CAP. 9-10



Moviéndose a la derecha y frenando.



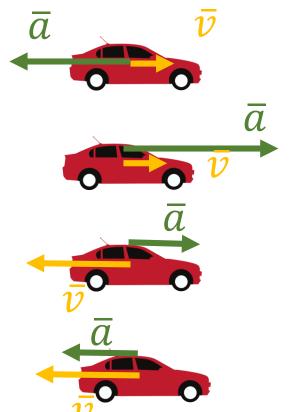
Moviéndose a la derecha y acelerando.



Moviéndose a hacia atrás y frenando.



Moviéndose a hacia atrás acelerando



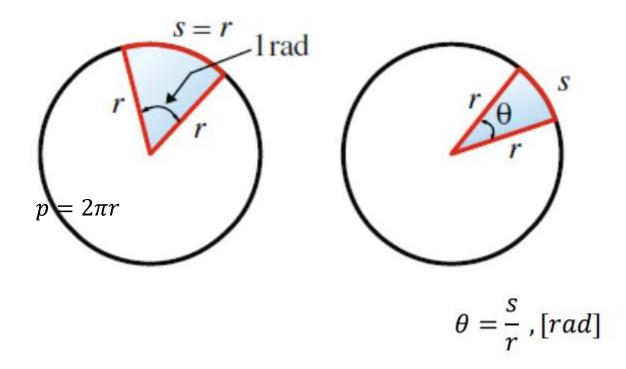
Moviéndose a la derecha y frenando.

Moviéndose a la derecha y acelerando.

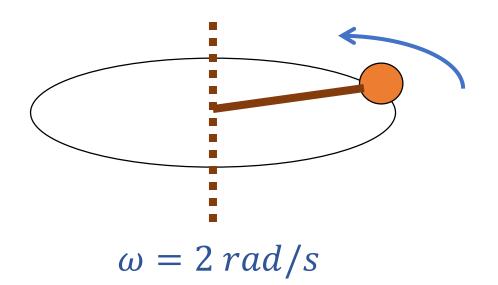
Moviéndose a hacia atrás y frenando.

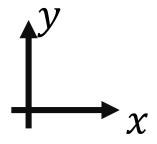
Moviéndose a hacia atrás acelerando



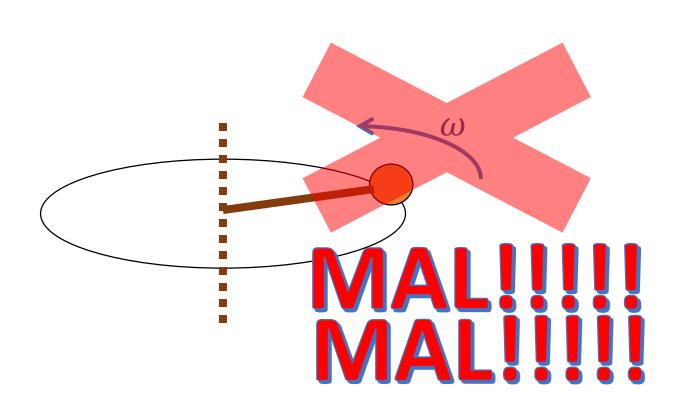


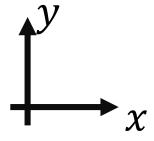




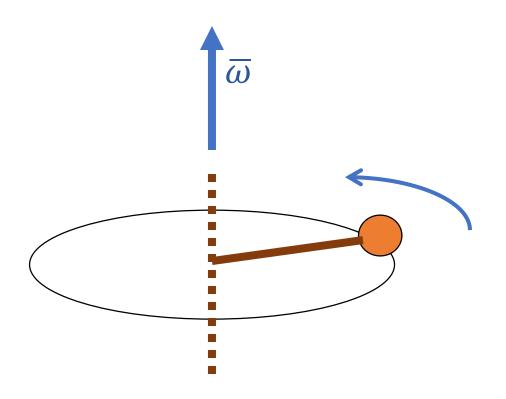


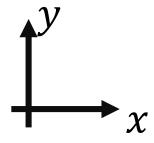




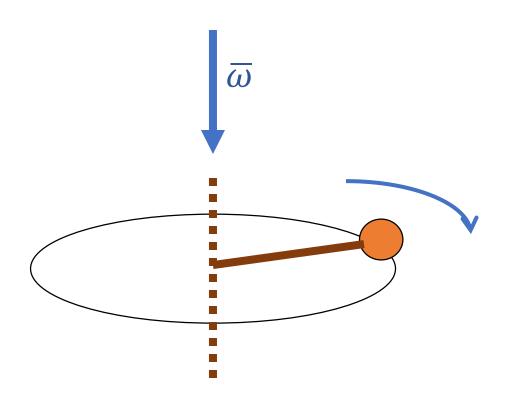


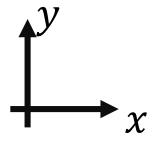












En esta breve introducción se detalla el movimiento rotacional de forma comparativa con el movimiento lineal:

Posición angular:

$$\theta = \frac{s}{r}$$
 [rad]

Velociad angular:

$$\overline{\omega} = \frac{d\theta}{dt} \quad \left[\frac{rad}{s}\right]$$

Aceleración angular:

$$\bar{\alpha} = \frac{d\bar{\omega}}{dt} \quad \left[\frac{rad}{s^2}\right]$$

Movimiento angular c/ aceleración cte.:

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$\theta - \theta_0 = \frac{1}{2}(\omega - \omega_0)\Delta t$$

$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha(\theta - \theta_0)$$

Posición:

$$r$$
 $[m]$

Velocidad:

$$\bar{v} = \frac{d\bar{r}}{dt} \quad \left[\frac{m}{s}\right]$$

Aceleración:

$$\bar{v} = \frac{d\bar{x}}{dt} \quad \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

Movimiento rect. c/ aceleración cte.:

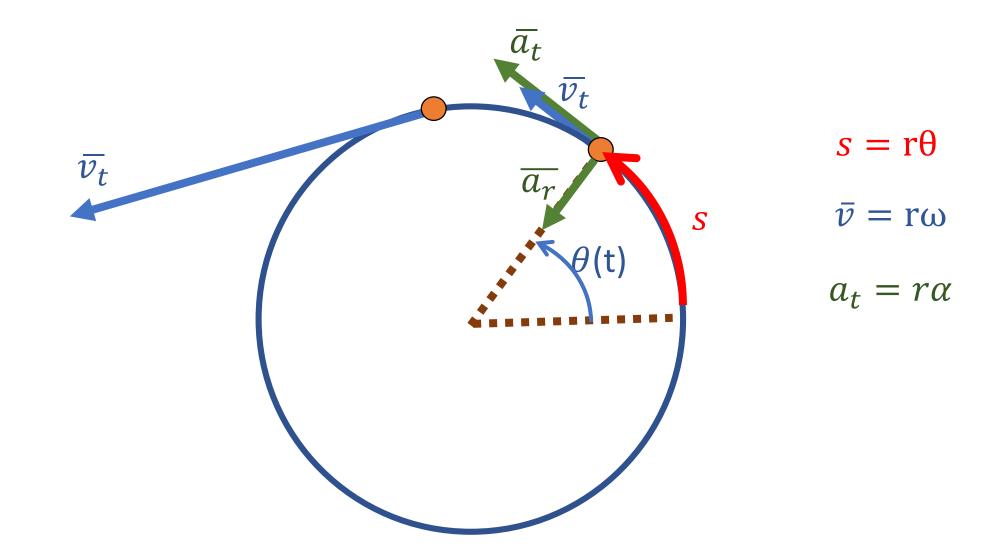
$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v = v_0 + at$$

