Clase teórica de la semana del 6-9

Mario Garelik - F.I.C.H.

Misceláneas previas.

En la **Sección Material de estudio** del aula virtual se dispone de:

- El documento *Extremos relativos en discontinuidades*: Cómo calcular extremos en puntos de discontinuidad. Mostramos pautas de análisis con un gráfico.
- Un Ggb sobre el ejemplo tratado en clases. Para practicar!
- Un pdf, *Gráficas polinomiales*, en el que se sintetizan distintos atributos de los polinomios que resultan de suma importancia al momento de análisis gráficos, cálculo de límites, etc.

Sección 3.3 - Funciones crecientes y decrecientes. Criterio de la primera derivada (pp. 170 a 176).

- **Ejercitación propuesta (pág. 177):** 1 al 40 /// 47 al 54 /// 63 a 80 /// 97 a 107.
- *Introducción breve*: La idea de esta sección es aprender cómo se puede usar la primera derivada para determinar el crecimiento y/o decrecimiento de una función en un intervalo. Asimismo, se aprenderá a determinar los extremos relativos de la función en el intervalo, como consecuencia directa de lo anterior.
- **Definición de función creciente y decreciente en un intervalo.**
  - Comprensión cabal de lo que dice la definición.
  - Necesidad de localizar, esto es, especificar en qué intervalo una función crece o decrece.
  - *Función monótona* como ambivalente para función creciente o función decreciente en un intervalo I.
  - Función *estrictamente monótona.*
- Como determinar la monotonicidad en un intervalo por definición resulta poco práctico y un tanto dificultoso, el **criterio de la primera derivada para la monotonicidad** (teorema 3.5) aparece como solución. Respecto del teorema 3.5:
  - Va sin demostración.
  - Saber enunciarlo correctamente: determinar bien qué se pide y qué asegura.
  - La importancia de pedir que la función sea continua en el cerrado para no tener problemas en las fronteras. Resaltar que concluye sobre el cerrado.
  - Notar bien la importancia de la nota del pie de página 170: siempre que la nulidad de la derivada se verifique en un número finito de puntos, el teorema sigue siendo válido.

- Falsedad de los recíprocos: exhibir y desarrollar contraejemplos pertinentes.
- Ver los ejemplos: explicar la necesidad de encontrar los puntos críticos. Por ahora sólo halla aquéllos que anulan la derivada. Proponer un ejemplo con un crítico por no existencia.

- **Teorema 3.6: criterio de la primera derivada para la determinación de extremos relativos de una función.**
  - Va sin demostración.
  - Entender bien el enunciado.
  - Detallar bien qué se pide: la importancia de la continuidad en un intervalo abierto I y la derivabilidad en un intervalo que contenga a c excepto, posiblemente, en c.
  - Mostrar cómo, debilitando la hipótesis de continuidad en c, todo puede cambiar... o no.
  - Ver los ejemplos: ahora sí trabaja con los puntos críticos en general, esto es, incluso con aquéllos en que la derivada no existe (ver ejemplo 3 - p. 174).
- Notar que el caso de la determinación de extremos relativos en puntos de discontinuidad, no es abordado en el texto. Para cubrir esta omisión, ver archivo en la página.
  - Recordar con un ejemplito sólo gráfico qué se debería estudiar en x = c para subsanar este problema: monotonicidad lateral, límites laterales, valor en el punto, comparación de valores.
- Ejemplo 4: desarrollarlo en clase.
- Ejemplo 5: NO LO VEMOS.

Sección 3.4 - Concavidad y criterio de la segunda derivada (pp. 180 a 184).

- **Ejercitación porpuesta (pág. 185):** 1 al 20 /// 45 a 47 /// 49 – 50 /// /// 64 a 72.
- El Teorema 3.9 (pág. 184) lo vemos en la clase siguiente.
- *Introducción breve*: vamos a ver en esta sección qué incidencia tiene en la gráfica de una función su segunda derivada.
- **Definición de concavidad** hacia arriba y hacia abajo *en un intervalo abierto I* (como puede notarse... hay que localizar)
  - Visualización de la concavidad a partir de las posiciones de las tangentes respecto de la gráfica.
- De acuerdo a la definición, para encontrar los intervalos de concavidad, entonces, debemos estudiar los intervalos de monotonicidad de la derivada primera. Así, todo el estudio aprendido en la sección anterior, se realiza ahora para $f'(x)$.
- Ejemplos sencillos de sólo visualización.
- Teorema 3.7: **criterio de la derivada segunda para la concavidad**.

  - Ver bien qué se pide.
  - Falsedad del recíproco.
  - El caso en que $f''(x) = 0$ se omite en virtud de que una función lineal no tiene concavidad.
  - Uso del criterio para la determinación de la concavidad: el $\sin x$ en el $[0, 2\pi]$.

- **Definición de punto de inflexión**.
  - Ver bien qué se pide: continuidad en un intervalo abierto que contenga al punto y existencia de recta tangente en dicho punto.
  - Explicar la nota al pie en el sentido del debilitamiento de la condición de que exista recta tangente.

- Teorema 3.8: **Condición necesaria para ser punto de inflexión**.
  - Falsedad del recíproco: usar $f(x) = x^4$ y también $f(x) = x^{\frac{4}{3}}$.
  - Uso del contrarrecíproco: ejemplo de la exponencial $f(x) = \exp x$. Su derivada segunda existe siempre y nunca se anula, por lo que la función no tiene puntos de inflexión.