



Universidad Nacional del Litoral  
Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas

1970  
2020

FICH

# ESTADÍSTICA


## Ingeniería Informática

### TEORÍA


*Mg. Ing. Susana Vanlesberg*

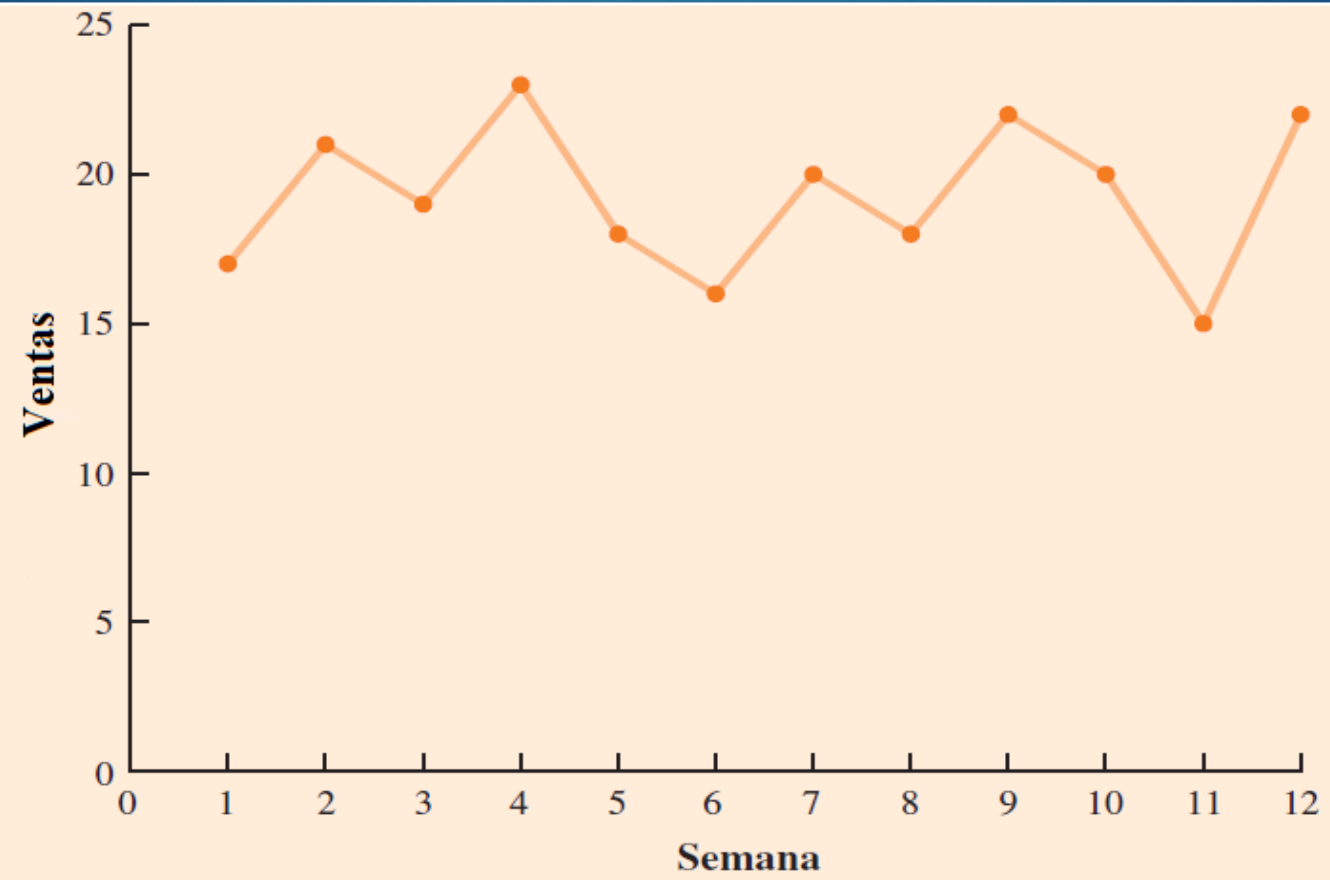


# **SERIES DE TIEMPO**

- 
- ▶ Una serie de tiempo es una secuencia de observaciones de una variable que se mide en puntos sucesivos en el tiempo.
  - ▶ Las medidas pueden ser tomadas en cada hora, día, semana, mes, año, o en cualquier otro **intervalo regular**.



- 
- ▶ El patrón de datos es un factor importante en la comprensión de cómo las series de tiempo se han comportado en el pasado. Si se espera que tal comportamiento continúe en el futuro, se puede utilizar el patrón anterior como guía en la selección de un método de elaboración de pronósticos adecuado.
  - ▶ Para identificar el patrón subyacente en los datos, un primer paso importante es construir una **gráfica de serie de tiempo**.



# Objetivos de analizar una serie de tiempo



**Encontrar patrones**



**Aislar y estudiar  
las componentes**



**Pronosticar  
movimientos futuros**



# COMPONENTES DE UNA SERIE DE TIEMPO

<i>Componente</i>	<i>Definición</i>	<i>Razón</i>	<i>Duración</i>
<b>Tendencia</b>	Patrón de movimientos ascendentes o descendentes, persistente a largo plazo.	Debido a cambios en la tecnología, riqueza, población.	Varios años.
<b>Estacional</b>	Fluctuaciones periódicas regulares que ocurren dentro de cada período de 12 meses, año a año.	Debido a condiciones de costumbres, tiempo, etc.	Dentro de los 12 meses.
<b>Cíclica</b>	Movimientos repetitivos ascendentes y descendentes mediante cuatro fases: -punto más alto: Prosperidad -contracción: Recesión -sima: Depresión -expansión: Recuperación.	Interactúan una serie de combinaciones de factores que influyen en la economía.	Generalmente de 2 a 10 años con diferente intensidad para cada ciclo completo.
<b>Irregular</b>	Fluctuaciones que existen en una serie luego de tomar en cuenta los efectos sistemáticos anteriores.	Se relacionan con acontecimientos imprevistos como huelgas, inundaciones, o con fluctuaciones aleatorias.	Breves y no repetitivas.



# MODELOS

- ▶ Se considera que las componentes de una serie de tiempo para cada observación, están relacionadas con un modelo aditivo o multiplicativo.



