# Práctica: Sección 4.4 - Larson

## Teorema Fundamental del Cálculo

FICH UNL

Profesor: Dr. Ing. Carlos C. SCIOLI

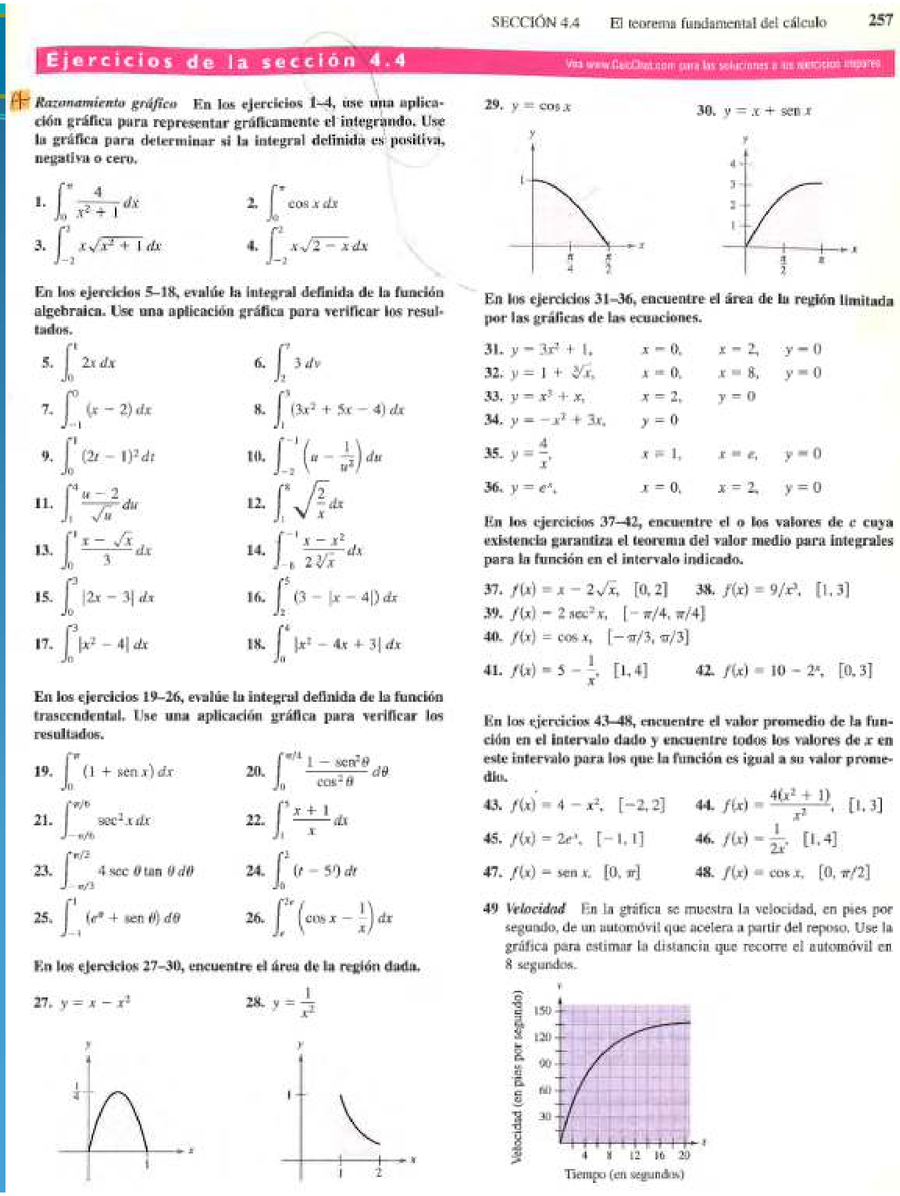
# Práctica: Sección 4.4 - Larson

**Ejercicios para la Sección 4.4 del Larson (pag. 257):**

1° Teorema Fundamental del Cálculo (pág. 257):
1 al 26

Teorema del Valor Medio para Integrales (pág. 257):
37 al 48

El 2° Teorema Fundamental del Cálculo (pág. 257):
61 al 84 ///91 - 92 - 93



SECCIÓN 4.4 El teorema fundamental del cálculo 257

**Ejercicios de la sección 4.4**

Vea www.CalcChat.com para las soluciones a los ejercicios impares

***Razonamiento gráfico*** **En los ejercicios 1-4, use una aplicación gráfica para representar gráficamente el integrando. Use la gráfica para determinar si la integral definida es positiva, negativa o cero.**

