UNIDAD Nº 2
ELEMENTOS DEL DIBUJO GEOMÉTRICO

En ésta Unidad estudiaremos la construcción de dibujos geométricos como medio de expresión gráfica, herramienta importante del dibujo técnico, para lo cual será necesario previamente realizar algunos ejercicios elementales. Los dibujos geométricos son figuras planas que responden a fórmulas o funciones matemáticas de uso habitual en las distintas especialidades de la ingeniería, por ejemplo la mecánica, la química y las construcciones civiles.
El Analista en Informática Aplicada debe estar capacitado para representar a través de la computadora, cuerpos, equipos y hechos graficables de las distintas especialidades técnicas. Para lograrlo es necesario poseer conocimientos básicos del dibujo técnico, que incluye reglas del dibujo y dibujo geométrico, además de importantes aspectos de la geometría descriptiva.
A continuación se detallan las terminologías básicas que se van a emplear en el siguiente glosario.

GLOSARIO

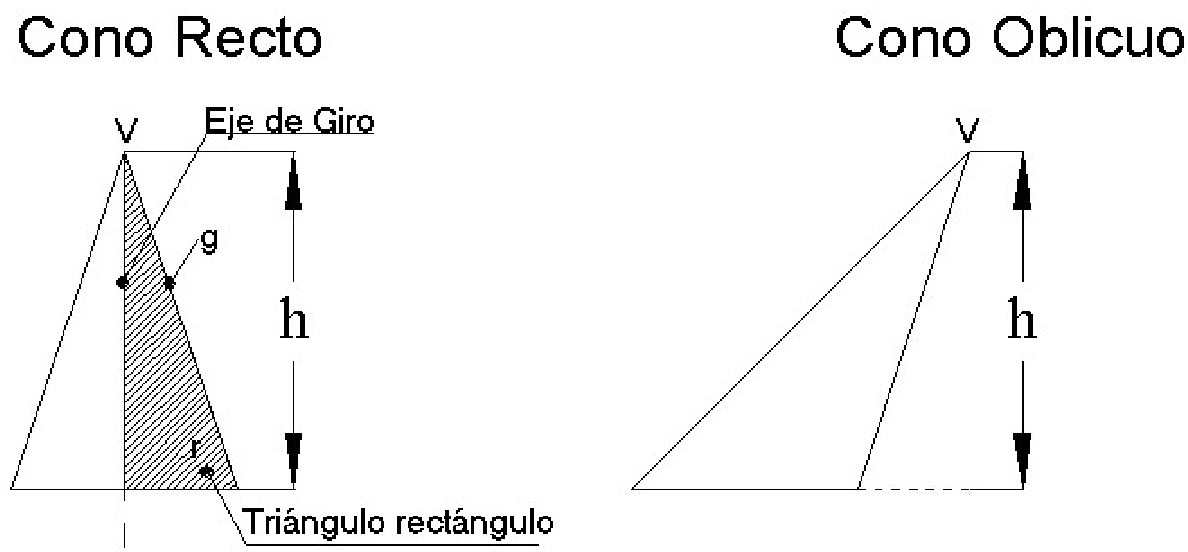
Ángulo:	Es la porción de plano limitado por dos semirrectas, llamadas lados, que parten de un mismo punto llamado vértice. En el espacio se define como: la porción de espacio limitado por dos semiplanos, llamados caras, que parte de una recta común, denominada arista.
Bisectriz:	Es la recta que pasando por el vértice de un ángulo, divide a este en dos partes iguales. También se define como el lugar geométrico de los puntos que equidistan de sus lados.
Círculo:	Es la porción del plano limitada por una circunferencia.
Circunferencia:	Es una línea curva, cerrada y plana, cuyos puntos equidistan de otro punto llamado centro; a dicha distancia se llama radio.
Concurrente:	Dicese del elemento que se junta o coincide con otro, en un mismo lugar. En el caso de un ángulo, son dos rectas concurrentes, que coinciden o se juntan en el vértice de dicho ángulo.
Cuerda:	Es un segmento rectilíneo, que une dos puntos de una circunferencia, sin pasar por el centro.
Diámetro:	Es un segmento rectilíneo, que une dos puntos de una circunferencia pasando por el centro. Su longitud es igual a dos radios.
Horizontal:	Condición de una recta o plano, según la cual, resulta paralela a la línea del horizonte. En geometría descriptiva, hace referencia a la condición de una recta o plano paralelos al plano horizontal de proyección.
Mediatriz:	Es la recta que corta perpendicularmente a su segmento por su punto medio.
Oblicuo:	Condición de una recta o plano, que no es perpendicular, ni paralelo, a otra recta o plano.

Paralelo:	Condición de una recta o plano, según la cual, todos los puntos de los mismos, están a igual distancia de otra recta o plano.
Perpendicular:	Condición de una recta o plano, según la cual, forma ángulo recto, respecto de otra recta o plano.
Polígono:	Es la porción de plano, limitado por una línea poligonal cerrada.
Punto:	Es el lugar donde se cortan dos rectas.
Radio:	Es el segmento rectilíneo, que une el centro de una circunferencia, con un punto de la misma.
Recta:	Es una sucesión de puntos en una misma dirección.
Secante:	Cualidad de las líneas o planos, que cortan a otras líneas o planos.
Segmento:	Es la porción de recta, comprendida entre dos puntos de la misma. Segmento circular, es la porción de círculo limitado por un arco y la cuerda correspondiente.
Tangente:	Condición de una línea, plano o cuerpo, según la cual, tiene un solo punto o recta en común, con otra línea, plano o cuerpo.
Vertical:	Condición de una recta o plano, según la cual, resulta perpendicular a la línea horizontal. En geometría descriptiva, hace referencia a la condición de una recta o plano, de ser perpendicular al plano horizontal de proyección.
Paralelepípedo	Cuerpo de 6 caras donde las opuestas son paralelas e iguales.

Cuerpos redondos:

Cono Recto:

Utilizando una definición sencilla podemos decir que es un cuerpo engendrado por la rotación de un triángulo alrededor de un cateto en una vuelta completa.-
De tal forma el cateto restante corresponde al radio del círculo base del cono.-
La hipotenusa del triángulo generador se llama generatriz y las distintas generatrices que determina el triángulo en sus infinitas posiciones al rotar, conforman la superficie lateral del cono. En el cono recto todas las generatrices son iguales.-
Vértice del cono es el punto en el cual concurren todas las generatrices.-
Altura del cono se define como el segmento perpendicular al plano de la base, comprendido entre ésta y el vértice del cono.-



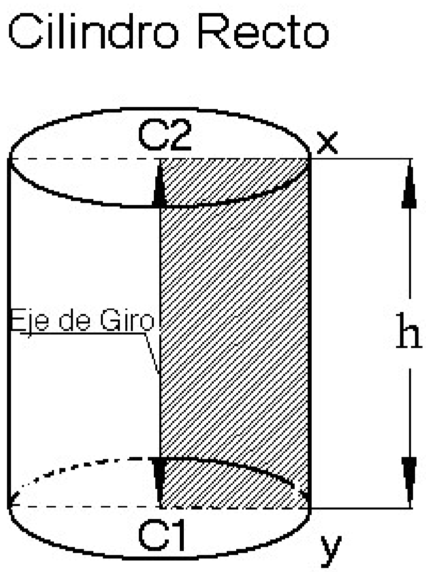
El vértice se encuentra desfasado de la perpendicular del centro de la base.-
La altura es el segmento perpendicular al plano de la base, comprendido entre éste y el vértice.-

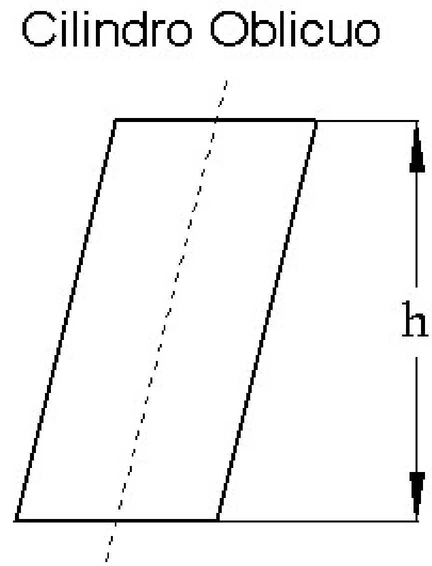
Cilindro:
Cilindro Recto:

Se puede definir como un cuerpo determinado por la rotación de un rectángulo alrededor de uno de sus lados.
La superficie lateral está determinada por los infinitos segmentos que determina el segmento XY, en las distintas posiciones en que se ubica al girar el rectángulo C1, C2, X, Y, alrededor del eje c1c2 hasta completar la vuelta de 360º, éstos segmentos se denominan generatrices y en el caso del cilindro recto son todas iguales.

Cilindro Oblicuo:

En el caso del cilindro oblicuo se presenta un caso similar al que ocurre con el cono oblicuo, tanto para las generatrices como para la determinación de la altura.-





<u>Esfera:</u>

Se la considera como el cuerpo redondo por excelencia. Como definición puede decirse que es un sólido limitado por una superficie curva, en que todos los puntos de ésta equidistancia de otro punto que es el centro de la esfera, esa distancia se la define como radio de la esfera.-
Diámetro de la esfera es la distancia que hay entre dos puntos de la superficie, cuando ésta pasa por el centro de la esfera, también puede decirse que es el doble de radio.
La esfera puede considerarse por la revolución de un semicírculo alrededor de su diámetro.-

Circulo máximo: es el círculo que determina un plano que corta a la esfera cuando pasa por su centro.-

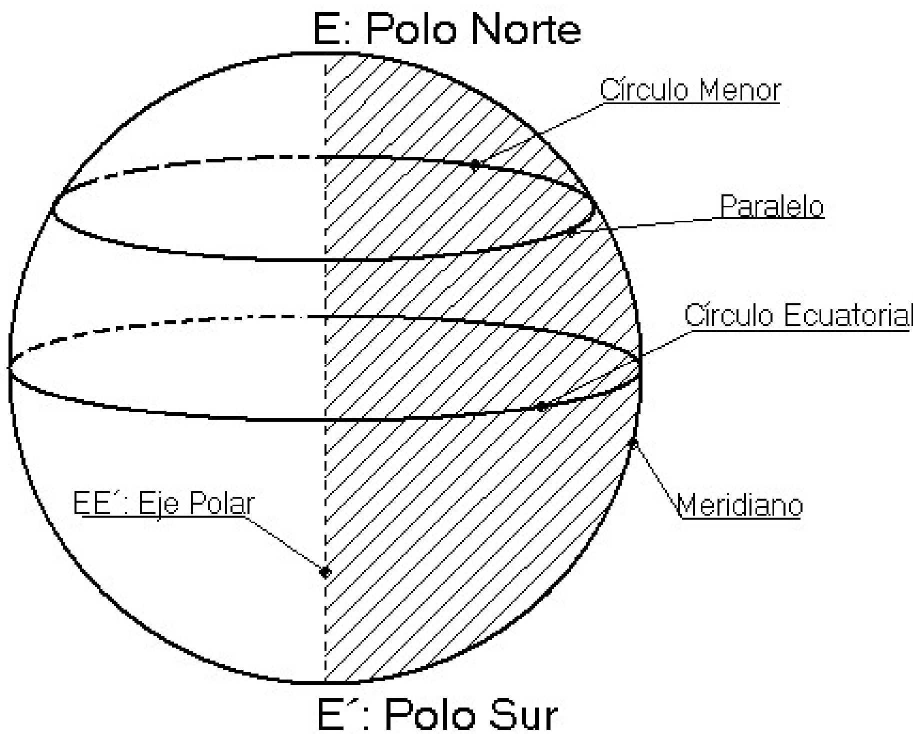
Polos de la esfera: son dos puntos extremos del diámetro vertical.

Eje Polar: diámetro que une a los dos polos.-

Circulo ecuatorial: es el círculo máximo contenido en un plano perpendicular al eje polar.-

Meridiano: es la circunferencia que limita el círculo máximo cuando su diámetro es el eje polar.-
Paralelo: es la circunferencia que limita el círculo contenido en un plano perpendicular al eje polar.-

Círculo menor: cuando un plano corta a la esfera sin pasar por el centro.-



Cuerpos Poliedros:

Se define como poliedros a un cuerpo que está limitado por caras planas.-

Aristas: la intersección de las caras del poliedro son rectas que se las denomina aristas.-

Vértices: son vértices de un poliedro los puntos donde se interceptan tres o más aristas.-

Poliedro regular: cuando todas sus caras son polígonos regulares, y concurren el mismo número de caras en cada vértice.-

Cubo: es un poliedro regular ya que está formado por seis caras cuadradas e iguales y concurren tres en cada vértice. Por su número de caras se lo llama también exaedro regular.-

Prisma:

Prisma recto: se lo denomina así cuando sus aristas laterales son normales al plano de la base.

