FÍSICA I

Notas de trabajo y energía cinética

Version v.2

FICH – UNL

2021

Prof. Damian Ramajo

Algunas definiciones...

En cualquier movimiento, por complicado que sea, el **trabajo total** realizado sobre una partícula por **todas las fuerzas** que actúan sobre ella es **igual al cambio en su energía cinética.**

La **energía cinética** es una cantidad relacionada con la **rapidez** (módulo de la velocidad) de la partícula o cuerpo que se está moviendo. Esta relación se cumple aún cuando dichas fuerzas no son constantes, es decir donde las ecuaciones de cinemática que conocemos no pueden ayudarnos.

Pero, **¿Qué significa realizar trabajo?**

Para la Física, el trabajo de una fuerza ***F*** es el producto escalar de ***F*** multiplicada por el vector trayectoria ***s***. En fórmulas:

$$W_F = \vec{F} . \vec{s}$$

Luego, el trabajo es un escalar. Es decir, no tiene dirección ni sentido. Esto parece un poco extraño porque la fuerza realiza trabajo en una dirección particular...

Algunas definiciones…

El trabajo en Física no es del todo igual a la idea cotidiana de trabajo. Dejando de lado el trabajo intelectual, para nosotros trabajar es realizar una acción. Si el trabajo físico implica una acción entonces implicará una fuerza. Y realizar una fuerza implica hacer un esfuerzo, y eso lo asociamos a un trabajo. Podemos decir entonces que sostener con las manos una pesa de 20 kg durante un minuto a dos metros del piso claramente implica un esfuerzo significativo, y por ende es realizar trabajo. Pero, para la física no lo es¡¡¡.

Entonces, ¿cómo se define el trabajo?.

Primero distingamos el trabajo total **realizado sobre una partícula** (esto es el trabajo de todas las fuerzas, o el de la fuerza resultante) y el trabajo **de una fuerza sobre dicha partícula**. Sobre la pesa hay dos fuerzas aplicadas, el peso ***P*** y la fuerza ***F*** del niño. Si la pesa no está acelerada entonces la fuerza neta es nula. Podríamos pensar que esta es la causa de que no se realice trabajo sobre la pesa. Es decir, si la fuerza neta es nula entonces para la física tampoco hay trabajo sobre la pesa. Esto es correcto, pero …

el niño igual se cansa¡¡¡ ¿su trabajo también es nulo? Su fuerza no es nula, aunque para la física sí lo es. La razón es qué, aunque la fuerza ***F*** no es nula, la pesa no se desplaza, y para la física esto implica que ***F*** no realiza trabajo sobre la pesa.

Algunas definiciones…

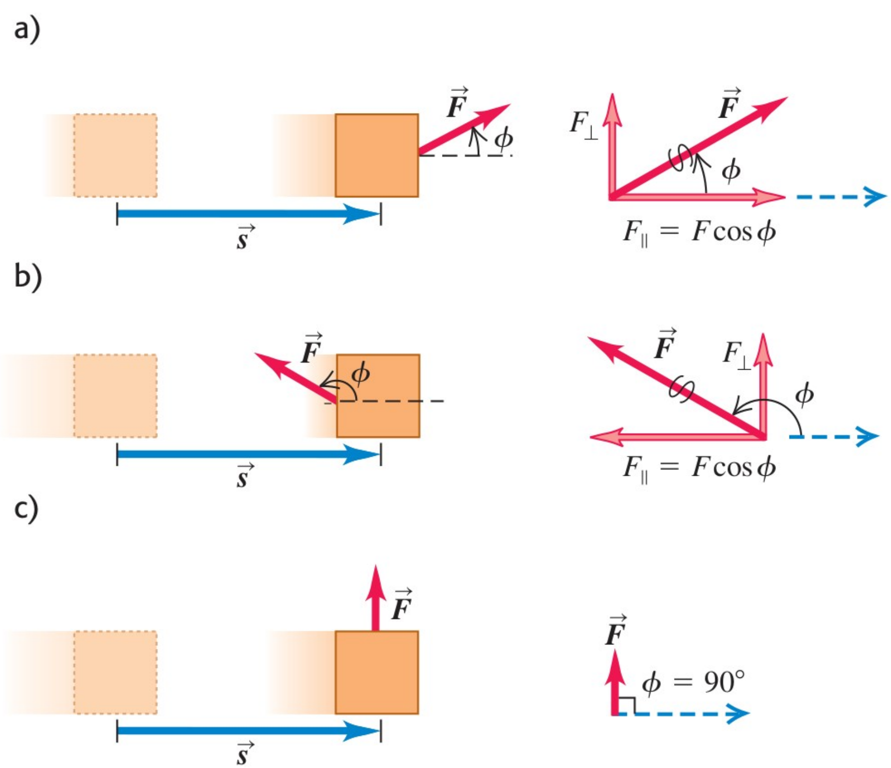
La unidad del trabajo es el Joule

1 joule = 1 newton x metro = 1 Nm

El trabajo y la energía tienen la misma unidad. Esto es esperable ya que sabemos que trabajo y energía son intercambiables.

Caso a): la fuerza ***F*** apunta con un ángulo Ø en dirección del desplazamiento S. En este caso el trabajo de ***F*** será **positivo** y su valor será:

$$W_F = \vec{F}\,.\,\vec{s} = |F||S|\cos\phi$$

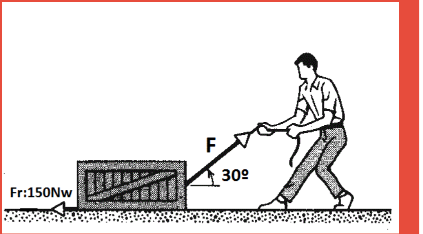


Caso b): la fuerza ***F*** apunta con un ángulo Ø en dirección contraria al desplazamiento ***S***. En este caso el trabajo de ***F*** será **negativo** y su valor será:

$$W_F = \vec{F}\,.\,\vec{s} = |F||S|\cos\phi$$

Caso c): la fuerza ***F*** apunta normal al desplazamiento S (Ø = 90°). En este caso el trabajo de ***F*** será **nulo**.

