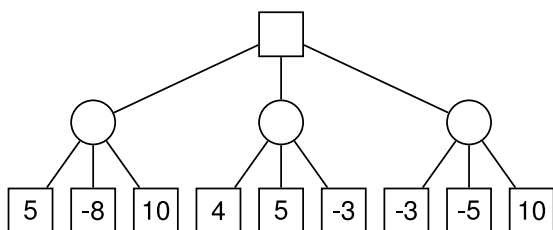


**Comenzado el** jueves, 11 de enero de 2024, 11:10**Estado** Finalizado**Finalizado en** jueves, 11 de enero de 2024, 11:58**Tiempo empleado** 47 minutos 55 segundos**Puntos** 15,33/25,00**Calificación** 6,13 de 10,00 (61,33%)**Pregunta 1**

Sin contestar

Puntúa como 1,00

¿Cuál es el valor de la raíz de este árbol de juego si aplicamos el algoritmo minimax?



Seleccione una:

- ☐ a. 0
- ☐ b. -3
- ☐ c. -5
- ☐ d. 10

El algoritmo minimax calcula desde las hojas hacia la raíz alternando mínimos y máximos. Los valores de los nodos con forma de círculo en el dibujo se calculan haciendo el mínimo de los valores de sus hijos. De izquierda a derecha esos valores son -8, -3 y -5. A continuación se calcula el valor de la raíz, que es el máximo de estos tres valores, por lo que la respuesta correcta es -3.

La respuesta correcta es: -3

**Pregunta 2**

Incorrecta

Se puntúa -0,33 sobre 1,00

Al eliminar el nodo  $N$  en un árbol AVL,

Seleccione una:

- ☒ a. el desequilibrio puede estar en cualquier parte del árbol. ✗ Falso. El árbol AVL estaba equilibrado antes de la eliminación, al eliminarse el nodo  $N$ , varios de los nodos en la rama que va desde la raíz hasta  $N$  pueden perder la condición de equilibrio, pero no los de otras ramas.
- ☐ b. siempre se producen desequilibrios en la rama de  $N$ .
- ☐ c. todos los nodos en la rama que en la que está  $N$  pierden la condición de equilibrio.
- ☐ d. Ninguna de las anteriores.

- a. Falso. El árbol AVL estaba equilibrado antes de la eliminación, al eliminarse el nodo  $N$ , varios de los nodos en la rama que va desde la raíz hasta  $N$  pueden perder la condición de equilibrio, pero no los de otras ramas.
- b. Falso. No necesariamente, si  $N$  es una hoja de un nodo que tuviera sus dos hijos, no se generan desequilibrios.
- c. Falso. Al eliminarse un nodo  $N$ , varios de los nodos en la rama que va desde la raíz hasta  $N$  pueden perder la condición de equilibrio; pero no aquellos que están debajo de  $N$ , ni está garantizado que todos los que estén por encima lo vayan a hacer.
- d. Cierto. La respuesta correcta es: únicamente los nodos en la rama que va desde la raíz hasta  $N$  pueden perder la condición de equilibrio.

La respuesta correcta es: Ninguna de las anteriores.

**Pregunta 3**

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

¿Cuál es el coste, en el caso peor, de consultar el elemento más prioritario de una cola de prioridad de máximos con  $N$  elementos implementada mediante un montículo de máximos?

Seleccione una:

- ☐ a.  $O(N \log N)$
- ☐ b.  $O(N)$
- ☐ c.  $O(\log N)$
- ☒ d.  $O(1)$  ✓

En un montículo de máximos, el elemento más prioritario es el mayor, que está en la raíz del montículo o primera posición del vector. Acceder a él tiene coste  $O(1)$ .

La respuesta correcta es:  $O(1)$

**Pregunta 4**

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

El problema del cambio de monedas de una cantidad  $C$  con un número ilimitado de monedas de  $n$  tipos, resuelto por programación dinámica, puede tener un coste en espacio adicional en  $\theta(C)$  incluso cuando queremos saber cuántas monedas de cada tipo utilizar.