Los polígonos de las bases de un prisma pueden ser triángulos, cuadrados, pentágonos, etc., regulares e irregulares.-
La altura de un prisma es el segmento de recta perpendicular a los planos de las bases, comprendido entre las mismas.-

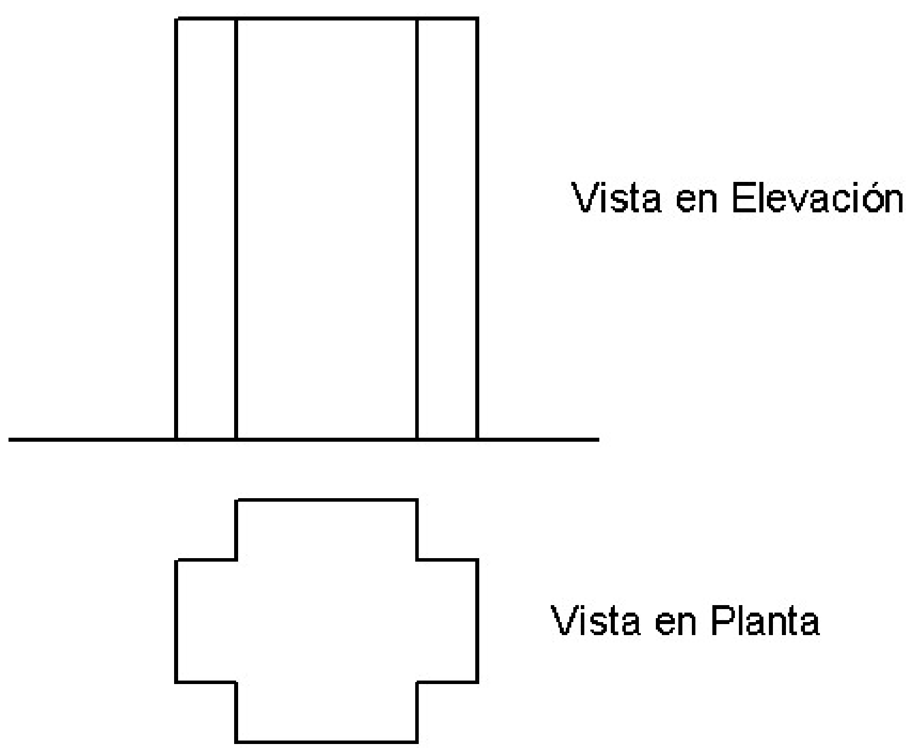
Prisma oblicuo: se lo denomina así cuando sus aristas laterales no son normales al plano de la base.-

Pirámide: es el cuerpo sólido en que su base está representada por un polígono cualquiera y tantas caras laterales como lados tiene aquél. Las caras están representadas por triángulos que se une en un punto denominado vértice y forma un ángulo poliedro.-
La altura de una pirámide es el segmento perpendicular comprendido entre el vértice y el plano de la base.-

Pirámide regular: cuando su base es un polígono regular y el vértice se halla en la recta perpendicular a la base cuando esta pasa por su centro; en este caso todas las caras laterales son triángulos isósceles.-

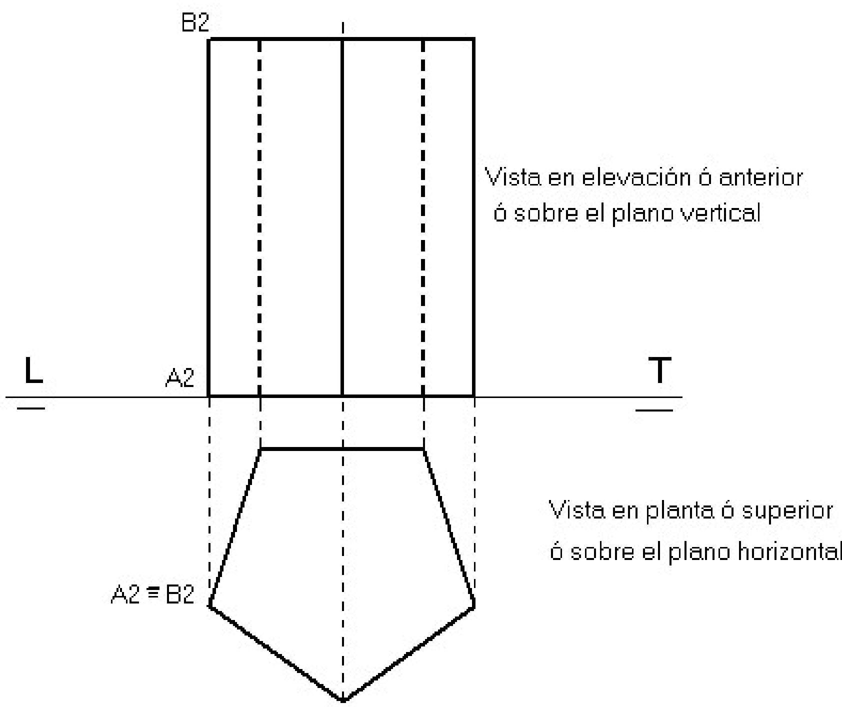
Pirámide oblicua: cuando la recta que une el vértice con el centro de la base no es normal al plano de ésta.-

Contorno aparente:
Se dice del contorno exterior de un cuerpo proveniente de la proyección de este sobre un plano. Este contorno se lo representa siempre con línea llena.-

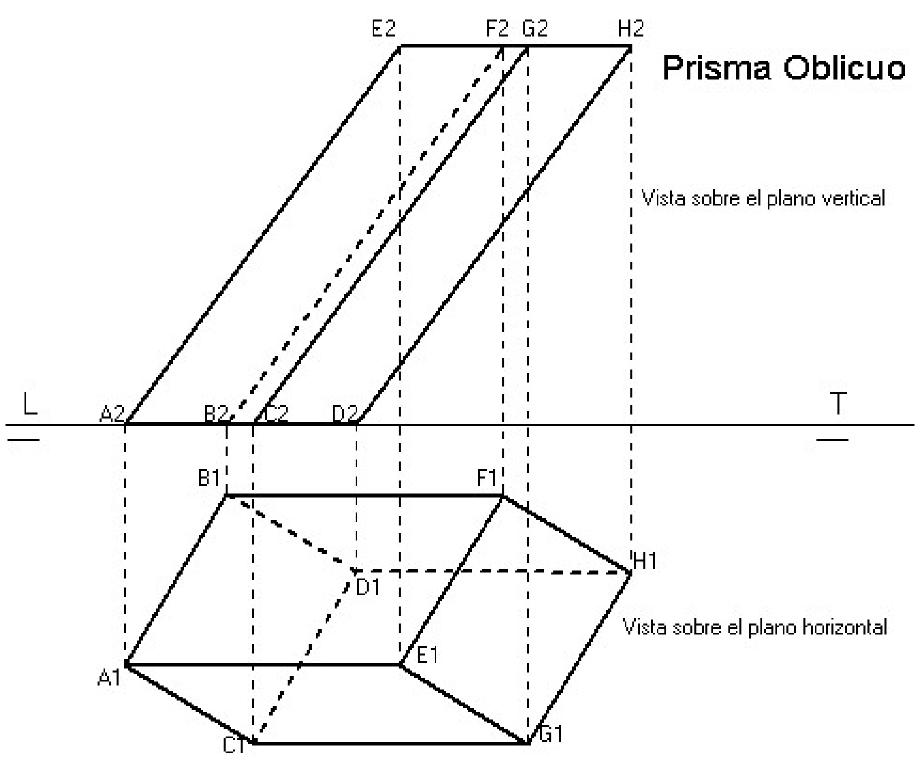


Poliedros:

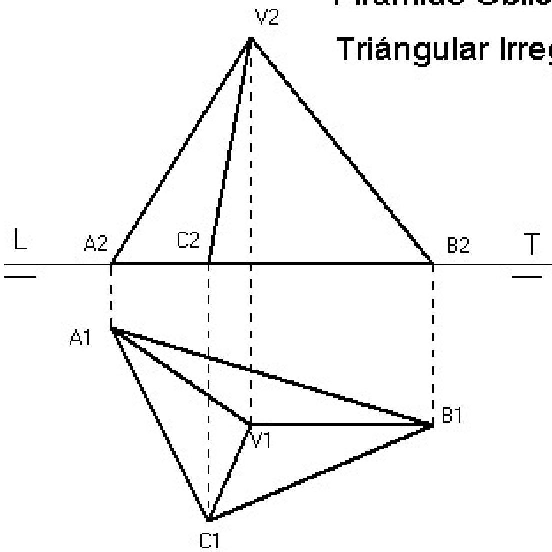
Prisma Recto de Base Pentagonal Regular



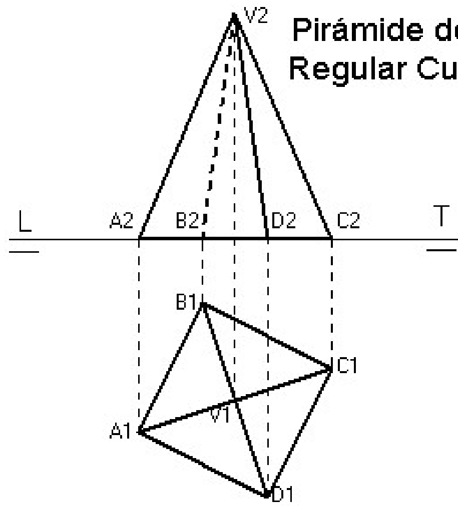
Prisma Oblicuo



Pirámide Oblicua de Base Triángular Irregular



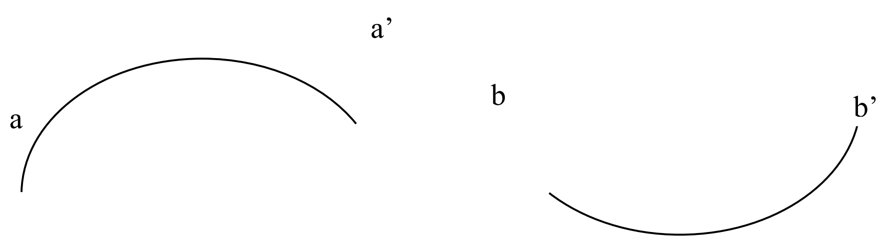
Pirámide de Base Regular Cuadrada



NOMENCLATURA

Nomenclatura que se utiliza en el curso:

Recta: letras minúsculas ej.: a, b
Punto: letras mayúsculas ej.: A, B, C, etc.
Arcos de circunferencia: letras minúsculas en los extremos ej:



Planos: letras griegas α, β, γ

Trazas de planos: letras griegas con el subíndice que corresponda: ej.: traza vertical α_2 □traza horizontal $\alpha 1$ traza plano perpendicular α_3
Proyección diédrica: se tendrá en cuenta la proyección que se trata: sobre el plano vertical se utiliza el subíndice 2 sobre el horizontal el subíndice 2 y sobre el plano de perfil subíndice 3.

Para giros se utiliza el apóstrofe (') ej.: sobre el plano vertical el giro de un punto será A'_2.

Para verdadera magnitudes el paréntesis: ej. Verdadera magnitud de un segmento en proyección horizontal ej.: [A_1]; [B_1]

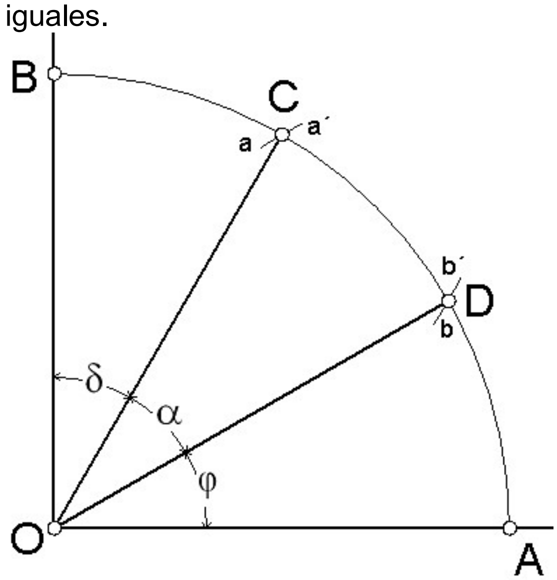
DIBUJO GEOMÉTRICO:

Los ejercicios que se verán a continuación son de uso habitual y constituyen herramientas elementales del dibujo técnico. Le recomendamos realizar paso a paso cada uno de ellos. Es muy importante que Usted realice esta tarea para adquirir dominio de las estrategias básicas del dibujo técnico.

Dividir un ángulo recto en 3 partes iguales usando compás.

Partimos de dos rectas *a* y *b* perpendiculares entre sí.
1ºPaso: En la intersección de ambas hacemos centro (O) con el compás y trazamos un arco cualquiera que intercepte a ambas rectas (A y B).-
2ºPaso: Con la medida del radio de este arco hacemos centro en A con el compás y marcamos un punto C sobre el primer arco.-
3ºPaso: Luego hacemos lo mismo pero haciendo centro en B intersección del arco con la otra recta y marcamos en D.-
4ºPaso: Así tenemos los 2 puntos sobre el arco de circunferencia C y D que uniendo con el punto intersección O de las rectas *a* y *b* en forma individual nos permite dividir un ángulo recto en 3 partes iguales.

Figura 1



El alumno se preguntará porqué no hacerlo con transportador, de esa forma perderíamos precisión en el dibujo, pero también podríamos darle solución con el uso del cartabón, ya que nos permitirá la determinación precisa para los ángulos de 30º y 60º.

Dividir el segmento AB en seis partes iguales

Este caso es común en el Dibujo Técnico, se emplea cuando las divisiones del segmento a dividir no pueden ser medidas con exactitud con el escalímetro por los decimales que deben apreciarse.
Ejemplo: Se pretende dividir el segmento *AB* de 7,35 cm en seis partes iguales.