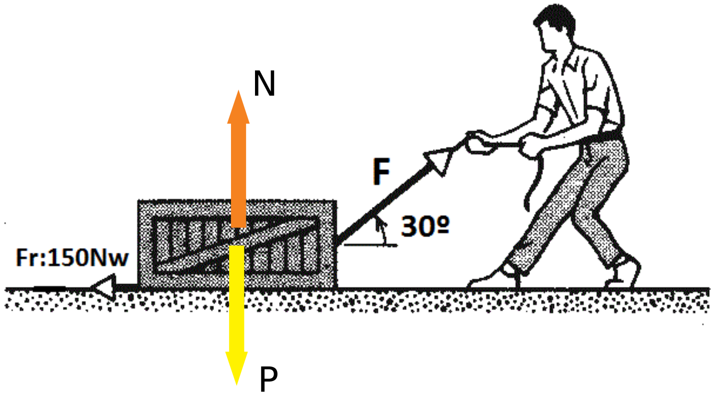
Trabajo total y de cada fuerza



Ejemplo 1: un hombre tira de una caja de 10 kg con una fuerza F de 100 N a 30° de la horizontal. La fricción con el piso es $\mu_k = 0.5$. Calcule el trabajo que hará luego de 10 m.

En este caso existen 4 fuerzas actuando sobre la caja, ***F, Fr, N y P.***

El trabajo total sobre la caja W_T será la suma de los trabajos de cada una de las fuerzas intervinientes, e igual al trabajo de la fuerza neta F_N:



$$W_T = W_N + W_P + W_F + W_{Fr} = \vec{N}.\vec{S} + \vec{P}.\vec{S} + \vec{F}.\vec{S} + \vec{Fr}.\vec{S} = \vec{S}.\sum \vec{F} = \vec{F}_N.\vec{S}$$

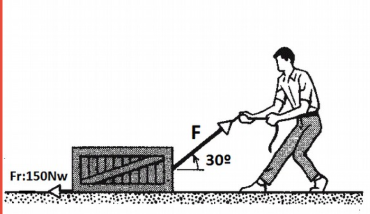
Pero, también sabemos que el trabajo de ***N*** y ***P*** es nulo por ser normales al desplazamiento. Luego:

$$W_T = W_F + W_{Fr} = \vec{F}.\vec{S} + \vec{Fr}.\vec{S} = |F| \cos 30° |S| - |Fr||S|$$

El signo – indica que el trabajo de la fricción será negativo, ya que la fuerza apunta en dirección contraria al desplazamiento

Nota: no debemos pensar que el trabajo de la fricción es siempre negativo. Muchas veces la fricción es la responsable del movimiento y por ello su trabajo es positivo.
El trabajo de la fuerza de fricción sobre un neumático es negativo cuando este frena, pero positivo cuando está acelerando. En definitiva, el trabajo de una fuerza será positivo si le da energía mecánica al cuerpo y negativo si se la quita.

Trabajo total y de cada fuerza

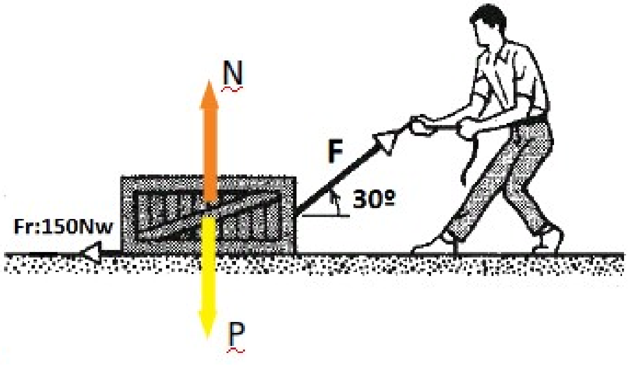


Podemos calcular el trabajo total calculando primero la fuerza neta. Primero calculamos la fuerza normal ***N*** haciendo sumatoria en el eje y:

$$\sum F_y = N + F\,sen\,30° - P \quad \longrightarrow \quad N = 10\,kg\,.\,9.8\,m/s^2 - 100\,N\,sen\,30° = 48\,N$$

Luego la fuerza de fricción es:

$$Fr = \mu_k N = 0.5\,48\,N = 24\,N$$



Y la fuerza neta en x

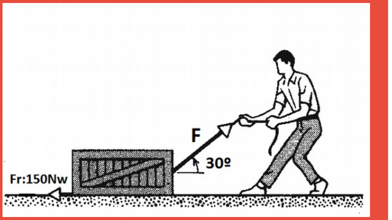
$$\sum F_x = F\cos 30° - Fr = 100\,N\cos 30° - 24\,N \quad \longrightarrow \quad F_{Nx} = 62.6\,N$$

Finalmente, el trabajo total sobre la caja es: $\longrightarrow$ $W_T = F_{Nx}\,.\,S = 62.6\,N\,.\,10\,m = 626\,J$

De esos 626 J, el hombre aportó un trabajo positivo de: $\longrightarrow$ $W_F = F\cos 30°\,.\,S = 86.6\,N\,.\,10\,m = 866\,J$

Mientras que la fricción "aportó" un trabajo negativo de: $\longrightarrow$ $W_{Fr} = -Fr\,.\,S = -24\,N\,.\,10\,m = -240\,J$

¿Trabajo = Energía?