1. $\int_0^{\pi} \frac{4}{x^2+1}\,dx$
2. $\int_0^{\pi} \cos x\,dx$
3. $\int_{-2}^{2} x\sqrt{x^2+1}\,dx$
4. $\int_{-2}^{2} x\sqrt{2-x}\,dx$

**En los ejercicios 5-18, evalúe la integral definida de la función algebraica. Use una aplicación gráfica para verificar los resultados.**

5. $\int_0^1 2x\,dx$
6. $\int_2^7 3\,dv$
7. $\int_{-1}^{0} (x-2)\,dx$
8. $\int_1^3 (3x^2+5x-4)\,dx$
9. $\int_0^1 (2t-1)^2\,dt$
10. $\int_{-2}^{-1} \left(u-\frac{1}{u^2}\right)du$
11. $\int_1^4 \frac{u-2}{\sqrt{u}}\,du$
12. $\int_1^8 \sqrt{\frac{2}{x}}\,dx$
13. $\int_0^1 \frac{x-\sqrt{x}}{3}\,dx$
14. $\int_{-8}^{-1} \frac{x-x^2}{2\sqrt[3]{x}}\,dx$
15. $\int_0^3 |2x-3|\,dx$
16. $\int_2^5 (3-|x-4|)\,dx$
17. $\int_0^3 |x^2-4|\,dx$
18. $\int_0^4 |x^2-4x+3|\,dx$

**En los ejercicios 19-26, evalúe la integral definida de la función trascendental. Use una aplicación gráfica para verificar los resultados.**

19. $\int_0^{\pi} (1+\operatorname{sen} x)\,dx$
20. $\int_0^{\pi/4} \frac{1-\operatorname{sen}^2\theta}{\cos^2\theta}\,d\theta$
21. $\int_{-\pi/6}^{\pi/6} \sec^2 x\,dx$
22. $\int_1^3 \frac{x+1}{x}\,dx$
23. $\int_{-\pi/3}^{\pi/2} 4\sec\theta\tan\theta\,d\theta$
24. $\int_0^2 (t-5^t)\,dt$
25. $\int_{-1}^{1} (e^{\theta}+\operatorname{sen}\theta)\,d\theta$
26. $\int_{\pi}^{2\pi} \left(\cos x-\frac{1}{x}\right)dx$

**En los ejercicios 27-30, encuentre el área de la región dada.**

27. $y = x - x^2$
28. $y = \frac{1}{x^2}$
29. $y = \cos x$
30. $y = x + \operatorname{sen} x$

**En los ejercicios 31-36, encuentre el área de la región limitada por las gráficas de las ecuaciones.**

31. $y = 3x^2 + 1,\quad x = 0,\quad x = 2,\quad y = 0$
32. $y = 1 + \sqrt[3]{x},\quad x = 0,\quad x = 8,\quad y = 0$
33. $y = x^3 + x,\quad x = 2,\quad y = 0$
34. $y = -x^2 + 3x,\quad y = 0$
35. $y = \frac{4}{x},\quad x = 1,\quad x = e,\quad y = 0$
36. $y = e^x,\quad x = 0,\quad x = 2,\quad y = 0$

**En los ejercicios 37-42, encuentre el o los valores de $c$ cuya existencia garantiza el teorema del valor medio para integrales para la función en el intervalo indicado.**

37. $f(x) = x - 2\sqrt{x},\quad [0, 2]$
38. $f(x) = 9/x^3,\quad [1, 3]$
39. $f(x) = 2\sec^2 x,\quad [-\pi/4, \pi/4]$
40. $f(x) = \cos x,\quad [-\pi/3, \pi/3]$
41. $f(x) = 5 - \frac{1}{x},\quad [1, 4]$
42. $f(x) = 10 - 2^x,\quad [0, 3]$

**En los ejercicios 43-48, encuentre el valor promedio de la función en el intervalo dado y encuentre todos los valores de $x$ en este intervalo para los que la función es igual a su valor promedio.**

43. $f(x) = 4 - x^2,\quad [-2, 2]$
44. $f(x) = \frac{4(x^2+1)}{x^2},\quad [1, 3]$
45. $f(x) = 2e^x,\quad [-1, 1]$
46. $f(x) = \frac{1}{2x},\quad [1, 4]$
47. $f(x) = \operatorname{sen} x,\quad [0, \pi]$
48. $f(x) = \cos x,\quad [0, \pi/2]$