Seleccione una:

- ☒ a. Verdadero ✓
- ☐ b. Falso

Verdadero. En el problema del cambio de monedas, al contrario que en otros problemas, toda la información necesaria para reconstruir la solución se encuentra en la última fila debido a que el número de monedas de cada tipo es ilimitado. Por ello, se puede reconstruir la solución incluso cuando optimizamos el espacio usando del orden de  $\theta(C)$  memoria adicional.

La respuesta correcta es: Verdadero

**Pregunta 5**

Incorrecta

Se puntúa -0,33 sobre 1,00

Utilizando las estructuras de partición podemos detectar si un grafo es acíclico. Si están implementadas con *unión rápida por tamaño*, ¿cuál sería la complejidad de dicho algoritmo si el grafo tiene  $V$  vértices y  $A$  aristas?

Seleccione una:

- ☐ a.  $O(V + A \log V)$
- ☒ b.  $O(VA)$  ✗ Falso. Hay que recorrer todas las aristas haciendo unión de sus extremos. Si los extremos de una arista ya pertenecen a la misma clase de equivalencia el grafo contiene un ciclo. Se realizan  $A$  operaciones de unión sobre  $V$  elementos. Si se utiliza union por tamaño (sin compresión de caminos) el coste de cada unión está en  $O(\log V)$ . Y el coste de todas las operaciones está en  $O(V + A \log V)$ .
- ☐ c.  $O(A \log A)$
- ☐ d. Ninguna de las anteriores.

- a. Cierto. El algoritmo consiste en recorrer todas las aristas haciendo unión de sus extremos. Si los extremos de una arista ya pertenecen a la misma clase de equivalencia el grafo contiene un ciclo. Se realizan  $A$  operaciones de unión sobre  $V$  elementos. Si se utiliza union por tamaño (sin compresión de caminos) el coste de cada unión está en  $O(\log V)$ . Y el coste de todas las operaciones está en  $O(V + A \log V)$ .
- b. Falso. Hay que recorrer todas las aristas haciendo unión de sus extremos. Si los extremos de una arista ya pertenecen a la misma clase de equivalencia el grafo contiene un ciclo. Se realizan  $A$  operaciones de unión sobre  $V$  elementos. Si se utiliza union por tamaño (sin compresión de caminos) el coste de cada unión está en  $O(\log V)$ . Y el coste de todas las operaciones está en  $O(V + A \log V)$ .
- c. Falso. Hay que recorrer todas las aristas haciendo unión de sus extremos. Si los extremos de una arista ya pertenecen a la misma clase de equivalencia el grafo contiene un ciclo. Se realizan  $A$  operaciones de unión sobre  $V$  elementos. Si se utiliza union por tamaño (sin compresión de caminos) el coste de cada unión está en  $O(\log V)$ . Y el coste de todas las operaciones está en  $O(V + A \log V)$ .
- d. Falso. La respuesta correcta es:  $O(V + A \log V)$

La respuesta correcta es:  $O(V + A \log V)$

**Pregunta 6**

Sin contestar

Puntúa como 1,00

Supongamos un sistema monetario con cantidad ilimitada de monedas de valores {3, 5, 15}. Se desea pagar la cantidad 15 con el menor número de monedas. Escribe separados por un espacio y ordenados de menor a mayor los *índices de la última fila* de la matriz rellenada por el algoritmo *que contienen un infinito*.