Si trabajo y energía son cantidades intercambiables, entonces deberíamos ahora responder dos preguntas:

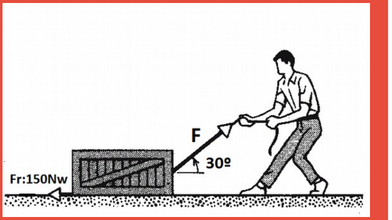
1- ¿Dónde está almacenado ese trabajo neto?

2- ¿En qué se transformó el trabajo de la fricción?.

Empecemos por la segunda pregunta. Cuando frotamos dos cuerpos estos comienzan a calentarse. Mientras más tiempo los frotemos (entendiendo por mayor tiempo a mayor distancia *S*) o mientras más fuerza hagamos para apretar los cuerpos durante el roce (mayor fuerza normal *N*), mayor será el calentamiento. Es decir que, la temperatura de los cuerpos en contacto es proporcional a las dos cantidades que intervienen en el cálculo del trabajo de la fuerza de rozamiento. Es decir ***S*** y ***N***. Luego, el **trabajo de la fricción** se ha convertido en una forma de energía que llamamos **energía interna** y que se puede medir a través de la **temperatura** de los cuerpos. Experimentos muy precisos han demostrado que cuando se frotan dos cuerpos (sin reformarlos ni gastarlos significativamente) el trabajo de fricción es exactamente igual al incremento de energía interna.

Nota: Muchas veces decimos que la fricción se transforma en calor, pero debemos tener en cuenta que el calor no es una forma de energía. El calor es energía en transferencia. Es el paso de energía de un lugar a otro. Lo correcto es decir que el trabajo de fricción se convierte en energía interna

Teorema del Trabajo y la Energía (TTE)



¿Qué ocurre con la primera pregunta?: ¿Dónde está almacenado ese trabajo neto?

Busquemos un poco entre las herramientas que tenemos de la cinemática y la dinámica. Previamente calculamos la fuerza neta $\mathbf{F_{Nx}}$ sobre la caja y vimos que esta no es nula ($\mathbf{F_{Nx}}$ = 62.6 N). Esto significa que, por la Segunda Ley de Newton la caja está acelerada con a_x. Esta fuerza $\boldsymbol{F_{Nx}}$ es constante y actuá durante una distancia $\boldsymbol{S}$. Luego, podemos calcular la velocidad final que tendrá la caja utilizando la relación de la cinemática:

$$v_2^2 = v_1^2 + 2 a_x S$$

y despejando a_x,

$$a_x = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2S}$$

Ahora, utilizando la Segunda Ley de Newton,

$$F_{Nx} = m a_x = m \frac{v_2^2 - v_1^2}{2S}$$

Pasando *S* al lado izquierdo,

$$F_{Nx} S = W_T = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

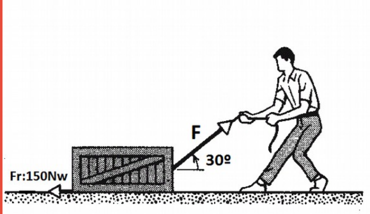
donde $\frac{1}{2} m v^2 = K$ es la **energía cinética** del cuerpo

El trabajo efectuado por la fuerza neta sobre una partícula es igual al cambio de energía cinética de la partícula:

$$W_T = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = K_2 - K_1$$

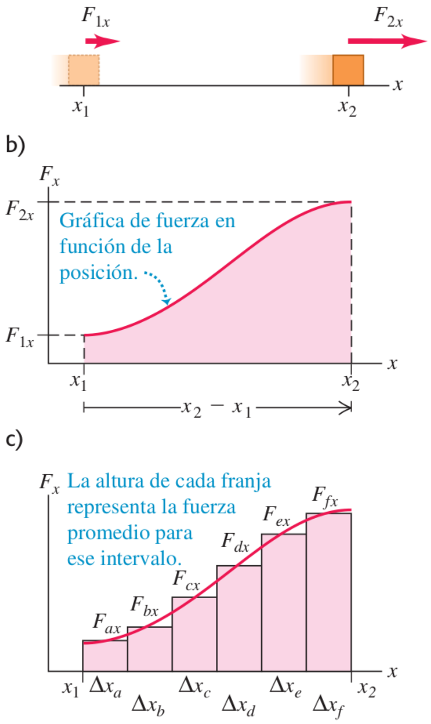
Esto se conoce como el
Teorema del Trabajo y la Energía (TTE)

TTE con fuerza variable



El **teorema del trabajo y la energía** nos permite relacionar el **trabajo** de las fuerzas con la variación de la **energía cinética** de los cuerpos. A pesar de que el teorema está formulado utilizando la energía cinética, sabemos que esta energía puede ser fácilmente convertida a otras formas de energía, como la potencial gravitatoria, elástica o incluso interna (mediante el rozamiento). Luego, **el teorema puede ser entendido como una relación entre el trabajo y la energía mecánica**.

Pero esta igualdad es obtenida para una fuerza constante aplicada sobre una trayectoria rectilínea. Esto parece ser muy restrictivo a unos pocos casos prácticos.



¿Qué ocurre entonces cuando se trata de fuerzas variables en la posición a lo largo de trayectorias curvas arbitrarias?.

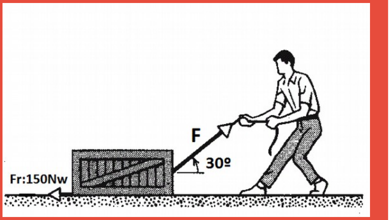
Empecemos por un caso simple, una fuerza *Fx* variable en la posición que empuja un objeto a lo largo de una trayectoria recta.

