

Algunas consideraciones sobre parametrización.

Mario Garelik

FICH - UNL

Inversión del sentido de una curva.

Una curva parametrizada es una curva orientada. Es una trayectoria recorrida en un determinado orden.

Distingamos entonces entre

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t), t \in [a, b]$$

y la curva

$$\mathbf{R}(u) = \mathbf{r}(a + b - u), u \in [a, b].$$

Ambas funciones vectoriales recorren el mismo conjunto de puntos (convencerse de esto), pero en el orden inverso: \mathbf{r} parte de $\mathbf{r}(a)$ y termina en $\mathbf{r}(b)$, mientras que \mathbf{R} parte de $\mathbf{r}(b)$ y termina en $\mathbf{r}(a)$.

Ejemplo.

$$\mathbf{r}(t) = a \cdot \cos(t)\mathbf{i} + a \cdot \sin(t)\mathbf{j}, t \in [0, 2\pi]$$

describe la circunferencia centrada en el origen y de radio a , en el sentido positivo (contrario al de las agujas del reloj).

En cambio,

$$\mathbf{R}(u) = a \cdot \cos(2\pi - u)\mathbf{i} + a \cdot \sin(2\pi - u)\mathbf{j}, u \in [0, 2\pi]$$

describe la misma circunferencia en el sentido contrario.

Dando más de una vuelta.

Si queremos recorrer una misma trayectoria cerrada en un determinado sentido, y dar *más de una vuelta*, deberemos revisar el instante final del parámetro.

En el ejemplo anterior, por ejemplo, si queremos dar dos vueltas al a circunferencia, consideramos:

$$\mathbf{r}(t) = a \cdot \cos(t)\mathbf{i} + a \cdot \sin(t)\mathbf{j}, t \in [0, 4\pi]$$

Recorriendo sin parar.

Para el caso de un recorrido *sin fin* de una trayectoria, no debería resultar extraño usar las funciones trigonométricas, como por ejemplo el seno o el coseno, dada su naturaleza periódica. También se ajustará convenientemente el dominio del parámetro.

Veamos lo anterior con un ejemplo.

Ejemplo. Parametrizar la parábola $y = x^2$ en el $[-1, 1]$ y recorrerla indefinidamente, partiendo desde el origen.

En este caso, en vez de recurrir a la parametrización típica de funciones dada por $x(t) = t$; $y(t) = t^2$, $t \in [-1, 1]$, convendría elegir:

$$x(t) = \sin(t); \quad y(t) = \sin^2(t), \quad t \geq 0.$$

Comprobar...