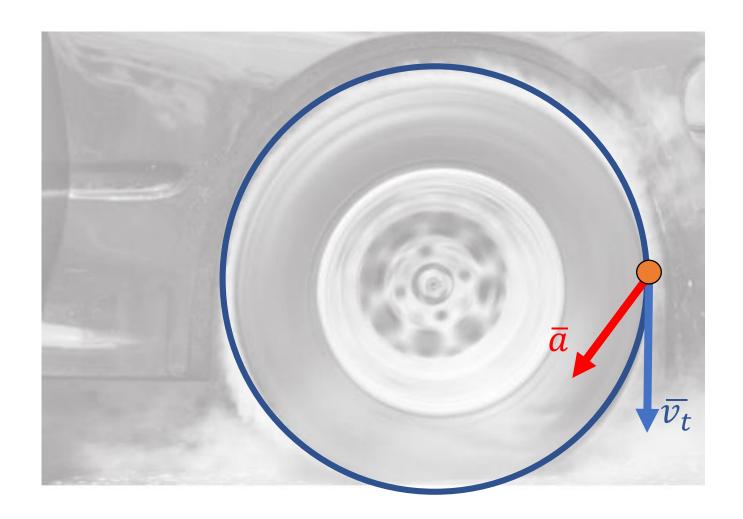
$$x - x_0 = \frac{1}{2}(v - v_0)\Delta t$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$$

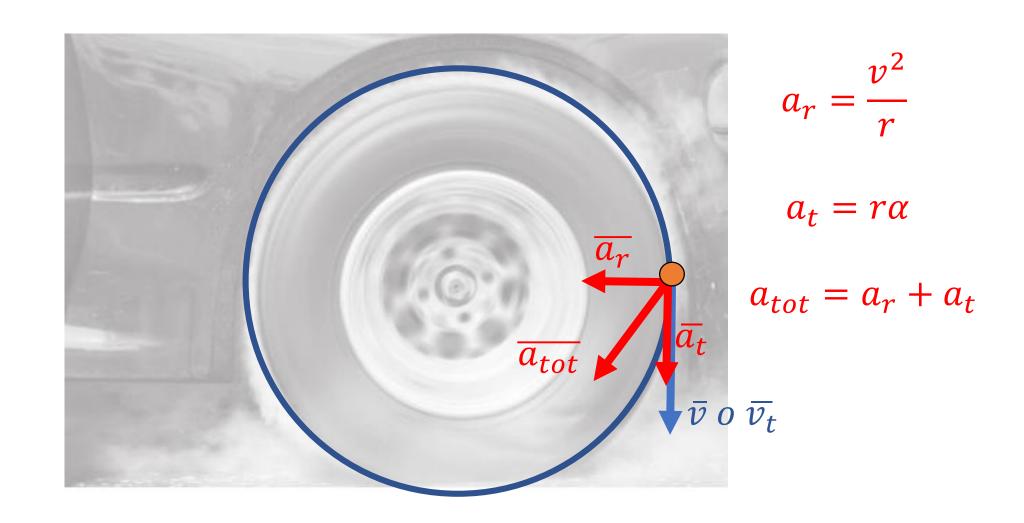












Ejemplo 2.

Un disco gira a velocidad angular constante. Un determinado tiempo se encentra en 1 y dos segundos después en 2. ¿Cual se su velocidad?



$$\theta_f = 135^{\circ} \frac{\pi}{180^{\circ}} \qquad \theta_i = 135^{\circ} \frac{\pi}{180^{\circ}}$$

$$\theta_f = 135^{\circ} \frac{\pi}{180^{\circ}} \qquad \theta_i = 0 \ rad$$

$$\omega = \frac{\theta_f - \theta_i}{\Delta t} = 2,36 \, rad/s$$

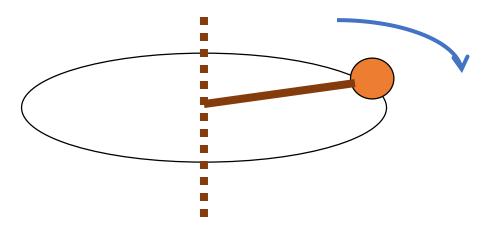
$$v = \omega r = 0.23m/s$$

Ejemplo 3.

FICH UNL·FACULTAD DE INGENIERÍA Y CIENCIAS HÍDRICAS

Dr. Santiago F. Corzo Cátedra de Física

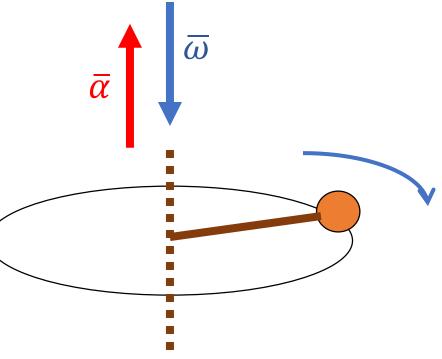
El cuerpo de la fig. esta girando como muestra la figura y perdiendo velocidad (es decir desacelerando). Dibuje el vector velocidad y aceleración angular!.



Ejemplo 2.

El cuerpo de la fig. esta girando como muestra la figura y perdiendo velocidad (es decir desacelerando). Dibuje el vector velocidad y aceleración angular!.

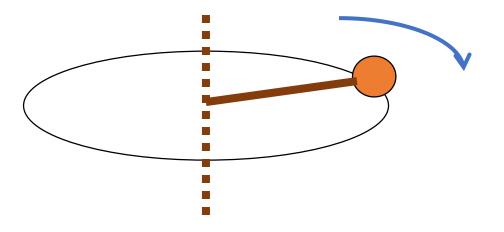




Ejemplo 3.

El cuerpo de la fig. esta girando como muestra la figura y acelerando. Dibuje el vector velocidad y aceleración angular!.

