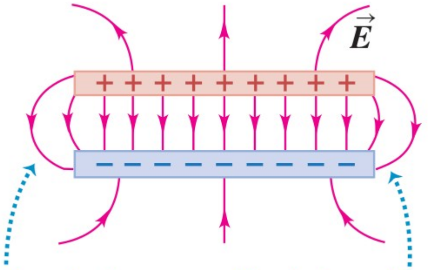
Ya aprendimos que la CARGA se mide en Coulomb [C] y el VOLTAJE en voltios [v]. La CAPACIDAD se mide en Faradios [F]:

$$C(faradio)=\frac{Q(Coulomb)}{V(voltio)} \;\Rightarrow\; [F]=\frac{[C]}{[v]}$$



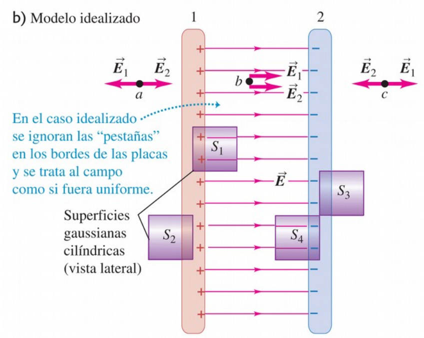
El capacitor más simple que podemos construir consiste en dos placas planas metálicas separadas una distancia d. Si conectamos cada placa al borne de una batería entonces generaremos un movimiento de cargas de una placa a la otra. Debemos entender que la batería no es quien aporta las cargas, solo aporta la energía para moverlas. Las cargas son los electrones que están libres de moverse en las placas metálicas del capacitor. Entonces, tenemos que ver a la batería como una bomba, que empuja a las cargas.

Volvamos a la hidráulica: el agua que carga el tanque de agua de nuestra casa no surge de una bomba. La bomba solo la aspira de la napa o el rio y la eleva. Es decir, le transfiere energía, pero no genera el agua. Con el capacitor y la batería es lo mismo: la batería toma cargas negativas de la placa superior y las lleva hacia la inferior. Como vimos, mientras mayor la capacidad y mayor el potencial aplicado más carga se acumulará. El límite se alcanza cuando el campo eléctrico entre las placas es tan grande como para que el potencial entre placas (E.d) es igual al voltaje aplicado por la batería.



Cuando la separación de las placas es pequeña en comparación con su tamaño, el campo eléctrico de los bordes es despreciable.

Capacitancia y diélectricos



Si aplicamos la ley de Gauss al conductor de placas paralelas vemos que el campo E en el interior solo depende de la densidad superficial de carga y del material dieléctrico entre las placas (aire o vació en este caso).

$$E=\frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

donde la permitividad o constante dieléctrica es:

$$\epsilon_0=8.85\,x\,10^{-12}\frac{F}{m}=8.85\,x\,10^{-12}\frac{C^2}{N\,m^2}$$

- **Luego, la diferencia de potencial entre las placas (separadas una distancia *d*) será igual a la integral de línea de *E* en una curva que va de una placa a la otra.**

$$V_{ab}=\int_a^b \vec{E}\,.\,\vec{dl}$$

Pero, como E es constante:

$$V_{ab}=E\,d=\sigma\frac{d}{\epsilon_0}$$

- **La densidad de carga superficial *σ* puede escribirse como en función de Q, que es la carga en la placa (igual en ambas placas), y de A, que es el área de una placa:**

$$\sigma=\frac{Q}{A}$$

Despejando Q

$$Q=\sigma A$$

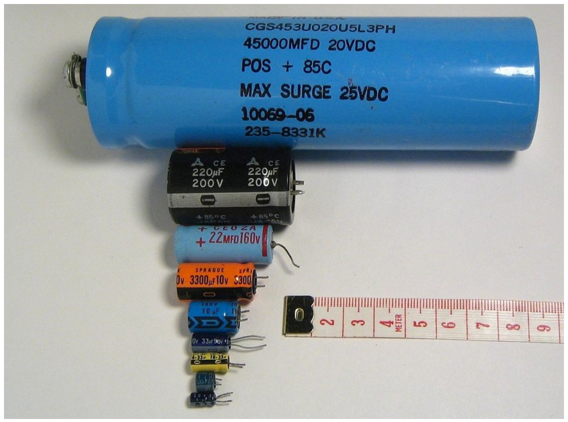
Reemplazando V_{ab} y *Q* en la definición de Capacidad C:

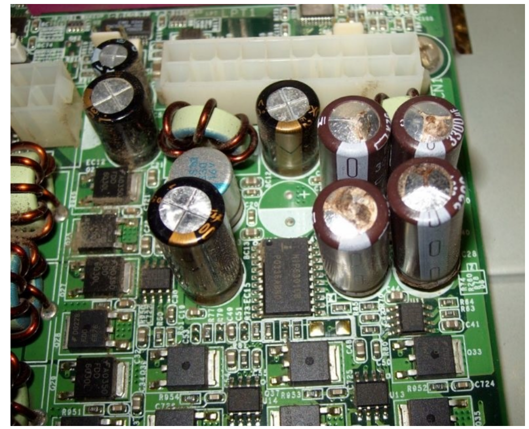
$$C=\frac{Q}{V_{ab}}=\frac{\sigma A}{\frac{\sigma d}{\epsilon_0}}=\frac{\epsilon_0 A}{d}$$

Vemos que la capacidad *C* solo depende de factores constructivos como el área, distancia entre placas y el material entre las placas.

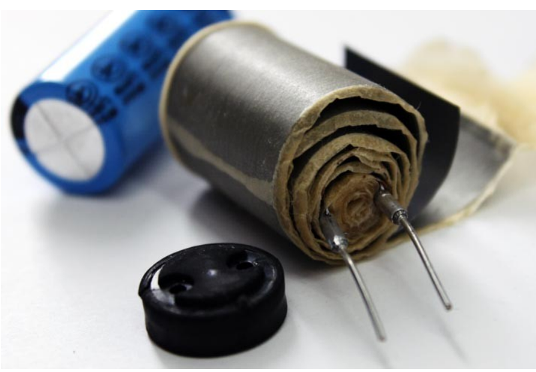
Capacitancia y diélectricos

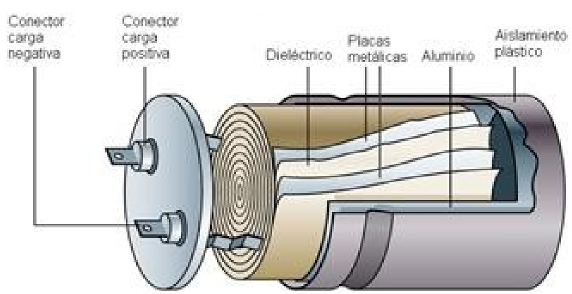
Los capacitores son muy empleados en electrónica y su tamaño depende de la capacidad necesaria y del voltaje aplicado.





El capacitor plano es una idealización de los capacitores reales. Los verdaderos se construyen colocando las placas en espiral con un material dieléctrico entre ellas para mantener la separación y aumentar la intensidad del campo.

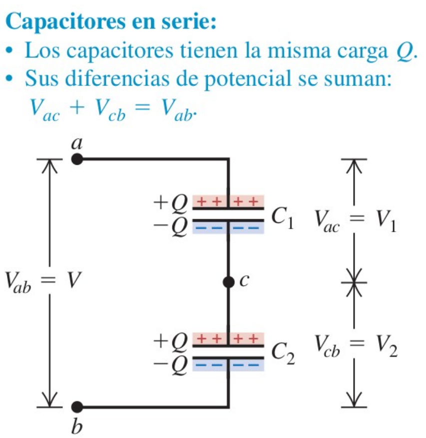




De esta forma aumentamos significativamente el área de las placas y reducimos la distancia entre ellas, y con ello aumentamos la capacidad.

