



**UNL • FACULTAD
DE INGENIERÍA Y
CIENCIAS HÍDRICAS**

TRABAJO PRÁCTICO N° 2

CINEMÁTICA: MOVIMIENTO EN 2 DIMENSIONES

Comisión: B-G5

Grupo: B-G5.V

Alumnos:

- Bargas, Santiago
- Benegas, Dámaris
- Cassotti, Franco
- Lovato Barolo, Lorenzo
- Saccani, Segundo
- Soler, Martín



Resumen:

En el presente trabajo práctico experimental, se estudia la descomposición del movimiento del tiro proyectil en los ejes de la trayectoria, con el objetivo de relacionar los modelos matemáticos con las situaciones físicas que se presentan.

Para elaborarlo, se utilizaron los materiales provistos por la cátedra y, mediante el registro y análisis de los resultados obtenidos, se pudo conocer la trayectoria del tiro proyectil y su gráficas. Además, se comprendieron las discrepancias entre los resultados esperados y los obtenidos.

Introducción:

En este trabajo práctico, se estudia la descomposición del movimiento del tiro proyectil en los dos ejes de la trayectoria, para esto es importante destacar que cuando se arroja un objeto con una determinada velocidad inicial y un ángulo determinado, este va a tener un movimiento parabólico, donde el movimiento del proyectil siempre estará limitado a un plano vertical determinado por la dirección de la velocidad inicial. Esto debido a que la aceleración debida a la gravedad es siempre vertical y la gravedad no puede mover un proyectil lateralmente, por lo tanto, este movimiento es bidimensional. Esto permite que las ecuaciones que describen al movimiento se desacoplen. Siendo en el caso del eje x (horizontal):

$$x(t) = x_0 + v_{0x}t + 0.5 a_x t^2 \quad (1)$$

$$V_x(t) = v_{0x} + a_x t \quad (2)$$

Pero al no actuar la gravedad en esta dirección, la componente de la velocidad en x será constante por lo que la aceleración será 0, entonces las ecuaciones que describen la trayectoria en el eje x son:

$$x(t) = x_0 + v_{0x}t \quad (3)$$

$$V_x(t) = v_{0x} \quad (4)$$

Además la componente de la velocidad inicial en x queda representada de la siguiente manera:

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha \quad (5)$$

Siendo α el ángulo de inclinación de la velocidad inicial que se presenta en el tiro proyectil.

En el caso del eje y (vertical) las ecuaciones que describen la trayectoria son:

$$y(t) = y_0 + v_{0y}t + 0.5 a_y t^2 \quad (6)$$

$$V_y(t) = v_{0y} + a_y t \quad (7)$$

En el caso del eje vertical la aceleración corresponderá a la gravedad (g) por lo que las ecuaciones se presentan de la siguiente manera:

$$y(t) = y_0 + v_{0y}t - 0.5gt^2 \quad (8)$$

$$V_y(t) = v_{0y} - gt \quad (9)$$



Asimismo la componente de la velocidad inicial en x queda representada de la siguiente manera:

$$v_{0y} = v_0 \sin \alpha$$

Es de suma importancia que cuando se habla de velocidad se habla de una magnitud vectorial asociada al cambio de posición del cuerpo en el espacio dentro de determinada cantidad de tiempo, a diferencia de la rapidez que es una magnitud escalar, no vectorial; siendo en definitiva el valor absoluto de la velocidad.

Además, también es importante destacar que cuando un cuerpo es sometido a un movimiento con una aceleración constante, podemos definir este tipo de movimiento como un movimiento uniformemente acelerado. En cambio, cuando un cuerpo es sometido a un movimiento en el cual la aceleración es nula y por lo tanto su velocidad es constante, el movimiento se puede definir como un movimiento rectilíneo uniforme.

En este trabajo se intenta relacionar las ecuaciones anteriormente nombradas con las diversas situaciones físicas que se presentan al lanzar un objeto con un determinado impulso, y se estudia la relación de los resultados obtenidos a partir del análisis del lanzamiento con los diferentes parámetros de cada ecuación y se determina el tipo de movimiento para cada eje.

Sección experimental:

Materiales utilizados:

- Riel
- Lanzador
- Pelota de acero
- Cinta adhesiva
- Cinta métrica
- Pantalla de metal
- Papel carbónico
- Papel blanco
- Aplicación “AudioTime+”

Procedimiento:

Parte 1 - Sistema de referencias

Se estableció un sistema de referencias con ejes x-y en donde el centro de ordenadas se ubicaba en la punta del lanzador, que sería desde donde salía la bola de acero que hacía de proyectil. Al lanzador a su vez se lo fijó en un ángulo de 40°.

