2º Examen parcial (10/6/2019)

Apellido y nombres: ....DNI:..

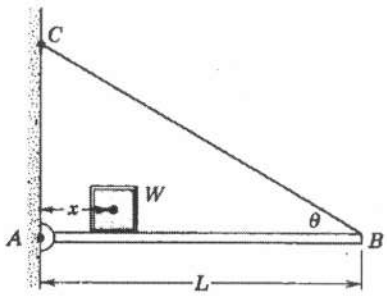
Carrera: ....Nro. de hojas: ....

Regularización

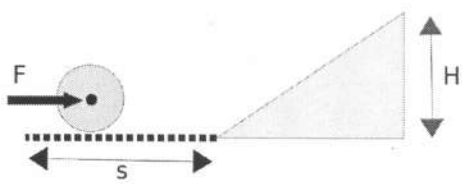
1. (5/10) Una masa M = 200 g está apoyada en un plano sin fricción y unida a un resorte de constante k = 100 N/m. Calcule la amplitud del movimiento que tendrá la masa si, estando en la posición $x_o = 0$ (resorte sin estirar), se le imparte una velocidad $V_o = 50$ cm/s.

2. (5/10) Un disco de radio R = 5 cm, masa M = 300 g, y momento de inercia $I = ½ MR^2$, se suelta sin velocidad desde el punto más alto de una rampa que una altura H = 2,5 m. Determine la velocidad que tendrá el centro de masa del disco al llegar a la base de la rampa, si el mismo rueda sin deslizar.

Promoción



1. Un cable sostiene una barra AB de largo L = 2 m y masa M = 10 kg. El cable puede soportar una tensión máxima de 90 N y forma un ángulo θ=40º.
Calcule:
1.1 (1/10) La distancia x máxima (ver figura) a la que se podrá ubicar el bloque de peso W = 35 N .
1.2 (1,5/10) Las fuerzas $F_x(x)$ y $F_y(x)$ que la pared hace a la barra en el punto A, en función de la distancia x a la que se ubica el bloque.



2. Una rueda de radio R = 30 cm y masa M = 10 kg ($I = ½ MR^2$) se empuja desde su eje con una fuerza F = 100 N. La fuerza solo actúa a lo largo de una superficie con fricción de longitud s y luego la rueda sube una rampa de altura H = 10 m. Si la rueda se desplaza rodando sin deslizar, calcule:
2.1 (1,5/10) La longitud s necesaria para que la rueda llegue a la cima de la rampa girando justo a 30 rpm.
2.2 (1,5/10) La velocidad angular de la rueda en función del tiempo, ω(t), en cada tramo (base y rampa) si el ángulo de la rampa es 30º.

3. Un camión (M_C = 25000 kg) y un automóvil (M_A = 1200 kg) se encuentran sobre una ruta. El auto está detenido y el camión lo enviste con una velocidad de 80 km/h. Calcule:
3.1 (1,5/10) La velocidad de ambos vehículos luego del impacto, sabiendo que luego de la colisión la energía cinética total se reduce en un 3%.
3.2 (1/10) La fuerza media del impacto, si el choque dura 0,1 s.

4 (1/10) En un experimento del programa espacial, un péndulo simple compuesto de un hilo (masa despreciable) de longitud L = 25 cm y una masa puntual m = 0,1 kg se hace oscilar en la superficie de Marte (G = 6.674×10^{-11} Nm²/kg², $M_M = 6.39 \times 10^{23}$ kg, R_M = 1794 km). Prediga el período de la oscilación.

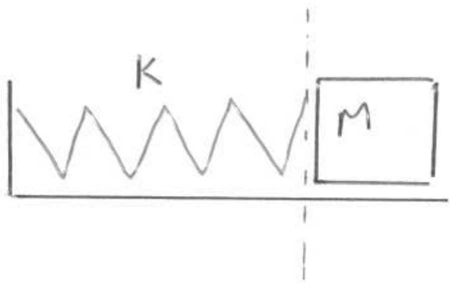
5 (1/10) Escriba la expresión que describe la velocidad de la masa en función del tiempo, para el ejercicio 1 de Regularización.

