



Las Malvinas
son argentinas



ESTADÍSTICA

DIAPPOSITIVAS DE EJEMPLO

Unidad 6 – Estadística Inferencial
Distribución por muestreo

Ingeniería en Informática

Año 2022

Prof. Juan Pablo Taulamet

Problema

Dada la siguiente población de elementos:

$$X = \{22, 24, 26\}$$

- a) Enumerar todas las muestras posibles de tamaño dos, escogidas mediante muestreo aleatorio simple.
- b) Obtener la esperanza y varianza de la población y de la media muestral.

Planteo

a) Diferenciaremos los dos casos de muestreo: con y sin reposición.

b) Se pide:

$$E(X), V(X), E(\bar{X}), V(\bar{X})$$

Es decir:

$$\mu, \sigma^2, \mu_{\bar{X}}, \sigma_{\bar{X}}^2$$

Planteo

Por último intentaremos confirmar que:

$$\mu_{\bar{X}} = \mu$$

$$\sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} \text{ (Con Rep.)}$$

$$\sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} * \frac{N-n}{N-1} \text{ (Sin Rep.)}$$

Esperanza de X

Los valores de la población tienen igual probabilidad de ocurrencia por tanto su función de cuantía es:

X	22	24	26
$f(X)$	1/3	1/3	1/3

Luego:

$$\begin{aligned}\mu = \alpha_1 &= \sum_{\forall x_i} x_i^1 * f(x_i) = \\ &= \frac{22}{3} + \frac{24}{3} + \frac{26}{3} = 24\end{aligned}$$

Varianza de X

$$\sigma^2 = \alpha_2 - \alpha_1^2 =$$

$$\left[\sum_{\forall x_i} x_i^2 * f(x_i) \right] - 24^2 =$$

$$= \left[\frac{22^2}{3} + \frac{24^2}{3} + \frac{26^2}{3} \right] - 576 =$$
$$\frac{8}{3} \approx 2.67$$

Esperanza de la media muestral

(Caso con reposición)

M1: 22, 24 $\bar{X}_1 = 23$

M4: 22, 22 $\bar{X}_4 = 22$

M7: 24, 22 $\bar{X}_7 = 23$

M2: 22, 26 $\bar{X}_2 = 24$

M5: 24, 24 $\bar{X}_5 = 24$

M8: 26, 22 $\bar{X}_8 = 24$

M3: 24, 26 $\bar{X}_3 = 25$

M6: 26, 26 $\bar{X}_6 = 26$

M9: 26, 24 $\bar{X}_9 = 25$

X	22	23	24	25	26
$f(X)$	1/9	2/9	3/9	2/9	1/9

$$\begin{aligned}\mu_{\bar{X}} &= \sum_{\forall \bar{x}_i} \bar{X}_i * f(\bar{X}_i) = \\ &= \frac{22*1}{9} + \frac{23*2}{9} + \frac{24*3}{9} + \frac{25*2}{9} + \frac{26*1}{9} = 24\end{aligned}$$

Varianza de media muestral

(Caso con reposición)

$$\sigma^2 = \alpha_2 - \alpha_1^2 =$$

$$\left[\sum_{\forall \bar{x}_i} x_i^2 * f(\bar{x}_i) \right] - 24^2 =$$

$$= \left[\frac{22^2 * 1}{9} + \frac{23^2 * 2}{9} + \frac{24^2 * 3}{9} + \right.$$

$$\left. \frac{25^2 * 2}{9} + \frac{26^2 * 1}{9} \right] - 576 = \frac{4}{3} \approx 1.34$$

Esperanza de la media muestral

(Caso sin reposición)

M1: 22, 24 $\bar{X}_1 = 23$

M3: 24, 26 $\bar{X}_3 = 25$

M5: 26, 22 $\bar{X}_5 = 24$

M2: 22, 26 $\bar{X}_2 = 24$

M4: 24, 22 $\bar{X}_4 = 23$

M6: 26, 24 $\bar{X}_6 = 25$

X	23	24	25
$f(X)$	2/6	2/6	2/6

$$\begin{aligned}\mu_{\bar{X}} &= \sum_{\forall \bar{x}_i} \bar{X}_i * f(\bar{X}_i) = \\ &= \frac{23*2}{6} + \frac{24*2}{6} + \frac{25*2}{6} = 24\end{aligned}$$