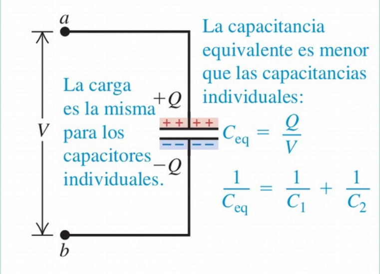
Tomemos por ejemplo el capacitor naranja de la foto. Tiene una capacidad de 3300 μF y no ocupa mas de 3 cm. Si quisiéramos tener esa misma capacidad con un capacitor plano de área A, con una distancia entre placas de 0.1 mm en aire entonces el área A sería de 37.000 m^2, es decir mas de 12 canchas de fútbol

Capacitores en serie



Los capacitores pueden conectarse en serie como se muestra en la figura. En el caso de dos capacitores de capacidad C_1 y C_2, la carga que pueden almacenar está relacionada con el hecho de que para polarizar negativamente la placa de C_1 deben migrar electrones de la placa de C_2. Entonces, la carga Q_1 negativa en el capacitor C_1 es necesariamente igual a la carga Q_2 positiva en el capacitor C_2. De igual modo las cargas negativas de C_2 salen de la placa positiva de C_1. Si asumimos que en un capacitor la carga positiva es igual a la negativa entonces la carga total en el conjunto C_1-C_2 sera igual a la carga Q en cualquiera de las placas.

La capacidad equivalente de un grupo de capacitores en serie es siempre menor que la capacidad del menor de ellos. Es decir que no se gana capacidad al conectarlos de esta manera.



Por otro lado, la suma de las caídas de potencial en cada capacitor debe ser igual al potencial total V_{ab}.

$V_{ab} = V_{ac} + V_{cb}$ **donde** $V_{ac} = V_1 = \frac{Q}{C_1}$ **y** $V_{cb} = V_2 = \frac{Q}{C_2}$

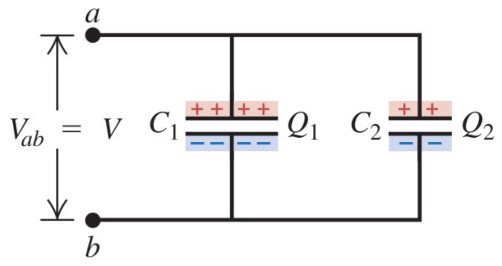
$$V_{ab} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)$$

Despejando para obtener C = Q/V:

$$\frac{Q}{V_{ab}} = C_{serie} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)^{-1} \quad \rightarrow \quad C_{serie} = \left(\sum \frac{1}{C_i}\right)^{-1}$$

Capacitores en paralelo

Capacitores en paralelo:
- Los capacitores tienen el mismo potencial V.
- La carga en cada capacitor depende de su capacitancia: $Q_1 = C_1 V$, $Q_2 = C_2 V$.



Los capacitores también pueden conectarse en paralelo. En el caso de dos capacitores de capacidad C_1 y C_2, cada uno estará sometido a la misma diferencia de potencial V_{ab}. Entonces, las cargas Q_1 y Q_2 solo dependerán de las capacidades C_1 y C_2.

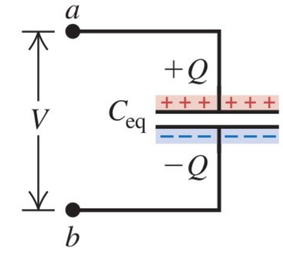
$$Q_1 = C_1 V_{ac} \qquad Q_2 = C_2 V_{ac}$$

Y la carga total de ambos capacitores será:

$$Q_{tot} = Q_1 + Q_2 = C_1 V_{ab} + C_2 V_{ab} = (C_1 + C_2) V_{ab}$$

$$\frac{Q_{tot}}{V_{ab}} = C_{paralelo} = C_1 + C_2 \quad \Rightarrow \quad C_{paralelo} = \sum C_i$$