# MODELO DE HIPOTESIS MULTIPLICATIVA

$$Y_i = T_i * E_i * C_i * I_i$$

# MODELO DE HIPOTESIS ADITIVA

$$Y_i = T_i + E_i + C_i + I_i$$

- ▶ T: Tendencia
- ▶ E: Estacionalidad
- ▶ C: Ciclo
- ▶ I: Irregularidad o componente aleatoria

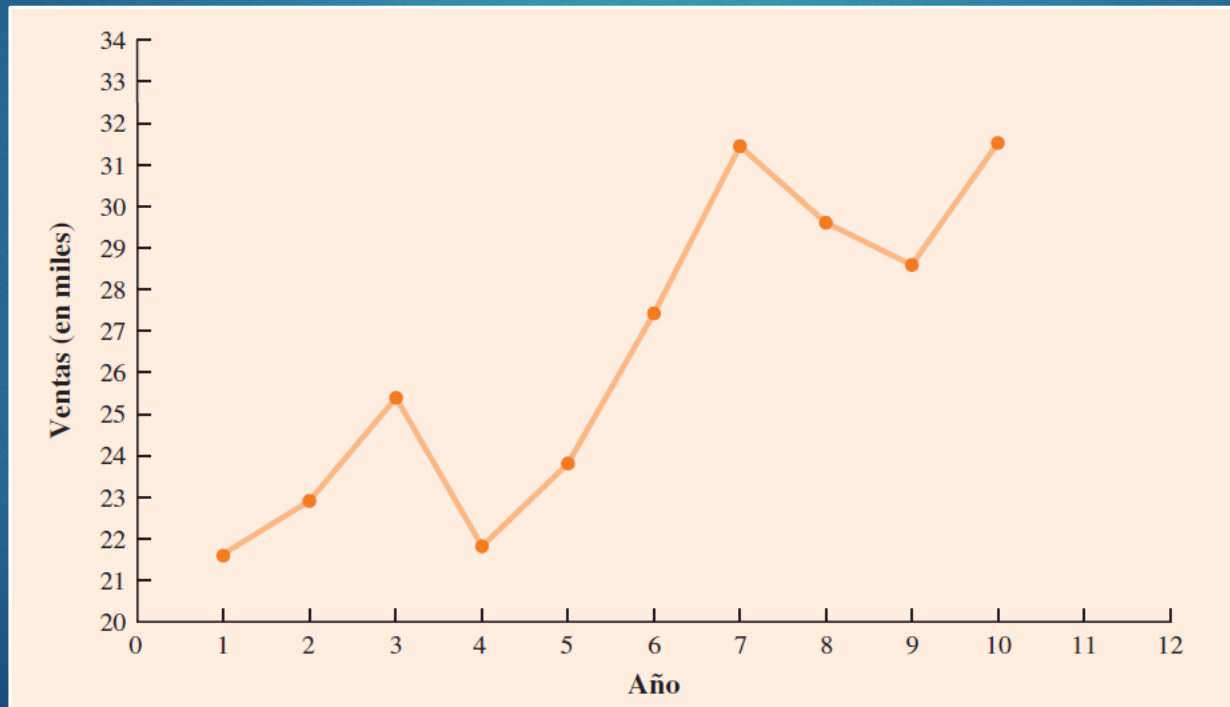


# COMPONENTES

# Tendencia

- ▶ Aunque los datos de las **series de tiempo** presentan fluctuaciones aleatorias, también pueden mostrar cambios o movimientos graduales hacia valores relativamente mayores o menores durante un período.
- ▶ Si una gráfica de **serie de tiempo** muestra este tipo de comportamiento, se dice que existe un **patrón de tendencia**.


- La **tendencia**, por lo general, es el resultado de factores a largo plazo, como el aumento o disminución de la población o la variación de sus características demográficas, la tecnología y/o preferencias de los consumidores, y cuestiones similares.