2° EXAMEN Parcial - SOLUCIÓN

H1

Regularización

1-



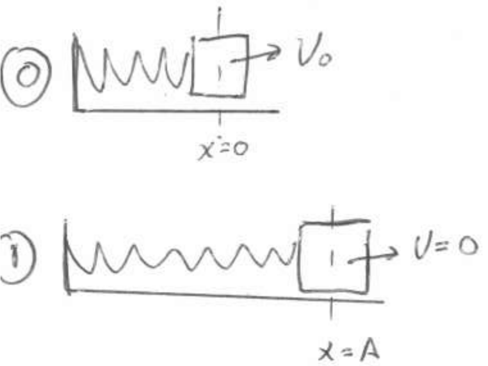
equilibrio

DATOS $K = 100\ \frac{N}{m}$

$M = 200\ gr$

$V(x=0) = 50\ cm/s$

SOL A - Por conservación DE ENERGIA MECÁNICA



$E_0 = E_1$

$\cancel{\tfrac{1}{2}} M V_0^2 = \cancel{\tfrac{1}{2}} K A^2$

$\underline{A} = V_0 \sqrt{\frac{M}{K}} = \underline{0.0224\ m}$

SOL B - por MAS

EN UN MAS LA V_{max} se da en $x = 0$ y vale $V_{max} = A W$ donde $W = \sqrt{\frac{K}{M}}$. Luego

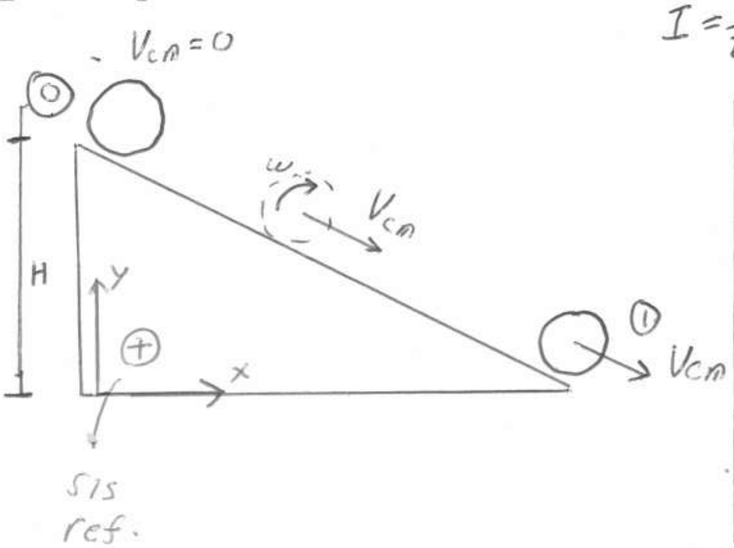
$$V_{max} = V_0 = A W \Rightarrow A = \frac{V_0}{W} = V_0 \sqrt{\frac{M}{K}}$$

---

2 - [redacted] -

DATOS $H = 2.5\ m$ $M = 300\ gr$ $R = 5\ cm$

$I = \frac{1}{2} M R^2$



cons. ENERGIA

$E_0 = E_1$

$$M g H = \frac{1}{2} M V_{cm}^2 + \frac{1}{2} I W^2$$

condición rodamiento SIN deslizamiento

$$V_{cm} = W \cdot R \Rightarrow W = \frac{V_{cm}}{R}$$

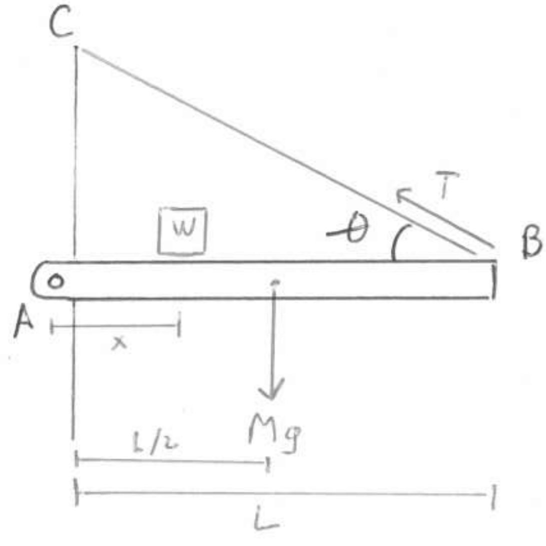
$$\cancel{M} g H = \frac{1}{2} \cancel{M} V_{cm}^2 + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} \cancel{M} \cancel{R^2}\right) \frac{V_{cm}^2}{\cancel{R^2}}$$