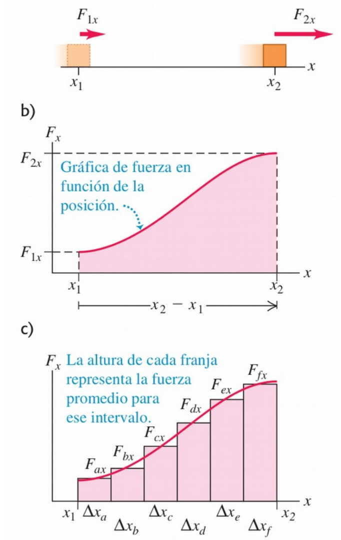
1- Primero dividimos el desplazamiento total en muchos segmentos pequeños Δx.

2- Dado que en cada segmento la fuerza es aproximadamente constante, podemos aplicar el teorema del trabajo y la energía en cada segmento, porque el valor de *Fx* es aproximadamente constante en cada uno.

3- El cambio de energía cinética en el segmento Δx_a es igual al trabajo $F_a . \Delta x_a$, y así sucesivamente.

TTE con fuerza variable





4- El cambio total de la energía cinética es la suma de los cambios en los segmentos individuales y, por lo tanto, igual al trabajo total efectuado sobre la partícula en todo el desplazamiento. Haciendo los segmentos Δx tan pequeños como un diferencial *dx*, entonces el trabajo total W_T es la integral de F_x entre x_1 y x_2:

$$W_T=\int_{x_1}^{x_2} F_x dx \qquad (1)$$

5- A partir de la segunda ley de Newton sabemos que: $F_x = m\,a_x$ (2)

6- Y por definición la aceleración a_x puede escribirse como: $a_x=\frac{dv_x}{dt}=\frac{dv_x}{dx}\frac{dx}{dt}=v_x\frac{dv_x}{dx}$ (3)

7- Reemplazando 3 en 2 y luego en 1:

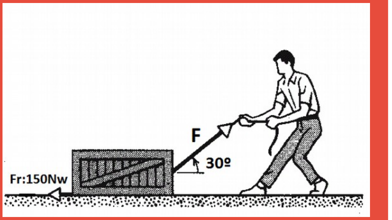
$$W_T=\int_{x_1}^{x_2} m\,a_x\,dx=\underbrace{\int_{x_1}^{x_2} m\,v_x\frac{dv_x}{dx}dx=\int_{v_1}^{v_2} m\,v_x\,dv}_{\text{Notar el cambio en los límites de integración}} \rightarrow W_T=\int_{v_1}^{v_2} m\,v_x\,dv$$

8- integrando v_x entre v_1 y v_2,

$$\boxed{W_T=\int_{v_1}^{v_2} m\,v_x\,dv=\frac{1}{2}m\,v_2^2-\frac{1}{2}m\,v_1^2=K_2-K_1}$$

Se demuestra así qué: el trabajo de una fuerza variable en x actuando sobre una partícula que se mueve a lo largo de una trayectoria rectilínea es igual a la variación de energía cinética de la partícula

TTE fuerza variable sobre una curva



Analicemos si el ***TTE*** también puede aplicarse cuando la partícula se mueve a lo largo de una curva desde el punto P_1 al punto P_2. En este caso el diferencial de trabajo dW en un punto dado de la trayectoria será (por definición) el producto escalar $dW = \vec{F}.\vec{dl}$

$$dW = \vec{F}.\vec{dl} = |F||dl|\cos\phi$$

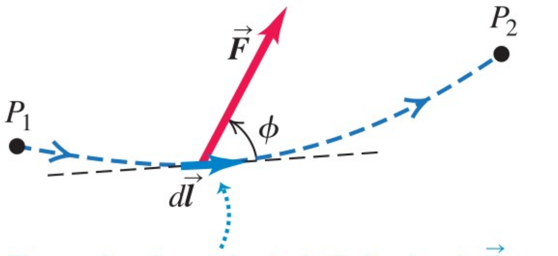
Y el trabajo total será la integral desde P_1 a P_2:

$$W_T = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F}.\vec{dl} = \int_{P_1}^{P_2} F_s\,dl$$

Esta es una integral de línea sobre la trayectoria curva *S* y F_s es la fuerza proyectada sobre la curva.

La ecuación anterior resulta interesante para sacar algunas conclusiones fundamentales del *TTE*:

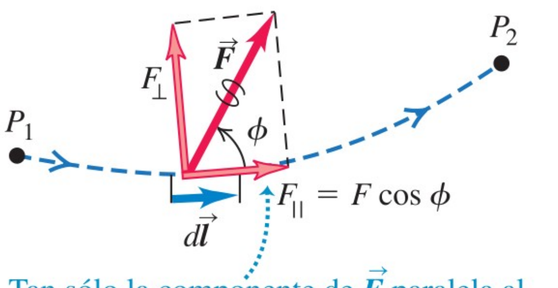
1- Si la fuerza neta sobre la partícula es nula entonces no existirá variación de la energía cinética de la partícula
2- Si la proyección de la fuerza sobre la trayectoria es nula entonces dicha fuerza no realiza trabajo y por tanto la energía cinética no cambia
3- La variación de la energía cinética no depende del "tiempo" durante el cual actuá la fuerza sino de la "distancia" a lo largo de la cual actuá



En un desplazamiento infinitesimal $\vec{dl}$, la fuerza $\vec{F}$ realiza trabajo dW sobre la partícula:

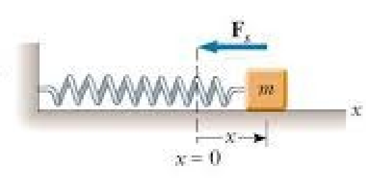
$$dW = \vec{F} \cdot \vec{dl} = F\cos\phi\, dl$$

b)



Tan sólo la componente de $\vec{F}$ paralela al desplazamiento, $F_{||} = F\cos\phi$, contribuye al trabajo efectuado por $\vec{F}$.