Respuesta:  

Las filas se rellenan de arriba abajo y de izquierda a derecha obteniendo la siguiente tabla:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
1	0	∞	∞	1	∞	∞	2	∞	∞	3	∞	∞	4	∞	∞	5
2	0	∞	∞	1	∞	1	2	∞	2	3	2	3	4	3	4	3
3	0	∞	∞	1	∞	1	2	∞	2	3	2	3	4	3	4	1

Por tanto la solución es: 1 2 4 7

La respuesta correcta es: 1 2 4 7

**Pregunta 7**


Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

Indica el valor de la solución óptima que devuelve el algoritmo voraz que resuelve el problema de la mochila real en el caso en que el peso límite es 250 y los objetos tienen los siguientes pesos y valores:

Objetos	Valores	Pesos
1	10	60
2	20	100
3	30	120

Seleccione una:

- ☐ a. 30
- ☐ b. 50
- ☐ c. 60
- ☒ d. 55 

Aplicando la estrategia voraz, se consideran por orden los objetos 3, 2 y por último el 1. El objeto 3 y el 2 caben completos y del objeto 1 solamente cabe un 50% por lo que el valor es  $30 + 20 + 10 \cdot 0.5 = 55$ .

La respuesta correcta es: 55

**Pregunta 8**

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

¿Cuántas aristas tiene como mínimo un grafo no dirigido y conexo de 11 vértices?

Respuesta: 10



Para que sea conexo cada vértice (excepto el primero) tiene que estar conectado mediante una arista con alguno de los anteriores. Para conectar  $V$  vértices se necesitan  $V - 1$  aristas. Con 11 vértices hacen falta 10 aristas.

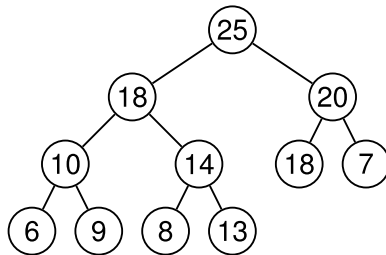
La respuesta correcta es: 10

**Pregunta 9**

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

En este montículo de máximos, ¿qué valores pueden haber sido el último en insertarse?



Seleccione una:

- ☐ a. 14 y 13.
- ☐ b. Solamente el 13.
- ☐ c. Podría ser cualquiera.
- ☒ d. 18, 14 y 13. ✓

El último elemento insertado se añadió en la hoja más a la derecha del último nivel y después fue flotado si hacía falta hacia la raíz. Puede haber sido el 13 y no haber necesitado ser flotado. Puede haber sido el 14 y haberse intercambiado con el 13, que ocupaba su posición. Y puede haber sido el 18, habiendo sido flotado dos niveles. En cambio, no puede ser el 25, porque en ese caso el 18 ocuparía su lugar antes de la inserción, y eso no es posible porque el 18 no puede ser el padre del 20 en un montículo de máximos.

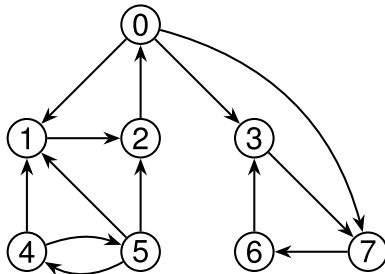
La respuesta correcta es: 18, 14 y 13.

**Pregunta 10**

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

¿En qué orden se visitarían los vértices de este grafo dirigido si realizamos un *recorrido en anchura* del grafo completo? Escribe los identificadores de los vértices separados por espacios en el orden en que son visitados. Supón que los vértices en las listas de adyacentes están ordenados *de menor a mayor*, y que los vértices iniciales que hagan falta también se prueban en orden.



Respuesta: 0 1 3 7 2 6 4 5



Los vértices se recorren en este orden: 0 1 3 7 2 6 4 5.

La respuesta correcta es: 0 1 3 7 2 6 4 5

**Pregunta 11**

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

¿Cuál es el máximo número de nodos que puede tener un árbol AVL de altura 4?

Respuesta: 15



El árbol tiene el máximo número de nodos cuando es un árbol binario completo. Y un árbol binario completo de altura  $h$  tiene  $2^h - 1$  nodos. Por tanto la respuesta es  $2^4 - 1 = 15$ .