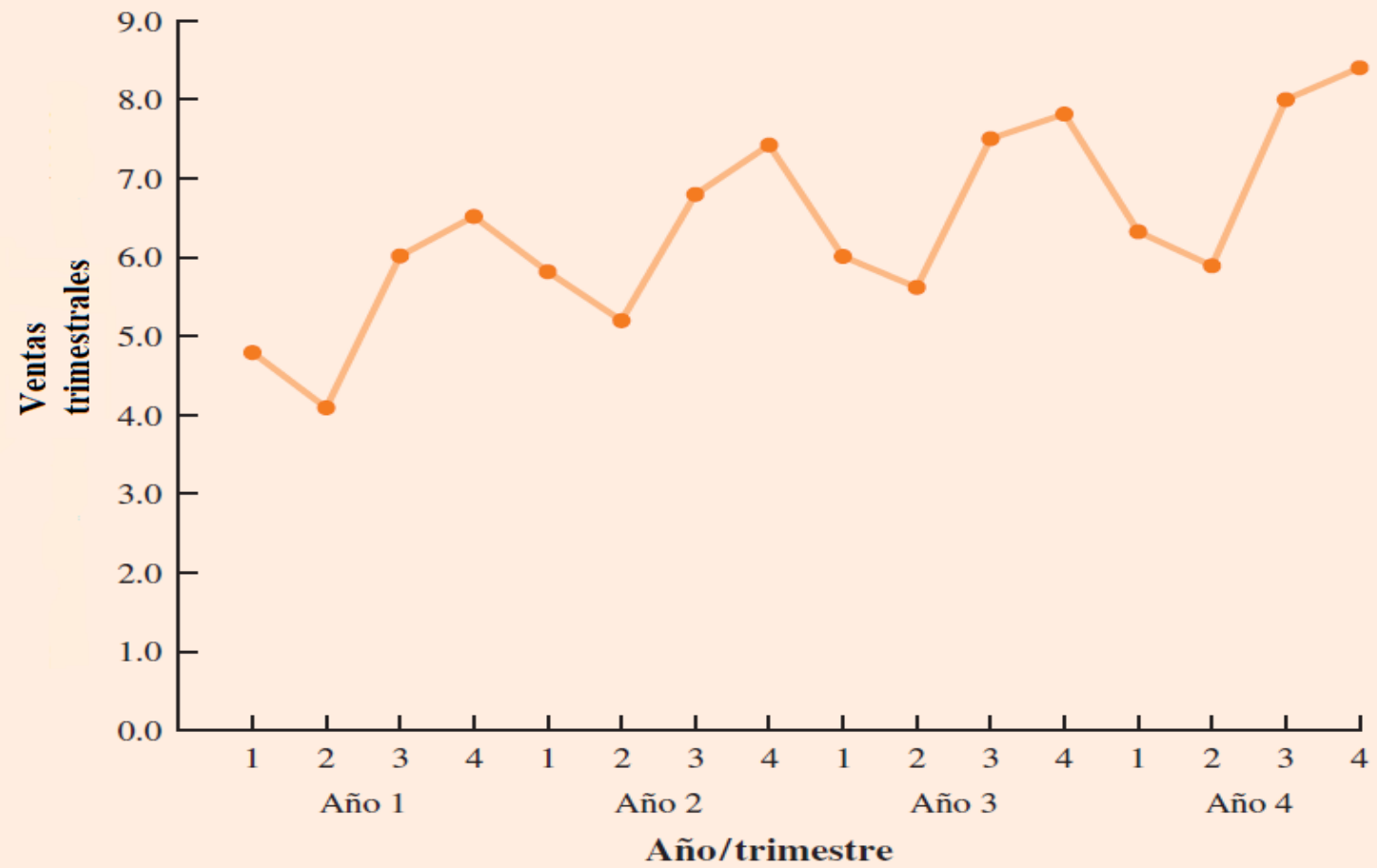




# Estacionalidad

- ▶ Los patrones estacionales son reconocidos al identificarse los mismos patrones de repetición en periodos sucesivos.
- ▶ El patrón de una gráfica de **serie de tiempo** que tiene un comportamiento repetitivo en un periodo de un año debido a la influencia estacional se llama **patrón estacional**.

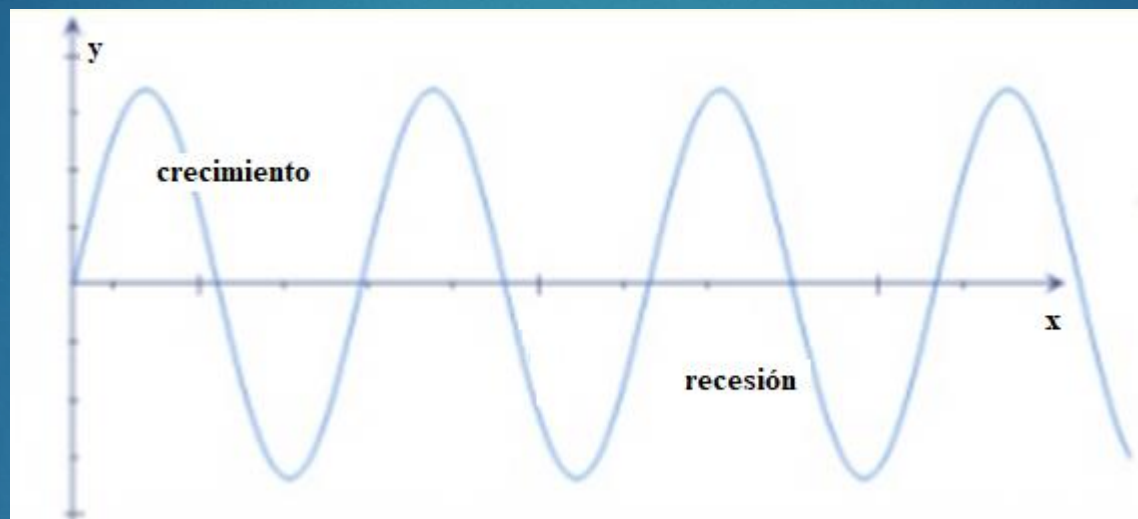
- 
- ▶ En general se considera que las variaciones estacionales son aquellas que se presentan en un período de un año, los datos de series de tiempo también pueden presentar patrones estacionales de menos de un año.
  - ▶ Por ejemplo, el volumen de tráfico diario muestra en un día un comportamiento “estacional”, donde los valores máximos se presentan en las horas pico, un flujo moderado el resto del día y al comienzo de la noche, y un flujo ligero desde la medianoche hasta la madrugada.
  - ▶ Lo mismo sucede con el tráfico de información por internet.



# Cíclico


- ▶ El **patrón cíclico** existe si la gráfica de la **serie de tiempo** muestra una secuencia de puntos que caen de manera alterna por arriba y debajo de la línea de tendencia por **más de un año**.
- ▶ Muchas series de tiempo económicas suelen mostrar un comportamiento cíclico. A menudo, el patrón cíclico se debe a ciclos multianuales de la economía. Por ejemplo, periodos de inflación moderada seguidos por periodos de inflación rápida y alta pueden dar lugar a que la serie de tiempo alterne hacia arriba y hacia abajo de la línea general de tendencia creciente (por ejemplo, una serie de tiempo sobre el costo de vivienda).
- ▶ No dependen del clima o factores sociales.
- ▶ Los ciclos económicos son extremadamente difíciles, si no imposibles de predecir. Como resultado, los efectos cíclicos a menudo se combinan con efectos de tendencia a largo plazo y se conocen como **efecto de tendencia-cíclico**.






The background of the slide is a deep blue gradient. On the left side, there are several bright, white, diagonal light streaks that create a sense of motion and depth, resembling a tunnel or a high-speed train. In the top right corner, there is a solid yellow rectangle. The text is positioned on the right side of the slide, in a white, sans-serif font.

# Método de elaboración de pronósticos


- 
- El patrón subyacente en la serie de tiempo es un factor importante en la selección de un método de elaboración de pronósticos. Por tanto, la gráfica correspondiente debe ser una de las primeras tareas a desarrollar cuando se trate de determinar qué método de elaboración de pronósticos utilizar.