$$2gH = V_{cm}^2 + \frac{1}{2} V_{cm}^2 \Rightarrow \frac{3}{2} V_{cm}^2 = 2gH \Rightarrow V_{cm} = \sqrt{\frac{4}{3} g H}$$

$$V_{cm} = \sqrt{\frac{4}{3} \cdot 9.8 \frac{m}{s^2} \cdot 2.5\, m} = 5.71 \ m/s$$

---

1 PROMOCIÓN



DATOS

$M = 10 Kg$

$L = 2 m$

$\theta = 40°$

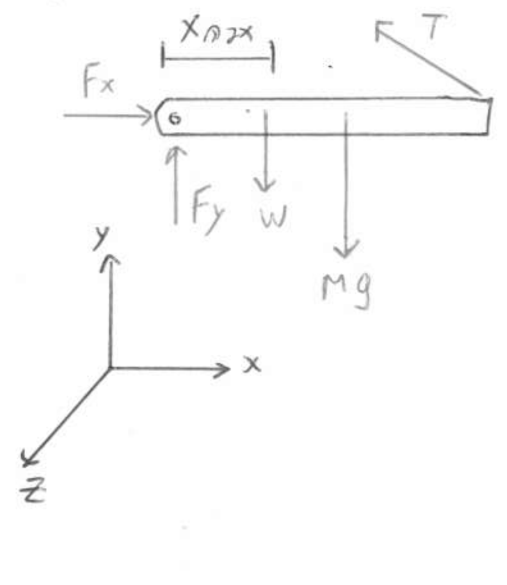
$T_{max} = 90 N$

$W = 35 N$

1-1 $X_{máx}$

$$\text{Equilibrio} \begin{cases} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \\ \Sigma \tau_z = 0 \end{cases} \qquad \text{incognitas} \begin{cases} x_{máx} \\ F_x \\ F_y \end{cases}$$

D.C.L.



Para calcular $X_{máx}$ alcanza con plantear $\Sigma \tau_z$ en el pto A, eliminando F_x y F_y de la ec.

$$\Sigma \tau_{Az} = -W x - Mg \frac{L}{2} + T \operatorname{sen} \theta \cdot L = 0$$

si $T = 90 N$ $x = X_{max}$

$$X_{max} = \frac{T \operatorname{sen} 40° \cdot 2m - 10kg \cdot 9.8 m/s^2 \cdot 1m}{35 N}$$

$$\underline{X_{max} = 0.5058\, m}$$

H2

1.2 escribo $T = f(x)$ a partir de la $\Sigma \tau$ anterior

$$T = \frac{W \cdot x + MgL/2}{\operatorname{sen}\theta \cdot L} = 27.22 \tfrac{N}{m} x + 76.23\ N$$

HAGO $\Sigma F_x = 0$

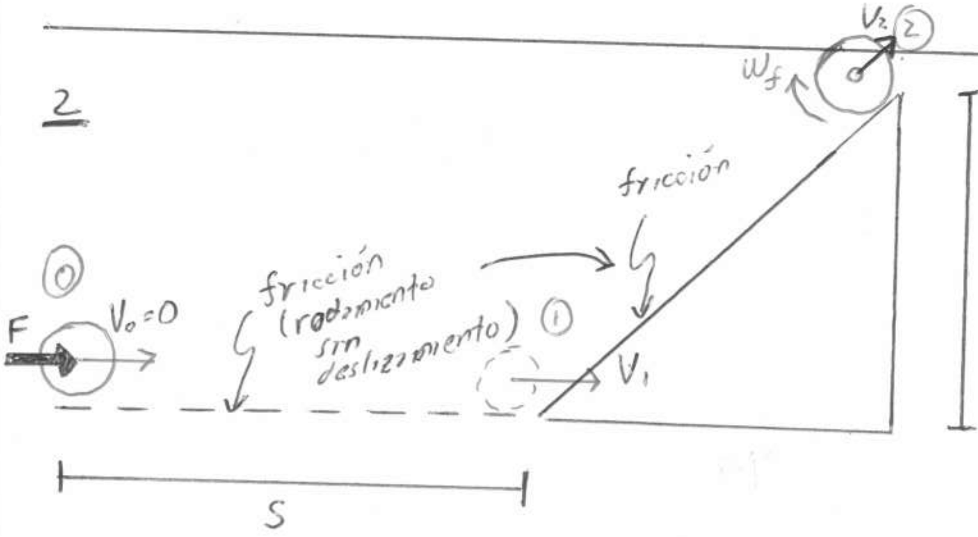
$$F_x - T \cdot \cos\theta = 0 \Rightarrow F_x = T\cos\theta = \frac{W x + MgL/2}{L \cdot tg\,\theta}$$

