Mecánica Computacional - 1er Parcial 2023

TEORÍA

Ejercicio de Diferencias Finitas en 1D

Escribir el stencil de la derivada segunda a segundo orden si la grilla crece de tamaño de izquierdo a derecha en una razón de un 10%, es decir,

$$h_k = 1.1 * h_{k-1}$$

Siendo k el índice de la malla creciente de izquierda a derecha en un dominio 1D.

Aplique el citado stencil a la función analítica

$$f = e\text{\^{}(-x\^{}2)}$$

en el punto x=0.5 y verifique con sucesivos refinamientos que el orden de error decrece con el refinamiento con el orden esperado.

Se recomienda partir de una grilla que tenga la razón de crecimiento citada previamente alrededor del punto de interés y realizar la cantidad necesaria de refinamientos que demuestren el orden de convergencia deseado.

Ejercicio de Residuos Ponderados en 1D

Resolver la ecuación de Poisson en 1D para un dominio que va de x=0 a $x = \pi$ cuya fuente viene expresada por la función $Q = x^2$.

Recordar que la ecuación de Poisson en 1D se escribe como:

$$d^2T/dx^2 + Q = 0$$

Las condiciones de contorno son las siguientes:

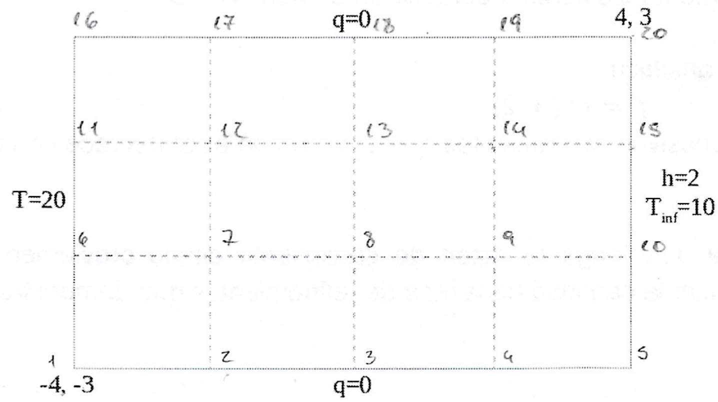
T=100 en x=0

$dT/dx = -2$ en $x = \pi$

Usando una base polinómica de 2,3,4 y 5 modos encontrar la solución numérica para estos 4 casos usando como peso la propuesta de Galerkin. Trabajar con formulación fuerte.

PRÁCTICA

Se desea resolver un problema de transferencia de calor sobre la geometría mostrada a continuación. En dicho dominio también son expresadas las condiciones de borde. Considerar un problema de difusión con fuente, estacionario. Datos: $k = 3$; $G = 100*x$. La malla se describe a continuación ($\Delta x=\Delta y=2$).




```
xnode = [
 -4.00, -3.00;
 -2.00, -3.00;
  0.00, -3.00;
  2.00, -3.00;
  4.00, -3.00;
 -4.00, -1.00;
 -2.00, -1.00;
  0.00, -1.00;
  2.00, -1.00;
  4.00, -1.00;
 -4.00,  1.00;
 -2.00,  1.00;
  0.00,  1.00;
  2.00,  1.00;
  4.00,  1.00;
 -4.00,  3.00;
 -2.00,  3.00;
  0.00,  3.00;
  2.00,  3.00;
  4.00,  3.00;
];
```

```
icone = [
  1,  2,  7,  6;
  2,  3,  8,  7;
  3,  4,  9,  8;
  4,  5, 10,  9;
  6,  7, 12, 11;
  7,  8, 13, 12;
  8,  9, 14, 13;
  9, 10, 15, 14;
 11, 12, 17, 16;
 12, 13, 18, 17;
 13, 14, 19, 18;
 14, 15, 20, 19;
];
```

a) Resolver el problema informando la temperatura resultante en el pto (0,0).
b) Dado que la discretización propuesta es muy baja y el problema puede ser modelado en una dimensión debido a su simetría, resolver el problema unidimensionalmente utilizando 21 nodos totales e informar la temperatura en el mismo punto.
c) Calcule el gradiente de temperatura en el punto (4,0) a partir de los resultados obtenidos en el punto anterior, utilizando una aproximación de segundo orden.

Ejercicio 2. Residuos Ponderados

Considerar el siguiente problema de difusión:

$$\frac{d^2T}{dx^2} = \sin 2\pi x \quad en\, 0 \leq x \leq 1$$

$$T(0)=T(1)=1$$

Trabajando con formulación fuerte y Galerkin, se propone la siguiente solución:

$\overline{T} = \psi + \sum_{i=1}^{n} a_i N_i$. Teniendo en cuenta que la solución exacta del problema es:

$T(x) = 1 - \frac{sen(2\pi x)}{(4\pi^2)}$

a) Proponer una familia de funciones polinómicas suponiendo que ψ cumple con ambas condiciones de contorno, tal que el error absoluto sea menor a 0.005. Informe la cantidad de funciones necesarias y sus respectivos coeficientes asociados.

b) Desarrolle y exprese el sistema de ecuaciones resultante para determinar los valores a_i, si la solución propuesta fuese $\overline{T} = \sum_{i=1}^{n} a_i N_i$ y la condición del extremo derecho fuese $\frac{dT}{dx} =- 1$. No se pide calcular, sino expresar K y F del sistema.