Final CALCULO II – 25/7/2022

TEORIA:

1. A partir del concepto de la definición de curvatura, demostrar que:

$$K(x) = \frac{|f''(x)|}{(1+\left(f'(x)\right)^2)^{\frac{3}{2}}}$$

2. Enuncie y demuestre el teorema del gradiente ortogonal (TGO) que da lugar al método de los multiplicadores de Lagrange.
3. Definir derivada direccional de una función vectorial f en un punto P_0 e dar la interpretación en términos de la tasa de cambio.
4. Enuncie y demuestre la condición necesaria y suficiente que relaciona la independencia de la trayectoria con el valor de la integral sobre cualquier curva C cerrada.
5. Exhibir y desarrollar contraejemplo para mostrar que la existencia de las derivadas parciales en un punto no es condición suficiente para que la función sea diferenciable en ese punto.
6. Enunciar el teorema de la divergencia.

PRACTICA:

1. A) Dadas las curvas $C1\colon y = \ln(\cos x); C2\colon y = x^2$, en $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$.
   B) Describir el comportamiento de y = K(x) para x->+-∞¿Qué información representa el comportamiento en términos de la forma de la ruta?
2. Dada la función de varias variables $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$ sujeta a la condición $2x + y + z = 1$ y la condición $-x + 2y - 3z = 4$
   A) Con el método de los multiplicadores de Lagrange determinar el mínimo sujeto a ambas condiciones.
   B) Dar interpretación geométrica del extremo hallado en el apartado anterior.
   C) Considerando el problema de minimizar la función $f(x,y) = x$ en la periforme
   $$y^2 + x^4 + x^3 = 0$$
      i. Valor mínimo sujeto a la restricción.
      ii. Mostrar que Lagrange no se cumple para ningún lamba en el origen (0,0).
      iii. Justificar porque el MML fracasa en hallar el valor mínimo.
3. Utilizando las coordenadas esféricas hallar el volumen del solido limitado inferiormente por el cono $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ y superiormente por la esfera
   $$x^2 + y^2 + z^2 = z$$
4. Sea $F(x,y) = \frac{-y}{(x+1)^2+4y^2}\, i + \frac{x+1}{(x+1)^2+4y^2}\, j$ y la curva $C\colon x^2 + y^2 = 16$ recorrido en sentido anti-horario. Calcular $\int_C F\, dr$. Justificar las herramientas utilizadas.
   Ayuda: Considerar la trayectoria alternativa dada por la elipse centrada en (-1,0) con eje focal sobre el eje x y long de los semiejes mayor a=1 y menor b=2.