Parte 2 - Sistema de medición

Se colocó el lanzador sobre un riel de metal con una escala métrica grabada en él. Este riel se utilizó para medir los valores en x con respecto a nuestro sistema de referencia donde se posicionó a la pantalla metálica donde impactará el proyectil.



UNL • FACULTAD
DE INGENIERÍA Y
CIENCIAS HÍDRICAS

Se adhirió a la pantalla metálica un papel blanco con un papel carbónico sobre él, para que al golpear el proyectil sobre la pantalla, se marque en la hoja donde fue la colisión. Este papel permitiría medir las mediciones en y de donde impactó la bola de acero.

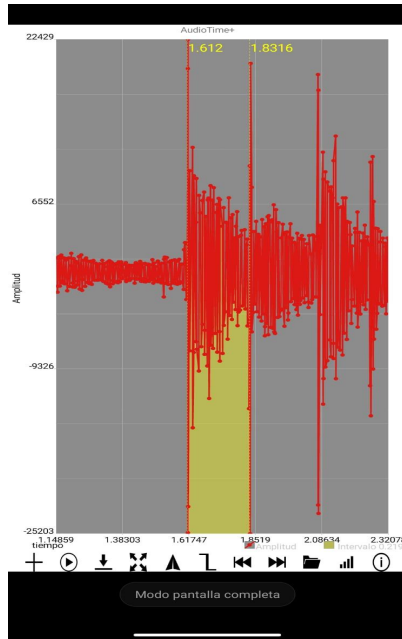
Parte 3 - Lanzamientos y registro

Se lanzó el proyectil con una distancia determinada a la pantalla y se registraron los tiempos con el software AudioTime+. En base a los sonidos percibidos en la grabación se obtuvieron los tiempos de lanzamiento e impacto del proyectil. Con el papel, una cinta métrica y el riel metrizado se obtuvieron las coordenadas en los ejes x-y donde impactó el proyectil.

Este proceso se inició con una distancia en x entre el lanzador y la pantalla de 0.20 metros y se repitió 10 veces aumentando la distancia en aproximadamente en 0.05 metros entre cada repetición.



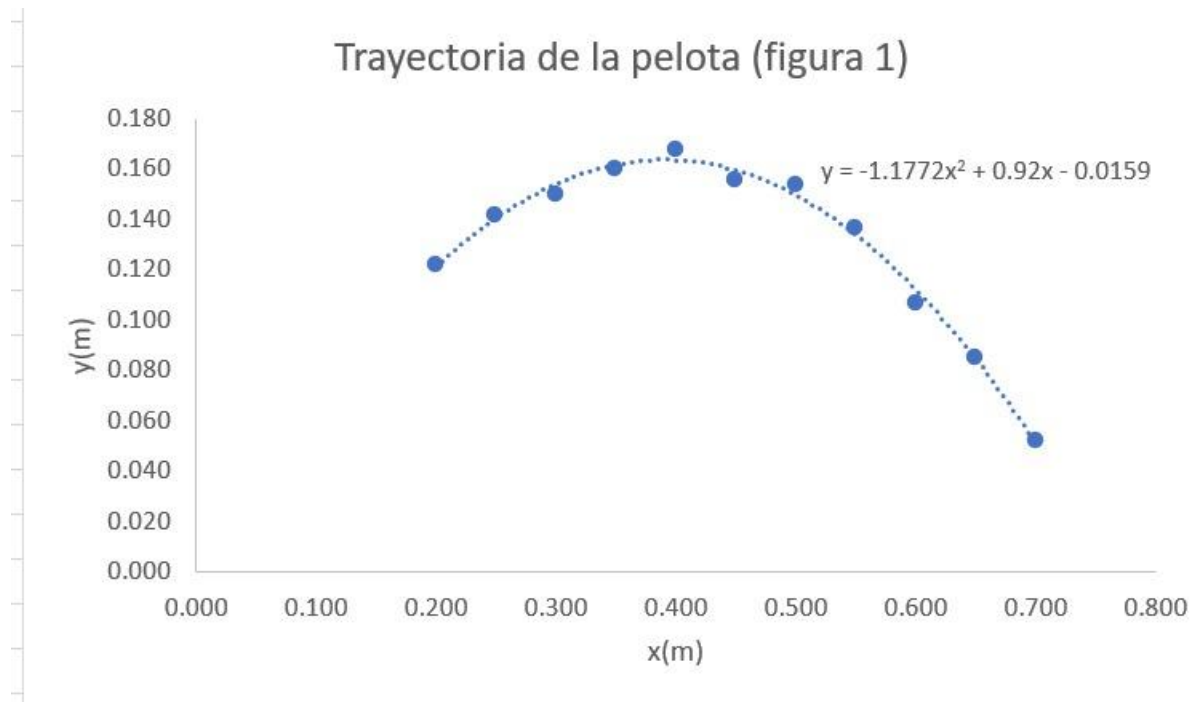
Resultados:



Adjuntamos una captura de pantalla sobre la aplicación AudioTime+ que fue la utilizada al momento de realizar el experimento. Esta nos permite poder medir el tiempo desde que la pelota fue lanzada hasta que impactó en la pantalla.

A partir del procedimiento realizado, se pudo obtener los siguientes datos experimentales:

Tiempo (s)	Coordenada x (m)	Coordenada y (m)
0.067	0.200	0.122
0.121	0.250	0.142
0.146	0.300	0.150
0.173	0.350	0.160
0.199	0.400	0.168
0.220	0.450	0.156
0.240	0.500	0.154
0.270	0.550	0.137
0.289	0.600	0.107
0.340	0.650	0.085
0.361	0.700	0.052



En la gráfica de la figura 1 se puede observar una curva aproximadamente parabólica cóncavo hacia abajo representando el movimiento en el eje y en función de x.

Partiendo de las ecuaciones de movimiento:

$$y(t) = y_0 + v_{0y}t - 0.5a_y t^2$$

$$x(t) = x_0 + v_{0x}t$$

Se puede obtener una ecuación y(x), osea, la ecuación del desplazamiento en y en función del desplazamiento en x, la cual quedaría de la siguiente manera.

$$\left(\frac{x}{v_{0x}}\right) = t$$

Ahora se reemplaza y en la ecuación de y(t) por lo que quedaría una ecuación y(x):

$$y(x) = y_0 + v_{0y}\left(\frac{x}{v_{0x}}\right) - 0.5 a_y \left(\frac{x}{v_{0x}}\right)^2$$

Para verificar esta ecuación se puede reemplazar con un valor en x cualquiera:

Por ejemplo, para el valor en x igual a 0,700 [m] se obtiene

$$0,2527[m/s] = \frac{0,700[m]}{0,361[s]}$$

$$0,052[m] = 0[m] + v_{0y}\left(\frac{0,700[m]}{0,2527[m/s]}\right) - 0,5 \cdot 9,81[m/s^2] \left(\frac{0,700[m]}{0,2527[m/s]}\right)^2$$