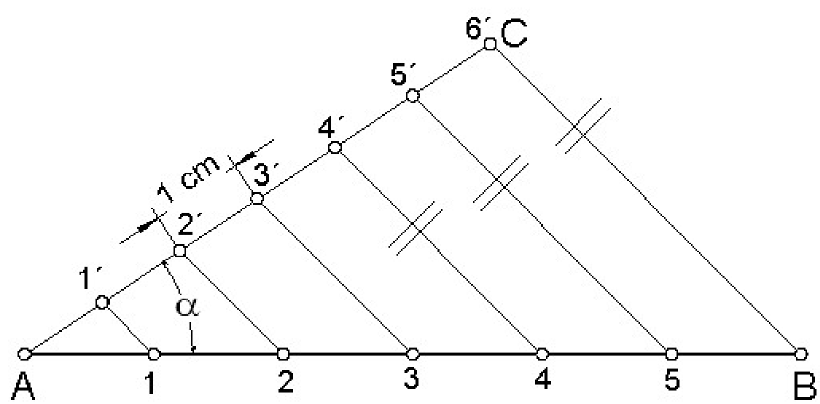
1ºPaso: A partir de uno de los extremos trazamos una recta auxiliar, por ejemplo AC cuya inclinación con respecto a *AB* será la más conveniente ya que es arbitraria.-

2ºPaso: Sobre esa nueva recta se divide en 6 partes iguales (1`,2´,3´,4´,5´,6´), que puedan ser medidas sin problemas con el escalímetro o triple decímetro. Por ejemplo 6 cm. Será muy fácil lograr 6 divisiones de 1 cm.-

3ºPaso: para trasladar las 6 divisiones al segmento *AB* solo será necesario unir C con B.-

4ºPaso: Con esta inclinación CB, trazar por cada una de las divisiones paralelas hasta interceptar AB. Como Usted puede observar en la Figura 2 se logran triángulos semejantes uno por cada división.

Figura 2



Polígonos Regulares Inscriptos en Arcos de Circunferencia

Triángulos equiláteros

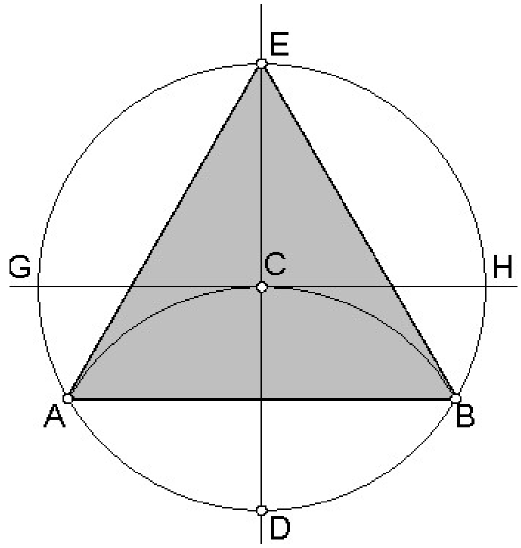
1ºPaso: En la intersección de 2 ejes perpendiculares (C) hacemos centro con el compás y trazamos la circunferencia en la que se inscribe el polígono.-

2ºPaso: Con el compás y con la misma medida del radio hago centro en D y trazo un arco que determinará en la intersección con la circunferencia los puntos A y B.

3ºPaso: Uniendo A, B y E tenemos el resultado final que Usted puede visualizar en la Figura 3.

Podríamos ubicar el triángulo en otras posiciones si el arco auxiliar se trazara con centro en otros puntos como G o H.

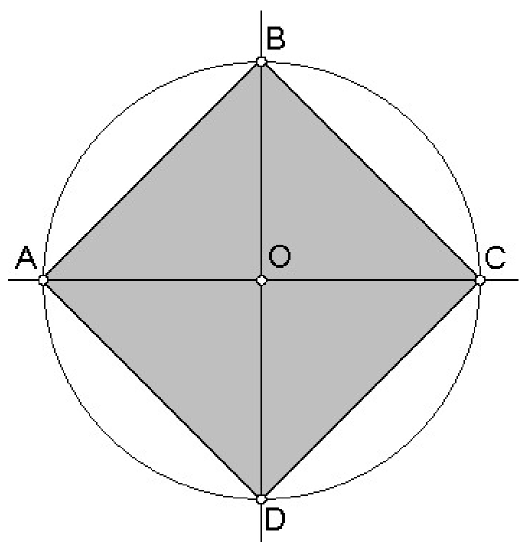
Figura 3



Cuadrilátero

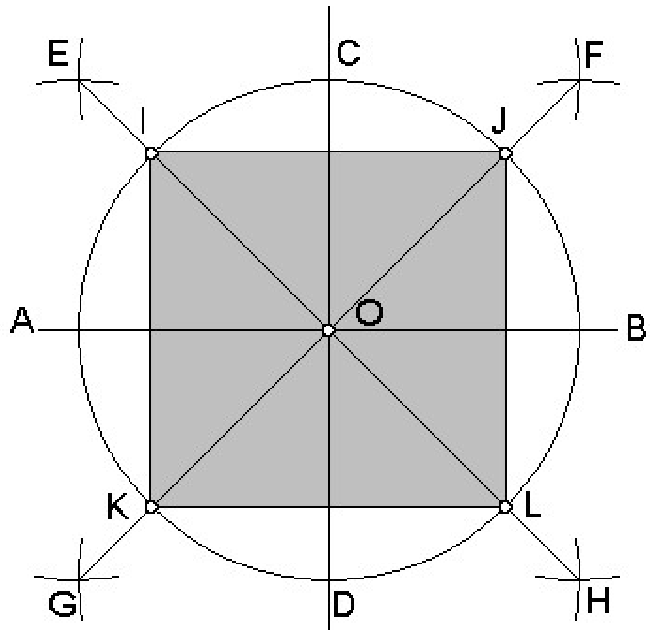
Se parte de una circunferencia en la que se inscribirá el cuadrilátero y centro de la misma. Trazando los ejes vertical y horizontal por el centro de la circunferencia quedan definidos los vértices A, B, C, D.

Figura 4



El cuadrilátero se puede dibujar en otra posición, con 2 lados horizontales, en este caso tendríamos que obtener la bisectriz de los 4 cuadrantes que definieron los ejes. La bisectriz de un ángulo se obtiene con un arco cualquiera, la única condición es que se corte convenientemente con el arco opuesto. En este caso hacemos centro en A y luego en C al interceptarse definen un punto que designamos con E, uniendo con O hemos hallado la bisectriz del ángulo AOC. Debemos realizar la misma en los otros tres cuadrantes así determinaremos los vértices I, J, K, L del cuadrilátero con 2 lados horizontales.

Figura 5



Pentágono: Método particular

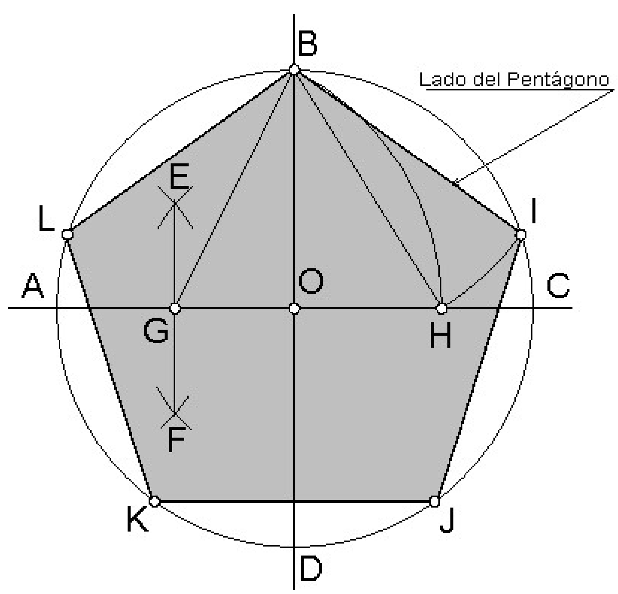
1ºPaso: Realizamos la circunferencia, trazamos ejes vertical y horizontal que se corten en el centro de la circunferencia, quedan definidos A, C, B y D.

2ºPaso: Determinamos EF mediatriz de AO.

3ºPaso: Haciendo centro en G y con la medida GB trazamos un arco que determinará el punto H sobre OC.-

4ºPaso: luego hacemos centro en B y con la medida BH trazamos otro arco que determinará el punto I, la medida del segmento BI nos define un lado del pentágono, repitiendo esta medida sobre la circunferencia dato quedará definido el pentágono regular B, I, J, K, L.

Figura 6



Método general para el trazado de un polígono regular inscripto en una circunferencia

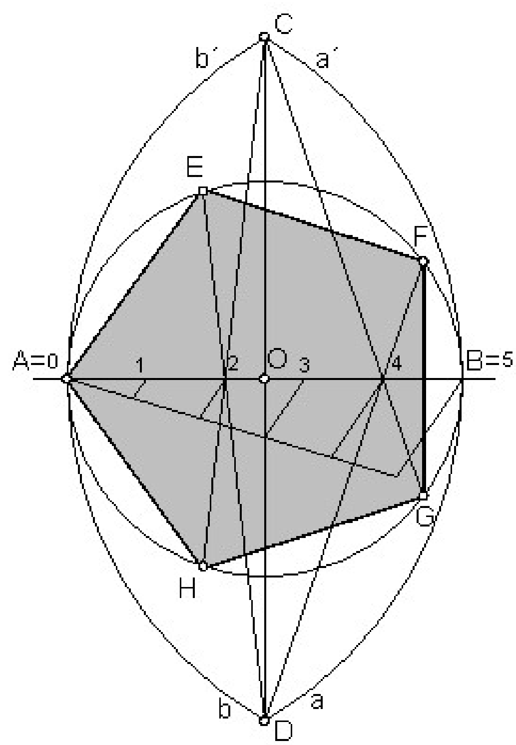
1ºPaso: Partimos de la circunferencia con un centro señalado.

2ºPaso: Por el centro determinamos un diámetro en este caso AB y lo dividimos en tantas partes como lados tendrá el polígono regular; en este caso 5 (trazo fino). El dibujo muestra la metodología utilizada en el ej. Nº 2 para dividir un segmento en partes iguales.

3ºPaso: Luego haciendo centro en los puntos A y B con la medida del diámetro trazamos los arcos opuestos aa' y bb' que definen los puntos C y D (trazo fino).

4ºPaso: Unimos C con puntos pares 0, 2, 4, etc. en la intersección con la semicircunferencia exterior, se definen vértices (G y H), lo mismo hacemos pero desde D quedando determinado (E y F) de esta forma los vértices del polígono A, E, F, G, H,(trazo grueso).

Figura 7



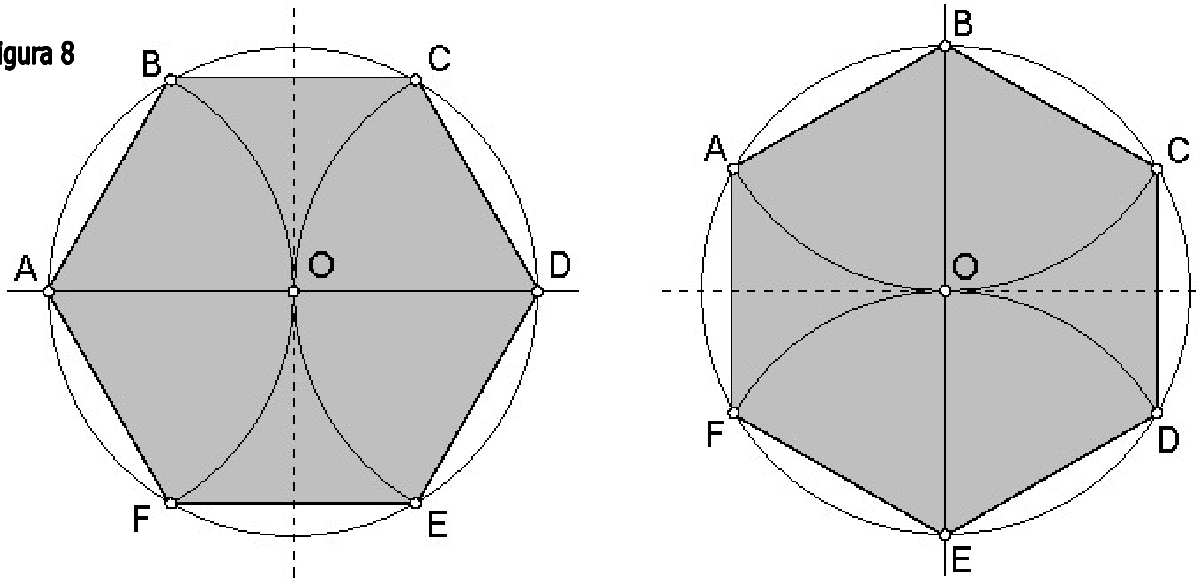
Hexágono

A partir de la circunferencia y centro, se traza eje horizontal en el 1º caso y eje vertical en el 2º caso. En ambos casos usamos arcos de circunferencia igual al radio de la circunferencia que los contiene.

En el 1º caso determinamos el eje vertical. Con centro en A y determinamos los vértices B y F, y con centro en D definimos los vértices C y E.

En el 2º caso determinamos el eje horizontal. Con centro en B y determinamos los vértices A y C, y con centro en E definimos los vértices F y D.

Figura 8

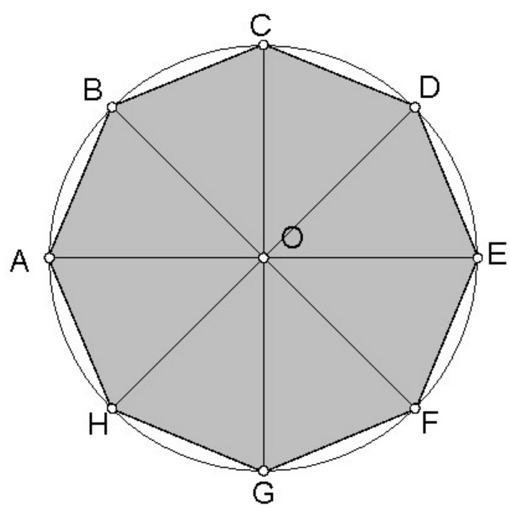


1º Caso   2º Caso

Octógono

Partimos de la circunferencia, trazamos eje vertical y horizontal que pasen por el centro de la circunferencia.

