Clase teórica de la semana del 22-11

Mario Garelik - F.I.C.H.

Sección 7.7 - Representación de funciones mediante series de potencias (p. 485).

- **Ejercitación propuesta (p. 485):** 1 al 24 /// 31 al 34 /// 37 al 40
- **Introducción.** La idea general consiste en hallar series de potencias (cuyas cualidades vimos semanas atrás) que representen a una función dada.
  - Terminología: La serie *representa a la función dada alrededor del punto c*.
  - Desarrollar un par de ejemplos con la geométrica, indicando siempre que la serie encontrada sólo representa a la función dada en el (c-R, c+R).
- En el ejemplo 1, **no ver** *el método de la división larga*: sólo hacer las manipulaciones algebraicas tal como las hacemos en clase de teoría.
- Operaciones con series de potencias: $f(kx), f(x^N)$ y $f(x) \pm g(x)$
  - Identificación del dominio de la serie combinada.
  - Usos en práctica.
- Incorporación de las técnicas de integración y derivación término a término como medio para representar funciones relacionadas con la geométrica.
  - Desarrollo del ln(x), del arc tan (x).
  - Siempre analizar dominios.
  - Aproximación al número π.

Sección 7.8 - Series de Taylor y Maclaurin (p. 491).

- **Ejercitación propuesta (pág. 500):** 1 al 8 /// 11 – 12 /// 21 al 26 /// 61 al 63
- **Introducción.** En la sección anterior aprendimos a desarrollar series partiendo de la geométrica e incorporando integración y derivación término a término. Ahora se estudiará un procedimiento para representar mediante series de potencias a funciones *más generales* que tengan derivadas de todos los órdenes.
- Teorema: Forma de una serie de potencias convergente (con demo).
  - Analizar bien qué pide y qué asegura.
  - Leer bien nota al pie de página 491.
- Definición formal de serie de Taylor y de Maclaurin.

- Ejemplo: desarrollar cos(x).
- Explicar que no se puede concluir que la serie obtenida represente al cos(x) para toda x. Sólo se puede concluir que la serie obtenida converge a una función, pero no se sabe a cuál.
- Leer detenidamente párrafos iniciales de pág. 493. Recordar la otra función vista en clase que presenta esta característica.

• **Teorema 7.23:** convergencia de la serie de Taylor (con demostración):
  - Vale el sí y sólo sí.
  - Qué pide (f debe tener derivadas de todos los órdenes en un abierto I que contenga a c) y qué asegura (ver nota al pie de pág. 493) el teorema.
  - Ejemplo con el cos (x): cómo mostrar que el resto tiende a cero

• Aplicaciones.
  - NO VEMOS EL EJEMPLO 7: Trata con producto (de expresiones de infinita cantidad de términos) y cociente de series (que utiliza la división larga que anteriormente excluímos).
  - Obtención de series de potencias a partir de series conocidas: $\sin(x^2)$, $\cos\sqrt{x}$, e^{x^2}.
  - Derivación e integración de funciones tradicionales usando series: desarrollamos unos ejemplos en clase y dejjamos de tarea otros para ver solos.
  - Integrales complicadas.
  - Indeterminaciones.