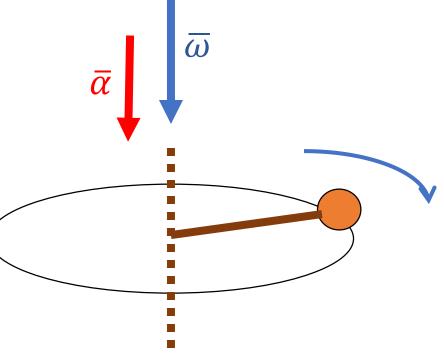




Ejemplo 3.

El cuerpo de la fig. esta girando como muestra la figura y acelerando. Dibuje el vector velocidad y aceleración angular!.





FICH UNL·FACULTAD
DE INGENIERÍA Y
CIENCIAS HÍDRICAS

Dr. Santiago F. Corzo Cátedra de Física

Un disco de 5 cm de radio gira alrededor de su eje partiendo del reposo con una aceleración angular de 2 rad/s^2. Cual es el valor de la aceleración radial al cabo de 5 s.

$$\alpha = 2rad/s^2$$

$$a_t = \alpha r$$

$$\omega(5) = 10rad/s$$
 $v = r\omega$

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\theta(t) = t^2 (rad)$$

$$\omega(t) = 2t \left(\frac{rad}{s}\right)$$

$$\bar{v}$$
 o $\bar{v_t}$

$$a_r(5s) = \frac{v^2}{r} = 5\text{m/s}^2$$

Una rueda acelera uniformemente desde el reposo hasta una rapidez de 25 rad/s en un tiempo de 10 s. a) ¿cuál es la aceleración angular de la rueda? b) Encontrar la aceleración radial y tangencial de un punto a 10 cm del centro de rotación de la rueda. c) ¿cuántas revoluciones dio la rueda en este intervalo de tiempo? d) Hallar la aceleración de la rueda si se detiene luego de dar 5 revoluciones completas a partir de los 10 s?

$$\alpha = cte.$$

$$\omega(0s) = 0 \ rad/s$$

$$\omega(10s) = 25 \ rad/s$$

$$\alpha = 2.5 \ rad/s^2$$

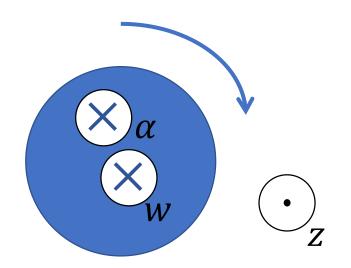
$$\alpha_t = \alpha r = 0.25 \frac{m}{s^2} \text{ (cte)}$$

$$\alpha_r = \frac{v^2}{r} = \frac{(\omega r)^2}{r} = 62.5 m/s^2 \text{ (no cte.)}$$

Una rueda acelera uniformemente desde el reposo hasta una rapidez de 25 rad/s en un tiempo de 10 s. a) ¿cuál es la aceleración angular de la rueda? b) Encontrar la aceleración radial y tangencial de un punto a 10 cm del centro de rotación de la rueda. c) ¿cuántas revoluciones dio la rueda en este intervalo de tiempo? d) Hallar la aceleración de la rueda si se detiene luego de dar 5 revoluciones completas a partir de los 10 s?

$$\theta(t) = \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\theta(10s) = 125 \, rad$$



$$\theta(10s) = 125 \, rad \, / (2\pi \, rad/rev)$$

$$\theta(10s) = 7161^{\circ}$$

$$\theta(10s) = \frac{7161^{\circ}}{360^{\circ}} = 19,9rev$$

Una rueda acelera uniformemente desde el reposo hasta una rapidez de 25 rad/s en un tiempo de 10 s. a) ¿cuál es la aceleración angular de la rueda? b) Encontrar la aceleración radial y tangencial de un punto a 10 cm del centro de rotación de la rueda. c) ¿cuántas revoluciones dio la rueda en este intervalo de tiempo? d) Hallar la aceleración de la rueda si se detiene luego de dar 5 revoluciones completas a partir de los 10 s?

$$\theta_0 = 0 \; rad$$

$$\omega_0 = 25 \frac{rad}{s}$$

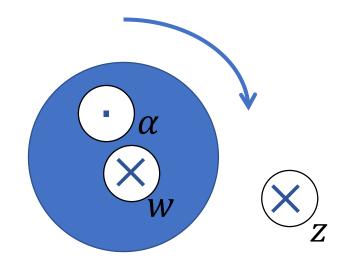
$$\omega_f = 0 \frac{rad}{s}$$

$$\omega_f = 0 \frac{rad}{S}$$

$$\theta_f(t_f) = 5rev\left(2\pi \frac{rad}{rev}\right) = 10\pi$$

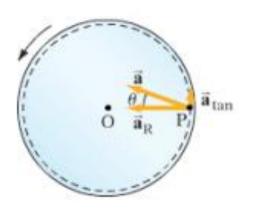
$$\omega_f^2 - \omega_0^2 = 2\alpha(\theta_f - \theta_0)$$

$$\alpha = -9,94 \, rad/s^2$$



Un carrusel que se encuentra en reposo, es acelerado a 0,060 rad/s₂ durante 8 segundos. Determinar a) la velocidad angular al cabo de ese tiempo, b) la velocidad lineal de una niña ubicado a una distancia de 2,5 metros del centro, en el punto P. c) La aceleración tangencial de la niña, d) la aceleración centrípeta de la niña, y e) la aceleración total de la niña.





En la figura de la izquierda se ve a la niña en el carrusel y en la figura de arriba se observa el diagrama de las aceleraciones en el punto P. a) La velocidad angular del carrusel luego del tiempo t y conociendo la aceleración α partiendo del reposo es igual a:

Energía del movimiento rotacional

Sabemos muy bien la expresión de la energía cinética. Si calculamos la misma para cada masa infinitesimal que compone un cuerpo rotante podemos escribir:

$$K = \frac{1}{2} \sum_{n} m_i v_i^2$$

Sabemos también que la velocidad tangencial puede escribirse:

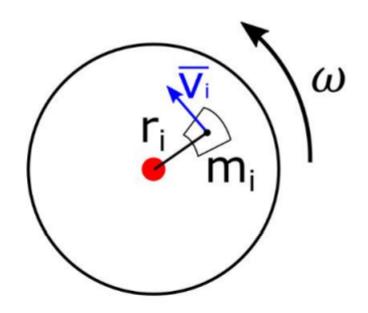
$$v_i = \omega r_i$$

De esta manera, la energía cinética tiene la siguiente forma:

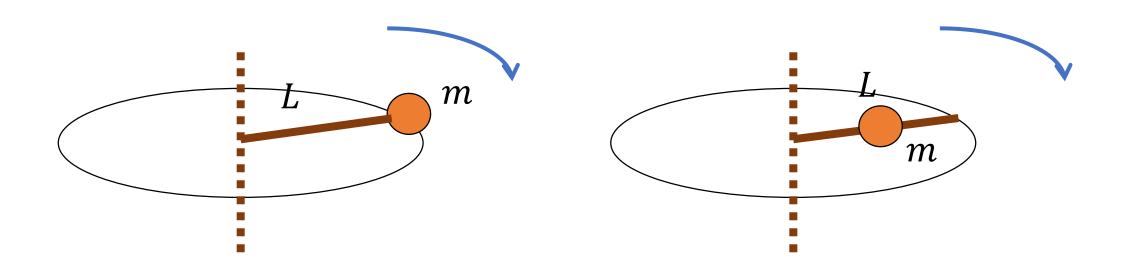
$$K = \frac{1}{2} \left(\sum_{n} m_i r_i^2 \right) \omega^2$$

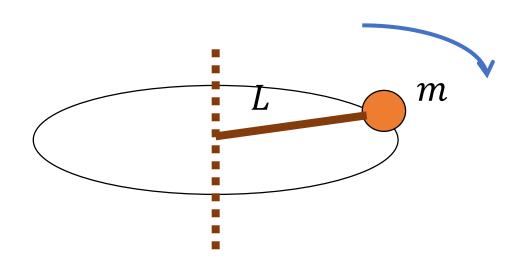
Donde $I = \sum_{n} m_i r_i^2$ se define como el momento de inercia.

$$K = \frac{1}{2}I\omega^2$$

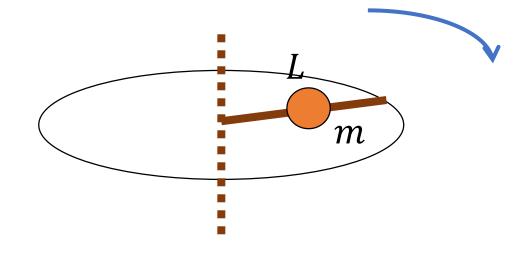








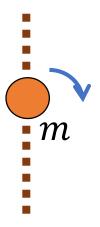
$$I = mL^2$$



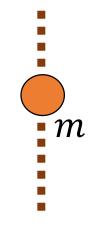
$$I = m\left(\frac{L}{2}\right)^2$$

$$I = \frac{1}{4}mL^2$$

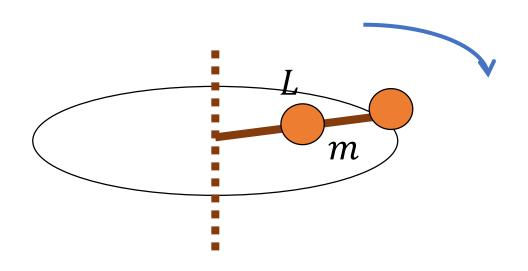








 $I=m0^2$



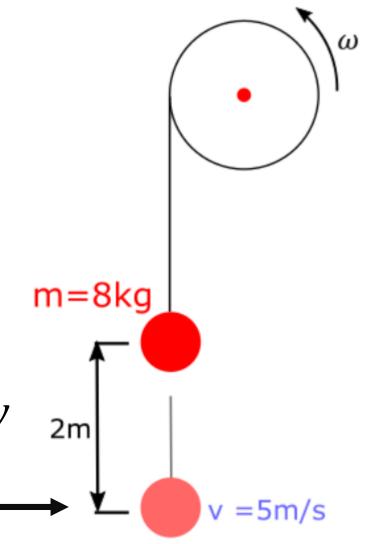
$$I = \frac{1}{4}mL^2 + mL^2$$



Imagine que trabaja en una empresa y le piden que mida el momento de inercia de una rueda grande, que gire en torno a un eje que pasa por su centro. Su diámetro es de 0.740 m y que tiene un peso de 280 N. Luego monta la rueda, empleando cojinetes sin fricción, en un eje horizontal que pasa por el centro de la rueda. Enrolla una cuerda ligera en el borde de la rueda y cuelga una masa de 8.00 kg del extremo libre, como se muestra en la figura. Ahora suelta la masa desde el reposo; la masa desciende y la rueda gira mientras la cuerda se desenrolla. Usted determina que la masa tiene una rapidez de 5.00 m/s después de haber descendido 2.00 m.

a) ¿Qué momento de inercia tiene la rueda para un eje perpendicular que pasa por su centro?

b) Su jefe le dice que se requiere un I más grande y le pide diseñar una rueda con la misma masa y el mismo radio y que tenga I=19kgm². ¿Es posible?

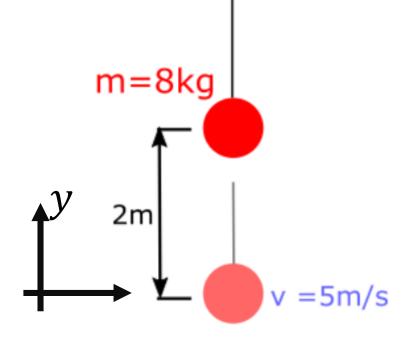


$$mgh = \frac{1}{2}mv_f^2 + \frac{1}{2}I\omega_f^2$$

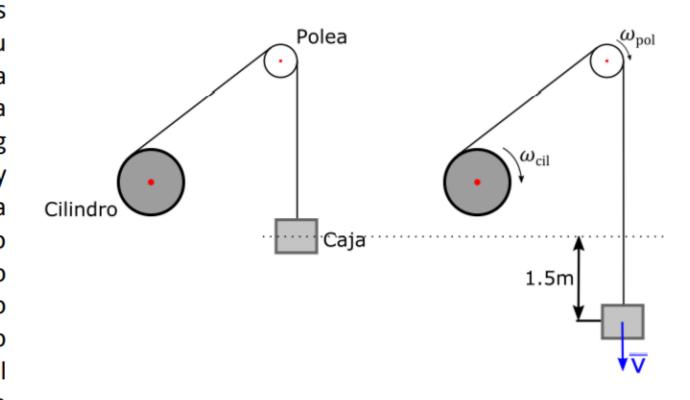
donde h=2m, $v_f=5m$ y $\omega_f=rac{v_f}{r}=13.51$. El radio $r=rac{0.740}{2}m$.

$$I = \frac{2mgh - mv_f^2}{\omega_f^2} = 0.62kgm^2$$

$$I = 0.62 \ kg \ m^2$$



El cilindro y la polea giran sin fricción en torno a ejes horizontales estacionarios que pasan por respectivo centro. Se enrolla una cuerda ligera en el cilindro, la cual pasa por la polea y tiene una caja de 3.00 kg suspendida de su extremo libre. No hay deslizamiento entre la cuerda y la superficie de la polea. El cilindro uniforme tiene masa de 5.00 kg y radio de 40.0 cm. La polea es un disco uniforme con masa de 2.00 kg y radio de 20.0 cm. La caja se suelta desde el reposo y desciende mientras la cuerda



se desenrolla del cilindro. Calcule la rapidez que tiene la caja cuando ha caído 1.50 m.