Figura 9



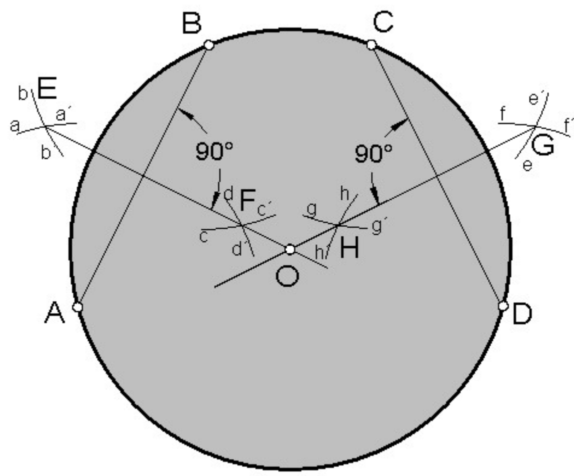
Luego con una escuadra de 45º trazamos los diámetros BF y DH determinando vértices faltantes, quedando el octógono ABCDEFGH.
En lugar de la escuadra podríamos haber trazado bisectrices de los 4 cuadrantes que definen los 2 ejes (horizontal y vertical).

Determinación del centro de una circunferencia cuando se tiene la circunferencia y se ha borrado el centro de la misma.

En este caso se trazan 2 cuerdas con las condiciones de que los puntos de intersección en cada una de ellas no estén muy próximos. Además hay que prever que las mediatrices de ambas rectas se intercepten en un ángulo que no sea muy agudo ni próximo a un ángulo llano a los efectos de que la intersección sea más precisa.

Mediatriz
Es la recta perpendicular a un determinado segmento y que además pasa por el punto medio de dicho segmento.

Figura 10



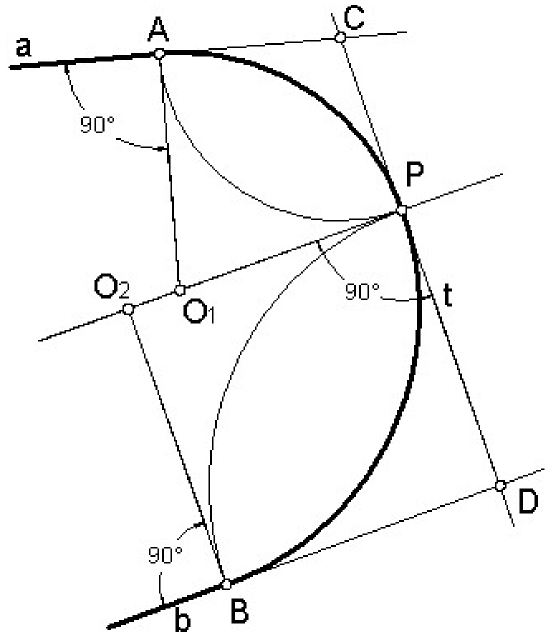
¿Como determinarla?
Con un arco cualquiera con la única condición que se corte con el primero hacemos centro en *A* y luego en *B*. Los arcos a ambos lados del segmento AB quedan arcos aa' y bb' que definen un punto E otro F por intersección de cc' y dd'. Operación similar se realiza con el otro segmento y tenemos la otra mediatriz en este caso HG. En la intersección de ambas mediatrices tengo lo que buscaba, el centro de la circunferencia O.

Enlace de Rectas con Arcos de Circunferencia

Enlace de 2 rectas oblicuas con 2 arcos de circunferencia, con la condición de que la curva pase por un punto dado

1ºPaso: Por el punto P trazamos la recta t cuya inclinación condicionará la forma de la curva de enlace.
2º Paso: A partir de P, trazamos un perpendicular a la recta t, cortando a las rectas **a** y **b** en C y D.-
3ºPaso: Con centro en C trazamos un arco auxiliar de radio CP, determinamos el punto A sobre la recta **a**.-
4ºPaso: Luego por el punto A trazamos una perpendicular a la recta **a**, determinando O1.
5ºPaso: Con centro en O1 y radio O1A, trazamos el arco de enlace (AP) (trazo grueso).-
6ºPaso: Con centro en D y radio DP trazamos un arco que en su intersección con la recta b nos determina el punto B.
7ºPaso: Luego por el punto B trazamos una perpendicular a la recta **b**, determinando O2.
8ºPaso: Con centro en O2 y radio O2B, trazamos el arco de enlace (BP) (trazo grueso).-
Cabe señalar que las curvas de enlace para que sean consideradas como tales, no deben tener cambios bruscos, es decir no deben producirse quiebres tanto entre rectas y arcos, y arcos entre si. Es frecuente la utilización de enlaces entre rectas y arcos en el dibujo técnico.

Figura 11



Enlace de 2 rectas paralelas.

Partiremos de dos rectas paralelas a y b.

1ºPaso: Unimos A y B con una recta, luego formamos el rectángulo auxiliar ACBD

2ºPaso: Dividimos el segmento AB en 4 parte iguales y lo enumeramos en 1, 2 y 3.-

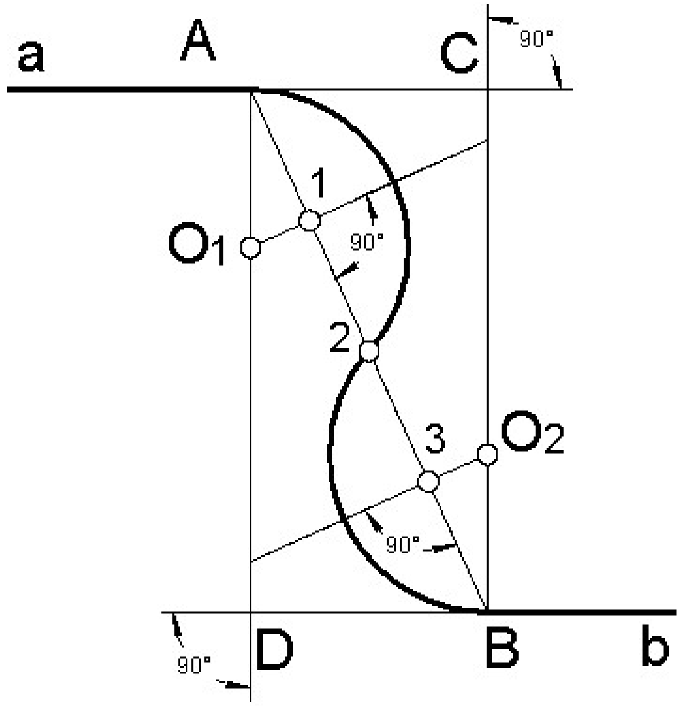
3ºPaso: Por la primer parte (1) trazamos una recta perpendicular al segmento AB, hasta interceptar el segmento AD, que define el centro O1.

4ºPaso: Con el compás y radio O1A, uniendo A con 2 definimos un arco que formara parte del enlace.

5ºPaso: Por la división 3 trazamos un recta perpendicular al segmento AB, en su intersección con el segmento CB define el segundo centro O2.

6ºPaso: Luego con el compás y centro en O2 y con radio O2B trazamos el otro arco de enlace que vincula 2 con B.

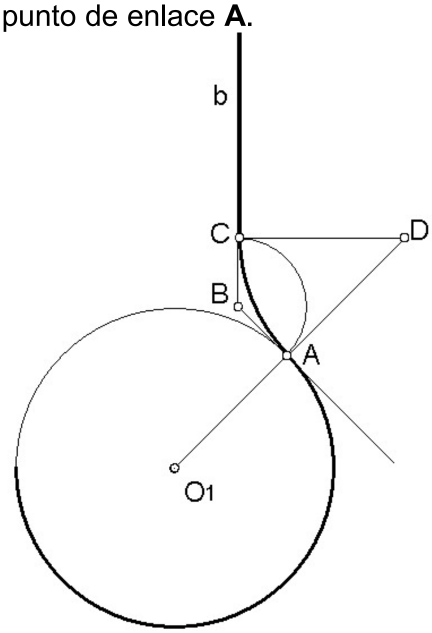
Figura 12



Enlace de una recta con un arco de circunferencia.

a) Datos: sea la recta **b**, y el punto de enlace **A**.

Figura 13



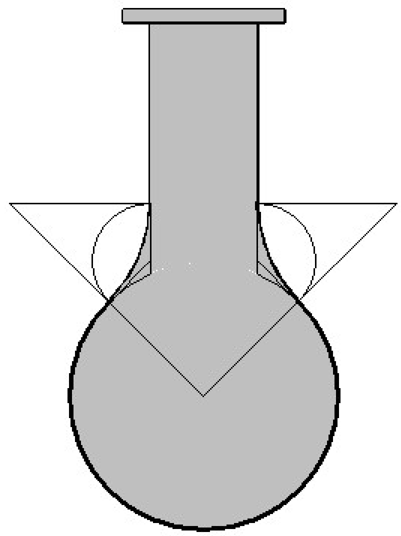
1ºPaso: Unimos con una recta O_1 con **A** y prolongamos la recta.
2ºPaso: Por **A** trazamos una tangente o sea una recta perpendicular a O_1A hasta que intercepte la recta **b** y definimos el punto **B**.-
3ºPaso: Con el compás con centro en **B** y radio **BA** trazamos un arco que en su intersección con la recta **b** nos define el punto **C**.

4ºPaso: Por **C** trazamos una recta perpendicular que en su intercesión con la recta definida por los puntos O_1A determinan un punto que denominamos con **D**.

5ºPaso: Con el compás con centro en **D** y radio **DA** o **DC** trazamos finalmente el radio enlace **CA**.

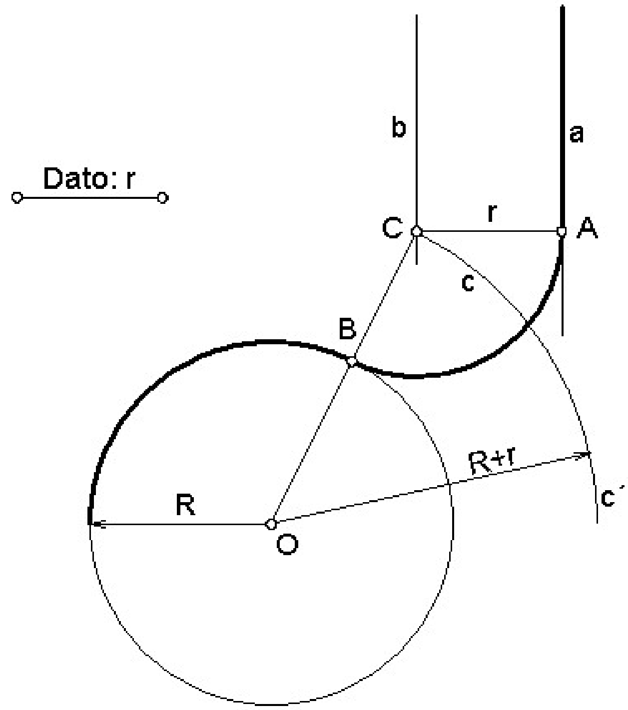
Con esta metodología podríamos construir una vasija como muestra la Figura 14.

Figura 14



b) Datos: arco de circunferencia con centro **O**, recta **a** y radio arco enlace **r**.

Figura 15

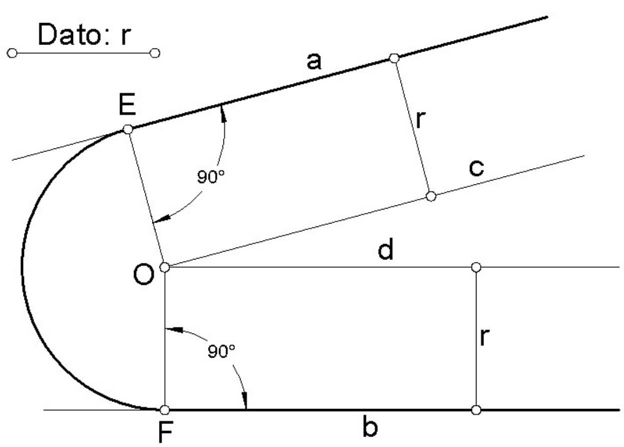


1ºPaso: Con centro en **O** trazamos el arco c c_1 de radio **R+r.**
2ºPaso: Con distancia igual a **r** trazamos una recta **b** // **a**.
3ºPaso: En la intersección de la recta **b** con el arco cc' queda determinado el punto **C.**
4ºPaso: Finalmente con centro en **C** y radio **r**, trazo el arco enlace desde **A** hasta **B**, buscado que vincule la recta **a** con la circunferencia de centro **O** y radio **R**.-

Enlace de dos rectas con un arco de circunferencia

a) Intersección fuera de los límites del dibujo:

Figura 16



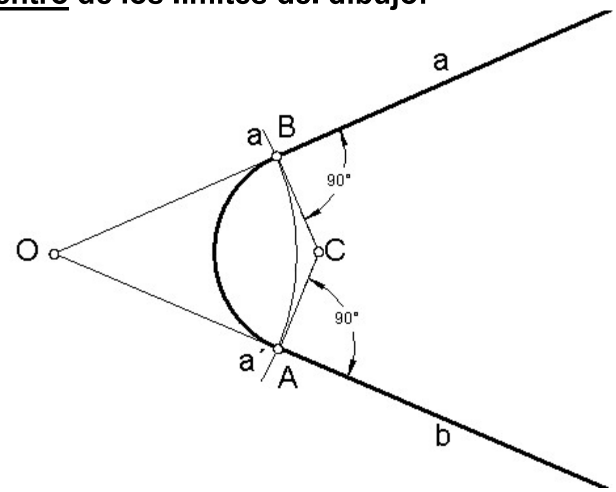
Datos: rectas **a** y **b**

1ºPaso: A una distancia **r** trazamos las respectivas // **c** de **a** y **d** de **b**
2ºPaso: Las dos rectas **c** y **d** se interceptan en O dentro de los límites del dibujo.

3ºPaso: A partir de O se trazan ambas perpendiculares a las rectas **a** y **b**, en los puntos **E** y **F**.-
4ºPaso: Haciendo centro en O con radio **r** trazamos el arco **EF**, de enlace buscado.

b) Intersección dentro de los límites del dibujo:

Figura 17



Datos: rectas **a** y **b**

1ºPaso: Se prolongan las rectas **a** y **b** hasta interceptase en el punto O.