Varianza de media muestral

(Caso sin reposición)

$$\sigma^2 = \alpha_2 - \alpha_1^2 =$$

$$\left[\sum_{\forall \bar{x}_i} x_i^2 * f(\bar{x}_i) \right] - 24^2 =$$

$$= \left[\frac{23^2 * 2}{6} + \frac{24^2 * 2}{6} + \frac{25^2 * 2}{6} \right] - 576 =$$

$$\frac{2}{3} \approx 0.67$$

Conclusiones

$$\mu = 24 \quad \sigma^2 = \frac{8}{3}$$

Caso con rep.

$$\begin{aligned}\mu_{\bar{X}} &= 24 \\ \sigma_{\bar{X}}^2 &= 4/3 \\ n &= 2\end{aligned}$$

Se verifica que:

$$\begin{aligned}\mu_{\bar{X}} &= \mu \\ \sigma_{\bar{X}}^2 &= \frac{\sigma^2}{n}\end{aligned}$$

Caso sin rep.

$$\begin{aligned}\mu_{\bar{X}} &= 24 \\ \sigma_{\bar{X}}^2 &= 2/3 \\ n &= 2 \\ \frac{N-n}{N-1} &= \frac{3-2}{3-1} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

Se verifica que:

$$\sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} * \frac{N-n}{N-1}$$



Las Malvinas
son argentinas



ESTADÍSTICA

DIAPPOSITIVAS DE EJEMPLO

Unidad 6 – Estadística Inferencial
Intervalos de Confianza

Ingeniería en Informática

Año 2022

Prof. Juan Pablo Taulamet

¡Año Electoral!

Ejercicio 1

Según los dirigentes del partido A, la intención de voto del partido rival B, en la ciudad I, es la misma que la que tiene en la ciudad II. Se realiza una encuesta a 100 personas en la ciudad I de las que 25 mostraron su apoyo al partido B, y a otras 100 personas en la ciudad II de las que 30 se declaran simpatizantes del partido B.

- ¿Podría decir cuál sería la proporción real de personas que votarían al partido B en la ciudad I? Realícelo y justifique.
- ¿A cuántas personas habría que encuestar para tener un margen de error de 2%?

¡Año Electoral!

a) “Prop. de votos a B en CI” = ?

$$\pi_{BenI} = ?$$

Datos:

$$p = 25/100$$

$$n = 100$$

$$1 - \alpha = ?$$

¡Año Electoral!

a) I.C. para: π_{BenI}

$$1- \alpha = 90\% \Rightarrow Z_{95} \approx 1,64^*$$

$$p = 25/100 \quad n = 100$$

Estimamos π

Usando p

Y obtenemos:

$$\text{I.C. } 0,25 \pm 1,64 \sqrt{\frac{0,25 \times 0,75}{100}}$$

* En GNUmeric $Z_{95} = \text{normsinv}(95\%)$

¡Año Electoral!

a) I.C. para: $\pi_{BenI} = ?$

Elegimos una confianza: $1 - \alpha = 90\%$

$p = 25/100$ $n = 100$

$$\left(p \pm |Z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}| \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \right)$$

¡Año Electoral!

Ejercicio 1

Según los dirigentes del partido A, la intención de voto del partido rival B, en la ciudad I, es la misma que la que tiene en la ciudad II. Se realiza una encuesta a 100 personas en la ciudad I de las que 25 mostraron su apoyo al partido B, y a otras 100 personas en la ciudad II de las que 30 se declaran simpatizantes del partido B.

- ¿Podría decir cuál sería la proporción real de personas que votarían al partido B en la ciudad I? Realícelo y justifique.
- ¿A cuántas personas habría que encuestar para tener un margen de error de 2%?

¡Año Electoral!

b) Para un error del 2%

$$\left(p \pm \left| Z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)} \right| \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \right)$$

$$n = ?$$

¡Año Electoral!

b) Para un error del 2%

$$\left(p \pm \left| Z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)} \right| \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \right)$$

$$2\% = 1,64 \sqrt{\frac{0,25 \times 0,75}{n}} \Rightarrow n \approx 1268$$

Respuestas

- a) Se estima que la proporción poblacional de personas que votarán al candidato B en la Ciudad I, considerando un 90% de confianza, se encuentra en el intervalo (0.18, 0.32).
- b) Para no cometer un error mayor al 2% en la estimación, considerando una confianza del 90%, habría que encuestar al menos a 1268 personas.