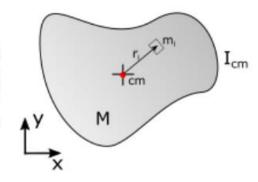
Teorema de los ejes paralelos:

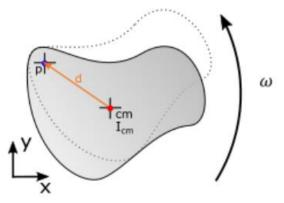
Un cuerpo dado no tiene un momento de inercia único. El momento de inercia depende de la posición del eje de giro. Si tenemos un cuerpo con densidad uniforme y de masa M, podemos calcular el momento de inercia considerando el eje de giro en el centro de masa.

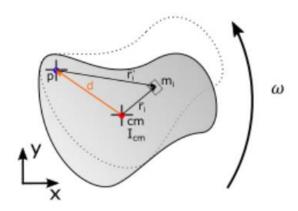
$$I_{cm} = \sum_{n} m_i |r_i|^2 = \sum_{n} m_i (x_i^2 + y_i^2)$$

Conociendo el momento de inercia del centro de masa, fácilmente se puede calcular el momento de inercia de cualquier eje p en función de la masa total y la distancia $d=a\bar{\imath}+b\bar{\jmath}$. Así la distancia $\bar{r_i'}=\bar{r_i}-\bar{d}$.

$$I_p = I_{cm} + Md^2$$







FICH UNL FACULTAD
DE INGENIERÍA Y
CIENCIAS HÍDRICAS

Dr. Santiago F. Corzo Cátedra de Física

Compare el momento de inercia de la lámina de axb girando el en centro de masa o en el punto p

$$I_{cm} = \frac{1}{12}M(a^{2} + b^{2})$$

$$\omega \qquad I_{p} = I_{cm} + Md^{2}$$

$$d^{2} = \left(\frac{a}{2}\right)^{2} + \left(\frac{b}{2}\right)^{2}$$

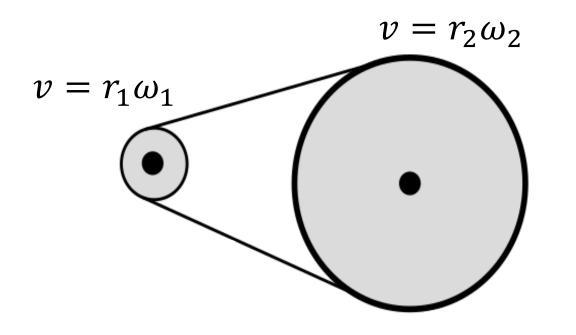
$$I_{p} = \frac{1}{12}M(a^{2} + b^{2}) + M\left(\frac{a}{2}\right)^{2} + \left(\frac{b}{2}\right)$$

$$I_{p} = \frac{1}{3}M(a^{2} + b^{2}) \qquad I_{p} > I_{cm}$$

FICH UNL FACULTAD
DE INGENIERÍA Y
CIENCIAS HÍDRICAS

Dr. Santiago F. Corzo Cátedra de Física

Una correa ligera y sin deslizamiento conecta una polea pequeña de radio 0.5cm a una más grande de 3cm de radio. La polea pequeña gira con una velocidad angular de 60rev/s. ¿Cuál es la velocidad angular de la polea grande?

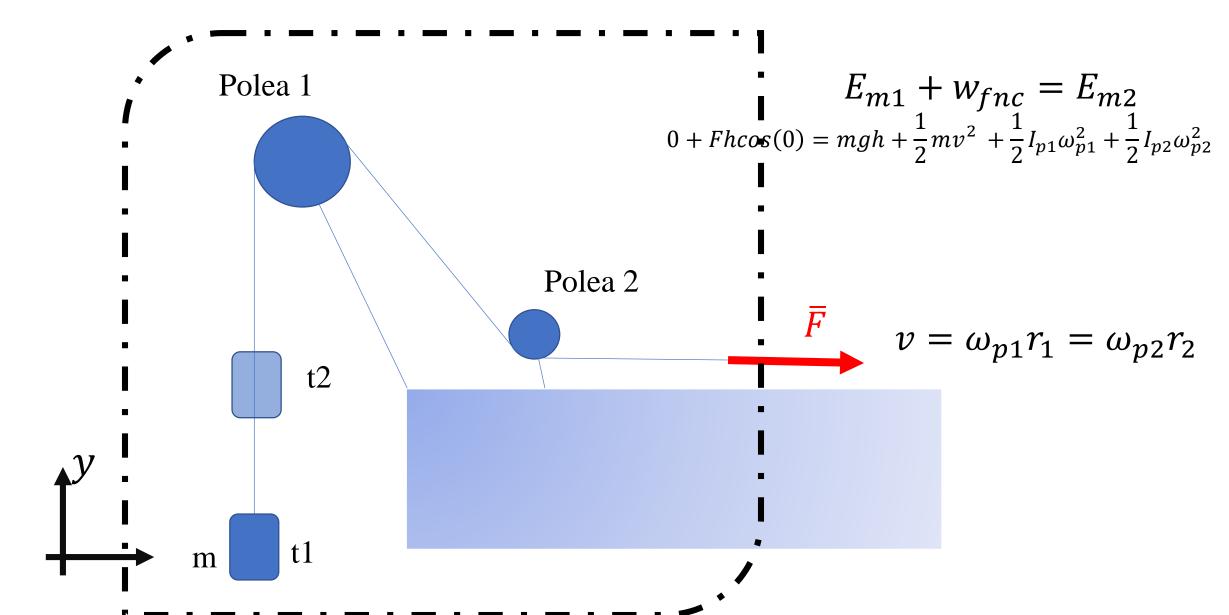


$$r_1\omega_1 = r_2\omega_2$$

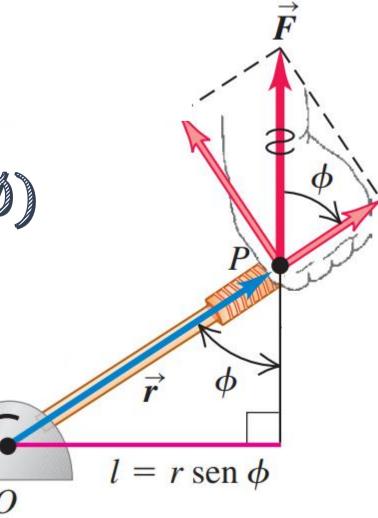
$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_1}{r_2}$$