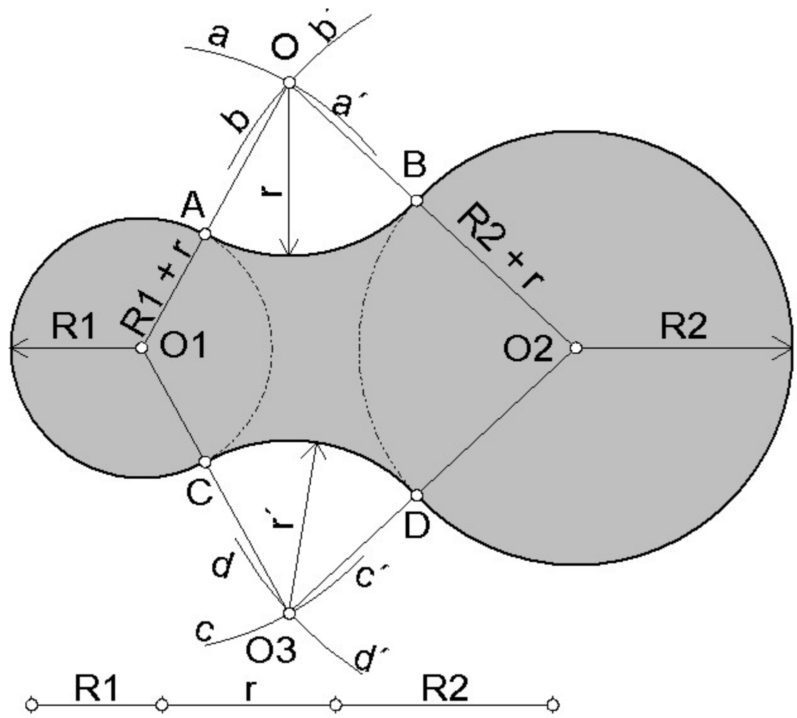
2ºPaso: Con un radio cualquiera trazamos el arco aa´ que nos permite definir los puntos **A** sobre recta **a** y **B** sobre recta **b**.

3ºPaso: Por ambos puntos: **A** y **B** trazamos respectivas perpendiculares, que en su intersección definen el punto **C,** centro del arco de enlace buscado.

4ºPaso: Con el compás haciendo centro en C y radio es AC o CB trazamos el arco de enlace buscado.

Enlace de dos arcos de circunferencia con otro arco.

Figura 18

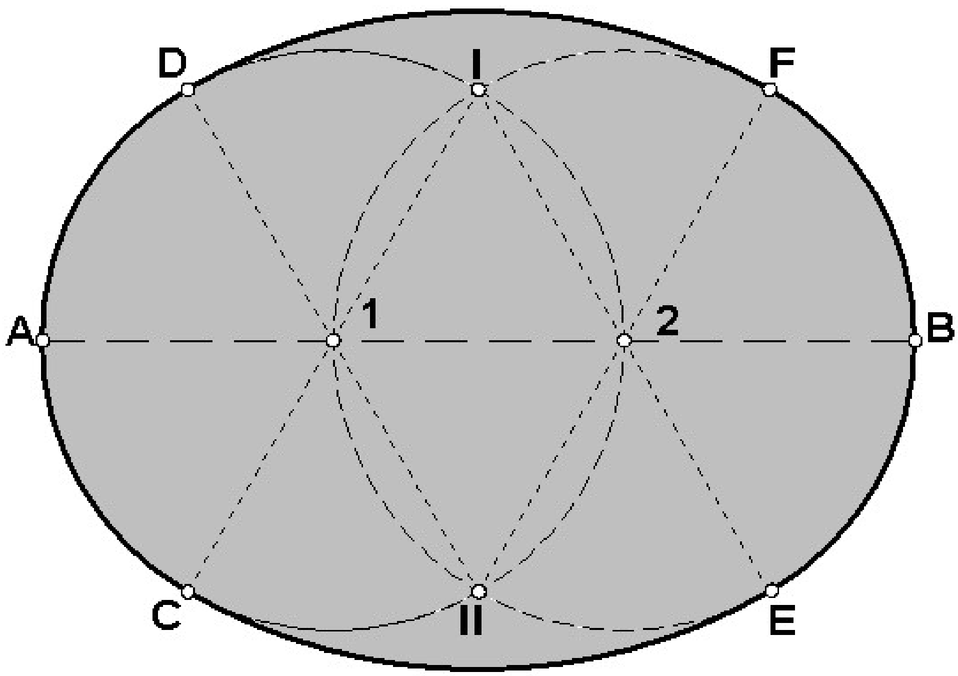


Partimos de dos arcos de circunferencia de radio diferentes **R1** y **R2**.

<u>1ºPaso</u>: Con el compas tomas la medida R1+r y con centro O1 trazamos el arco aa'.
<u>2ºPaso</u>: Luego con centro en O2 con radio R2+r trazamos el arco bb'.
<u>3ºPaso</u>: En la intersección de ambos arcos determinamos el punto O.
<u>4ºPaso</u>: Unimos con una recta O1 con O y en la intersección con la circunferencia determinamos el punto A.
<u>5ºPaso</u>: Con otra recta unimos O2 con O y en la intersección con la circunferencia determinamos el punto B.
<u>6ºPaso</u>: Con el compás tomamos la medida **r** y haciendo centro en O realizamos el enlace AB.
<u>7ºPaso</u>: Con el mismo procedimiento ejecutamos el otro enlace, determinando O3, y repetimos los pasos 4º, 5º y 6º.-

Trazado de un Óvalo.

Figura 19



Dato: valor del eje real mayor AB

1ºPaso: Dividimos el eje mayor AB en 3 partes iguales.

2ºPaso: Utilizando el compás hacemos centro en 1 y con radio 1-A, se traza una circunferencia, luego con el mismo radio hacemos centro en 2 y trazamos otra circunferencia de igual radio.

3ºPaso: Las circunferencia se interceptan en I y en II.

3ºPaso: Uniendo I con 1 trazamos una recta auxiliar que al interceptar a la circunferencia con centro en 1, determina un punto C.

4ºPaso: Trazamos otra recta auxiliar uniendo 1 con II, al interceptarse con la circunferencia de centro 1 determinará otro punto (D).

5ºPaso: Ahora utilizamos similar criterio con la circunferencia de centro 2 y se determinará los puntos E y F.

6ºPaso: Finalmente para que quede determinado el óvalo con el compás hacemos centro en I y determinamos el arco CE, luego hacemos centro en II y trazamos el arco DF. Los arcos ya trazado DAC y FBE forman parte del óvalo.

El óvalo ya conformado desde el punto de vista geométrico puede ser reforzado en sus trazos a los efectos de que el resultado final tenga trazo grueso.

Figuras geométricas

A continuación le explicaremos como se construyen las principales figuras geométricas de uso habitual en el dibujo técnico. Este es un conocimiento básico en el dibujo asistido por computadora. Usted podrá consultar otros métodos en la bibliografía recomendada, como así mismo la construcción de otras figuras que no se incluyan en el programa.

Cónicas

Se denominan figuras cónicas a la circunferencia, elipse, parábola e hipérbola y resulta de la intersección de un plano con una superficie cónica.

Figura 20

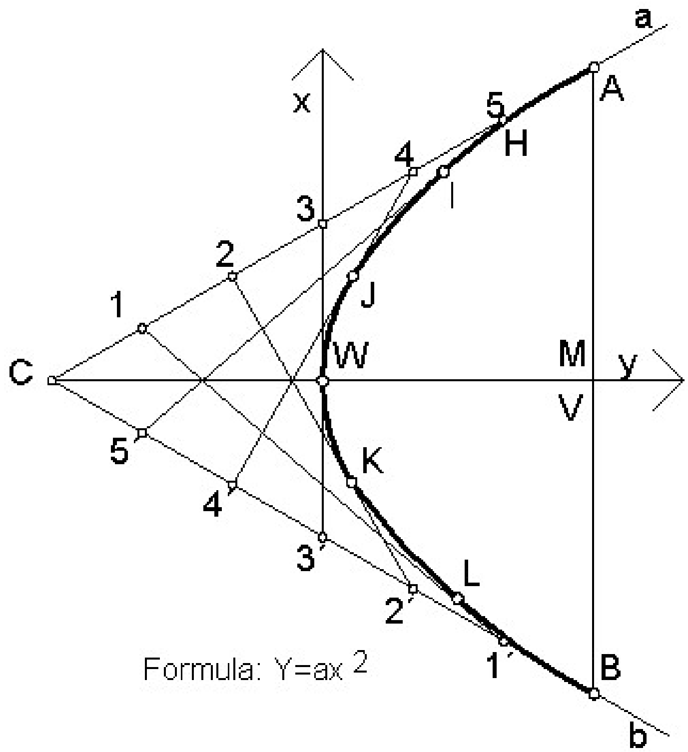
En la Figura 20 se ha representado una superficie cónica de revolución.
Si el plano de intersección es perpendicular al eje determina una **circunferencia** (α); cuando el plano corta oblicuamente (β) al eje y a las generatrices describe una **elipse**.
En el caso en que el plano corta paralelamente a una generatriz determina una **parábola** (δ). Cuando el plano corta al cono de revolución en forma // al eje tenemos la **hipérbola** con sus dos ramas.

Trazado de una Parábola

a) Por tangentes:

Partimos de la abertura de la parábola AB y las tangentes a y b.
Definimos un eje x que pase por el punto medio M de la abertura y por C, intersección de las dos tangentes.
Se divide cada una de las tangentes en un numero par de partes iguales, en este caso se tomaron 6 cuya nomenclatura se aprecia en el gráfico, se une 1 con 1', 2 con 2' y así hasta completar. La parábola se definirá con el uso del curvilíneo uniendo los puntos a vincular. Obviamente los puntos A y B pertenecen a la parábola. Los restantes puntos H, I, J, K y L se obtienen de la siguiente manera. Se consideran los segmentos determinados por quiebres de las rectas auxiliares. De cada uno de estos segmentos su punto medio pertenece a la parábola.

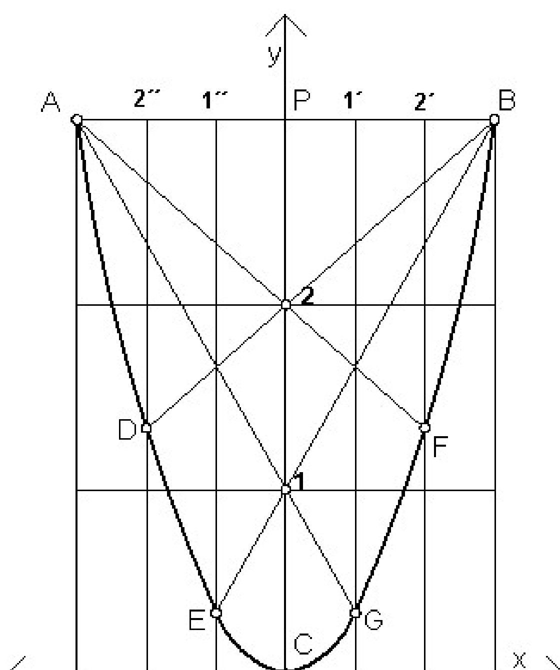
Figura 21



b) **Por puntos:** Datos: Abertura AB y flecha PC.

Dividimos en tres partes iguales la medida de la flecha y también dividimos en el mismo número de partes el segmento AP y el PB. A partir de A trazamos rectas a las divisiones realizadas en la flecha, puntos 1 y 2; y a partir de B hacemos una operación similar. Por los puntos 1’, 2’,1” y 2” trazamos // a la flecha y así quedaran definidos los puntos D, E, F y G que junto con A, B y C definirán los puntos de la parábola cuyo trazado se realizará con curvilíneo.

Figura 22

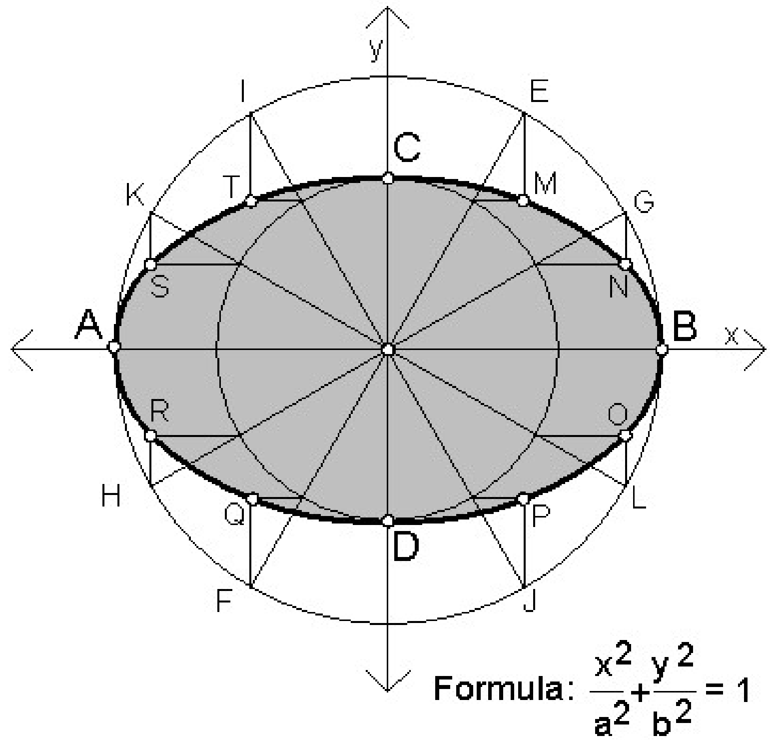


Trazado de una Elipse

a) Por circunferencias concéntricas u homógrafas

Datos: Radio Menor r y Mayor R. Circunferencias concéntricas.