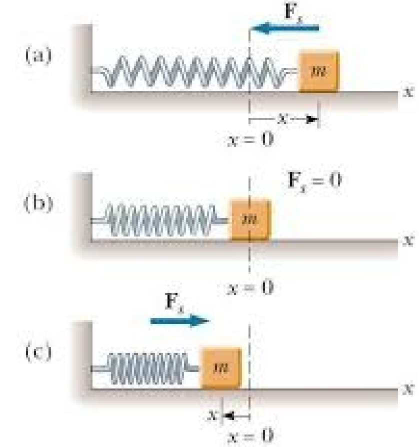
TTE. algunos ejemplos: Resorte



Ya vimos el caso simple de una persona empujando una caja con una fuerza constante. Veamos ahora que ocurre para el caso de una fuerza variable sobre una trayectoria recta. Un ejemplo típico es el del resorte que empuja una masa M. Para resortes ideales y desplazamientos relativamente pequeños, la fuerza del resorte es directamente proporcional al desplazamiento. Esto es:

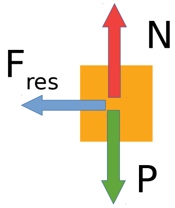
$$F_{res} = -kx$$

donde k es una constante elástica que depende del material y forma del resorte y en general es igual tanto para compresión como para elongación del resorte. x es el desplazamiento del resorte desde el equilibrio y el signo – indica que la fuerza que hace el resorte es contraria a la dirección del desplazamiento. Esto es conocido como fuerza de restitución. Es decir que si tiramos del resorte hacia la derecha, entonces el resorte hará una fuerza hacia la izquierda sobre nuestra mano.



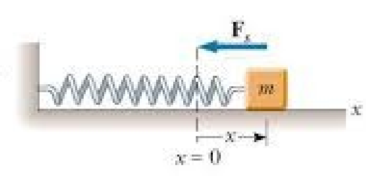
Ejemplo 2: un bloque de masa M = 1kg está unido a un resorte de constante k = 100 N/m (esto significa que si aplico una fuerza de 100 N sobre el resorte este se comprimirá o estirará 1 m). El bloque se desplaza 0.3 m hacia la derecha y luego se suelta. Calcule la rapidez que tendrá el bloque en función de la posición x.

Apliquemos el TTE a este problema particular. Primero observemos cuales son las fuerzas que actúan sobre el bloque:



De las 3 fuerzas solo Fres actuá en dirección del movimiento. Las otras dos no producen trabajo sobre el bloque.

TTE. Algunos ejemplos: masa - resorte



Entonces el trabajo total (de todas las fuerzas o de su resultante) será:

$$W_T = W_{res} = \int_{x_0}^{x} F_{res}\, dx = \int_{x_0}^{x} -k\, x\, dx = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$$

Como explicamos, la fuerza del resorte es de restitución y lleva un – ya que apunta contraria a x+. Pero al mismo tiempo, el desplazamiento dx desde x_0 a x también es negativo y por lo tanto el trabajo de F_{res} desde x_0 a cualquier posición x>0 será positivo

Resolviendo la integral de F_{res} desde la posición inicial x_0 a una posición genérica x nos da:

$$\int_{x_0}^{x} -kx\, dx = \frac{1}{2} k\, x_0^2 - \frac{1}{2} k\, x^2 = \frac{1}{2} k \left(x_0^2 - x^2 \right)$$

Trabajo del resorte sobre el bloque

Luego, si partimos de rapidez inicial 0 (v_0 = 0) entonces la rapidez v en la posición x será:

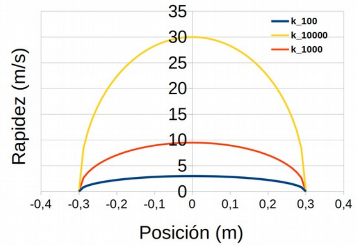
$$\frac{1}{2} k\, x_0^2 - \frac{1}{2} k\, x^2 = \frac{1}{2} m v^2 - \cancel{\frac{1}{2} m v_0^2} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{k \frac{\left(x_0^2 - x^2 \right)}{m}}$$

Nota 1: el trabajo del resorte es igual a un medio de la constante por la diferencia de los cuadrados de las posiciones. Esto no es lo mismo que la diferencia de las posiciones al cuadrado.

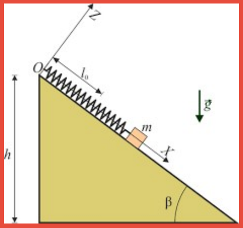
$$\frac{1}{2} k \left(x^2 - x_0^2 \right) \neq \frac{1}{2} k \left(x - x_0 \right)^2$$

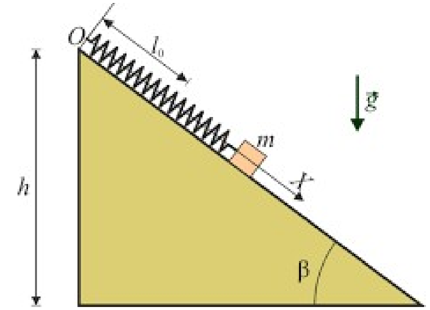
Este resultado nos indica que la velocidad es cero cuando x = x_0 y cuando es igual a -x_0. Es decir cuando el bloque se a desplazado una distancia igual a x_0 pero a la izquierda. También nos indica que la velocidad es máxima cuando x=0. Esto es cuando el bloque pasa por el punto de equilibrio.

La rapidez es proporcional a la rigidez k del resorte e inversamente proporcional a la masa m del bloque.



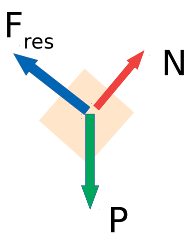
TTE. Algunos ejemplos: masa - resorte





Ejemplo 3: supongamos que ahora el bloque está apoyado en un plano inclinado sin fricción y sostenido por un resorte de constante *k* en la posición de equilibrio l_0. En *l0* la fuerza F_{res} del resorte equilibra a la componente P_x del peso. Se lo estira una distancia x_0 y se lo suelta y el bloque comienza a subir por la acción del resorte. Utilicemos el TTE para calcular la rapidez en función de la posición *x*.