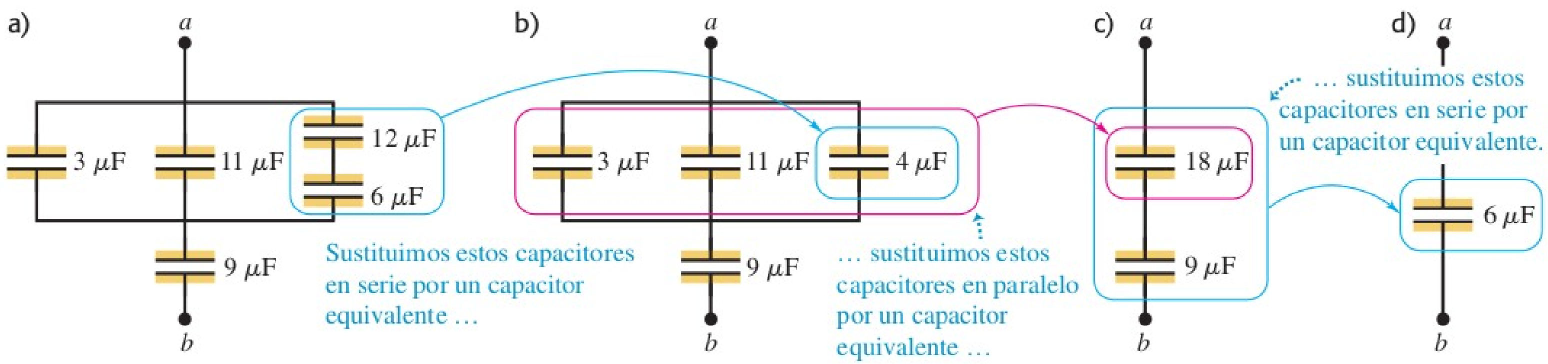
La capacidad equivalente de un grupo de capacitores en paralelo es igual a la suma algebraica de las capacidades.

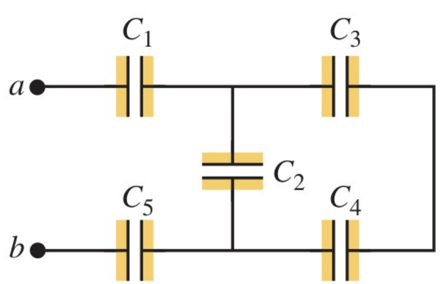


En las industrias es común emplear bancos de capacitores en paralelo para corregir el factor de potencia, cuando se tiene alto consumo de potencia inductiva (bobinas, motores, etc).

Capacitores en serie y paralelo - Ejemplos

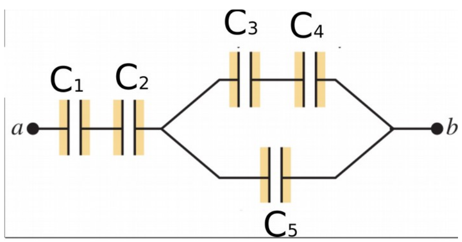
Ejemplo 1: Este ejemplo muestra como obtener la capacidad equivalente en un conjunto de capacitores conectados en serie y en paralelo en la figura a. Primero se obtiene la capacidad equivalente de los dos capacitores en serie de 12 y 6 μF. Como se observa, esta es de 4 μF. Ahora es posible sumar los tres capacitores en paralelo, el de 3 μF, el de 11 μF y el equivalente de 4 μF. En este caso, la suma algebraica da un capacitor equivalente de 18 μF. Por último, se suman los dos capacitores en serie, dando una capacidad final equivalente de 6 μF.





Ejemplo 2: En este caso primero sumamos C_3 y C_4 en serie obteniendo C_{34}. Luego, sumamos C_2 y C_{34} en paralelo obteniendo $C_{2\text{-}34}$. Finalmente sumamos C_1, $C_{2\text{-}34}$ y C_5 en serie.

Ejemplo 3: En este caso primero sumamos C_3 y C_4 en serie obteniendo C_{34}. Luego, sumamos C_{34} con C_5 en paralelo, obteniendo C_{345}. Por otro lado sumamos C_1 y C_2 en serie obteniendo C_{12}. Finalmente sumamos C_{345} y C_{12} en serie.