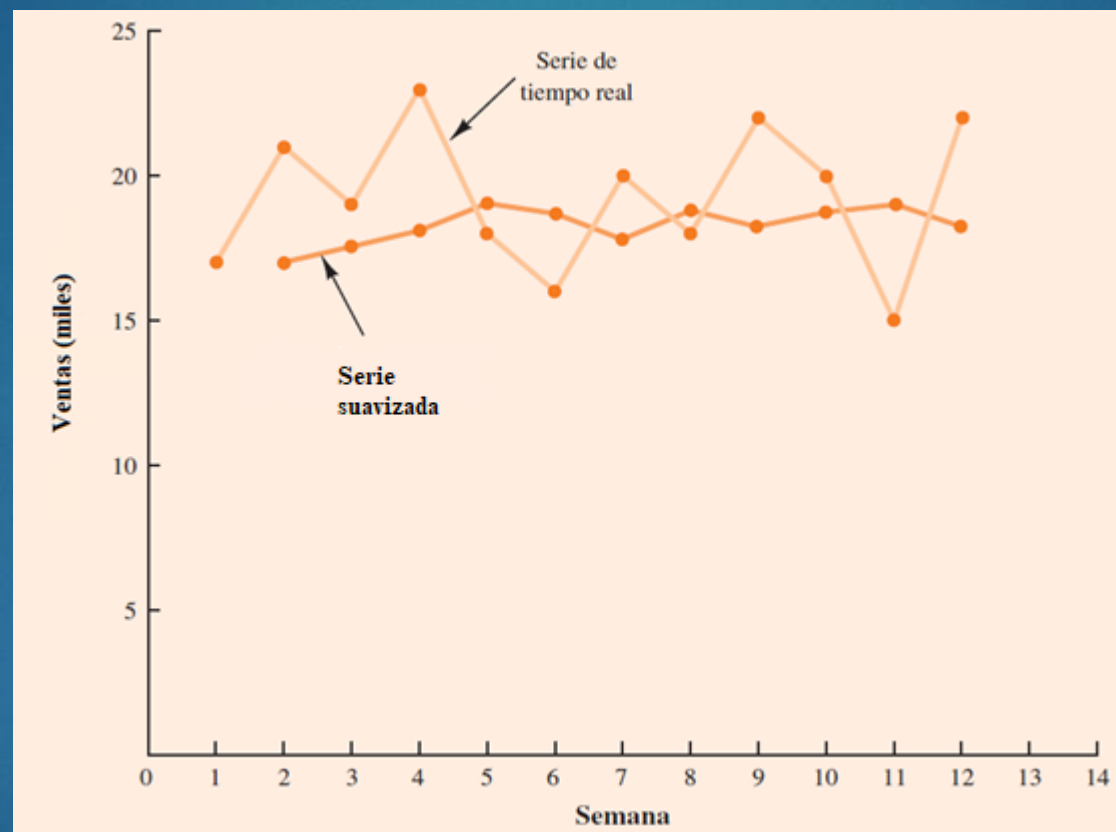
- 
- ▶ Hay métodos para suavizar o alisar la serie y poder distinguir mejor los distintos movimientos libre de los efectos de la variación aleatoria.




# Promedios móviles

- Un **promedio móvil** se elabora sustituyendo cada valor de una serie por la media del mismo y alguno de los valores inmediatos anteriores y posteriores.
- “Un promedio móvil **M**, de **K** puntos en un momento dado del tiempo **t**, se calcula promediando K valores en secuencia de Y. El tiempo t se toma como el punto medio de estos intervalos.”

- 
- ▶ **El objetivo:** eliminar, tanto como sea posible, las variaciones indeseables de los datos, tratando de darle a la serie un aspecto más uniforme.
  - ▶ **El problema** esta en la elección apropiada del período para el promedio, esto depende de la naturaleza de los datos y el propósito que se persigue.



- 
- ¿Qué información se obtiene de los promedios móviles de esta serie de tiempo? La figura muestra una gráfica de los valores reales de la serie de tiempo y de los valores de los promedios móviles. Observar sobre todo cómo estos últimos tienden a “suavizar” tanto las fluctuaciones estacionales como las irregulares de la serie de tiempo.



## Con este método

- Se pierden los períodos al comienzo y final de la serie.
- Se pueden generar componentes que los datos originales no tenían.
- Estos promedios móviles están fuertemente afectados por los valores extremos.

# Suavización Exponencial

- La suavización exponencial es un tipo especial de promedio móvil, pero su naturaleza es muy **diferente del cálculo** del Promedio Móvil.

$$S_i = \omega * Y_i + (1 - \omega) * S_{i-1}$$

**$S_i$** : Valor de la serie exponencialmente suavizada calculada en el período  $i$

**$S_{i-1}$** : Valor de la serie exponencialmente suavizada ya calculada en el período  $i-1$

**$Y_i$** : valor observado de la serie de tiempo en el período  $i$


**$\omega$** : ponderación o coeficiente de suavización asignado en forma subjetiva

**$(0 < \omega < 1)$**

## ¿Cómo elegir $\omega$ ?

Sí solo se quiere suavizar una serie mediante la eliminación de variaciones cíclicas e irregulares que no se desean, debe seleccionarse un valor pequeño de  $\omega$  (cercano a 0 ).

Si se quieren hacer pronósticos se elegirá un valor grande de  $\omega$  (cercano a 1 ).

- 
- ▶ Si el valor de  **$\omega$  es demasiado grande** no se suavizarán adecuadamente las variaciones irregulares.
  - ▶ Si  **$\omega$  es demasiado chico**, el promedio móvil será insensible a las variaciones que se puedan efectuar en realidad.



- Para empezar los cálculos, sea  $S_1$  el primer valor de suavizado que se toma igual al valor real de la serie de tiempo en el periodo 1, es decir,  $S_1 = Y_1$ . Por tanto, el pronóstico para el periodo 2 es:


$$\begin{aligned} S_2 &= \omega Y_1 + (1 - \omega) S_1 = \\ &= \omega Y_1 + (1 - \omega) Y_1 = Y_1 \end{aligned}$$

- Observar que el pronóstico de suavizamiento exponencial para el periodo 2 es igual al valor real de la serie de tiempo en el periodo 1.
- El pronóstico para el periodo 3 es:

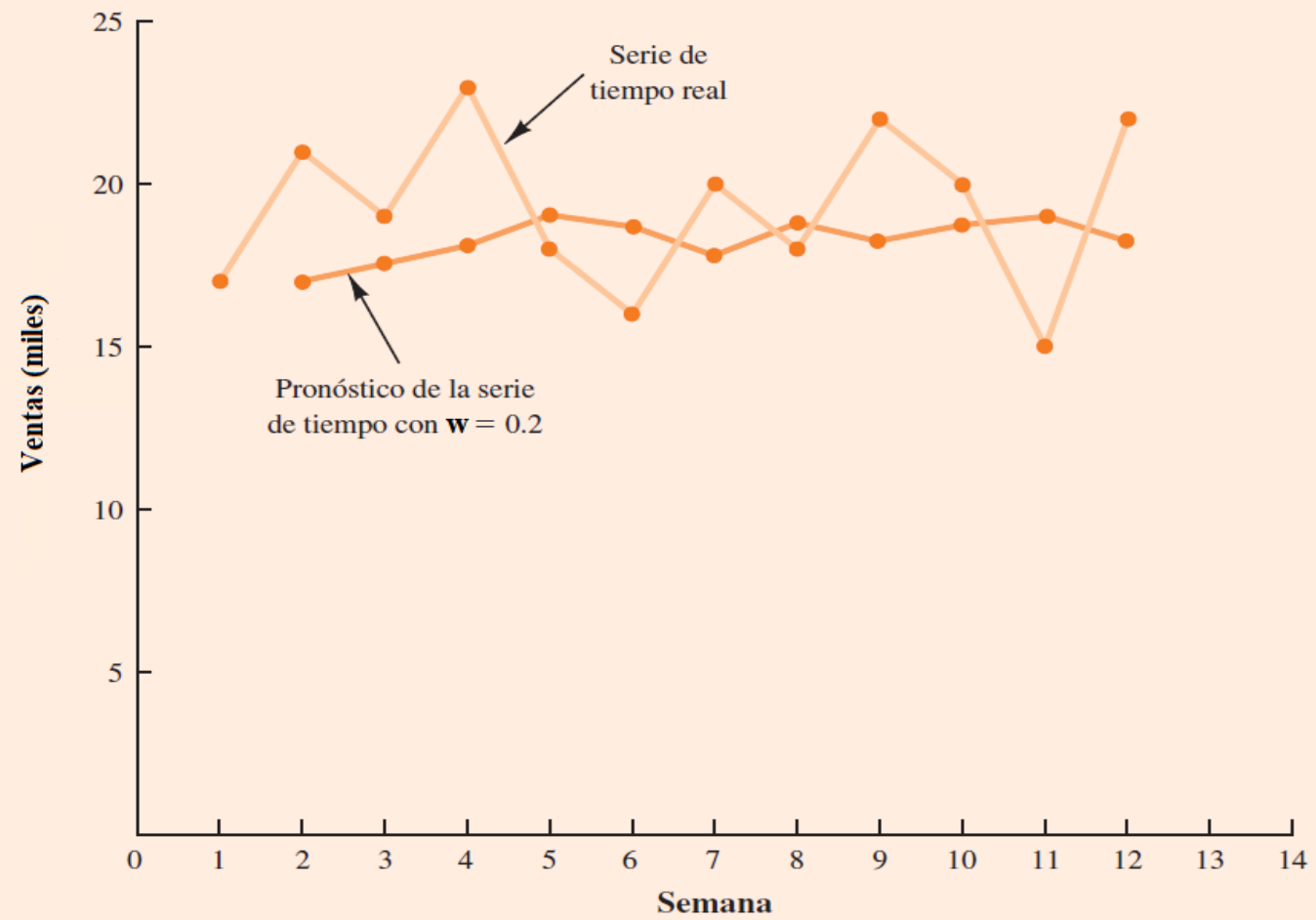
$$\begin{aligned} S_3 &= \omega Y_2 + (1 - \omega) S_2 = \\ &= \omega Y_2 + (1 - \omega) Y_1 \end{aligned}$$

- Por último, al sustituir esta expresión para  $S_3$  en la expresión para  $S_4$  obtenemos:

$$\begin{aligned} S_4 &= \omega Y_3 + (1 - \omega) S_3 = \\ &= \omega Y_3 + (1 - \omega) [\omega Y_2 + (1 - \omega) Y_1] = \\ &= \omega Y_3 + \omega (1 - \omega) Y_2 + (1 - \omega)^2 Y_1 \end{aligned}$$


- 
- Observar ahora que  $S_4$  es un promedio ponderado de los tres primeros valores de la serie de tiempo. La suma de los coeficientes o pesos de  $Y_1$ ,  $Y_2$  y  $Y_3$  es igual a 1. Con un argumento similar se puede demostrar que, en general, cualquier pronóstico  $S_{t+1}$  es un promedio ponderado de todos los valores anteriores de la serie de tiempo.





The background of the slide is a deep blue gradient. On the left side, there are several bright, white, diagonal light streaks that create a sense of motion and depth, resembling a tunnel or a high-speed train. In the top right corner, there is a solid yellow rectangle. The title text is positioned on the right side of the slide, overlaid on the blue background.


# Descomposición de series de tiempo

- 
- ▶ Se puede utilizar para separar o descomponer una serie de tiempo en su parte de tendencia y estacional y en su componente irregular, aunque este método puede utilizarse para el pronóstico, su aplicación principal es conseguir una mejor comprensión de la serie de tiempo.




- ▶ **Muchas series de tiempo para las empresas y la economía utilizan la descomposición de series de tiempo.**
- ▶ Por ejemplo, se podría estar interesado en saber si el consumo de energía eléctrica está aumentando en la región.
- ▶ Si hay información de que se redujo 3% en junio con respecto al mes anterior se debe ser cuidadoso al usar esa información, porque cada vez que una influencia estacional está presente, esas comparaciones pueden ser engañosas si los datos no han sido analizados correctamente.




- 
- ▶ Los métodos de descomposición de series tiempo asumen que  $Y_t$ , el valor real de la serie de tiempo en el periodo  $t$ , es una función de tres componentes: un componente de tendencia, un componente estacional y un componente irregular o de error.
  - ▶ El cómo estos tres componentes se combinan para generar los valores observados de la serie de tiempo depende de si se asume que la relación entre ellos se describe mejor por un modelo aditivo o un modelo multiplicativo.

# MODELO DE DESCOMPOSICIÓN MULTIPLICATIVA

$$Y = T * E * C * I$$

- 
- ▶ En este modelo los componentes de tendencia, estacional e irregular se multiplican para dar el valor de la serie de tiempo.
  - ▶ La tendencia se mide en las unidades de producto de la serie que se pronostica. Sin embargo, los componentes estacional e irregular se miden en términos relativos. Con valores superiores a 1.00 indicando los efectos por arriba de la tendencia y con valores menores a 1.00 indicando los efectos por debajo de la tendencia.

- 
- ▶ Debido a que este es el método más utilizado en la práctica, el análisis de descomposición de las series de tiempo se limitará a mostrar cómo se desarrollan las estimaciones de los componentes de tendencia y estacional de un modelo multiplicativo.
  - ▶ Una vez mostrado cómo se descompone una serie de tiempo con el modelo multiplicativo, se estudiará cómo los índices estacionales y el componente de tendencia pueden ser re combinados para elaborar un pronóstico.