Primero debemos plantear un diagrama de cuerpo libre para ver todas las fuerzas que afectan al bloque.



La fuerza normal *N* es perpendicular al desplazamiento, y por lo tanto no realiza trabajo. El peso tiene una componente en X. Entonces las fuerzas a considerar son P y F_{res}:

$$W_T = W_P + W_{res} = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$$

0

Mientras el bloque se mueve desde x_0 a l_0 la F_{res} apunta en la dirección del movimiento y W_{res} es positivo e igual a:

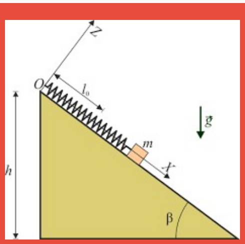
$$W_{res} = \frac{1}{2} k \left(x_0^2 - x^2\right)$$

Mientras que P_x se opone al movimiento y produce trabajo negativo:

$$W_P = -P\, sen\, \beta\, \Delta x = -m\, g\, sen\, \beta \left(x_0 - x\right)$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = W_T = W_{res} + W_P = \frac{1}{2} k \left(x_0^2 - x^2\right) - m\, g\, sen\, \beta \left(x_0 - x\right) \Rightarrow v = \sqrt{\left(\frac{k}{m}\left(x_0^2 - x^2\right) - 2\, g\, sen\, \beta \left(x_0 - x\right)\right)}$$

TTE. Algunos ejemplos: masa - resorte



La ecuación obtenida nos da la rapidez *v* para cada posición *x*. Lo primero que debemos verificar es que sí el ángulo β es 0 entonces debemos recuperar la solución obtenida en el **ejemplo 2** para una superficie horizontal. En ese caso si β = 0, entonces sen β = 0 y nos queda la solución del ejemplo 2.

$$v=\sqrt{\left(\frac{k}{m}\left(x_0^2-x^2\right)-2\,g\,sen\,\beta\left(x_0-x\right)\right)}$$

La posición de equilibrio l_0 puede calcularse planteando el balance de fuerzas entre F_{res} y P_x:

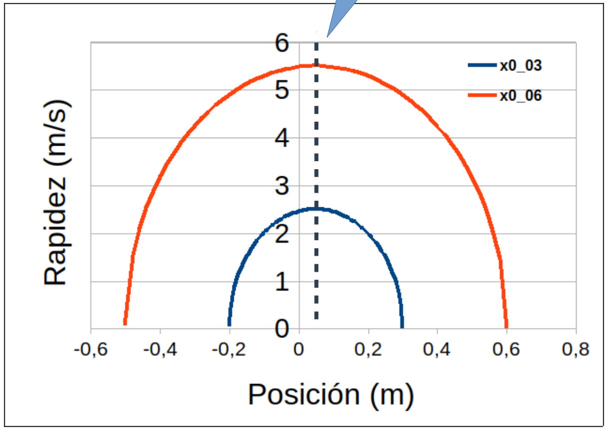
$$k\,l_0=m\,g\,sen\,\beta \quad \Rightarrow \quad l_0=m\,g\,sen\frac{\beta}{k}$$

Utilizando los datos anteriores (m = 1 kg, k = 100 N/m) y β de 30°:

$$l_0=1\,kg\,9.8\frac{m}{s^2}sen\frac{30\,°}{100\,N/m}=0.05\,m$$

Vemos que, si desplazamos el bloque hasta la posición x_0 entonces el bloque comienza a oscilar en torno a esta posición de equilibrio l_0 con una amplitud *A* dada por x_0 - l_0. Si analizamos la ecuación para *v* veremos que la velocidad se hace 0 cuando x = x_0 a la derecha de l_0. Pero, notar que v=0 a la izquierda no ocurre para x=-x_0 sino para x=l_0 – *A*.

La figura muestra la ecuación v graficada para dos posiciones iniciales, x_0 = 0.3 m (curva azul) y x_0 = 0.6 m. Notar que nosotros obtuvimos esa ecuación cuando el bloque esta a la derecha de l_0, y las fuerzas F_{res} y P_x se oponen entre si. Pero cuando el bloque está a la izquierda ambas fuerzas actúan en el mismo sentido. Sin embargo, la ecuación vale para todo el desplazamiento.



TTE. Algunos ejemplos: fricción

Ejemplo 4: cuando un auto frena, la fuerza de fricción entre los neumáticos y el asfalto aporta el trabajo necesario para convertir la energía cinética del automóvil en energía interna, entre otras cosas. Apliquemos el TTE para calcular la fuerza de fricción necesaria para detener completamente un automóvil de 900 kg que frena desde 90 km/h a 0. Si el auto bloquea sus ruedas durante la frenada entonces los neumáticos patinan respecto al asfalto y la fricción es de tipo dinámica. Por otro lado, si el auto tiene sistema ABS (Antiblockiersystem) entonces la rueda no resbala y el coeficiente empleado es el estático, que es 20% mayor al dinámico.

