RECUPERATORIO PARCIAL 1 – ECUACIONES DIFERENCIALES (8/10/2022)

Ejercicio 1:

A. Obtener la solución general de $y' + y = e^{sen\,x} * (\cos(x) + 1)$ y demostrar que independientemente de las condiciones iniciales la solución y(x) tiende a una función periódica cuando x→0.
B. Obtener la familia uniparamétrica solución de:
   i. $\frac{dy}{dx} = -\frac{2xy+y^4}{3x^2+6xy^3}$
   ii. $\frac{dy}{dx} = \frac{-4}{x^2} - \frac{1}{x}y + y^2$ donde $y_1(x) = \frac{2}{x}$ es solución conocida de la ED

Ejercicio 2:

A. Dado el siguiente PVI $\begin{Bmatrix} xt\,\frac{dx}{dt} = 3x^2 + t^2 \\ x(-1) = 2 \end{Bmatrix}$
   i. Resolver el PVI y escribir la solución en forma explícita.
   ii. Encontrar el intervalo máximo de definición.
B. Sea $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ donde f(x,y) es homogénea de grado 0. Demostrar que y=ux convierte a la ecuación en una de tipo "variables separables".

Ejercicio 3:

A. Un tanque de 120 galones, contiene inicialmente 90 libras de sal disueltas en 90 galones de agua. Hacia el tanque fluye, a razón de 4 galones por minuto, una salmuera que contiene 2 libras de sal por galón y la mezcla debidamente agitada y homogeneizada se extrae del tanque a razón de Q galones por minuto. Si se sabe el tanque comienza a desbordarse justo a los 30 min determine:
   i. La razón Q de salida
   ii. La cantidad de sal cuando el tanque se llena
B. Si el wronskiano de un determinado conjunto de funciones es cero en algún punto perteneciente a un intervalo I. ¿Es posible concluir algo acerca de la independencia lineal de dicho conjunto en I? Justificar.

Ejercicio 4:

A. Dado el PVI $\begin{Bmatrix} u''' + u'' - 2u = 0 \\ u(0) = u'(0) = u''(0) = 0 \end{Bmatrix}$
   i. Sin resolver, ¿Puede garantizar solución única estableciendo las condiciones pertinentes? Justificar.
   ii. Hallar el conjunto fundamental de la ED.
   iii. Encontrar la solución del PVI.