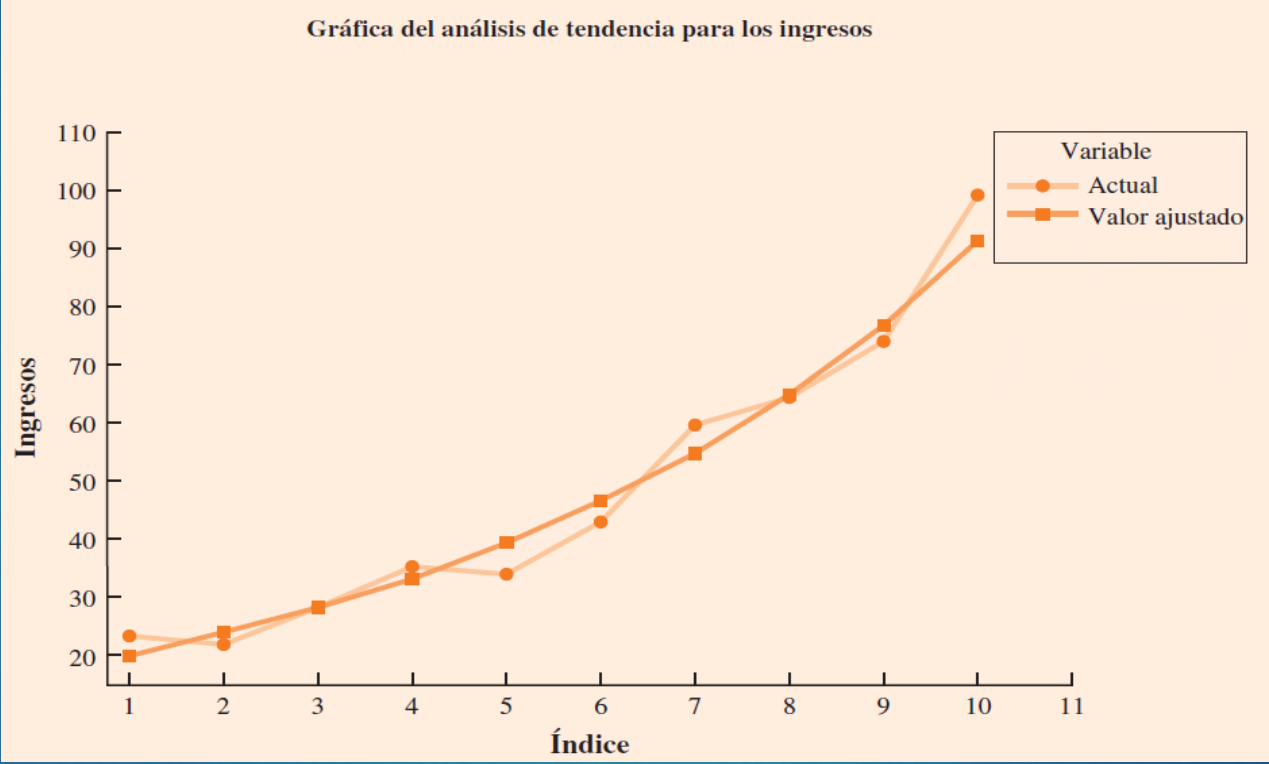


# Estacionalidad y Tendencia

## ► Tendencia:


- Ecuación de tendencia

- Esto se realiza aplicando el análisis de regresión.



## ► Estacionalidad



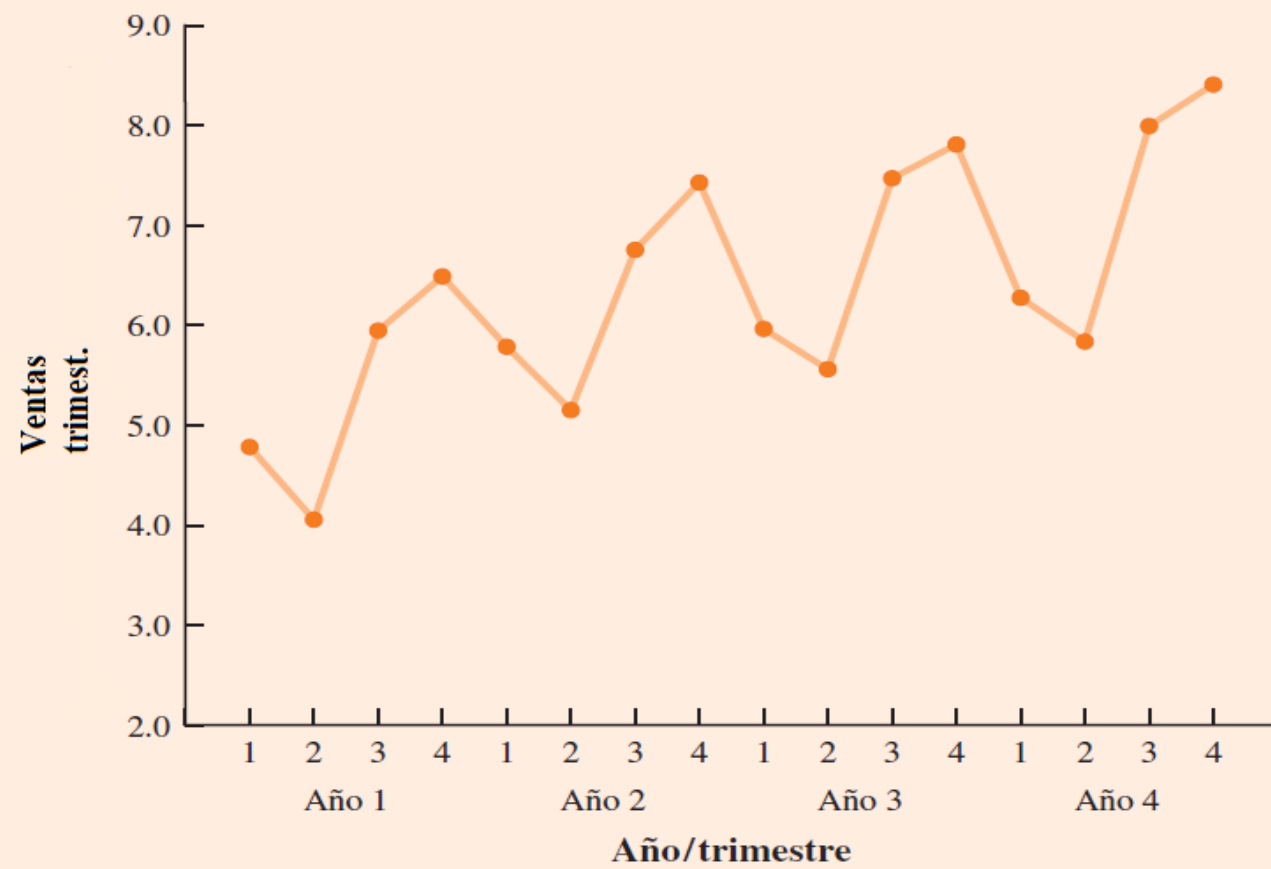
- 
- Esta variación corresponde a los movimientos de la serie que recurren año tras año en los mismos meses( bimestres, trimestres, cuatrimestres, etc)más o menos con la misma intensidad.