$\Sigma F_y = 0$ $\quad F_y - W - Mg + T \cdot \operatorname{sen}\theta = 0$

$$F_y = W + Mg - T\operatorname{sen}\theta = W + Mg - \frac{W \cdot x}{L} - \frac{Mg}{2}$$

$$F_y = W\left(1 - \frac{x}{L}\right) + \frac{1}{2}Mg$$

2



DATOS

$H = 10\,m$

$R = 30\,cm$

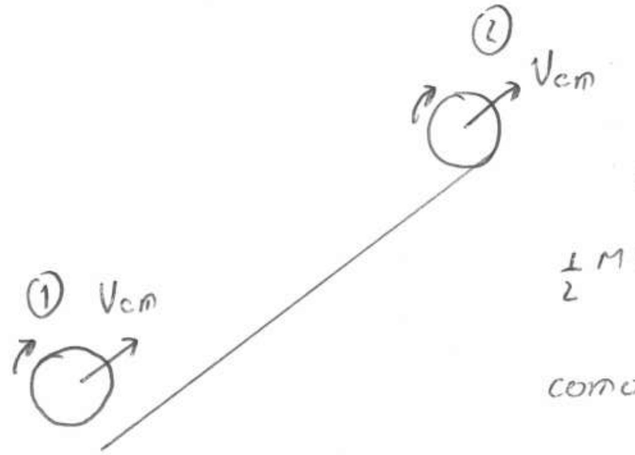
$M = 10\,Kg$

$I = \frac{1}{2}MR^2$

$F = 100\,N$

$W_f = 30\,rpm$

Primero Calculo la Velocidad que debe tener la rueda en la base de la rampa (1) usando conservación de la energía ya que cuando un cuerpo rueda sin deslizar la Fuerza de Fricción no realiza trabajo



$E_1 = E_2$

$\frac{1}{2} M V_{cm_1}^2 + \frac{1}{2} I \omega_1^2 = \frac{1}{2} M V_{cm_2}^2 + \frac{1}{2} I W_{cm_2}^2 + MgH$

como $W = \frac{V_{cm}}{R}$

$\frac{1}{2} \cancel{M} V_{cm_1}^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\cancel{M}\cancel{R^2}\right)\frac{V_{cm_1}^2}{\cancel{R^2}} = \frac{1}{2}\cancel{M} V_{cm_2}^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\cancel{M}R^2\right)\frac{V_{cm_2}^2}{\cancel{R^2}} + \cancel{M}$

$\frac{3}{4} V_{cm_1}^2 = gH + \frac{3}{4} V_{cm_2}^2$

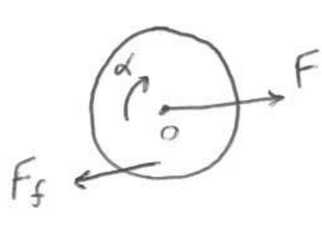
$V_{cm_1} = \sqrt{\frac{4}{3} gH + V_{cm_2}^2}$

dato
$W_2 = 30\ rpm = 3.14\ \frac{rad}{s}$
$V_{cm_2} = 0.9425\ m/$

$\underline{V_{cm_1} = 11.47\ m/s}$

AHORA RESUELVO EL TRAMO ⓪ ①

A- Por dinámica de la rotación



① $\sum F_{x_{cm}} = F - F_f = M\, a_{cm}$

$\alpha = \frac{a_{cm}}{R}$

② $\sum \tau_o = F_f . \cancel{R} = I\alpha = \frac{1}{2} M R^{\cancel{2}} . \frac{a_{cm}}{R}$