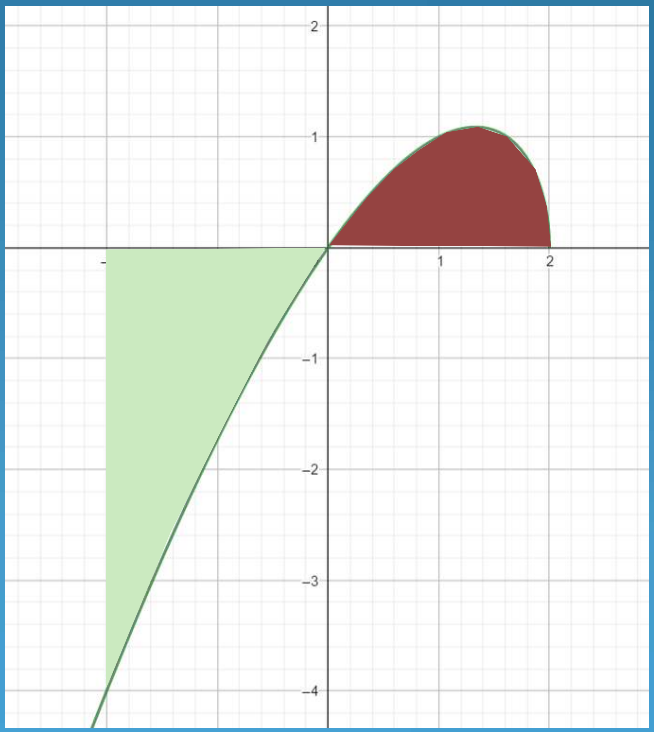
49 ***Velocidad*** En la gráfica se muestra la velocidad, en pies por segundo, de un automóvil que acelera a partir del reposo. Use la gráfica para estimar la distancia que recorre el automóvil en 8 segundos.

# Práctica: Sección 4.4 - Larson

**Ejercicio 4:** Use una aplicación Gráfica para representar gráficamente el integrando. Use la gráfica para determinar si la integral es positiva, negativa o cero.

$$\int_{-2}^{2} x\sqrt{2-x}\,dx$$

***Negativo***




FICH UNL

# Práctica: Sección 4.4 - Larson

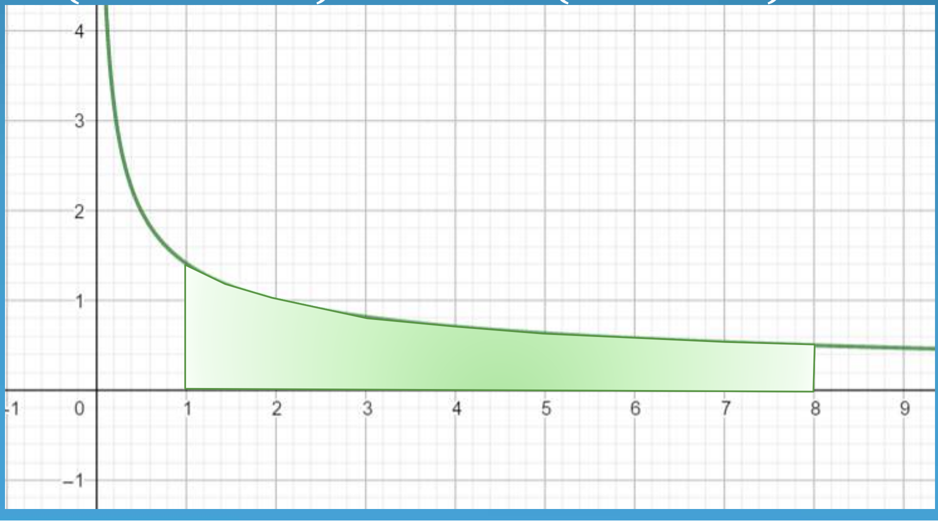
**Ejercicio 12: 1° Teorema Fundamental del Cálculo Evalúe la integral definida de la función algebraica. Use una aplicación gráfica para verificar los resultados**

$$\int_1^8 \sqrt{\frac{2}{x}}\,dx$$

$$\int_1^8 \sqrt{\frac{2}{x}}\,dx = \sqrt{2}\int_1^8 \sqrt{\frac{1}{x}}\,dx = \sqrt{2}\int_1^8 x^{-1/2}\,dx = \sqrt{2}\ \left(2\,x^{1/2}\right)\Big|_1^8$$

$$\int_1^8 \sqrt{\frac{2}{x}}\,dx = \sqrt{2}\ \left(2.\,8^{1/2} - 2.\,1^{1/2}\right) = \sqrt{2}\ \left(2.\,8^{1/2} - 2\right) = \sqrt{2}\ 2\left(\sqrt{4.2} - 1\right)$$

$$\int_1^8 \sqrt{\frac{2}{x}}\,dx = 2\sqrt{2}\left(2\sqrt{2} - 1\right) = 5{,}17$$