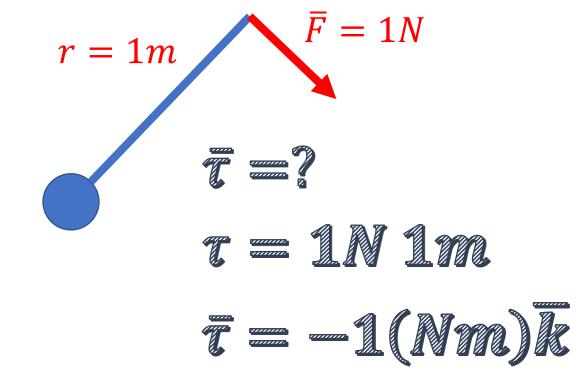
$$\omega_2 = \frac{r_1}{r_2} \omega_1$$

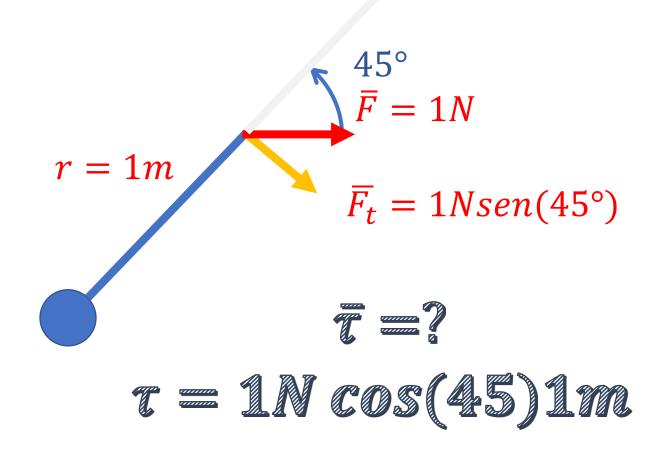


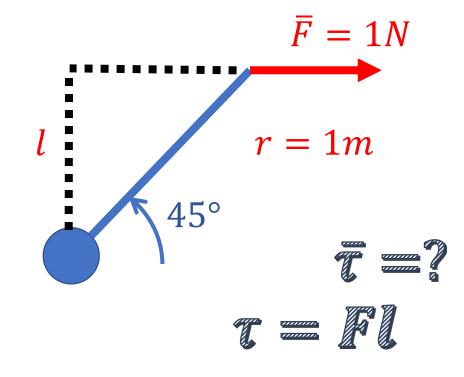


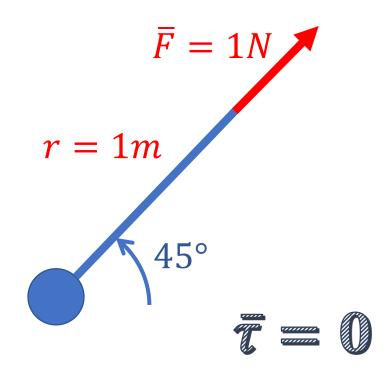
Torque:



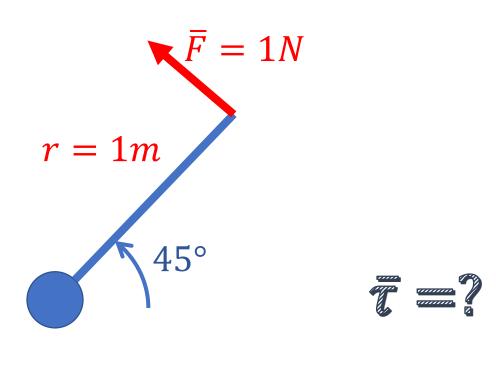






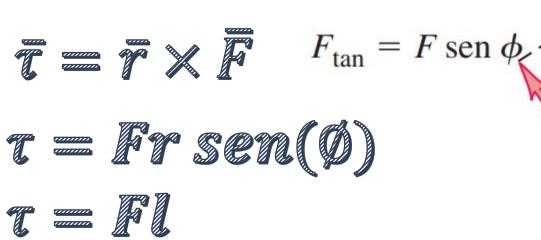


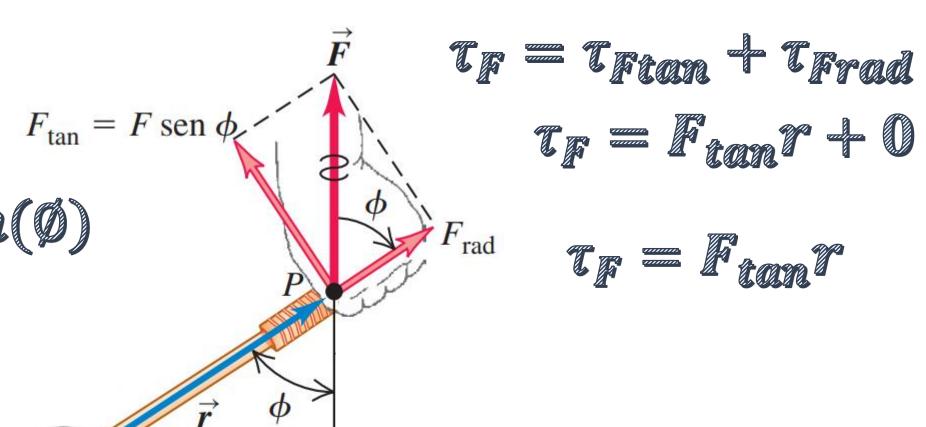






$$\bar{\tau} = 1(Nm)\bar{k}$$



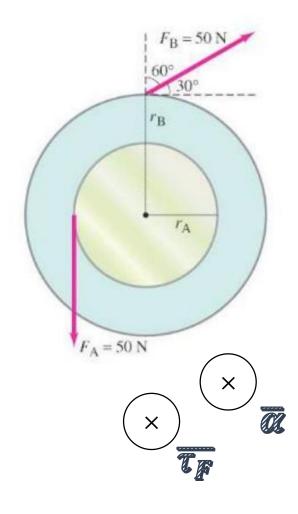


 $l = r \operatorname{sen} \phi$

FICH

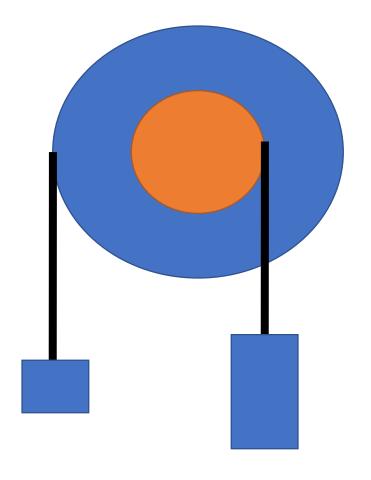
Una rueda compuesta tiene un disco externo de radio 50 cm y un disco interno más pequeño de radio 30 cm, se encuentran fijos entre sí y a un eje que pasa por el centro de cada uno, como se muestra en la figura. Calcular el torque neto en la rueda compuesta debido a la acción de dos fuerzas de magnitud 50 N cada una.