Figura 23



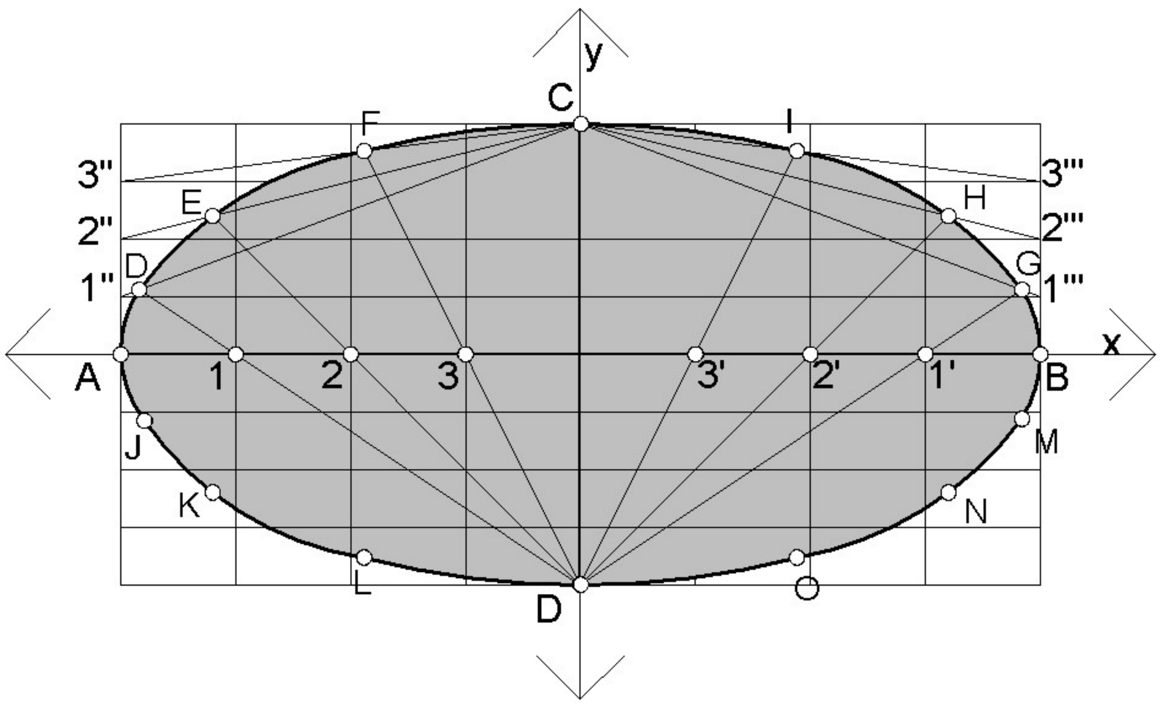
Por el centro de las circunferencias trazamos eje horizontal **x** y vertical **y**.
La intersección de los ejes con las 2 circunferencias nos determina el eje mayor AB de la elipse y el eje menor CD.

En realidad estos 4 puntos definen matemáticamente la elipse, pero en el dibujo, como es habitual necesitamos definir más puntos para realizar el trazado, para ello en cada uno de los cuatro cuadrantes que tenemos definidos tendremos que dividirlos en un número n de partes iguales, más divisiones, más puntos. En este caso podríamos aplicar el ejercicio Nº 1, dividir un ángulo recto en 3 partes iguales, definiendo los diámetros EF, GH, IJ, KL.

Como se aprecia en el dibujo en la intersección de cada uno de los diámetros con las circunferencias trazamos horizontales a partir de la intersección con la circunferencia de radio menor y verticales en la intersección con la circunferencia de radio mayor, en la intersección a ambas, de acuerdo al dibujo definimos más puntos de la elipse: M, N, O, P, Q, R, S, T. Con curvilíneo unimos los puntos, quedando definida la figura buscada.

c) Trazado de una Elipse por puntos.

Figura 24

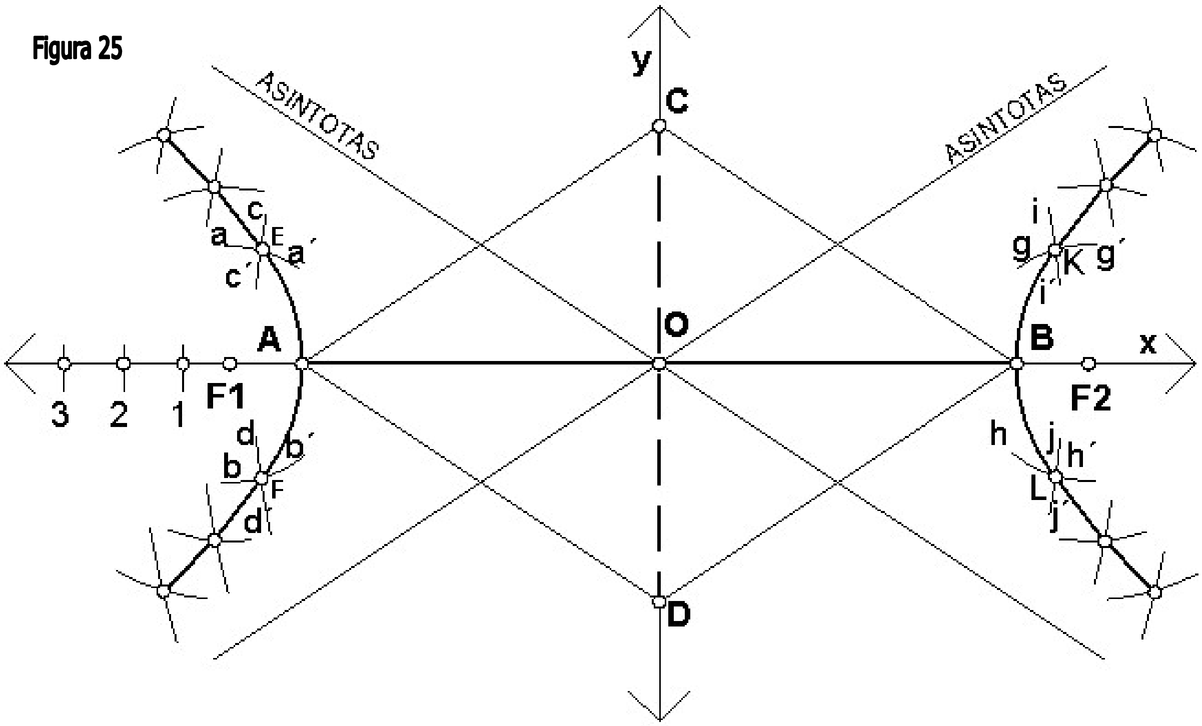


Datos: eje mayor AB y menor CD

Dividimos **AB** y **CD** en 8 partes iguales. A partir de **C** trazamos rectas, uniendo con 3'', 2'', 1'', considerando el cuadrante superior izquierdo, hacemos lo mismo con el cuadrante superior derecho, unimos C con 3''', 2''', 1'''. Ahora a partir de D, trazamos rectas que pasen por los puntos 1, 2, 3, y 3', 2', 1' del eje mayor AB en la intersección de 3 con 3'' (F); 2 con 2'' (E) y 1 con 1'' (D), 3' con 3''' (I), 2' con 2''' (H) y 1' con 1''' (H), tendremos puntos de la elipse como se aprecia en el dibujo, así hemos construido la mitad superior de la elipse, para completarla habría que construir con criterio similar la otra parte inferior.

Trazado de una Hipérbola por el método de los focos.

Figura 25

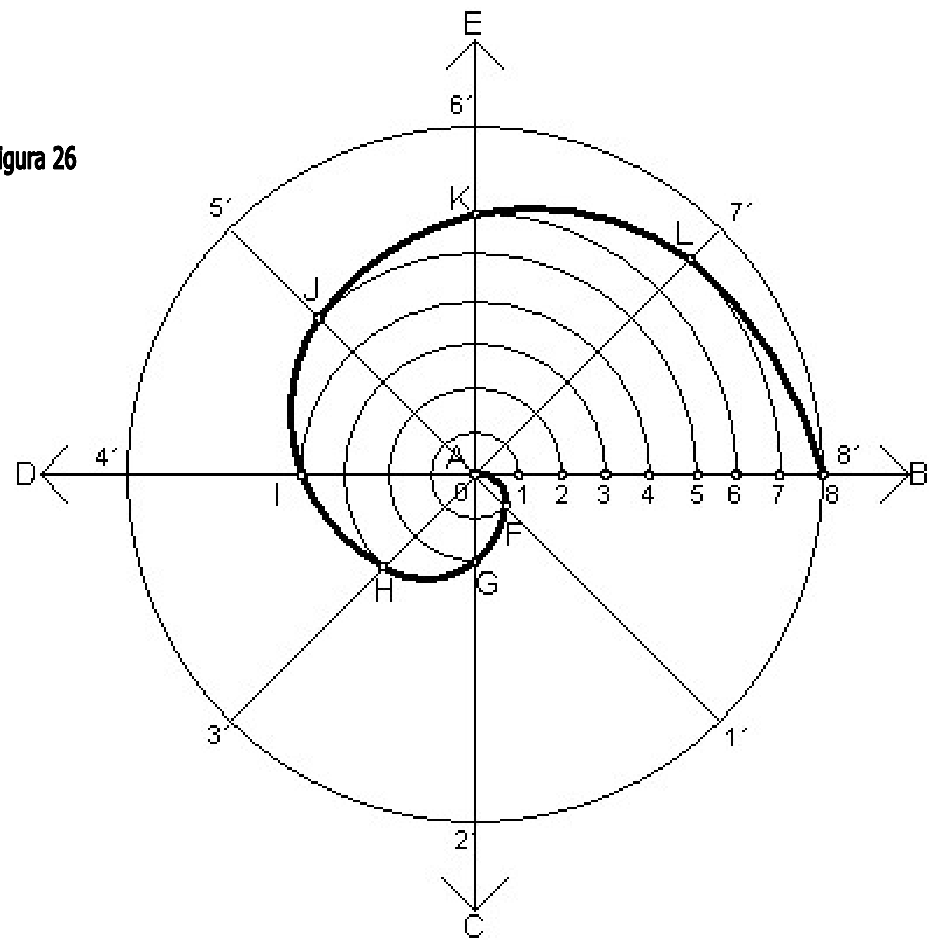


Datos: eje real AB e imaginario CD
<u>1ºPaso</u>: Unimos los extremos de los ejes ACBD.
<u>2ºPaso</u>: Con el compás tomamos la medida del segmento AC o cualquiera de los otros lados del rombo, y a partir de O determinamos los focos F1 y F2 sobre el eje x.
<u>3ºPaso</u>: Luego consideramos una serie de <u>puntos arbitrarios</u> sobre el eje **x** 1, 2, 3, etc.
<u>4ºPaso</u>: Con el compás tomamos la medida 1A, apoyo la punta seca del compás en F1 y trazo un arco arriba aa´ y otro abajo bb´.
<u>4ºPaso</u>: Luego con el compás tomamos la medida 1B y aplico la punta seca del compás en F2 y trazo los arcos cc´ y dd´, así quedan determinados los puntos E y F que adicionados al vértice A comienzan a determinar la rama izquierda de la Hipérbola, los puntos deben unirse con curvilíneo para obtener más puntos habría que considerar otros puntos sobre el eje de las x, 2, 3, etc.
<u>5ºPaso:</u> se aplicará el mismo criterio, es decir con el compás tomamos la medida 1A, apoyo la punta seca en F2 y trazo un arco arriba gg´ y otro abajo hh´, luego tomamos la medida 1B y aplico la punta seca del compás en F1 y trazo los arcos ii´ y jj´, así quedan determinados los puntos K y L que adicionados al vértice B comienzan a determinar la rama derecha de la Hipérbola, con el mismo criterio consideramos los otros puntos sobre el eje de las x, 2, 3, etc.
Finalmente trazamos las asíntotas que además nos servirán de control a la construcción de las ramas.
Debemos encontrar los puntos medio de los lados AC, CB, BD y DA que uniéndolos con O, tendremos las asíntotas buscadas. Los puntos medios podemos encontrarlos por el método de las mediatrices. Las ramas de la Hipérbola deben tender a ser tangentes a las asíntotas.
Para el caso de pedirse una hipérbola equilátera AB y CD deben ser iguales y las asíntotas estarán a 45º respecto de los ejes.

Espiral de Arquímedes

Datos: Paso AB.