- ▶ En el ejemplo del consumo de energía eléctrica dado antes; el hecho de que el consumo de energía eléctrica se haya reducido 3% entre mayo y junio podría ser por el efecto estacional que se relaciona con una disminución en el uso de aires acondicionados y no por una disminución del uso de la energía eléctrica a largo plazo. En realidad, después de ajustar el efecto estacional, se podría incluso determinar que el consumo de energía eléctrica aumentó.
- ▶ Muchas series de tiempo, como las estadísticas de desempleo y las ventas de casas, están sujetas a fuertes influencias estacionales. Es importante desestacionalizar dichos datos, antes de emitir un juicio acerca de cualquier tendencia a largo plazo.

## ► Índices estacionales:


- El procedimiento utilizado para determinar la influencia estacional de cada período empieza por calcular un promedio móvil para separar los componentes estacional e irregular de los datos, lo que deja una serie de tiempo que contiene sólo la tendencia y cualquier variación aleatoria restante que no fue eliminada por los cálculos del promedio móvil.




- En el modelo de descomposición multiplicativa si se divide cada lado de esta ecuación por el componente de tendencia  **$T$** , se puede identificar el efecto estacional - irregular en la serie de tiempo.

$$\frac{Y_t}{T_t} = \frac{T_t * E_t * I_t}{T_t} = E_t * I_t$$

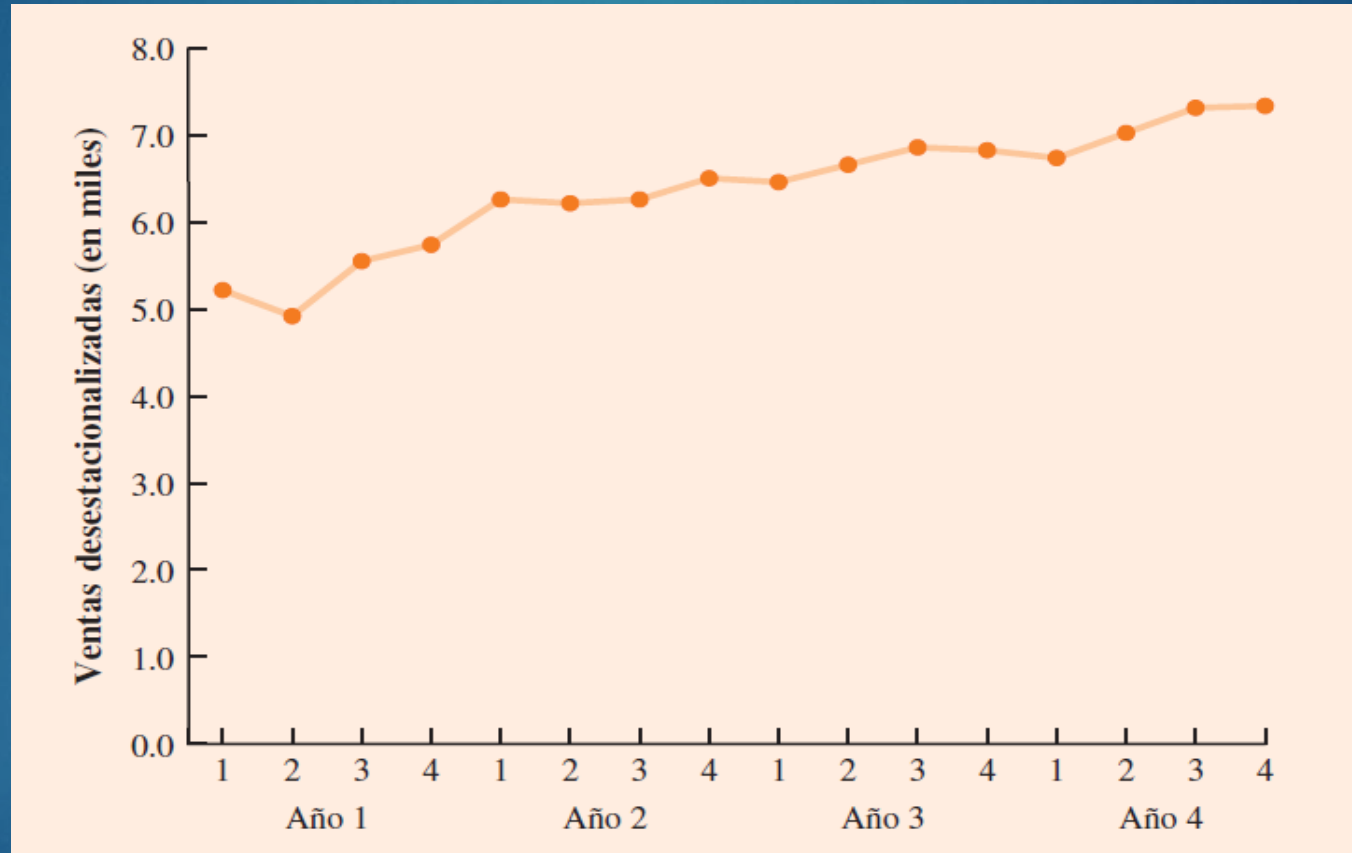


- 
- ▶ Los índices obtenidos por este método se utilizan para ajustar los datos originales con lo que se obtienen los valores desestacionalizados o datos ajustados estacionalmente a partir de las cuales se procede a obtener pronósticos para los períodos futuros.

- 
- Los valores de la parte estacional-irregular mayores a 1.00 indican efectos por encima de la tendencia estimada, y los valores menores de 1.00 indican efectos por debajo de la tendencia estimada.