$\underline{F_f = \frac{1}{2} M\, a_{cm}}$

Reemplazo ② en ①

$F - \frac{1}{2} M\, a_{cm} = M\, a_{cm} \Rightarrow \frac{3}{2} M\, a_{cm} = F \Rightarrow a_{cm} = \frac{2F}{3M} = 6.66\ m/$

H3

Luego, por cinemática

$$V_{cm_{①}}^2 = \cancel{V_{cm_0}^2}^{\,0} + 2 a_{cm} \cdot S \Rightarrow S = \frac{V_{cm_{①}}^2}{2 a_{cm}} = \underline{9.87\ m}$$

B - Por TTyE (OTRA FORMA)

$$W_{TODAS} = \Delta K$$

$$W_F + \underbrace{\cancel{W_{F_f}}}_{0 \text{ por cond. rodadura}} = K_1 - \cancel{K_0}^{\,0}$$

$$F \cdot S = \frac{1}{2} M V_{cm_1}^2 + \frac{1}{2} I W_1^2 = \frac{3}{4} V_{cm_1}^2 \Rightarrow S = \frac{3}{4} \frac{M V_{cm_1}^2}{F} = \underline{9.87\ m}$$

2.2 $$W(t)_{base} = \underbrace{\cancel{W_0}}_{0} + \alpha t = \frac{a_{cm}}{R} \cdot t = \underline{22.2 \frac{rad}{s^2} \cdot t}$$

$W(t)_{rampa} \Rightarrow$ como TODAS LAS F son ctes α en la rampa será cte, Luego

$$\underline{\alpha = \frac{W_2 - W_1}{\Delta t}} \quad ó$$

$$\underline{W_2^2 = W_1^2 + 2 L \alpha}$$

Si la rampa Tiene un angulo $\theta = 30°$

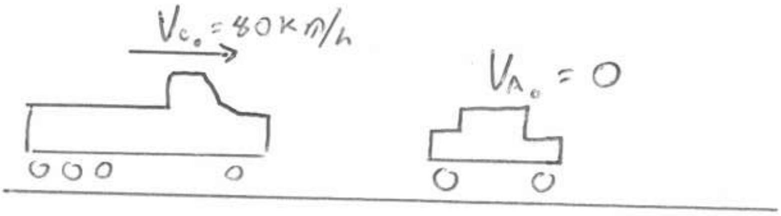
$$L = \frac{H}{sen\,\theta} = \frac{10\,m}{sen\,30°} = \underline{20\,m}$$

Luego, $$\alpha = \frac{W_2^2 - W_1^2}{2L} = \frac{3.14\ rad/s - 38.23\ rad/s}{2 \cdot 20\,m} = -0.877 \frac{rad}{s^2}$$

Luego $$W(t)_{rampa} = W_1 + \alpha t = 38.23 \frac{rad}{s} - 0.877 \frac{rad}{s^2} \cdot t$$

$\boxed{3-}$ CHOQUES $\Rightarrow$ se conserva $\vec{P}$

Choque plástico, NO se conserva K



DATOS

$M_C = 25.000\ kg$

$M_A = 1200\ kg$

$V_{c_0} = 80\ km/h$

Pérdida energía $= 3\%$

$\vec{P_0} = \vec{P_1}$

① $M_c \cdot V_{c_0} = M_c V_{c_1} + M_A V_{A_1}$ $\quad \left.\begin{matrix} V_{A1} \\ V_{c1} \end{matrix}\right\}$ incognitas

② $K_1 = 0.97\ K_0 = \frac{1}{2} M_c V_{c_1}^2 + \frac{1}{2} M_A V_{A_1}^2$

despejo V_{c_1} de ① $\quad \underline{V_{c_1} = 22.22\ m/s - 0.048\ V_{A_1}}$

$V_{c_0} = 22.22\ m/s$

$K_0 = \frac{1}{2} M_c V_{c_0}^2 =$

$= 6.171.605\ J$

reemplazo en ②

$5.554.400\ J = 12500\ kg \left(22.22\ m/s - 0.048\ V_{A_1}\right)^2 + 600\ V_{A_1}^2$