$$au_A = 50N0, 3m$$
 o_z
 $au_B = (50Ncos(30))0, 5m$
 $au_T = (15Nm - 21, 6Nm)k$
 $au_T = -6, 6k$





Dr. Santiago F. Corzo Cátedra de Física

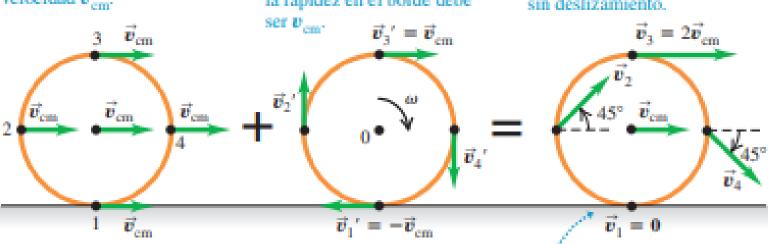


Rodamiento sin deslizamiento

Traslación del centro de masa de la rueda: velocidad \vec{v}_{cm} . Rotación de la rueda en torno al centro de masa: para rodamiento sin deslizamiento, la rapidez en el borde debe

Combinación de traslación y rotación: rodamiento sin deslizamiento.

FICH



La rueda está instantáneamente en reposo en el punto donde hace contacto con el suelo.

$$K = \frac{1}{2}I_{1}\omega^{2} = \frac{1}{2}I_{\text{cm}}\omega^{2} + \frac{1}{2}MR^{2}\omega^{2} = \frac{1}{2}I_{\text{cm}}\omega^{2} + \frac{1}{2}Mv_{\text{cm}}^{2}$$



Dr. Santiago F. Corzo Cátedra de Física

Traslación y rotación combinadas: Dinámica

También podemos analizar los movimientos traslacional y rotacional combinados de un cuerpo rígido desde la perspectiva de la dinámica. En la sección 8.5 mostramos que, para un cuerpo de masa total M, la aceleración \vec{a}_{cm} del centro de masa es igual a la de una masa puntual M sobre la que actúan todas las fuerzas externas a las que está sujeto el cuerpo:

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = M \vec{a}_{\text{cm}} \tag{10.12}$$

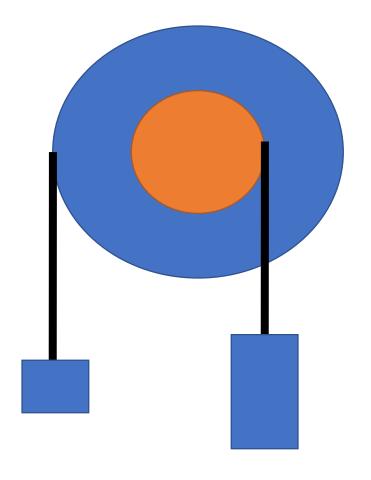
El movimiento rotacional alrededor del centro de masa se describe mediante el análogo rotacional de la segunda ley de Newton, ecuación (10.7):

$$\sum \tau_z = I_{\rm cm} \alpha_z \tag{10.13}$$





Dr. Santiago F. Corzo Cátedra de Física



El trabajo total W efectuado por la torca durante un desplazamiento angular de θ_1 a θ_2 es

$$W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \tau_z \, d\theta \qquad \text{(trabajo efectuado por una torca)} \tag{10.20}$$

Si la torca es *constante* y el cambio de ángulo es finito $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$,

$$W = \tau_z(\theta_2 - \theta_1) = \tau_z \Delta \theta$$
 (trabajo efectuado por una torca constante) (10.21)



Dr. Santiago F. Corzo Cátedra de Física

$$W_{\text{tot}} = \int_{\omega_1}^{\omega_2} I \omega_z \, d\omega_z = \frac{1}{2} I \omega_2^2 - \frac{1}{2} I \omega_1^2$$
 (10.22)

El cambio de energía cinética rotacional de un cuerpo *rígido* es igual al trabajo efectuado por fuerzas ejercidas desde afuera del cuerpo (figura 10.22). Esta ecuación es análogo a la ecuación (6.13), el teorema trabajo-energía para una partícula.

¿Qué hay con la *potencia* asociada al trabajo efectuado por una torca sobre un cuerpo en rotación? Si dividimos ambos miembros de la ecuación (10.19) entre el intervalo *dt* durante el que se da el desplazamiento angular:

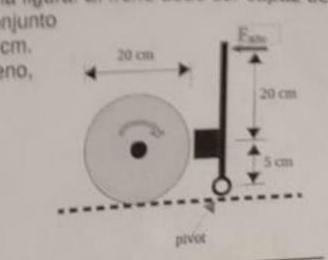
$$\frac{dW}{dt} = \tau_z \frac{d\theta}{dt}$$

Sin embargo, dW/dt es la rapidez con que se efectúa trabajo, o potencia P, y $d\theta/dt$ es velocidad angular ω_z , así que

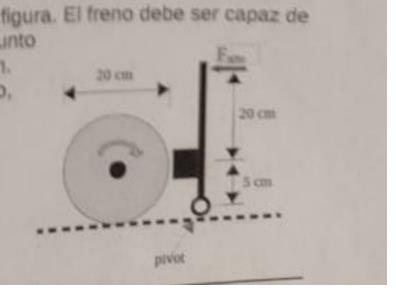
$$P = \tau_z \omega_z \tag{10.23}$$

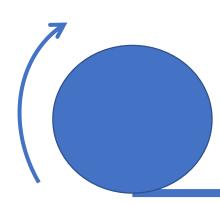
5. Ud quiere diseñar un freno para un carting de niño como el mostrado en la figura. El freno debe ser capaz de frenar el carting en 10 mts cuando este se desplaza a 15 km/h. El conjunto carting + niño tienen una masa de 50 kg y el diámetro de la rueda es de 20 cm. 5.1 (1.5/10) Calcule la fuerza que debe hacer el niño sobre la palanca de freno, 5.2 (1/10) Calcule la potencia disipada por el freno

Asumir $\mu_k = 0.2$



5. Ud quiere diseñar un freno para un carting de niño como el mostrado en la figura. El freno debe ser capaz de frenar el carting en 10 mts cuando este se desplaza a 15 km/h. El conjunto carting + niño tienen una masa de 50 kg y el diámetro de la rueda es de 20 cm. 5.1 (1.5/10) Calcule la fuerza que debe hacer el niño sobre la palanca de freno, 5.2 (1/10) Calcule la potencia disipada por el freno





Cuantas vueltas dio la rueda??

Recordar: en 1 vuelta la rueda recorrió su perímetro $(2\pi r)$, por lo tanto recorrió 0.63m. En 10m metros dio 15,87vueltas.

