

## ECUACIONES DIFERENCIALES – EXAMEN FINAL 11/2/08

**NOMBRE:**.....**CONDICIÓN:**.....

Atención: Los alumnos regulares deben realizar solo los ejercicios marcados con\*

---

### Ejercicio 1

- a) Distinguir los conceptos de ecuaciones diferencial y ecuación diferencial no lineal.  
b) Resolver la ecuación  $2x^3y' = y(y^2 + 3x^2)$  por medio de una sustitución.  
\* i) que la transforme en lineal  
ii) que la transforme en variables separables.

### Ejercicio 2 (recordar que 1 pulgada = 12 pies y $g=32$ pies/ $s^2$ ).

a) Una cuerda es alargada 1.5 pulgadas por un cuerpo de dos libras de peso. Si el cuerpo es empujado hacia arriba 3 pulgadas por encima de la posición de equilibrio y soltado en esa posición, descubrir su movimiento.

\* b) Un tanque en forma de cono circular recto con el vértice hacia abajo tiene una fuga de agua en su vértice. Suponga que el tanque tiene 20 pies de altura y 8 pies de radio, así como el agujero circular tiene un radio de 2 pulgadas. Si se considera el coeficiente de fricción y contracción  $c = 0.6$  y se supone que el tanque está lleno al principio, ¿cuánto tiempo tardará en vaciarse?

### Ejercicio 3

- \* a) Explique qué tipo de soluciones se pueden obtener en una ecuación de Cauchy-Euler homogénea de orden dos.  
b) Encuentre la solución general de la ecuación  $x^2y'' + 5xy' + 5y = 0$  en el intervalo  $(0, \infty)$ .  
c) ¿Cuál es la solución particular de la familia encontrada en (b) que satisface  $y(1) = 0$  e  $y'(1) = 3$ ?

### Ejercicio 4

- a) Utilice un teorema de traslación para hallar  $\mathcal{L}\{e^{at}\cos bt\}$ .  
\* b) Demuestre el teorema que utilizó para hallar la transformada de a).  
\* c) Resuelva por el método de las Transformadas 
$$\begin{cases} y' + 3y = e^{-3t} \cos 2t \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

### Ejercicio 5

- \* a) Deduzca detalladamente la ecuación indicial de la ecuación diferencial 
$$y'' + p(x)y' - q(x)y = 0$$
  
b) Sin resolver, plantee la ecuación indicial y busque las raíces indiciales de 
$$2x^2y'' + (x^2 - x)y' + y = 0$$
  
\* c) Resuelva la ecuación dada en b).

### \* Ejercicio 6

Encuentre las soluciones del sistema

$$\begin{cases} Dx = y \\ Dy = z \\ Dz = x \end{cases}$$