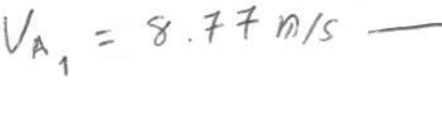
$628.8\ V_{A_1}^2 - 26625\ V_{A_1} + 608.060 = 0$

resuelvo

$V_{A_1} = 8.77\ m/s \longrightarrow V_{c_1} = 21.79\ m/s$ } NO Tiene sentido el auto NO puede ir más lento que el camión

$\underline{V_{A_1} = 33.57\ m/s \longrightarrow V_{c_1} = 20.60\ m/s}$

3.2 F_{media}



$|F_{A-C}| = |F_{C-A}| = F_{media}$

Por Teo. Impulso

$J \cdot \cancel{\ } = \Delta P$

$F_{med} \cdot \Delta t = P_1 - P_0$ $\quad$ (lo aplico al au[to] o al camión)

H 4

Para el auto

$$F_{C-A} = F_{med} = \frac{P_{A_i} - P_{A_0}}{\Delta t} = \frac{M_A \cdot V_{1A} - M_A \cdot 0}{0.1\,s} =$$

$$F_{med} = \frac{1200\ Kg \cdot 33.57\ m/s}{0.1\ s} = \underline{402.840\ N}$$

dif redondeo

Para el camión

$$F_{A-C} = F_{med} = \frac{25.000\,Kg\,(20.6\ m/s - 22.22\ m/s)}{0.1\ s} = \underline{404.999\ N}$$

---

4 -

DATOS

$L = 25cm$

$m = 0.1\ Kg$

$M_M = 6.39 \times 10^{23}\ Kg$

$R_M = 1794\ Km$

$G = 6.67 \times 10^{-11}\ \frac{Nm^2}{Kg^2}$

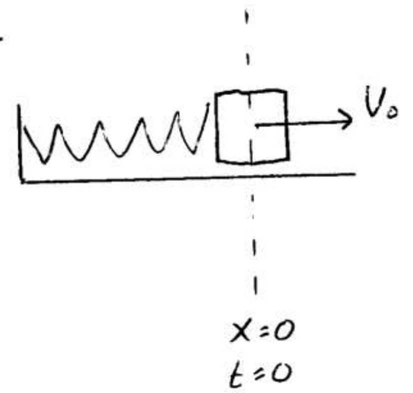
$$W_{pend} = \sqrt{\frac{g}{L}} \qquad \text{en Marte} \qquad \cancel{m}\, g_M = \frac{G \cdot M_M\, \cancel{m}}{R_M^2}$$

$$g_M = \frac{G \cdot M_M}{R_M^2} = 13.24\ m/s^2$$

Luego $W_M = \sqrt{\frac{g_M}{L}} = 7.277\ \frac{rad}{s}$; $W = 2\pi f \Rightarrow f_n = \frac{W_M}{2\pi}$

$f_M = 1.158\ Hz$; $\boxed{T = \frac{1}{f} = \overline{0.86\ s}}$

5 -



en $t=0 \quad x=0$

Luego $\quad x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$

Para que $x(t=0) = 0 \Rightarrow \phi = \frac{\pi}{2}$

Luego $\quad x(t) = A\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = A\,sen(\omega t)$

$$V(t) = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\left(A\,sen(\omega t)\right) = A\omega\cos(\omega t)$$

Verifico: $\quad$ si $t=0 \quad V(0) = A\omega = V_o$ ✓

si $t>0$ y $\omega t < \frac{\pi}{2} \quad V(t) > 0$ ✓

calculo $\quad \omega = \sqrt{\frac{K}{M}} = 22.36\ \frac{rad}{s}$

$$\boxed{V(t) = A\omega\cos(\omega t) = 0.5\ \frac{m}{s}\cos\left(22.36\ \frac{rad}{s}\cdot t\right)}$$