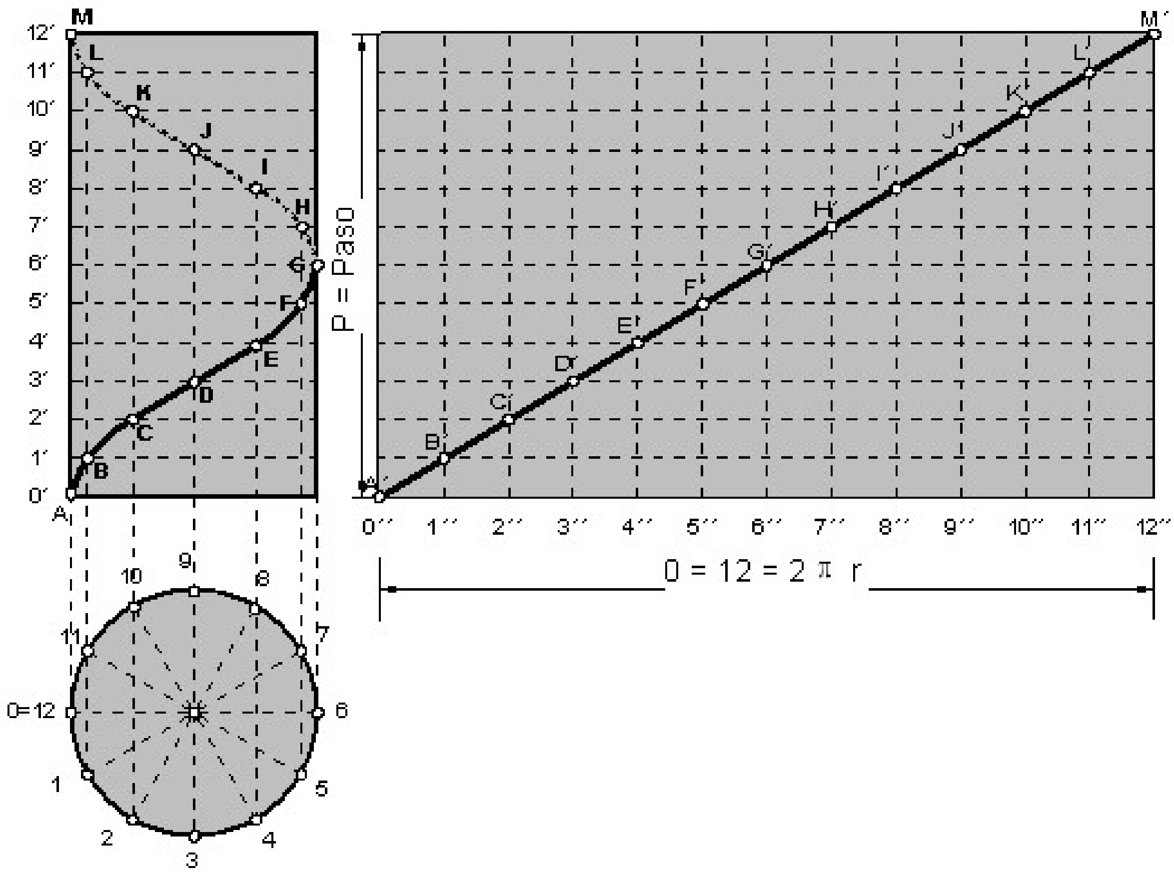
Figura 26



Con la medida del paso AB (paso) construimos la circunferencia que se aprecia en la Figura 26.
El radio AB debemos dividirlo en un número par de partes iguales. En este caso se tomaron 8, en el mismo número de partes debe dividirse la circunferencia, es decir cada 45º. Haciendo centro en A con compás y radio A1 trazamos un arco que al interceptar al radio 1' y nos determina el punto F que pertenece a la espiral, así seguimos ahora con la medida A2, haciendo siempre centro en A trazamos otro arco de circunferencia que al interceptar al radio 2' determina el punto G, con similar criterio definimos los puntos H, I, J, K, L; la vuelta se completa en el punto B. El inicio de la espiral se encuentra en A, para unir con F se hace con curvilíneo de acuerdo a lo que muestra el gráfico; así mismo el resto de los puntos se unen con curvilíneo, pero siguiendo la forma que insinúan los puntos. La Figura 26 muestra la primera vuelta. Podría tener "n" vueltas.

Trazado de una Hélice y desarrollo de la misma

Figura 26



Datos: Radio(r) = 2 cm Paso = 6 cm
Pendiente (p) = P (paso)/2πr
r = radio superficie cilíndrica

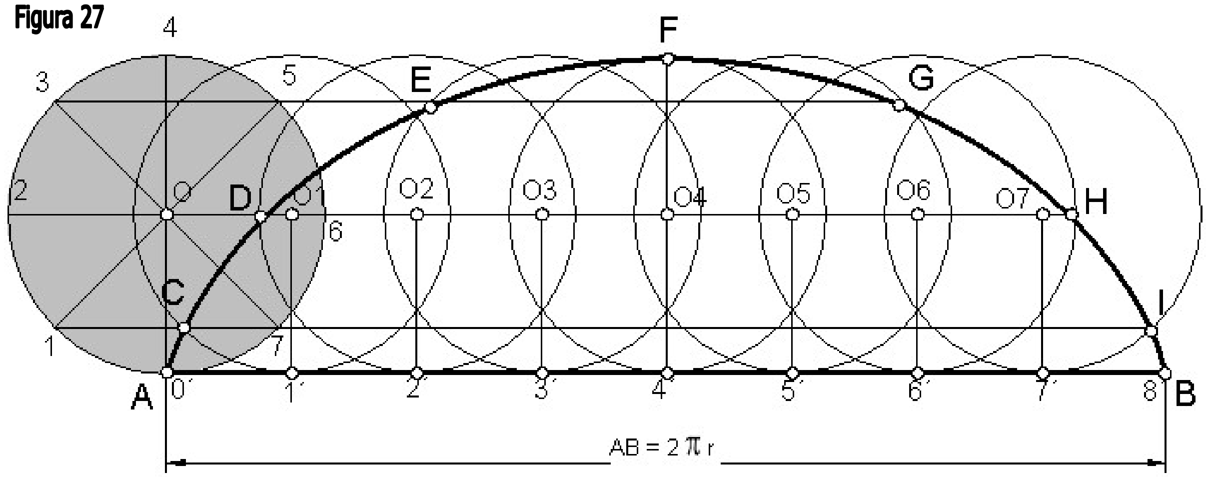
La pendiente determina la Hélice, ya que ésta es una recta. Recordemos que la ecuación de una recta contiene una constante; y = ax (a: constante, en este caso será p).
Físicamente la Hélice puede comprenderse como el resultado de dos movimientos. Pensemos en una superficie cilíndrica que gira alrededor de su eje, con movimiento circular uniforme y a su vez un lápiz trazador con movimiento rectilíneo uniforme toca la superficie cilíndrica, el movimiento de la superficie cilíndrica y del lápiz hará que el lápiz describa una Hélice que como podemos apreciar en el desarrollo, es una recta que quedará determinada por su pendiente, las variables en cuestión son el paso P y el desarrollo de la superficie cilíndrica que depende de su radio (pendiente = Paso / 2πr). El paso de la Hélice queda determinado por la distancia entre 2 puntos de la Hélice sobre una generatriz y resulta constante cualquiera sea la generatriz considerada.
En el primer dibujo vemos una circunferencia que representa una vista en planta o superior de la superficie cilíndrica y el paso la vista de frente del cilindro.
1ºPaso: Se divide a la circunferencia en "n" partes iguales, en este caso 12 o sea cada 30º y se enumeran los radios del 0 al 12.-
2ºPaso: El Paso tendrá que ser dividido en el mismo número de partes en que se dividió la circunferencia en 12 partes iguales y se enumeran del 0´ al 12´.

3ºPaso: Subiendo líneas verticales a partir de los radios1, 2, 3, etc. en la intersección con las horizontales de las divisiones 1', 2', 3', etc. respectivamente hallaremos puntos de la hélice B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L el punto A es origen de la figura.
4ºPaso: A partir de G en adelante vemos que la figura se ha dibujado con trazos, es debido a que une puntos ubicados en generatrices que están en la parte posterior de la superficie cilíndrica y por lo tanta no son visibles en una vista anterior o de frente.
5ºPaso: La figura que tenemos a la derecha representa el desarrollo de la superficie lateral y nos confirma que la Hélice es una recta.

Trazado de una Cicloide

Se la define como una curva plana y es la que describe un punto de una circunferencia en una vuelta completa. La circunferencia móvil se denomina generatriz y la recta sobre la cual rueda la circunferencia, directriz.

Figura 27



Hay distintos métodos de trazado aquí veremos uno que es el de las circunferencias y es bastante preciso.

De acuerdo a definición el punto A de la circunferencia generadora, punto de apoyo de la circunferencia con la recta directriz describe la curva en cuestión después de haber dado una vuelta completa.
1ºPaso: Trazamos la recta directriz cuya la longitud es igual a $2\pi r$ (desarrollo de la circunferencia).-
2ºPaso: Dividimos este segmento en un número par de partes iguales, en este caso se tomaron 8.-
3ºPaso: De igual manera debemos dividir la circunferencia generadora ubicada en su posición inicial A en 8 partes iguales (45º).-
4ºPaso: Por los puntos obtenidos como consecuencia de la división de la circunferencia: 1, 2, 3, etc. hacemos pasar rectas paralelas a la directriz, en este caso serán coincidentes las correspondientes a 1 y 7; 2 y 6; 3 y 5.-
5ºPaso: Por cada división de la directriz: 1´, 2´, 3´, etc. trazamos rectas perpendiculares a la directriz hasta interceptar al eje de la figura, de esta forma se determinará O1, O2, O3, etc., centros de circunferencia que representarán la sucesivas posiciones que tomará la circunferencia generadora.-
6ºPaso: En la intersección de las horizontales auxiliares con las circunferencias homónimas de centros O1, O2, O3, etc., determinarán los puntos de la cicloide C ,D, E ,F ,G ,H ,I . Así el primer punto obviamente será A, el segundo quedará determinado por la intersección de la circunferencia generadora con centros en O1 con horizontal 1', se lo denomina en figura con C,

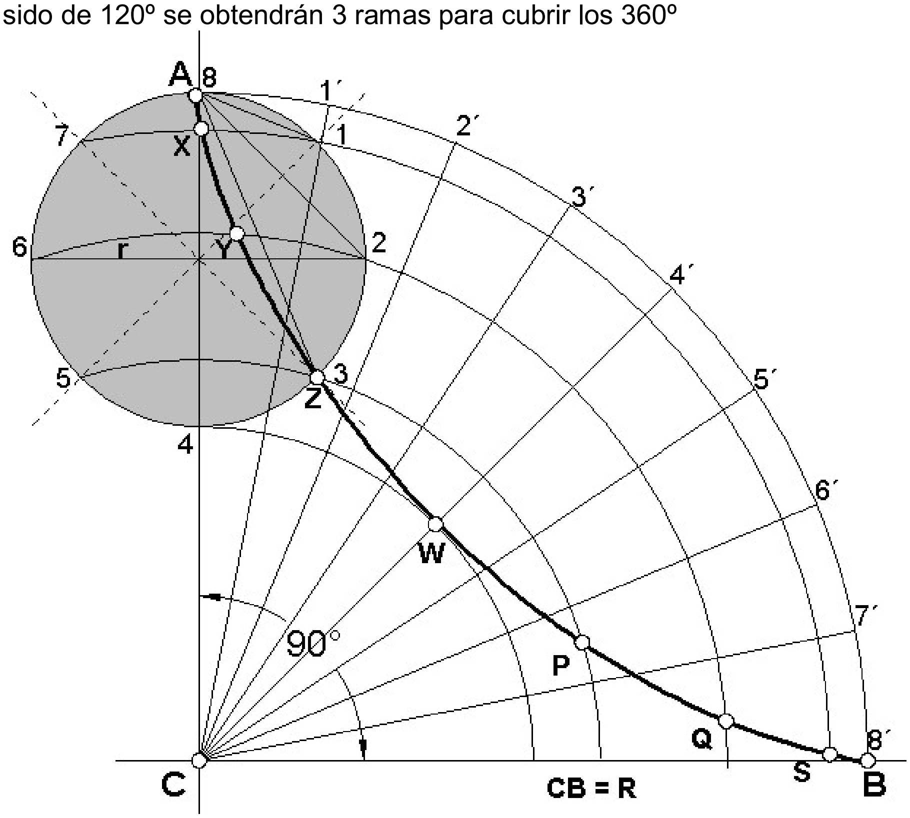
luego con similar criterio intersección de la circunferencia con centro en O2 y auxiliar horizontal que pasa por 2' definen D y así hasta llegar a I que será coincidente con la división 7.
Cabe señalar que si quisiéramos más puntos de la cicloide podríamos haber dividido la circunferencia y directriz en 10, 12 o más partes iguales y en consecuencia obtener 10, 12 o más puntos.
El trazado de la cicloide se logra uniendo los puntos determinados con curvilíneo.-

Trazado de una Hipocicloide

Puede definirse como una curva plana que describe un punto de una circunferencia, cuando esta rueda en forma continua dentro de otra circunferencia fija en una vuelta completa. La circunferencia fija (de radio mayor) se la denomina directriz y la móvil generatriz.-

Lo primero que debe hacerse es determinar la relación de los radios de la circunferencia generadora de la directriz si el dato es el ángulo α = 90º. Dicho ángulo determinará el tramo de circunferencia directriz en que se desarrollará la hipocicloide en una vuelta completa para una rama. El caso que se presenta tiene $\alpha = 90º$, es decir que en los 360º se desarrollarán 4 ramas. Si α hubiera sido de 120º se obtendrán 3 ramas para cubrir los 360º

Figura 28



En la Figura 28 se puede hacer el siguiente razonamiento considerando r = radio circunferencia generadora y R = radio circunferencia directriz.
De acuerdo a definición, la circunferencia generadora debe dar una vuelta completa para describir una rama de la hipocicloide lo cual nos permite escribir la siguiente relación:

$$\frac{2\pi r}{\alpha} = \frac{2\pi R}{360º} \Rightarrow \alpha = 360º \frac{r}{R}$$

Determinación de los puntos de la cicloide:

Dibujadas las circunferencias directriz y generatriz

<u>1ºPaso</u>: Se divide la circunferencia generadora en “n” partes iguales. En el caso que se trata se dividió en 8 partes iguales.
<u>2ºPaso</u>: En la misma cantidad de partes debe dividirse el arco directriz en el tramo A-B.
<u>3ºPaso</u>: Con centro en C trazamos arcos de circunferencia que pasen por los puntos determinados en la circunferencia generadora y que denominaremos arcos auxiliares.
<u>4ºPaso</u>: Luego tomamos la cuerda 1-A en la circunferencia generadora con el compás, la punta seca la aplicamos en 1´ sobre la circunferencia directriz, la punta trazadora al cortar al arco auxiliar que pasa por 7 y 1, determina el punto X.
<u>5ºPaso</u>: Con similar criterio tomamos las cuerdas: A2, A3 y A4 y aplicamos respectivamente punta seca del compás en 2´ y con radio A2 cortamos el 2º arco auxiliar que pasa por 6 y 2 y obtendremos el punto Y de la figura final.
<u>6ºPaso</u>: Luego con cuerda A3 aplicamos punta seca en 3´ determinados sobre el siguiente arco auxiliar que pasa por 3 y 5 en punto Z, podríamos seguir la misma metodología para determinar el punto W ó directamente sobre la bisectriz del ángulo α tomar el diámetro de la circunferencia generadora con un extremo en el punto 4´, el otro extremo corresponderá al punto W.
<u>7ºPaso</u>: Uniendo los puntos A, X, Y, Z, W con curvilíneo tendremos la mitad de una rama de la hipocicloide, la otra mitad debe tratarse como figura simétrica de la 1º parte.-
A continuación en la figura 29 se determina una Hipocicloide de 60º, cuya relación sería:

$$\alpha = 360^\circ \quad \frac{r}{R} = \frac{1}{6}$$

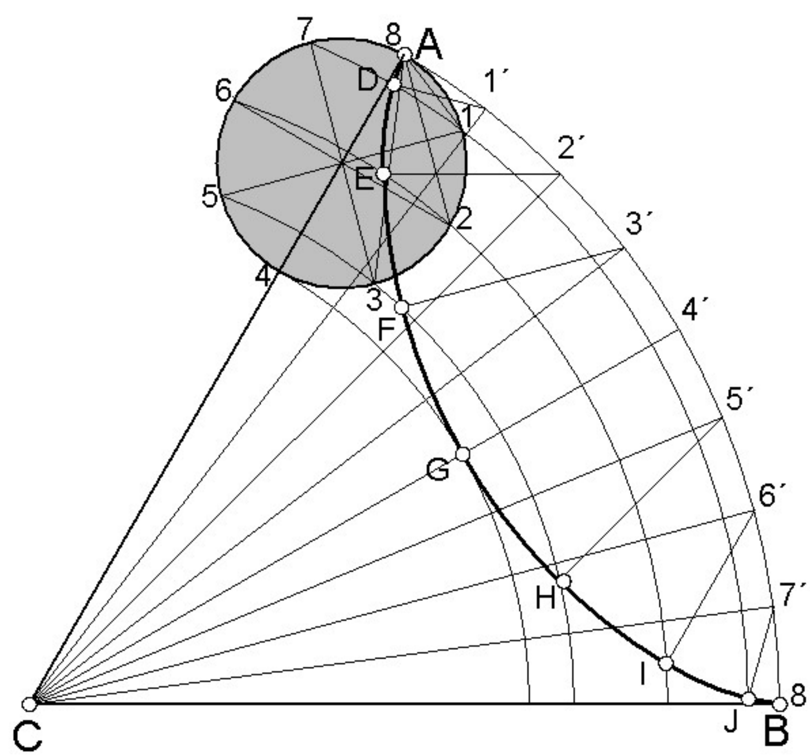
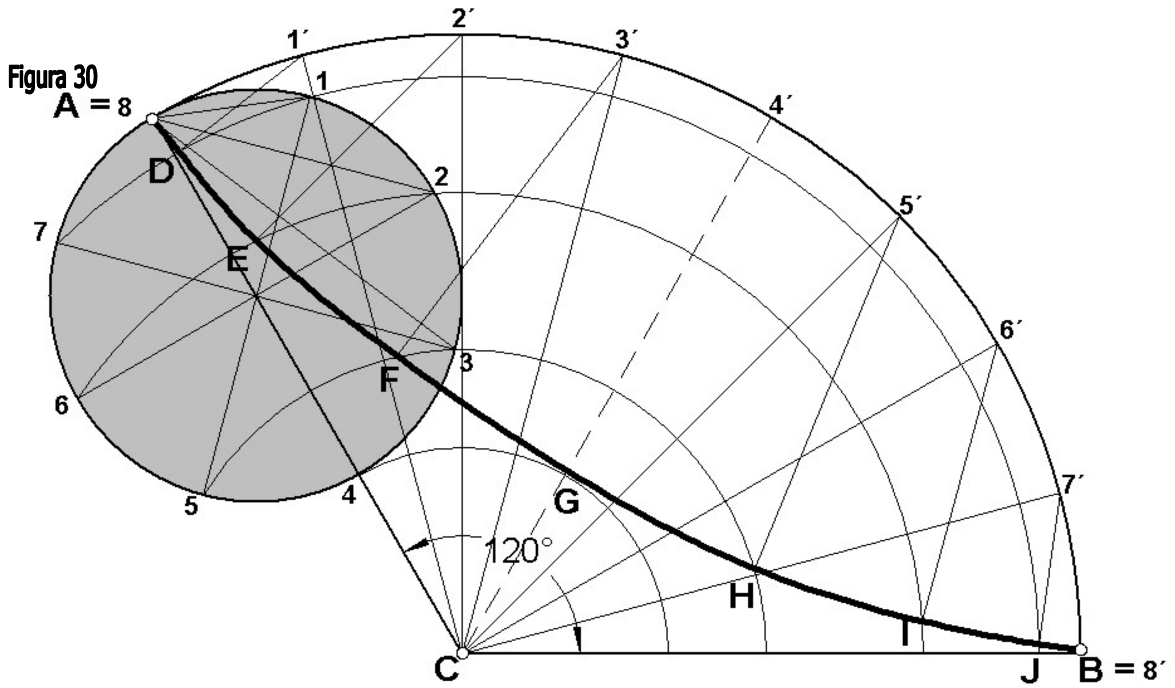


Figura 29

En la figura 30 se determina una Hipocicloide de 120º, cuya relación sería:

$$\alpha = 360º \frac{r}{R} = \frac{1}{3}$$



Trazado de una Epicicloide

Definición: es una curva plana que describe un punto de una circunferencia generadora al rodar en una vuelta completa sobre un tramo de otra circunferencia denominada directriz por su parte exterior.
Puede tener varias ramas. Como el caso de la Hipocicloide.
Aplicando criterios similares al de la Hipocicloide y siendo r < R, podemos escribir la siguiente relación:

$$\frac{2\pi r}{\alpha} = \frac{2\pi R}{360º} \Rightarrow \alpha = 360º \frac{r}{R}$$

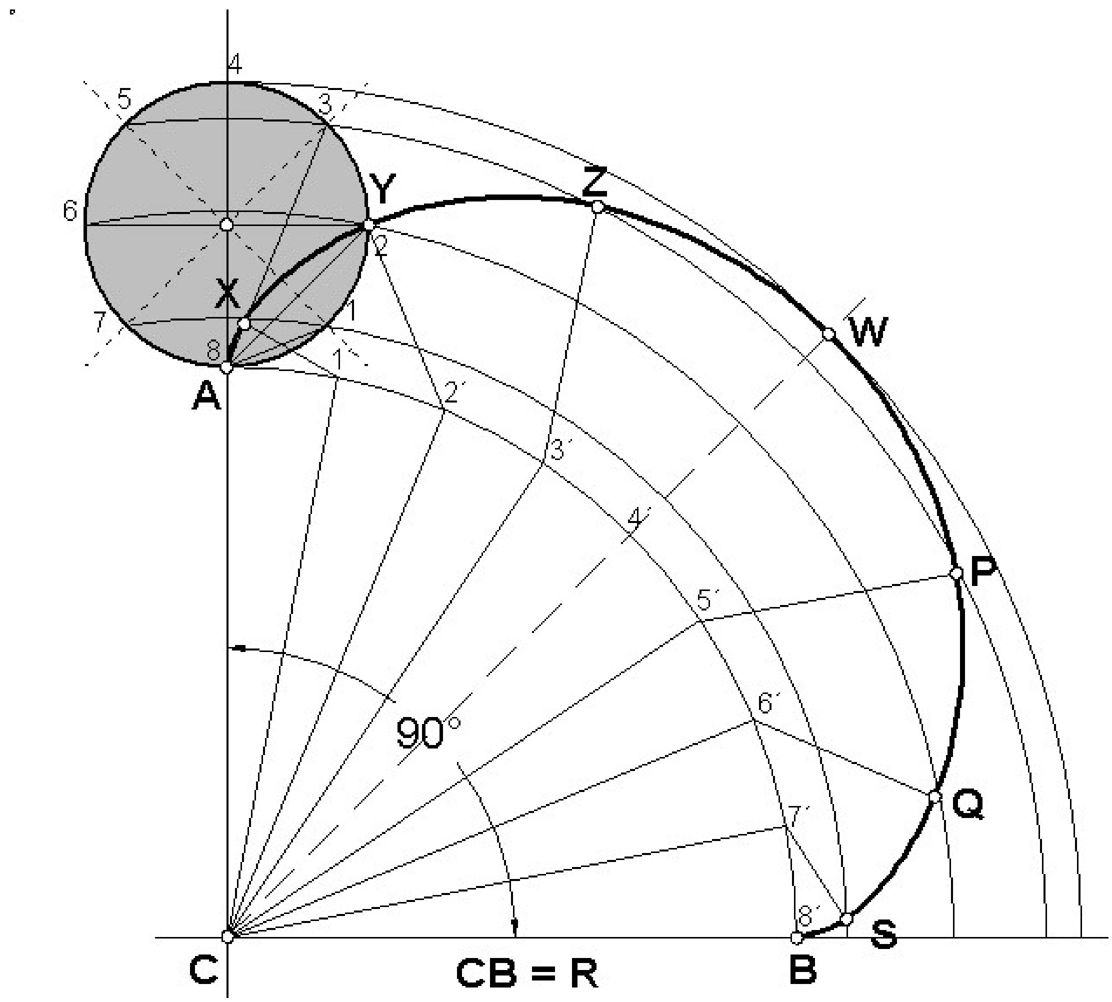
r = radio circunferencia generadora
R = radio circunferencia directriz
$\alpha =$ ángulo de la circunferencia directriz en el que se desarrollará una rama de la epicicloide.

En la figura 31 se propone $\alpha = 90º$, por lo tanto la relación r / R tendrá que ser ¼, se dibujó con r = 1,5 cm y R = 6 cm.-
Dibujadas las circunferencias directriz y generatriz

1ºPaso: Dividiremos ambas en partes iguales con criterio similar al de la hipocicloide, en este caso también se lo hizo en 8 partes iguales.

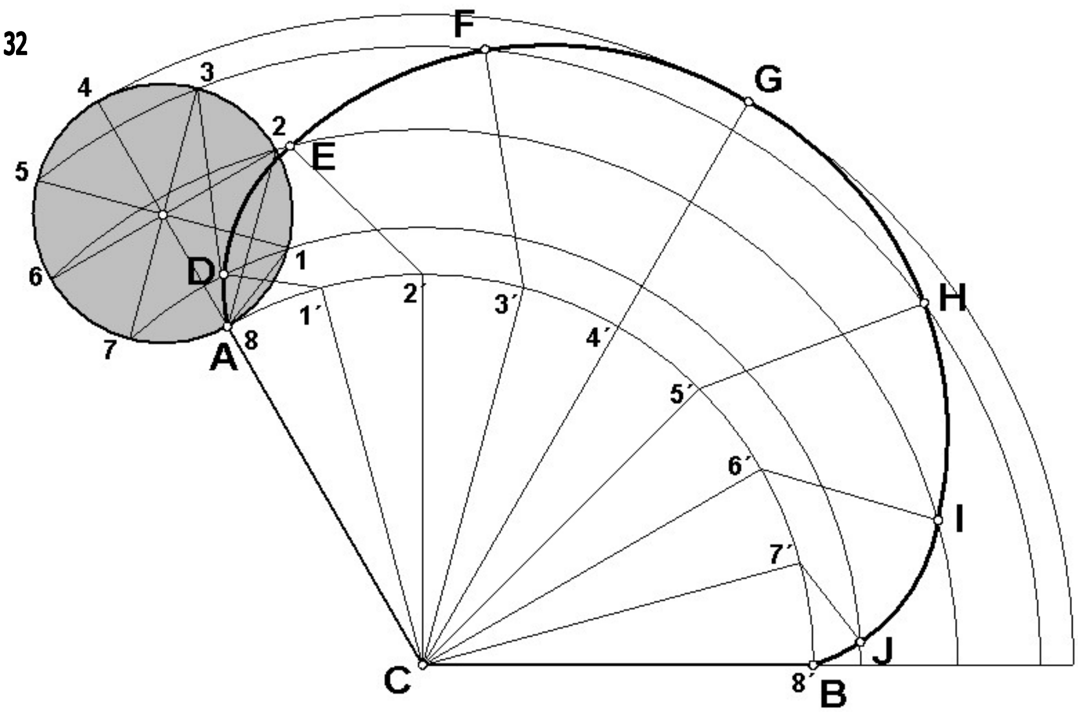
2ºPaso: Ahora la punta seca del compás la aplicamos en 1´ con radio A1 (cuerda circunferencia generadora) y cortamos al arco de circunferencia auxiliar que pasa por 7 y 1, así determinamos X.
3ºPaso: Luego tomamos la cuerda A2 y aplicamos el compás (punta seca) en 2´ cortando al arco de circunferencia que pasa por 6 y 2 y así determinamos el punto Y.
4ºPaso: El resto de los puntos con similar criterio y obtendremos los puntos necesarios de la mitad de la epicicloide, la cual quedará determinada al unir con curvilíneo los puntos A, X, Y, Z, W. La otra mitad de la curva se obtendrá por simetría.-

Figura 31



El ángulo α podría tener otro valor, por ejemplo 120º, en este caso la relación r / R debe ser 1/3 y obtendríamos 3 ramas de epicicloide para los 360º de la circunferencia directriz. También debe tenerse presente que el número de divisiones en que se dividen las circunferencias puede ser otro valor, siempre que sea un valor par.-

Figura 32



A continuación en la figura 33 se determina una Epicicloide de 60º:

Figura 33