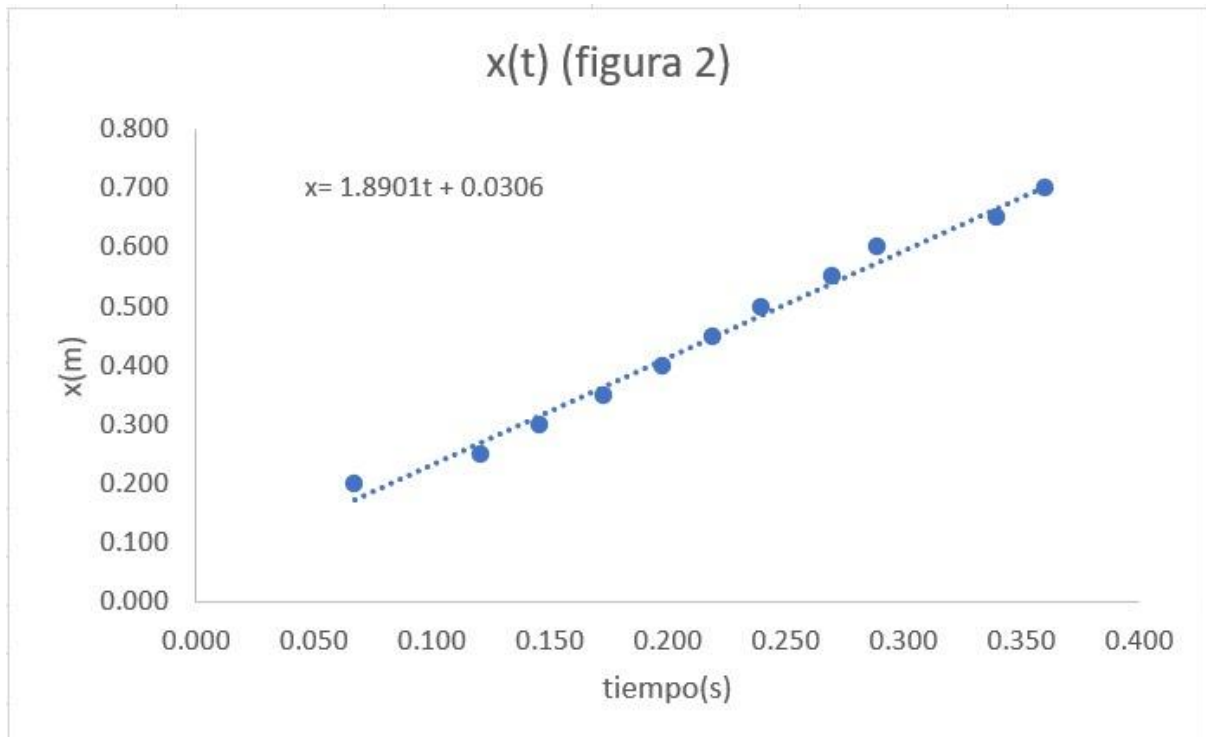
Y se despeja v_{0y} .

$$(0,052[m] + 0,5 \cdot 9,81[m/s^2] \left(\frac{0,700[m]}{0,2527[m/s]}\right)^2) / \left(\frac{0,700[m]}{0,2527[m/s]}\right) = v_{0y}$$



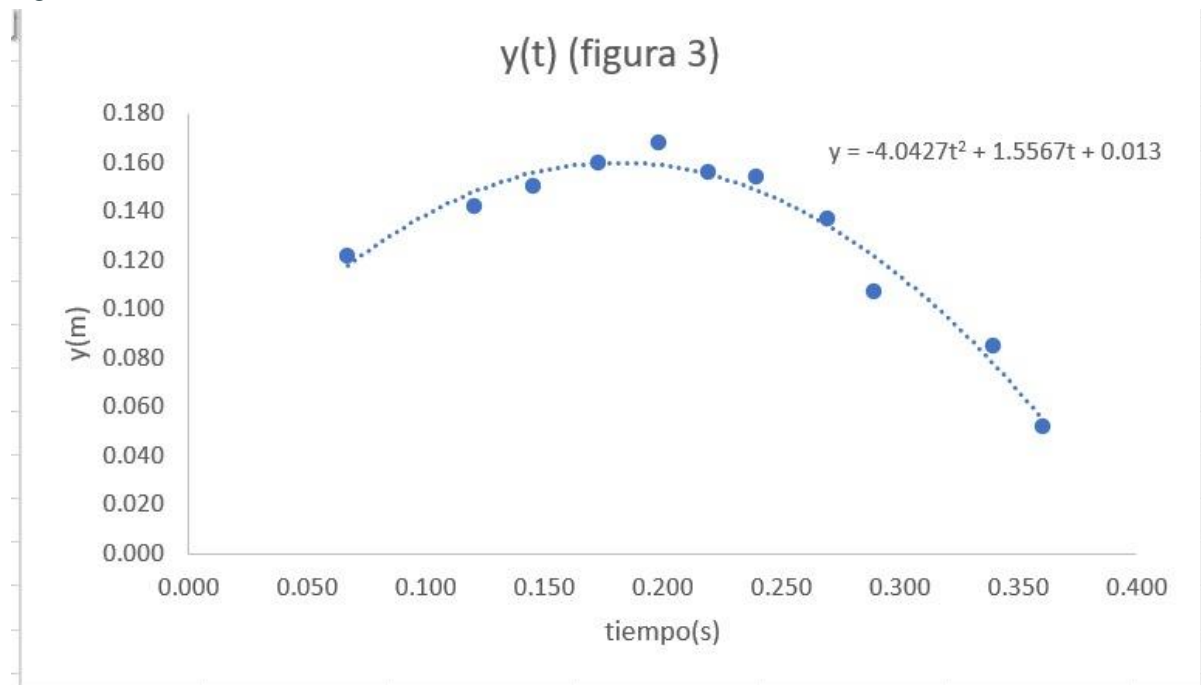
$$13,606[m/s] = v_{0y}$$

Y si se lo compara con la ecuación presentada en la figura 1 en el mismo momento podemos observar una diferencia aproximada de 0.0006 entre ambas.