FICH UNL

# Práctica: Sección 4.4 - Larson

**Ejercicio 23:** **Evalúe la integral definida de la función trascendental.algebraica. Use una aplicación gráfica para verificar los resultados.**

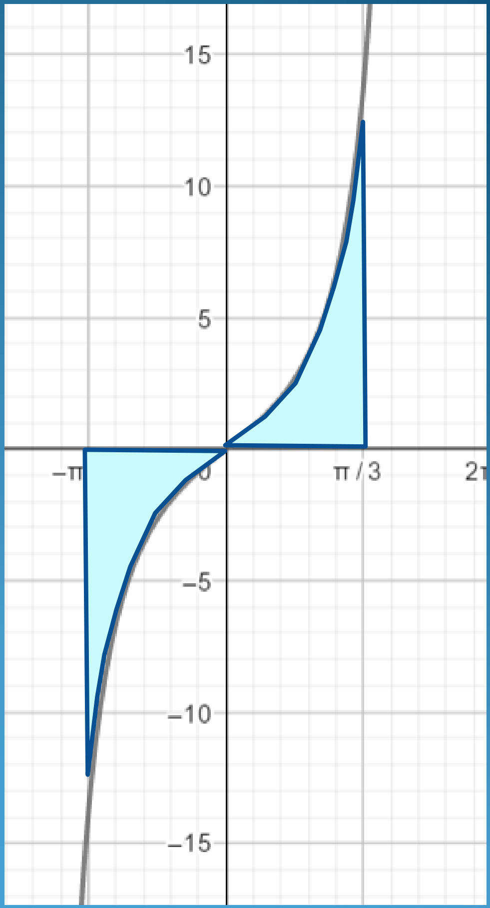
$$\int_{-\pi/3}^{\pi/3} 4\, sec\theta\, tan\theta\, d\theta$$

$$\int_{-\pi/3}^{\pi/3} 4\, \frac{1}{cos\theta}\frac{sen\theta}{cos\theta}\, d\theta = \int_{-\pi/3}^{\pi/3} 4\, \frac{sen\theta}{cos^2\theta}\, d\theta$$

*Por sustitución:* $u = cos\theta \qquad du = -sen\theta\, d\theta$

$$\rightarrow \int_a^b 4\ -\frac{du}{u^2} = -4\int_a^b \frac{du}{u^2} = -4\ \ -\frac{1}{u}\Big|_a^b = 4\ \ \frac{1}{u}\Big|_a^b \ \textit{reemplazo la u}$$

$$\rightarrow 4\ \ \frac{1}{cos\theta}\Big|_{-\pi/3}^{\pi/3} = \frac{4}{cos\,\pi/3} - \frac{4}{cos\,-\pi/3} = 0{,}5 - 0{,}5 = 0$$




FICH UNL

# Práctica: Sección 4.4 - Larson

**Ejercicio 46:** Teorema del Valor Medio **Encuentre el valor promedio de la función en el intervalo dado y encuentre todos los valores de x en este intervalo para los que la función es igual a su promedio.**

$$f(x) = \frac{1}{2x} \qquad [1,4]$$

$$valor\ promedio\ de\ la\ función = f(c) = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)$$

$$\rightarrow f(c) = \frac{1}{4-1}\int_1^4 \frac{1}{2x}dx = \frac{1}{3}\frac{1}{2}\int_1^4 \frac{1}{x}dx = \frac{1}{6} \quad lnx|_1^4 = \frac{1}{6}\ ln4 - \frac{1}{6}\ ln1$$

$$= \frac{1}{6}\ ln4 - 0 \rightarrow f(c) = \frac{ln4}{6}\ valor\ de\ la\ función\ promedio$$

$$ahora\ para\ obtener\ c, reemplazo\ f(c)\ por\ la\ expresion\ de\ la\ función\ y\ despejo\ c$$

$$\rightarrow f(c) = \frac{1}{2c} = \frac{ln4}{6} \rightarrow \frac{1}{c} = \frac{ln4}{3} \rightarrow \boldsymbol{c = \frac{3}{ln4}}$$