Almacenamiento de energía en capacitores

Energía de campo eléctrico

Partimos de V = Q/C. En un dado instante el capacitor C de placas paralelas separadas una distancia d tiene un potencial v (v<V) y una carga q (q<Q). Entonces, el trabajo necesario para incorporar un diferencial de carga dq adicional será:

$$dw = F_e d = (dq\, E)\, d$$

donde el campo E es: $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ *Y la capacidad C es:* $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$ *Despejamos d:* $d = \frac{\epsilon_0 A}{C}$

Reemplazamos en el diferencial de trabajo dw:

$$dw = (dq\, E)\, d = dq\left(\frac{\sigma}{\epsilon_0}\right)\left(\epsilon_0 \frac{A}{C}\right) = \frac{\sigma A}{C} dq$$

Pero, $\sigma A = q$

$$dw = \frac{q}{C} dq$$

Ahora integramos dw desde q=0 a Q y calculamos el trabajo necesario para cargar el capacitor

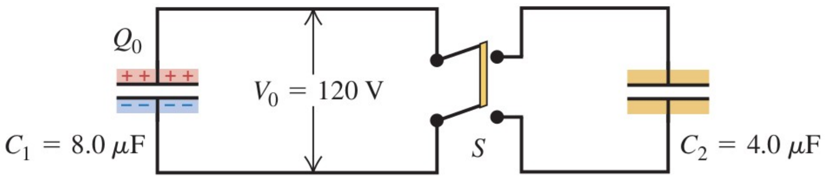
$$U = w = \int_0^W dw = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{C}\int_0^Q q\, dq = \frac{Q^2}{2C}$$ *Y usando C = Q/V*

$$\boxed{U = \frac{Q^2}{2C} = C\frac{V^2}{2} = \frac{QV}{2}}$$

Energía almacenada en un capacitor

Almacenamiento de energía en capacitores

Ejemplo 4: En el ejemplo, el capacitor C_1 tiene una carga inicial Q_0. En el instante t=0 s se cierra el interruptor S y la carga se distribuye entre los dos capacitores.
a-¿Cuanta carga quedará en cada uno de ellos?
b-¿Cual será la diferencia de potencial en cada capacitor?
c-¿La energía almacenada final será la misma que la inicial?



Primero debemos calcular Q_0 y U_0:

$$Q_0 = C_1 V_0 = 8\,x\,10^{-6}\,F\,120\,V = 9.6\,x\,10^{-4}\,C$$

$$U_0 = C_1 \frac{V_0^2}{2} = 8\,x\,10^{-6}\,F\,\frac{(120\,V)^2}{2} = 0.0576\,j$$

Ahora debemos calcular como se distribuye la carga Q_0 sabiendo que la carga no se pierde, solo se re distribuye. Es decir que $Q_1 + Q_2 = Q_0$

También sabemos que luego de la re distribución de la carga, el voltaje en cada capacitor debe ser el mismo ($V_1 = V_2$). Si no fuera así, entonces las cargas se seguirían moviendo de uno al otro. Pero debemos notar que $V_1 = V_2 = V \neq V_0$

$$V = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2} \Rightarrow Q_1 = \frac{C_1}{C_2} Q_2$$

y

$$Q_0 = Q_1 + Q_2 \Rightarrow Q_2 = \frac{Q_0}{\frac{C_1}{C_2} + 1} = 3.2\,x\,10^{-4}\,C \Rightarrow Q_1 = Q_0 - Q_2 = 6.4\,x\,10^{-4}\,C$$

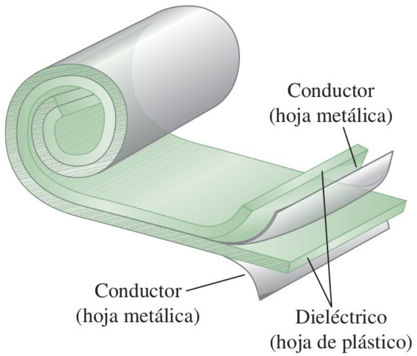
Luego, la energía final U_f será:

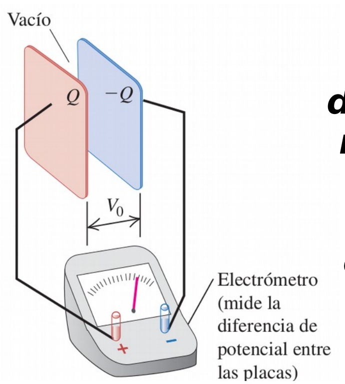
$$U_f = U_1 + U_2 = \frac{Q_1^2}{2C_1} + \frac{Q_2^2}{2C_2} = 0.0384\,j \qquad U < U_0$$

La re distribución de cargas consume energía y por ello la U_f final es menor que la inicial.

