ECUACIONES DIFERENCIALES 2015 – RECUPERATORIO SEGUNDO PARCIAL

NOMBRE:.. CARRERA:.........................

EJERCICIO 1:

a) Considere la ecuación de coeficientes constantes $ay'' + by' + cy = f(x)$. Elija una función entre las opciones siguientes para la que sea aplicable el método de coeficientes indeterminados. Fundamente su elección.

i) $f(x) = e^x \ln x$ ii) $f(x) = (\operatorname{sen} x)/x^2$ iii) $f(x) = e^{2x}\cos 3x$

iv) $f(x) = 2x^{-2}e^x$ v) $f(x) = (x-1)\operatorname{sen} x + (x+1)\cos x$

b) Considere ahora que, las constantes del ítem a) valen $a = 0$, $b = 1$, $c = -5$ y $f(x)$ es v). Halle una solución particular para este caso y luego la solución general.

EJERCICIO 2:

Un circuito RCL, con $R = 6\Omega$, $C = 0.02\,\text{F}$ y $L = 0.1\,\text{H}$, tiene un voltaje aplicado $E(t) = 6\ V$. Suponiendo que no hay corriente inicial y no hay carga inicial para cuando se aplica el voltaje por primera vez, halle la carga resultante en el condensador y la corriente en el circuito.

Ayuda: Recuerde que la ecuación que rige la cantidad de carga eléctrica $q(t)$ en el condensador es

$L\dfrac{d^2q}{dt^2} + R\dfrac{dq}{dt} + \dfrac{1}{C}q = E(t)$ y que $I(t) = dq/dt$.

EJERCICIO 3:

a) Utilice un teorema de traslación para hallar la transformada de $f(t) = e^{-at}\cos bt$.

b) Enuncie y demuestre el teorema de traslación que utilizó en a).

c) Resuelva el PVI por el método de Transformadas $\begin{cases} y'' - y' = e^t \cos t \\ y(0) = 0,\ y'(0) = 0 \end{cases}$

EJERCICIO 4:

a) Describa la forma de las soluciones de Frobenius para los tres casos según el tipo de raíces indiciales.

b) ¿En cuáles de los casos del ítem a) se ubica la ecuación $8x^2y'' + 10\,xy' + (x-1)y = 0$.

c) Halle la solución general de la ecuación del ítem anterior cerca de $x = 0$.

EJERCICIO 5:

Considere el sistema de primer orden $\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} - x_2 = 0 \\ -8x_1 + \dfrac{dx_2}{dt} = e^t - 2x_2 \end{cases}$

a) Escriba el sistema en matricial.

b) Pruebe que es $X(t) = \dfrac{-1}{5}e^t\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ una solución particular del sistema.

c) Encuentre la solución general del sistema.