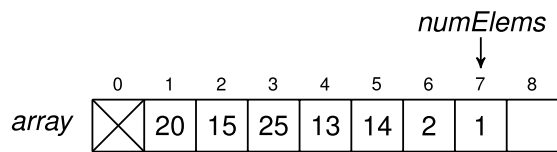
La respuesta correcta es: 15

**Pregunta 12**

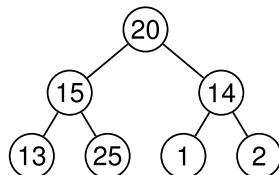
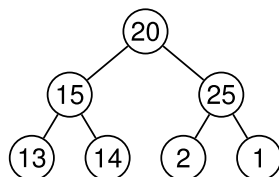
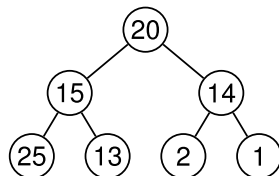
Incorrecta

Se puntúa -0,33 sobre 1,00

¿Qué montículo de máximos representa este vector?



Seleccione una:

☐ a.☒ b.☐ c. No representa un montículo de máximos correcto.☐ d.

El vector puede interpretarse como un árbol semicompleto, donde la raíz está en la posición 1, y el nodo de la posición  $i$  tiene su hijo izquierdo en la posición  $2i$  y su hijo derecho en la posición  $2i + 1$ , si estos números no exceden *numElems*. Sin embargo, este vector *no* representa un montículo de máximos correcto, ya que el valor 25 no puede tener como padre al valor 20 al ser el primero mayor que el segundo.

La respuesta correcta es: No representa un montículo de máximos correcto.

**Pregunta 13**

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

En la facultad de Informática tenemos una sala para tutorías que hay que reservar. Cada persona que quiere usarla pone la hora a la que quiere empezar en la sala y a la hora a la que saldrá. Queremos maximizar el número de usos de la sala en el día y para ello nos planteamos la siguiente estrategia voraz: ordenamos de menor a mayor todas las peticiones por su hora de final y después vamos asignando por orden comprobando que la sala está vacía.

¿Es una estrategia voraz correcta?

Seleccione una:

- ☒ a. Verdadero ✓
- ☐ b. Falso

Verdadero. Se puede demostrar mediante el método de reducción de diferencias que dicha estrategia es óptima para resolver el problema. Intuitivamente al elegir aquellas peticiones que terminan antes nos aseguramos de que dejamos el suficiente tiempo libre para aceptar el mayor número de peticiones.

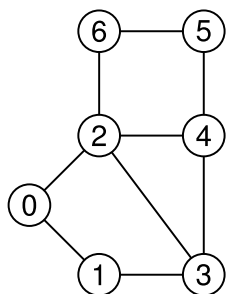
La respuesta correcta es: Verdadero

**Pregunta 14**

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 1,00

¿En qué orden se visitarían los vértices de este grafo si realizamos un recorrido en profundidad desde el vértice 4? Escribe los identificadores de los vértices separados por espacios en el orden en que son visitados. Supón que los vértices en las listas de adyacentes están ordenados de menor a mayor.



Respuesta: 2 0 1 3 5 6



Los vértices se recorren en este orden: 4 2 0 1 3 6 5.

La respuesta correcta es: 4 2 0 1 3 6 5

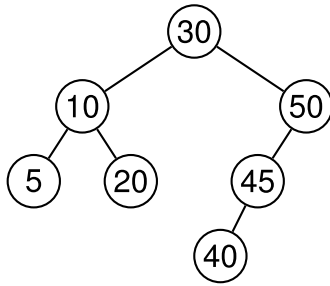


**Pregunta 15**

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

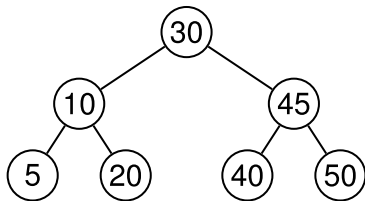
Tras insertar el valor 40, ¿qué tipo de rotación necesita este árbol?



Seleccione una:

- ☐ a. Ninguna, está equilibrado.
- ☐ b. Rotación doble izquierda-derecha.
- ☒ c. Rotación simple a la derecha. ✓
- ☐ d. Rotación simple a la izquierda.