## ► Por ejemplo para datos trimestrales:

Año	Trimestre	Ventas (en miles)	Promedio móvil de cuatro trimestres	Promedio móvil centrado
1	1	4.8		
1	2	4.1		
1	3	6.0	5.350	5.475
1	4	6.5	5.600	5.738
2	1	5.8	5.875	5.975
2	2	5.2	6.075	6.188
2	3	6.8	6.300	6.325
2	4	7.4	6.350	6.400
3	1	6.0	6.450	6.538
3	2	5.6	6.625	6.675
3	3	7.5	6.725	6.763
3	4	7.8	6.800	6.838
4	1	6.3	6.875	6.938
4	2	5.9	7.000	7.075
4	3	8.0	7.150	
4	4	8.4		





Año	Trimestre	Ventas (en miles)	Promedio móvil centrado	Valor estacional-irregular
1	1	4.8		
1	2	4.1		
1	3	6.0	5.475	1.096
1	4	6.5	5.738	1.133
2	1	5.8	5.975	0.971
2	2	5.2	6.188	0.840
2	3	6.8	6.325	1.075
2	4	7.4	6.400	1.156
3	1	6.0	6.538	0.918
3	2	5.6	6.675	0.839
3	3	7.5	6.763	1.109
3	4	7.8	6.838	1.141
4	1	6.3	6.938	0.908
4	2	5.9	7.075	0.834
4	3	8.0		
4	4	8.4		

- 
- Algunas veces es necesario un último ajuste para obtener los índices estacionales. Debido a que el modelo multiplicativo requiere que el índice estacional promedio sea igual a 1.00, la suma de los cuatro índices de la tabla debe ser igual a 4.00. En otras palabras, los efectos estacionales incluso deben nivelarse a lo largo del año. Si el promedio de los índices estacionales es igual a 1.00, no es necesario ningún tipo de ajuste.


- ▶ Para realizar el ajuste de los índices obtenidos se multiplica cada índice estacional por el número de estaciones, dividido por la suma de los índices estacionales sin ajustar.
- ▶ Por ejemplo, cuando se tienen datos trimestrales se multiplica cada índice estacional por **4/(suma de los índices estacionales no ajustados)**.

Trimestre	Valores estacional-irregular			Índice estacional
1	0.971	0.918	0.908	0.93
2	0.840	0.839	0.834	0.84
3	1.096	1.075	1.109	1.09
4	1.133	1.156	1.141	1.14

# Desestacionalización

- ▶ Una serie de tiempo a la que se le han eliminado los efectos estacionales se conoce como **serie de tiempo desestacionalizada**, y al proceso de uso de los índices estacionales para eliminar los efectos estacionales de una serie de tiempo se le conoce como ***desestacionalizar la serie de tiempo***.
- ▶ Al utilizar un modelo de descomposición multiplicativa se desestacionaliza una serie de tiempo dividiendo cada observación por el índice estacional correspondiente.



- 
- ▶ Así, cuando se divide cada una de las observaciones de la serie de tiempo ( $Y_t$ ) por su índice estacional correspondiente, los datos resultantes muestran únicamente la tendencia y la variabilidad aleatoria (el componente irregular).
  - ▶ **Y a esta serie desestacionalizada se le puede ajustar una tendencia.**

# Modelos para datos mensuales

- ▶ Muchas empresas prefieren los pronósticos mensuales. En esos casos, el procedimiento presentado se aplica con modificaciones menores.
- ▶ Primero, en lugar de un promedio móvil de cuatro trimestres, o de bimestres, cuatrimestres etc, se usa uno de 12 meses; segundo, se calculan los índices estacionales de 12 meses en lugar de índices estacionales de distintos períodos.
- ▶ Aparte de estos cambios, los procedimientos de cálculo y pronóstico son idénticos.


# CICLO

$$Y = T * E * C * I$$

- ▶ El componente cíclico, al igual que el estacional, se expresa como un porcentaje de la tendencia.
- ▶ Este componente se debe a los ciclos multianuales en la serie de tiempo. Es semejante al componente estacional, pero a lo largo de periodos más prolongados.
- ▶ Sin embargo, debido a la extensión de tiempo involucrado, con frecuencia es difícil obtener suficientes datos relevantes para estimar el componente cíclico. Otra dificultad radica en que estos ciclos suelen tener longitudes variables. Como es tan difícil identificar y/o separar los efectos cíclicos de los efectos de tendencia a largo plazo, en la práctica estos efectos a menudo se combinan y se les llama **componente combinado** de **tendencia-ciclo**.



# Propuesta

- 
- ▶ El Departamento de Comercio de los Estados Unidos publica información sobre fabricación. En estas cifras se incluyen los datos de envíos mensuales para la industria de envases y cajas de cartón que se presenta en la tabla que sigue correspondientes a 6 años. Las cifras de envío se dan en millones de dólares.
  - ▶ Use los datos para analizar los efectos de la estacionalidad, la tendencia y el ciclo.
  - ▶ Piense e intercambie con sus pares y profesores en como usar este análisis en la toma de decisiones



Mes	Envíos	Mes	Envíos
January (year 1)	1,891	January (year 4)	2,336
February	1,986	February	2,474
March	1,987	March	2,546
April	1,987	April	2,566
May	2,000	May	2,473
June	2,082	June	2,572
July	1,878	July	2,336
August	2,074	August	2,518
September	2,086	September	2,454
October	2,045	October	2,559
November	1,945	November	2,384
December	1,861	December	2,305
Mes	Envíos	Mes	Envíos
January (year 2)	1,936	January (year 5)	2,389
February	2,104	February	2,463
March	2,126	March	2,522
April	2,131	April	2,417
May	2,163	May	2,468
June	2,346	June	2,492
July	2,109	July	2,304
August	2,211	August	2,511
September	2,268	September	2,494
October	2,285	October	2,530
November	2,107	November	2,381
December	2,077	December	2,211
Mes	Envíos	Mes	Envíos
January (year 3)	2,183	January (year 6)	2,377
February	2,230	February	2,381
March	2,222	March	2,268
April	2,319	April	2,407
May	2,369	May	2,367
June	2,529	June	2,446
July	2,267	July	2,341
August	2,457	August	2,491
September	2,524	September	2,452
October	2,502	October	2,561
November	2,314	November	2,377
December	2,277	December	2,277