Los coeficientes de fricción dinámica μ_k entre caucho y distintos tipos de pavimento varían de acuerdo a si el piso está seco o mojado, el estado del neumático y el tipo de piso. Tomemos el caso de cemento nuevo y comparemos piso seco vs mojado. Para piso seco podemos tomar un coeficiente promedio de 0.85 y para piso mojado de 0.55.
Comencemos por un auto sin ABS y comparemos piso seco y mojado. El TTE aplicado a este caso es:

Descripción de la superficie	SECA				HÚMEDA			
Velocidad:	Menos de 50 km/h.		Más de 50 km/h.		Menos de 50 km/h.		Más de 50 km/h.	
	De	a	De	a	De	a	De	a
Cemento								
Nuevo, liso	0.80	1.20	0.70	1.00	0.50	0.80	0.40	0.75
Usado	0.60	0.80	0.60	0.75	0.45	0.70	0.45	0.65
Pulimentado por el tráfico	0.55	0.75	0.50	0.65	0.45	0.65	0.45	0.60
Asfalto o alquitrán								
Nuevo, liso	0.80	1.20	0.65	1.00	0.50	0.80	0.45	0.75
Usado	0.60	0.80	0.55	0.70	0.45	0.70	0.40	0.65
Pulimentado por el tráfico	0.55	0.75	0.45	0.65	0.45	0.65	0.40	0.60
Con exceso de alquitrán	0.50	0.60	0.35	0.60	0.30	0.60	0.25	0.55

$$W_T = W_{res} = F_{res}\,\Delta X = \mu m g\,\Delta X = \cancel{\frac{1}{2} m v^2} - \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$-\mu_k m g\,\Delta X = \frac{-1}{2} m v_0^2 \;\Rightarrow\; \Delta X = \frac{1}{2\mu_k g} v_0^2$$

$$\Delta X_{seco} = 37.5\,m$$

$$\Delta X_{mojado} = 58\,m$$

Se necesitan casi 20 mts más para frenar cuando el piso está mojado!!!

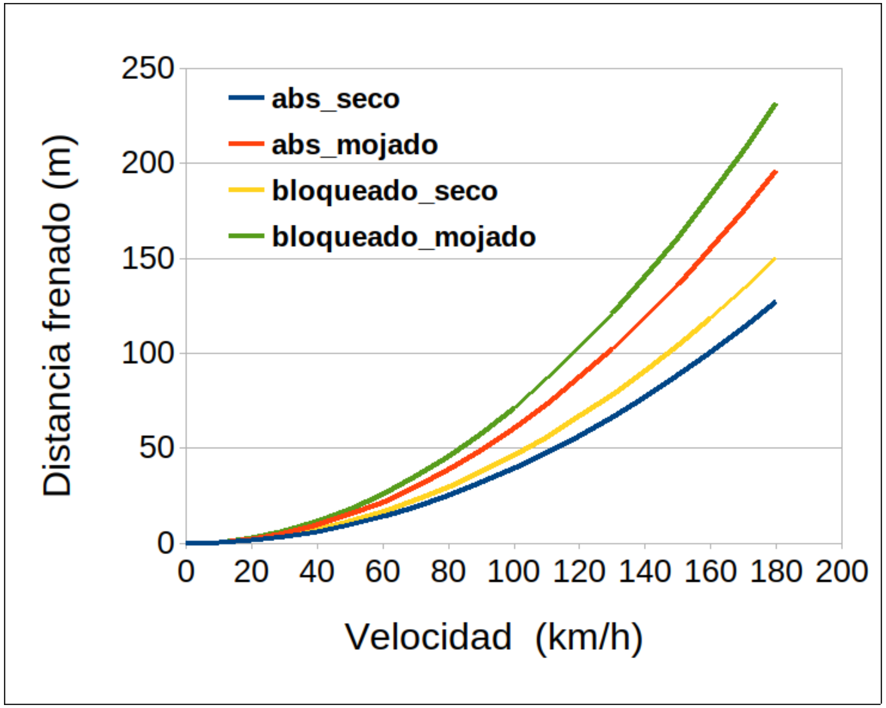
TTE. Algunos ejemplos: fricción

Cuanto mejorará el uso de ABS?. Tomemos coeficientes estáticos 20% mayores. Es decir μ_s = 1 y 0.65 para piso seco y mojado. En este caso las distancias de frenado serán:

$$\Delta X_{secoABS} = 32\,m \qquad \Delta X_{mojadoABS} = 49\,m$$

El ABS reduce la distancia de frenado alrededor de 15%

Podemos graficar Δx en función de v_0 y ver como se incrementa la distancia de frenado con la velocidad. Vemos que para velocidades menores a 100 km/h las distancias van de 40 a 70 mts dependiendo de las condiciones del suelo y de si las ruedas se bloquean (resbalan) o si se dispone de sistema ABS.



Nota: podemos fácilmente imaginar que los mismos resultados hallados empleando el TTE pueden obtenerse aplicando lo que sabemos sobre cinemática y dinámica:

cinemática

$$v_f^2 = v_0^2 - 2a\Delta X \;\Rightarrow\; \Delta X = \frac{v_0^2}{2a}$$

dinámica

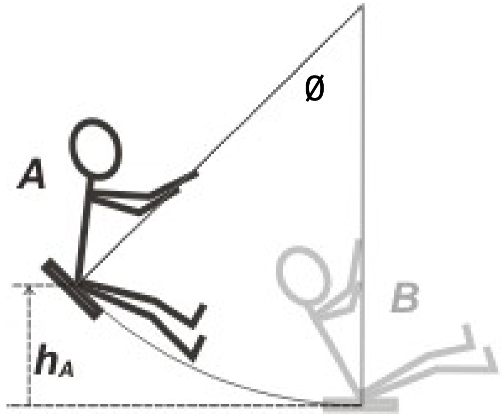
$$m a = F_{res} = \mu m g \;\Rightarrow\; a = \mu g$$

$$\Delta X = \frac{v_0^2}{2\mu g}$$

En este caso el TTE no parece ser un gran ahorro respecto a lo anterior, pero ¿qué hubiera pasado si la fuerza F_{res} no fuera constante?. ¿Podría aplicar las relaciones de la cinemática que conocemos?.