El nodo con el valor 50 es el nodo  $\alpha$  (el primero que no cumple la condición de equilibrio si vamos desde el nuevo nodo insertado hasta la raíz), y para equilibrarlo hace falta una rotación simple a la derecha dando lugar al siguiente árbol



La respuesta correcta es: Rotación simple a la derecha.

**Pregunta 16**

Incorrecta

Se puntúa -0,33 sobre 1,00

Supongamos un grafo  $G$  no dirigido conexo con aristas de valores distintos e iguales o superiores a 1 y otro  $G'$  que resulta de elevar al cuadrado los valores de las aristas de  $G$ . ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta acerca de sus respectivos árboles de recubrimiento mínimo  $T$  y  $T'$ ?

Seleccione una:

- ☒ a.  $T' = T$  con valor  $t' < t^2$ . ❌
- ☐ b. Ninguna de las anteriores.
- ☐ c.  $T' = T$  con valor  $t' = t^2$ .
- ☐ d.  $T' \neq T$  con valor  $t' = t^2$ .

Al ser  $G$  conexo y con valores distintos en sus aristas tiene un único ARM  $T$  con valor  $t$ . Al elevar al cuadrado números distintos obtenemos números distintos, por lo que  $G'$  también tiene un único ARM,  $T'$ , con valor  $t'$ . Las aristas que forman parte de  $T'$  son las mismas que las que forman parte de  $T$  por reducción al absurdo, ya que los dos árboles tienen el mismo número de aristas y si dos números  $a$  y  $b$  cumplen que  $a^2 > b^2$  entonces  $a > b$ . Por tanto  $T = T'$ .

Sin embargo, el cuadrado de la suma de uno o más números naturales es mayor o igual que la suma de los cuadrados de dichos números. Si hay al menos dos números y ambos son mayores o iguales que 1, o solamente uno estrictamente mayor que 1, entonces el cuadrado de la suma es estrictamente mayor que la suma de los cuadrados.

Esto quiere decir que si el grafo tiene al menos dos aristas de valor mayor o igual que 1 o una arista de valor estrictamente mayor que 1 entonces  $t' < t^2$ , pero si no tiene aristas o hay solamente una arista con valor 1 entonces  $t' = t^2$ .

La respuesta correcta es: Ninguna de las anteriores.

**Pregunta 17**

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

Si un grafo dirigido está representado mediante *listas de adyacentes*, ¿cuál es la complejidad del siguiente algoritmo que calcula el número de aristas del grafo si el grafo tiene  $V$  vértices y  $A$  aristas?

```
Digrafo grafo(V);
int aristas = 0;
for (int v = 0; v < V; ++v)
    aristas += g.ady(v).size();
cout << aristas << '\n';
```

Seleccione una:

- ☐ a.  $O(V + A)$
- ☐ b.  $O(V^2)$
- ☐ c.  $O(V * A)$
- ☒ d.  $O(V)$  ✔

Al estar el grafo representado mediante listas de adyacentes, acceder a la lista de adyacentes a un vértice tiene coste constante. En este caso no hace falta recorrer la lista, solamente conocer su longitud, en tiempo constante también. Y eso se hace para cada vértice, por lo que el coste total está en  $O(V)$ .

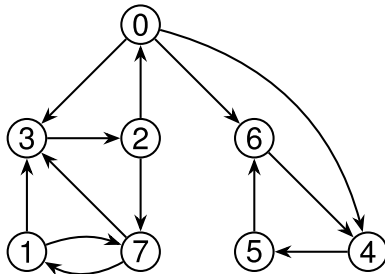
La respuesta correcta es:  $O(V)$

**Pregunta 18**

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

¿En qué orden se visitarían los vértices de este grafo dirigido si realizamos un *recorrido en profundidad* del grafo completo? Escribe los identificadores de los vértices separados por espacios en el orden en que son visitados. Supón que los vértices en las listas de adyacentes están ordenados *de menor a mayor*, y que los vértices iniciales que hagan falta también se prueban en orden.



