Clase teórica de la semana del 23-8

Mario Garelik - F.I.C.H.

Misceláneas previas.

- Temas a repasar de Básica: ver en plataforma. En la página hay tres archivos que, inicialmente, deben tener en cuenta:

  1. Cuestiones de lógica
  2. Uno más general, con temas a repasar, necesario para estar on fire en Cálculo I, se lo puede ir viendo a medida que aparezca la necesidad.
  3. Clasificación de puntos de no derivabilidad.

- Implicaciones: directa, recíproca y contrarrecíproca. Condiciones necesarias y condiciones suficientes.

- Por otra parte, es muy importante tener claro cuándo una derivada en un punto se calcula por definición y cuándo utilizando las reglas de derivación.

- Derivadas de orden superior (pág. 108 del Larson). Interpretación física de las mismas: qué miden $f(t), f'(t)$ y $f''(t)$.

  - Hay funciones que tienen derivadas de todos los órdenes (por ejemplo, las elementales vistas en Básica) y otras que no, que sólo tienen derivada en un punto hasta cierto orden.
  - Un caso que ejemplifica lo anterior es la función:

  $$f(x) = \begin{cases} x^2 \cdot \sin\frac{1}{x} & si \quad x \neq 0 \\ 0 & si \quad x = 0 \end{cases}$$

  Puede probarse que $f'(0) = 0$ **(¿Te animás a demostrarlo?)** pero, sin embargo no existe $f^{(n)}(0) \quad \forall n \geq 2$.

- Dos teoremas fuertes relativos a funciones continuas en un intervalo cerrado que no están en el cuadernillo:

  1. *Teorema del valor intermedio.* Sea una función f, continua en $[a, b]$ y sea k un número real entre f(a) y f(b). Entonces existe al menos un punto $c \in [a, b]$ tal que $f(c) = k$.
  2. *Teorema de Bolzano (consecuencia del anterior).* Sea una función f, continua en $[a, b]$ y supongamos que $f(a) \cdot f(b) < 0$. Entonces existe al menos un punto $c \in (a, b)$ tal que $f(c) = 0$.
  3. Una combinación en el uso de Bolzano y el método de bisección, es útil en la localización de ceros de funciones reales.

- Puntos en los que una función no es derivable: Por discontinuidad, anguloso, cuspidal y por tener recta tangente vertical en él. Reconocimiento analítico y gráfico.

- **Ejercitación propuesta.** Repasar de Matemática Básica:

  - De Matemática Básica:

    * Derivación por definición y por reglas. Regla de la cadena. Extraer ejercicios de la práctica de M. Básica y ejercitar muuuucho.

  - Clasificar los puntos de no derivabilidad (págs. 88 y 89): 30 /// 53 a 58 /// 59 a 72.

  - Derivadas de orden superior: (págs. 109 a 111, que incluye ejercicios extras de repaso): 1 al 62 /// 69 al 88 /// 91 - 92.

Sección 3.1 - Aplicaciones de la derivada (pp. 157 a 161).

- **Ejercitación propuesta (pág. 162 - 163)**:1 al 32 (excepto 28, 29 y 30) /// 48 a 57.

- *Introducción breve*: veremos cómo usar la derivada primera para determinar cuándo una función crece o decrece en un intervalo, para hallar los valores máximo y/o mínimo, etc. Estas características de una función serían complicadas de estudiar con las definiciones dadas en Básica. Las derivadas nos ayudarán con mecanismos más simples.

- Nomenclatura.

  - Maxímo o mínimo $\rightarrow$ extremo como genérico de ambos.

  - Diremos *punto frontera* en vez de punto terminal.

- Definición de extremos absolutos en un intervalo abierto I.

- El que una función tenga o no extremos en el intervalo, depende tanto de la naturaleza del intervalo (abierto, cerrado, etc) como de la función misma (continuidad).

- Una manera de asegurar la presencia de extremos de una función en un intervalo se explicita en el Teorema del valor extremo, también conocido como Teorema de Weierstrass. Resaltar que es un teorema de existencia (dice que hay, pero no cómo se halla).

  - Falsedad del recíproco: cómo mostrarla.

- Noción de *extremos terminales* o *de frontera*.

- Extremo relativo o local. Ejemplos. Definición formal. resaltar que lo fuerte está en la *existencia del intervalito abierto* centrado en el punto.

- Una observación rápida lleva a inferir el valor de la derivada en los extremos relativos. En los mismos, la derivada vale cero o no existe, o (caso que Larson omite considerar) la función no es continua **En la página hay un material que considera esta situación**.

- Definición de número crítico. Énfasis en que debe estar en el dominio de la función: $x = 0$ no es crítico de $f(x) = \dfrac{1}{x}$.

- Teorema de Fermat **(sin demo)**. Su enunciado formaliza lo explicado arriba.

  - Falsedad del recíproco.

  - Utilidad práctica del contrarrecíproco en la justificación de no existencia de extremos locales de funciones.

- Extremos en un intervalo cerrado: método para hallarlos.