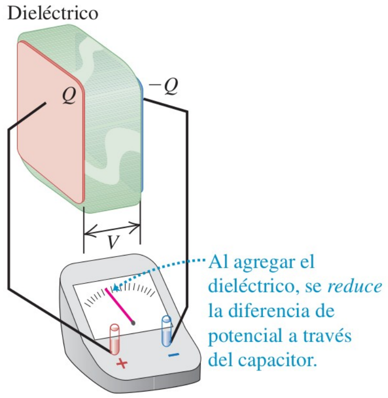
Almacenamiento de energía en capacitores - Dieléctricos

La mayoría de los capacitores tienen un material no conductor o dieléctrico entre sus placas conductoras.
cualquier material aislante, si se somete a un campo eléctrico suficientemente grande, experimenta una ionización parcial que permite la conducción a través de él. Este fenómeno se llama ruptura del dieléctrico.
La capacidad de un capacitor de dimensiones dadas es mayor cuando entre sus placas hay un material dieléctrico en vez de vacío.

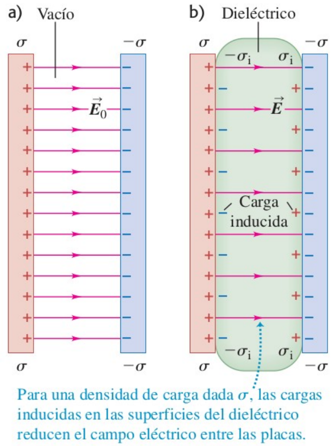




El dieléctrico reduce el campo eléctrico entre las placas.



La carga superficial en las placas conductoras no cambia, pero en la superficie del dieléctrico aparece una carga inducida de signo contrario a la placa, que reduce el campo eléctrico en el interior del dieléctrico y por consiguiente la diferencia de potencial. Esto permite que se almacene más carga en las placas. Recordemos que el trabajo para colocar un dq es proporcional a E. Si E disminuye menor el trabajo y mas carga puedo colocar.



Definimos a la constante K del dieléctrico como: $K = \frac{C}{C_0}$ ***y a la constante dieléctrica como:*** $\epsilon = K\,\epsilon_0$

Almacenamiento de energía en capacitores - Dieléctricos

Como muestra la Tabla, algunos materiales como el titanato de estroncio incrementan la capacidad más de 300 veces respecto a la que se tiene sí las placas se separan solo con aire.

Tabla 24.1 Valores de la constante dieléctrica, K, a 20 °C

Material	K	Material	K
Vacío	1	Cloruro de polivinilo	3.18
Aire (a 1 atm)	1.00059	Plexiglás	3.40
Aire (a 100 atm)	1.0548	Vidrio	5–10
Teflón	2.1	Neopreno	6.70
Polietileno	2.25	Germanio	16
Benceno	2.28	Glicerina	42.5
Mica	3–6	Agua	80.4
Mylar	3.1	Titanato de estroncio	310

La permitividad está determinada por la tendencia de un material a polarizarse ante la aplicación de un campo eléctrico y de esa forma anular parcialmente el campo interno del material. Por ejemplo, en un capacitor, la alta permitividad hace que la misma cantidad de carga se almacene con un campo eléctrico menor y, por ende, a un potencial menor, llevando a una mayor capacidad del mismo, pudiendo almacenar mayor densidad de energía (u).

Para un capacitor plano

$$u=\frac{1}{2}K\,\epsilon_0 E^2$$

Luego, la densidad de energía se incrementa proporcionalmente a la constante del dieléctrico empleado.