Respuesta: 0 3 2 7 1 4 5 6



Los vértices se recorren en este orden: 0 3 2 7 1 4 5 6.

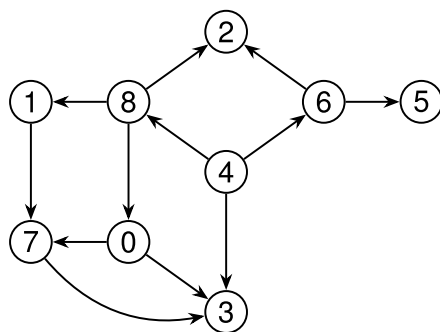
La respuesta correcta es: 0 3 2 7 1 4 5 6

**Pregunta 19**

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

Dado el siguiente grafo dirigido,



¿existe un postorden inverso que dé lugar a una ordenación topológica?

Seleccione una:

- ☒ a. Verdadero ✓
- ☐ b. Falso

Verdadero. El grafo es acíclico y por tanto su postorden inverso (4 8 1 0 7 3 6 2 5) es una ordenación topológica válida.

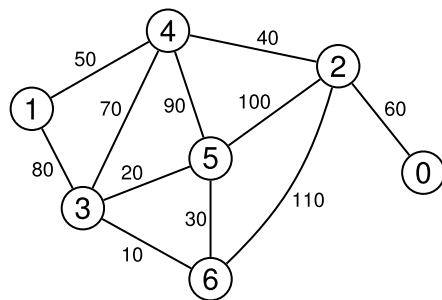
La respuesta correcta es: Verdadero

**Pregunta 20**

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

Considera el siguiente grafo no dirigido y valorado,



Da el orden en el que las aristas se añaden al árbol de recubrimiento mínimo (ARM) utilizando el algoritmo de Kruskal (escribe los costes de las aristas, que las identifican, separados por un espacio).

Respuesta: 10 20 40 50 60 70



El algoritmo de Kruskal considera las aristas de menor a mayor coste, y selecciona aquellas que al unir las a las ya seleccionadas no crean ciclos. Las aristas se añaden al ARM en este orden: 10 20 40 50 60 70.

La respuesta correcta es: 10 20 40 50 60 70

**Pregunta 21**

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

Sea  $G$  un grafo dirigido con valores positivos en las aristas y  $u \rightarrow v$  una arista del grafo. Si el camino más corto de  $s$  a  $u$  tiene un coste de 62 y el camino más corto de  $s$  a  $v$  vale 49, ¿qué afirmación es cierta?

Seleccione una:

- ☐ a.  $\text{valor}(u \rightarrow v) > 13$
- ☐ b.  $\text{valor}(u \rightarrow v) \geq 13$
- ☒ c. No se puede decir nada sobre  $u \rightarrow v$  con esa información. ✓
- ☐ d.  $\text{valor}(u \rightarrow v) \leq 13$

El camino más corto de  $s$  a  $v$  no pasa por  $u$  porque la distancia de  $s$  a  $u$  es mayor que la distancia de  $s$  a  $v$ . El coste de la arista  $u \rightarrow v$  no afecta por tanto a ninguno de los datos del enunciado y no se puede concluir nada sobre él.

La respuesta correcta es: No se puede decir nada sobre  $u \rightarrow v$  con esa información.

**Pregunta 22**

Incorrecta

Se puntúa -0,33 sobre 1,00

En un problema de maximización resuelto mediante ramificación y poda la estimación utilizada para asignar prioridad a los nodos:

Seleccione una:

- ☐ a. siempre puede ser el valor de la solución parcial construida hasta el momento.
- ☒ b. debe ser una cota inferior de la mejor solución alcanzable desde ese nodo. ✖
- ☐ c. siempre coincide con el valor de la solución si es una solución completa.
- ☐ d. debe ser una cota superior de la mejor solución alcanzable desde ese nodo.

