CALCULO II- EXAMEN FINAL
28 de Julio de 2014

<u>NOMBRE Y APELLIDO:</u> ………………………………….……DNI………………………..CARRERA…….
LOS ALUMNOS REGULARES SÓLO RESUELVEN LOS EJERCICIOS CON ***(*)***
<u>CONDICIÓN: REG. / LIBRE</u> Hojas entregadas:........... DURACIÓN DEL EXAMEN: 3hs.

<u>SUGERENCIA:</u> NO ALTERAR EL ORDEN DE LOS EJERCICIOS

<u>EJERCICIO 1</u>

a) Explique la utilidad de parametrizar una curva y qué representa el parámetro que utiliza.

b) La curva de ecuación vectorial $\vec{r}(t) = (\frac{t^2}{2})\vec{i} + (\frac{4}{t})\vec{j} + (\frac{t}{2} - t^2)\vec{k}$ corta a la superficie de ecuación $x^2 - 4y^2 - 4z = 0$ en el punto de coordenadas (2,2,-3). Calcule el ángulo de intersección entre la curva y la superficie. (Tenga en cuenta que dicho ángulo es el formado por el vector tangente a la curva y el plano tangente a la superficie en el punto de intersección). Un pequeño esquema le ayudará a interpretar la situación.

<u>EJERCICIO 2</u>

a) Defina límite de una función *z = f(x,y)* y exprese su significado comparando con el concepto de límite para una función *y = f(x)*
(*)b) Explique, mediante una síntesis, la relación que tienen los conceptos de límite, continuidad y diferenciabilidad en una función de varias variables.

(*)c) Responda cuál/es de las siguientes afirmaciones es/son correcta/s, para la función dada *f(x,y)*, justificando su respuesta.

$$f(x;y) = \begin{cases} \dfrac{2xy}{x^2+y^2} & si\ (x;y) \neq (0;0) \\ 0 & si\ (x;y) = (0;0) \end{cases}$$

i) Es continua $\forall (x,y) \in \Re^2$
ii) Sólo es discontinua en el origen.
iii) Presenta varios puntos de discontinuidad.
iv) No es diferenciable
v) Existen las derivadas en el origen

<u>EJERCICIO 3</u>

a) Defina derivada direccional de una función en un punto.

(*)b) La ecuación definida por $T(x,y,z) = \dfrac{40}{1+x^2+2y^2+3z^2}$ determina la temperatura de un punto del espacio, donde T está medido en ºC y (x,y,z) en metros.
Calcule: i) ¿En qué dirección aumenta más rápidamente la temperatura en el punto (1,1,-2)?,
ii) ¿Cuál es la máxima tasa de incremento?

<u>EJERCICIO 4</u>

a) i) Escriba las expresiones para el cálculo de volumen de una región tridimensional mediante integrales dobles y triples en coordenadas cartesianas.
(*) ii) Presente una síntesis de las ecuaciones que relacionan las coordenadas esféricas con las coordenadas cartesianas y cilíndricas.

***(*)*b)** Encuentre el volumen del sólido limitado por la superficie de ecuación $x^2 + y^2 = 25$, el plano xy, y el plano x + y + z = 8

EJERCICIO 5

a) Defina Trabajo realizado por una Fuerza, mediante una integral de línea

***(*)*b)** Dado el campo vectorial $\vec{u} = (2xy)\vec{i} + (x^2 + z^2)\vec{j} + (2yz)\vec{k}$, responda lo siguiente:

i) Pruebe que su integral curvilínea es independiente de la trayectoria

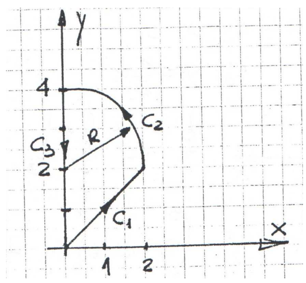
ii) Calcule su función potencial

iii) Calcule su integral curvilínea entre los puntos de coordenadas (0,0,0) y (1,2,3) sobre cualquier curva que los tenga por extremos.

*(*)*EJERCICIO 6

a) Enuncie y demuestre el Teorema de Green.

b)Dado el campo vectorial: $\vec{u} = (y^2 - 2x)\vec{i} + (y^2 - 2xy)\vec{j}$, calcule $\oint_C \vec{u}.d\vec{r}$ siendo C la curva que une los tramos C_1 con C_2 y C_3 como muestra la figura.



EJERCICIO 7

*(*)*a) Escriba tres formas equivalentes a decir que un campo vectorial es conservativo.

b) Teorema de Stockes: ***(*) i)*** Escriba el enunciado ii) Realice la demostración

c) Calcule el flujo del rotor del campo vectorial $\vec{F}(x, y, z) = 4z\vec{i} - 2x\vec{j} + 2x\vec{k}$ tomando como superficie S la región del plano $z = y + 1$ que se proyecta en el plano xy sobre la región $R = \{(x, y) / x^2 + y^2 \leq 1\}$. Verifique el resultado.

FIN DEL EXAMEN

Algunas integrales que pueden ser de utilidad:

$$\int \sqrt{a^2 - x^2}\,dx = \frac{1}{2} x\sqrt{a^2 - x^2} + \frac{1}{2} a^2 arctg \frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}} + C$$

$$\int x\sqrt{a^2 - x^2}\,dx = \frac{1}{3}(x^2 - a^2)^{3/2} + C$$

$$\int sen^2 ax dx = \frac{1}{2} x - \frac{sen 2ax}{4a} + C$$

$$\int \cos^2 ax dx = \frac{1}{2} x + \frac{sen 2ax}{4a} + C$$