TTE. El trabajo de la fuerza peso

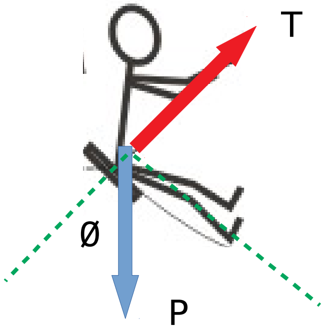
Ejemplo 5: Tomemos el caso de un niño de 15 kg en una hamaca en una hamaca que tiene una longitud *L* de 3 m. Supongamos que luego de elevarlo una altura h_A = 1 m lo soltamos. La pregunta es: ¿cuánto trabajo hizo la fuerza peso?.



$$\phi = \cos^{-1}\left(1 - \frac{h_A}{L}\right)$$

$$\phi_A = \cos^{-1}\left(1 - \frac{1}{3}\right) = 48°$$

Hagamos un diagrama de cuerpo libre:



Sabemos que *T* no hará trabajo porque actuá perpendicular a la trayectoria. Pero *P*, aunque es constante, tendrá una proyección distinta en cada posición. Luego, para calcular el trabajo W_P deberé hacer la siguiente integral:

$$W_P = \int_{S_A}^{S_B} \vec{P} . \vec{ds} = \int_{\phi_A}^{\phi_B} P\, sen\, \phi\, L\, d\, \phi$$

donde, el diferencial de curva *ds* es convertido a *dØ* (*ds =LdØ*).

$$W_P = \int_{\phi_A}^{\phi_B} P\, sen\, \phi\, L\, d\, \phi = mg\, L(\cos\phi) \begin{matrix} 0 \\ 48° \end{matrix} = 145\, J$$

Luego, por *TTE* W_P será igual a la energía cinética:

$$W_P = 145\, J = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 \quad \Rightarrow \quad v_B = \sqrt{2 \frac{W_P}{m}} = 4.42\, m/s$$

Nota: Más adelante demostraremos que el trabajo de la fuerza peso solo depende de la variación de altura *h* y no de la trayectoria del cuerpo y que la velocidad final también es función solo de *h*. Es decir:

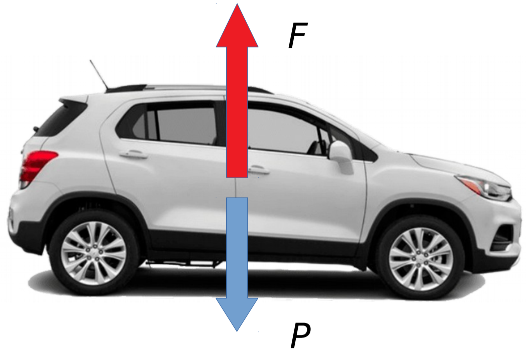
$$W_P = m\, g\, h \qquad v = \sqrt{2\, g\, h}$$

Trabajo, energía y potencia

Cuando compramos un auto, o una maquina no hablamos de cuando trabajo o cuanta energía entrega ese equipo. Hablamos de potencia. La potencia, es la cantidad de trabajo o energía que puede ser entregada/consumida en la unidad de tiempo. Supongamos que nos piden diseñar un equipo para subir automóviles de *m* = 2000 kg a una altura *H* de 2 mts y nos piden que la operación no demore más de 30 seg. ¿Que motor deberíamos usar?. La respuesta puede ser un poco más compleja, pero hacer una primera aproximación no lo es.

$$Potencia = \frac{trabajo}{tiempo}$$

Independientemente de lo complejo que pueda ser el equipo, primero debemos estimar el trabajo necesario para elevar el auto. La fuerza ***F*** mínima que debo hacer será igual al peso ***P*** del auto. Esto se conoce como movimiento cuasi-estático ya que se considera que no hay aceleración y el cuerpo se mueve a velocidad constante.



$$Pot = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{joule}{segundos} = watts$$

En este caso el trabajo aportado por F será:

$$W_F = mgH = 2000\,kg\,9.8\,\frac{m}{s^2}\,2\,m = 39200\,J$$

Este trabajo será el mismo (más o menos) independientemente de que tan rápido lo haga. Pero la potencia requerida no lo será. Si tenemos que cumplir con el requisito de elevar el auto en 30 seg, entonces necesitaremos un motor de al menos 1307 w:

$$Pot = \frac{39200\,j}{30\,s} = 1307\,watts$$

Esto se puede expresar en kw: 1307 w = 1.3 kw

o en HP → 1 HP = 745 w

1307 w → 1.75 HP

Algunas preguntas...

1- En cinemática aprendimos que el signo de las magnitudes depende del sistema de referencia elegido. ¿Con el trabajo pasa los mismo?. Si invierto los ejes, ¿el trabajo positivo se vuelve negativo?

2- Si hubiera una fuerza neta distinta de cero sobre un objeto en movimiento, ¿el trabajo total realizado sobre él podría ser cero? Explique, ilustrando su respuesta con un ejemplo.

3- ¿La energía cinética de un automóvil cambia más al acelerar de 10 a 15 m/s o de 15 a 20 m/s?

4- Si un libro se desliza sobre una mesa, la fuerza de fricción realiza trabajo negativo sobre él. ¿Existe algún caso en que la fricción realice trabajo positivo?. ¿Existe algún caso en que la fricción no produzca trabajo?

5- Un automóvil aumenta su rapidez mientras el motor produce potencia constante. ¿La aceleración es mayor al inicio de este proceso o al final?

6- Cuando se aplica una fuerza F a un resorte ideal, éste se estira una distancia x desde su longitud relajada (sin estirar) y efectúa trabajo W. Si ahora se aplica el doble de fuerza, ¿qué distancia (en términos de x) se estira el resorte desde su longitud relajada y cuánto trabajo (en términos de W) se requiere para estirarlo esta distancia?

7- Un aparejo eleva una caja de 100 kg a una altura de 10 m en un minuto mediante un motor con una potencia de 2 HP. Suponiendo que el sistema es ideal (no tiene pérdidas mecánicas) y resistencia infinita, ¿podría elevar una caja de 100 toneladas?