En un problema de maximización la estimación utilizada para asignar prioridad a los nodos ha de ser una cota superior, no inferior, de la mejor solución alcanzable desde ese nodo. De esta forma si la estimación de un nodo es inferior al valor de la mejor encontrada hasta el momento eso quiere decir que ninguna solución alcanzada desde ese nodo puede mejorarla y no interesa por tanto expandir dicho nodo.

El valor de la solución parcial no tiene por qué ser cota superior de la mejor solución alcanzable, por lo que esta opción no es correcta. Si se trata de una solución completa, en general tampoco su valor tiene por qué coincidir con la estimación, aunque es bastante habitual.

La respuesta correcta es: debe ser una cota superior de la mejor solución alcanzable desde ese nodo.

**Pregunta 23**

Correcta

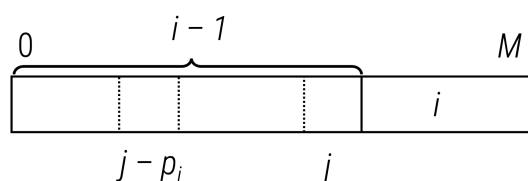
Se puntúa 1,00 sobre 1,00

Si queremos reducir el coste en espacio del algoritmo de programación dinámica que resuelve la versión entera del problema de la mochila (cuando solamente estamos interesados en el valor óptimo y no en los objetos que hay que meter en la mochila) utilizando un vector en lugar de una matriz, debemos rellenar el vector:

Seleccione una:

- ☒ a. en sentido decreciente del peso disponible en la mochila. ✔
- ☐ b. tanto de derecha a izquierda como de izquierda a derecha.
- ☐ c. en sentido creciente del peso disponible en la mochila.
- ☐ d. no se puede reducir el coste en espacio.

En cada iteración del algoritmo en que consideramos el objeto  $i$ -ésimo rellenamos un vector de  $M + 1$  posiciones, siendo  $M$  el peso límite de la mochila. Al empezar la iteración  $i$ -ésima, el vector contiene los valores correspondientes al objeto  $i - 1$ . Puesto que para calcular los valores correspondientes al objeto  $i$  y cada peso límite  $j$  necesitamos dos valores correspondientes al objeto  $i - 1$  en columnas  $j$  y  $j - p_i$  (siendo  $p_i$  el peso del objeto  $i$ ), se ha de rellenar el vector de *en sentido decreciente de pesos* para mantener dichos valores disponibles hasta realizar el cálculo, tal como se muestra en el siguiente dibujo:



La respuesta correcta es: en sentido decreciente del peso disponible en la mochila.

**Pregunta 24**

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

La técnica de marcaje en el esquema de ramificación y poda tiene como objetivo:

Seleccione una:

- ☒ a. determinar de manera más eficiente la factibilidad de una solución parcial. ✓
- ☐ b. podar un mayor número de nodos.
- ☐ c. ahorrar espacio.
- ☐ d. ninguna de las anteriores.

La técnica del marcaje consiste en añadir información adicional en los nodos que permite realizar comprobaciones de factibilidad de forma más eficiente. Determinar la factibilidad de la solución parcial sin los marcadores es igualmente posible pero invirtiendo una mayor cantidad de tiempo, y el número de nodos podados a causa del test de factibilidad será el mismo. El uso de marcadores supone por tanto un mayor gasto de espacio a cambio de una reducción en el tiempo.

La respuesta correcta es: determinar de manera más eficiente la factibilidad de una solución parcial.

**Pregunta 25**

Finalizado

Sin calificar

Escribe el número del usuario del juez que has utilizado en la primera parte. Por ejemplo, si tu usuario fue TAIS01, escribe el número 1.

Respuesta:

La respuesta correcta es: 50

**Pregunta 26**

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

Para demostrar que un problema no se puede resolver de forma voraz basta encontrar un contraejemplo donde la estrategia no devuelva la solución óptima.

Seleccione una:

- ☐ a. Verdadero
- ☒ b. Falso ✓

Falso. Encontrar un contraejemplo solo prueba que la estrategia considerada no es válida, pero otra estrategia voraz podría resolver el problema.

La respuesta correcta es: Falso