FICH UNL

# Práctica: Sección 4.4 - Larson

**Ejercicio 62:** **2° Teorema Fundamental del Cálculo** **Encuentre F como función de "x" y evalúe en x=2, 5 y 8.**

$$F(x)=\int_2^x (t^3+2t-2)\,dt$$

$$F(x)=\frac{1}{4}t^4+t^2-2t|_2^x=\frac{x^4}{4}+x^2-2x-(\frac{2^4}{4}+2^2-2.2)$$

$$F(x)=\frac{x^4}{4}+x^2-2x-(4+4-4)=\boldsymbol{\frac{x^4}{4}+x^2-2x-4}$$

$$F(2)=\frac{2^4}{4}+2^2-2.2-4=0$$

$$F(5)=\frac{5^4}{4}+5^2-2.5-4=167.25$$

$$F(8)=\frac{8^4}{4}+8^2-2.8-4=1068$$

FICH UNL

# Práctica: Sección 4.4 - Larson

**Ejercicio 68-70: 2° Teorema Fundamental del Cálculo a) Integre para hallar F como una función de "x". Y b) demuestre el segundo teorema fundamental del calculo derivando el resultado del inciso a.**

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt = f(x)$$

$$F(x)=\int_4^x \sqrt{t}\,dt$$

$$a)\quad F(x) = \frac{2}{3}t^{3/2}\Big|_4^x = \frac{2}{3}x^{3/2} - \frac{2}{3}4^{3/2} = \frac{2}{3}x^{3/2} - \frac{16}{3} = \frac{2}{3}(x^{3/2} - 8)$$

$$b)\quad \frac{d}{dx}\frac{2}{3}(x^{3/2} - 8) = \frac{2}{3}\left(\frac{3}{2}x^{1/2} - 0\right) = x^{1/2}$$

$$F(x)=\int_{\pi/3}^x \sec t \tan t\,dt$$

a) $\int_{\pi/3}^x \frac{1}{\cos t}\frac{\sin t}{\cos t}\,dt = \int_{\pi/3}^x \frac{\sin t}{\cos^2 t}\,dt$ entonces Ej. 23, la integral es: $F(x) = \frac{1}{\cos\theta}\Big|_{-\pi/3}^{\pi/3}$

$$F(x) = \frac{1}{\cos x} - \frac{1}{\cos\frac{\pi}{3}} = \sec x - 2$$

$$b)\quad \frac{d}{dx}\sec x - 2 = \frac{d}{dx}\frac{1}{\cos x} - 2 = \frac{-1}{\cos^2 x}(-\sin x) - 0 = \frac{1}{\cos x}\frac{\sin x}{\cos x} = \sec x \tan x$$

FICH UNL

# Práctica: Sección 4.4 - Larson

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt = f(x)$$

**Ejercicio 76 – 77 - 81: Use el 2° Teorema Fundamental del Cálculo para hallar F'(x)**

76) $F(x)=\int_1^x \sqrt[4]{t}\,dt$ $\quad F'(x)=\frac{d}{dx}\int_1^x \sqrt[4]{t}dt = \sqrt[4]{x}$

77) $F(x)=\int_0^x t\cos t\,dt$ $\quad F'(x)=\frac{d}{dx}\int_0^x t\cos t\,dt = x\cos x$

81) $F(x)=\int_0^{\sin x} \sqrt{t}\,dt$

$$F'(x)=\frac{dF}{dx} = \frac{dF}{du}\frac{du}{dx} \qquad donde\ u=\sin x \quad f'(u)=\cos x$$

$$F'(x)=\underbrace{\frac{d}{du}\int_0^u \sqrt{t}\,dt}_{F(x)}\frac{du}{dx} = \underbrace{\sqrt{u}}_{f(u)}\,\underbrace{\frac{du}{dx}}_{f'(u)}, entonces\ reemplazando:$$

$$F'(x)=\sqrt{\sin x}\cos x$$

FICH UNL

# Práctica: Sección 4.4 - Larson

## Teorema Fundamental del Cálculo

FICH UNL

Profesor: Dr. Ing. Carlos C. SCIOLI