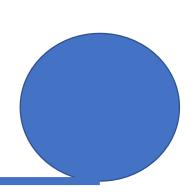
5. Ud quiere diseñar un freno para un carting de niño como el mostrado en la figura. El freno debe ser capaz de frenar el carting en 10 mts cuando este se desplaza a 15 km/h. El conjunto carting + niño tienen una masa de 50 kg y el diámetro de la rueda es de 20 cm. carting + niño tienen una masa de 50 kg y el diámetro de la palanca de freno, 5.1 (1.5/10) Calcule la fuerza que debe hacer el niño sobre la palanca de freno, 5.2 (1/10) Calcule la potencia disipada por el freno

Cuantas vueltas dio la rueda??

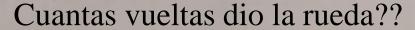
Recordar: en 1 vuelta la rueda recorrió su perímetro $(2\pi r)$, por lo tanto recorrió 0,63m.

En 10m metros dio 15,87vueltas.

Su posición angular final es de $\theta_f = 15,87(2\pi) = 100 \text{ rad}$

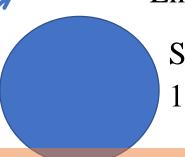


5. Ud quiere diseñar un freno para un carting de niño como el mostrado en la figura. El freno debe ser capaz de frenar el carting en 10 mts cuando este se desplaza a 15 km/h. El conjunto carting + niño tienen una masa de 50 kg y el diámetro de la rueda es de 20 cm. carting + niño tienen una masa de 50 kg y el diámetro de la palanca de freno, 5.1 (1.5/10) Calcule la fuerza que debe hacer el niño sobre la palanca de freno, 5.2 (1/10) Calcule la potencia disipada por el freno

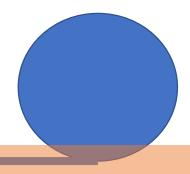


Recordar: en 1 vuelta la rueda recorrió su perímetro $(2\pi r)$, por lo tanto recorrió 0,63m.

En 10m metros dio 15,87vueltas.



Su posición angular final es de $\theta_f = 15,87(2\pi) = 100 \text{ rad}$



$$s = 10m = r(\theta_f rad)$$

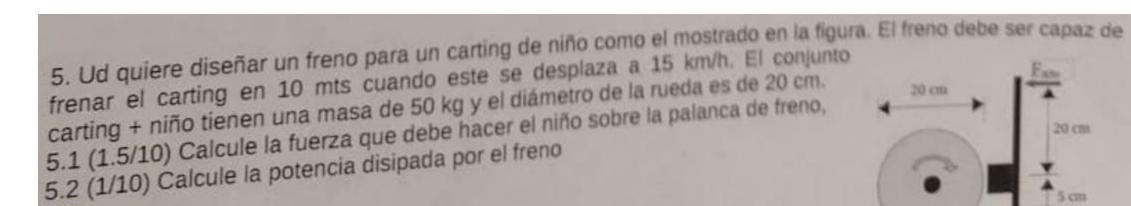
$$\theta_f = 10m/0.1m$$

5. Ud quiere diseñar un freno para un carting de niño como el mostrado en la figura. El freno debe ser capaz de frenar el carting en 10 mts cuando este se desplaza a 15 km/h. El conjunto carting + niño tienen una masa de 50 kg y el diámetro de la rueda es de 20 cm. carting + niño tienen una masa de 50 kg y el diámetro de la palanca de freno 5.1 (1.5/10) Calcule la fuerza que debe hacer el niño sobre la palanca de freno 5.2 (1/10) Calcule la potencia disipada por el freno

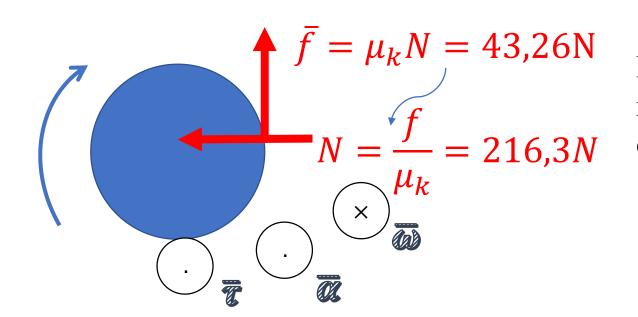
Asumir
$$\mu_k = 0.2$$

$$v_i = 4.16m/s$$

$$K_1+w=K_2$$
 La única fuerza que ejerce torque es $1/2mv_i^2+\tau\Delta\theta=0$ la fricción del patín $\frac{1}{2}(50kg)(4,16m/s)^2+(fr)(100rad-0)=0$ $f=43,26N$



Asumir $\mu_k = 0.2$



Fuerzas que ejerce el freno sobre la rueda (f y N). De esta manera calculamos N.

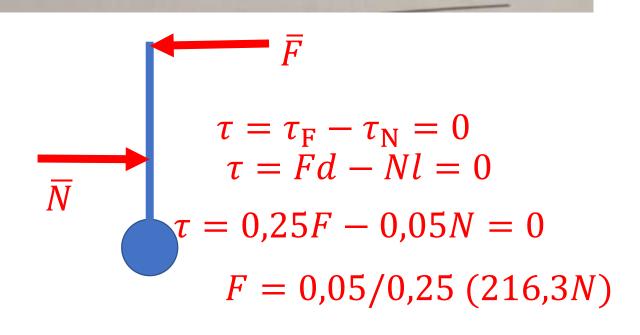
pitvot

5. Ud quiere diseñar un freno para un carting de niño como el mostrado en la figura. El freno debe ser capaz de frenar el carting en 10 mts cuando este se desplaza a 15 km/h. El conjunto carting + niño tienen una masa de 50 kg y el diámetro de la rueda es de 20 cm. carting + niño tienen una masa de 50 kg y el diámetro de la palanca de freno, 5.1 (1.5/10) Calcule la fuerza que debe hacer el niño sobre la palanca de freno, 5.2 (1/10) Calcule la potencia disipada por el freno

Asumir $\mu_k = 0.2$

Fuerzas que ejercen torque sobre la palanca. Si tenemos en cuenta que la palanca se mantiene fija durante el freno, el torque resultante en el pivot debe ser nulo.





pivot

5. Ud quiere diseñar un freno para un carting de niño como el mostrado en la figura. El freno debe ser capaz de frenar el carting en 10 mts cuando este se desplaza a 15 km/h. El conjunto carting + niño tienen una masa de 50 kg y el diámetro de la rueda es de 20 cm.

5.1 (1.5/10) Calcule la fuerza que debe hacer el niño sobre la palanca de freno,

5.2 (1/10) Calcule la potencia disipada por el freno

Asumir $\mu_k = 0.2$

$$P = \frac{w_f}{\Delta t} = \frac{(fr)(100rad - 0)}{\Delta t}$$