En cambio, en la gráfica de la figura 2 se puede apreciar un movimiento lineal, realizado por la pelota sobre el eje x en función del tiempo. Esto es así debido a que la aceleración con respecto a x es cero, por lo que la función quedaría $x(t) = x_o + v_{ox} t$

Figura 3:



Para finalizar, en la gráfica de la figura 3 se puede examinar el movimiento parabólico que realizó la pelota sobre el eje y en función del tiempo, similar en cuanto a la forma de la figura. Este movimiento ocurre al lanzar al objeto con una velocidad y un ángulo igual a 40° , el cuál se verá afectado por la gravedad. Esto se refleja en la velocidad inicial, ya que ésta disminuirá a medida que se acerque al punto más alto de la parábola y luego volverá a aumentar en dirección contraria.

A partir de las gráficas obtenidas la pelota en la figura 1 realiza un movimiento aproximadamente parabólico cóncavo hacia abajo debido a que el resultado es una ecuación de grado 2 representando el movimiento de la pelota en función de $x(m)$ y $y(m)$.

En la figura 2, en el eje x, el tipo de movimiento que realiza la pelota es un movimiento lineal ya que la aceleración con respecto a x es cero y obtenemos la ecuación de una recta

En la figura 3, en el eje y, el tipo de movimiento que realiza la pelota es un movimiento aproximadamente parabólico ya que esto ocurre al lanzar un objeto con velocidad el cual se verá afectado por la gravedad.

Analizando los gráficos anteriores se pueden obtener los valores de los componentes x e y de la velocidad, la posición inicial y la aceleración. Los valores de la posición inicial x_0 igual a 0,0306m e y_0 igual a 0,013m. Notar que si bien se inició el movimiento en (0,0) existe un pequeño error en las mediciones debido a que los valores obtenidos en la aplicación AudioTime+ no son totalmente exactos ya que nosotros debemos detectar la medición de cuando sale la pelota y cuando toca con la varilla del medidor. Con respecto a la velocidad al comienzo del lanzamiento esta es 1,8901 m/s en x y 1,5567 m/s en y. Por último la aceleración en y (a_y) es la gravedad (g) que equivale a $9,8 \text{ m/s}^2$.



Entonces como $V_x = 1,8901 \frac{m}{s}$ y $V_y = 1,5567 \frac{m}{s}$, calculamos el ángulo con la fórmula *tangente* $\alpha = \frac{V_x}{V_y}$. Con lo cual $\alpha = 39^\circ 28' 30.42''$

A partir de la rapidez de los componentes v_{oy} y v_{0x} obtenidos de los gráficos se puede obtener la rapidez de la pelota que responde a la ecuación $(v_{oy}^2 + v_{0x}^2)^{1/2}$ y es igual a 2,4486 m/s.

Conclusión:

A lo largo de este trabajo de experimentación se estudió el movimiento parabólico de un cuerpo, el cual se pudo analizar a través del registro de coordenadas, mediante el uso de los materiales provistos por la cátedra, y del registro del tiempo, utilizando la aplicación AudioTime+.

Esto permitió relacionar los datos registrados con las ecuaciones generales del movimiento proyectil pudiendo concluir que cuando realizamos un tiro proyectil la trayectoria del proyectil tiene una forma parabólica. Se aprecia que la única aceleración presente es la gravedad que apunta siempre en la misma dirección y trabaja solo en el eje vertical, sin importar la trayectoria del objeto, habiendo un desacople entre las ecuaciones de dicho movimiento. Esto permite concluir que el tiro en el eje vertical está conformado por un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado y en el caso del eje horizontal por un movimiento rectilíneo uniforme, ya que en el caso de este eje, el objeto viaja en una trayectoria con una velocidad constante. Es debido aclarar, que se encontraron discrepancias en cuanto a los datos esperados y a los obtenidos, específicamente a la hora de calcular la altura máxima del objeto donde la velocidad esperada era 0 m/s y la obtenida fue un valor aproximado pero diferente al fin. Este tipo de errores pueden deberse a diferentes errores de medición a la hora de la experimentación.