

Comenzado el	viernes, 20 de octubre de 2023, 12:00
Estado	Finalizado
Finalizado en	viernes, 20 de octubre de 2023, 12:07
Tiempo empleado	6 minutos 40 segundos
Calificación	10,00 de 10,00 (100%)

Pregunta 1

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

Supongamos que tenemos una estructura de partición con N elementos que utiliza *unión rápida por tamaño y compresión de caminos*. La estructura empieza vacía (partición trivial) y después se realizan N^2 operaciones de unión aleatorias. A continuación, se realizan operaciones para saber si están unidos o no cada posible par de elementos (aproximadamente $N^2/2$). El orden de complejidad de la altura de los árboles en la estructura resultante es:

Seleccione una:

- ☒ a. $O(1)$ ✓
- ☐ b. $O(N^2)$
- ☐ c. $O(\log N)$
- ☐ d. $O(N)$

Al haber compresión de caminos, al buscar un elemento este termina estando en la raíz de un árbol o en la raíz de un hijo de la raíz de un árbol, es decir, a profundidad 1 o 2. Si se realizan búsquedas con todos los elementos, todos los árboles terminan teniendo altura 1 o 2.

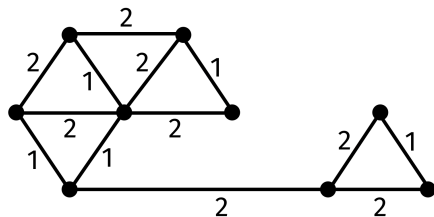
La respuesta correcta es: $O(1)$

Pregunta 2

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

¿Cuántos árboles de recubrimiento mínimo distintos tiene el siguiente grafo valorado?

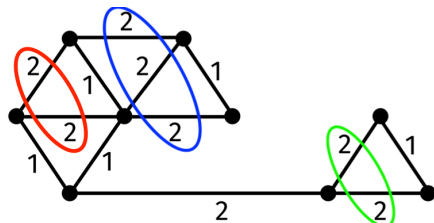


Respuesta:

6



El grafo tiene 6 posibles ARM distintos. Las aristas con coste 1 son todas necesarias, así como la arista de coste 2 que no aparece dentro de ningún círculo en el siguiente dibujo



Las aristas dentro del círculo rojo no forman parte de ningún ARM (añadirlas crearía ciclos). De las aristas dentro del círculo verde hace falta una, y hay 2 opciones. Y de las aristas dentro del círculo azul hace falta también una, y hay 3 opciones.

La respuesta correcta es: 6

Pregunta 3

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

Si el TAD de conjuntos disjuntos se implementa con la versión de *unión rápida*, ¿cuál es el coste de la operación *buscar* en el caso peor si el conjunto tiene N elementos?

Seleccione una:

- ☒ a. $O(N)$ ✓
- ☐ b. $O(\log N)$
- ☐ c. $O(1)$
- ☐ d. $O(N^2)$

En el caso peor la altura de un árbol que represente un conjunto puede ser lineal respecto al número de elementos de la partición.

La respuesta correcta es: $O(N)$

Pregunta 4

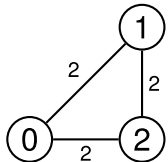
Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

El árbol de recubrimiento de un grafo conexo no tiene por qué ser único pero el de coste mínimo (ARM) siempre es único.

☐ Verdadero☒ Falso ✓

Falso. Solamente si el coste de todas las aristas es distinto está garantizado que el ARM es único. Con costes repetidos puede haber varios ARMs distintos, como ocurre con este grafo



que tiene 3 ARM distintos, según quitemos una cualquiera de sus aristas.

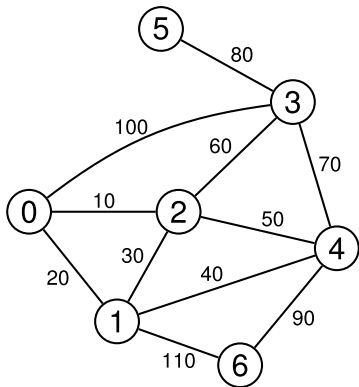
La respuesta correcta es 'Falso'

Pregunta 5

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

Considera el siguiente grafo no dirigido y valorado,



Da el orden en el que las aristas se añaden al árbol de recubrimiento mínimo (ARM) utilizando el algoritmo de Kruskal (escribe los costes de las aristas, que las identifican, separados por un espacio).

Respuesta: 10 20 40 60 80 90



El algoritmo de Kruskal considera las aristas de menor a mayor coste, y selecciona aquellas que al unir las a las ya seleccionadas no crean ciclos. Las aristas se añaden al ARM en este orden: 10 20 40 60 80 90.

La respuesta correcta es: 10 20 40 60 80 90

Pregunta 6

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

Utilizando las estructuras de partición podemos detectar si un grafo es acíclico. Si están implementadas con *unión rápida por tamaño y compresión de caminos*, ¿cuál sería la complejidad de dicho algoritmo si el grafo tiene V vértices y A aristas?

Seleccione una:

- ☐ a. $O(VA)$
- ☐ b. $O(V + A \log V)$
- ☐ c. $O(V \log V)$
- ☒ d. $O(V + A \lg^* V)$ ✓

El algoritmo consiste en recorrer todas las aristas haciendo unión de sus extremos. Si los extremos de una arista ya pertenecen a la misma clase de equivalencia el grafo contiene un ciclo. Se realizan A operaciones de unión sobre V elementos, por lo que utilizando unión rápida por tamaño y compresión de caminos el coste de todas las operaciones está en $O(V + A \lg^* V)$.

La respuesta correcta es: $O(V + A \lg^* V)$

Pregunta 7

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

Sea G un grafo conexo no dirigido cualquiera con todos los valores de las aristas distintos. Sea e_{max} la arista con mayor valor y e_{min} la arista con menor valor. ¿Cuáles de estas afirmaciones son **falsas**?

Seleccione una o más de una:

- ☐ a. G tiene un único ARM.
- ☐ b. Si e_{max} está en un ARM, eliminarla hace que G sea no conexo.
- ☒ c. Ningún ARM contiene a e_{max} . ✓ Es falsa. Según cómo sea el grafo puede hacer falta seleccionar e_{max} , porque si no no podríamos conectar todo el grafo.
- ☐ d. Todo ARM de G contiene a e_{min} .

- a. Es cierta. Si los valores de las aristas son todos distintos el ARM es único.
- b. Es cierta. Si e_{max} está en un ARM es porque es imprescindible seleccionarla, porque conecta dos partes del grafo que no se conectan por ninguna otra arista, por lo que al eliminarla el grafo dejaría de ser conexo.
- c. Es falsa. Según cómo sea el grafo puede hacer falta seleccionar e_{max} , porque si no no podríamos conectar todo el grafo.
- d. Es cierta. Si e_{min} no formara parte de un ARM, al añadirla se crearía un ciclo, y quitando cualquier otra arista del ciclo tendríamos un ARM de coste menor, lo cual es imposible.

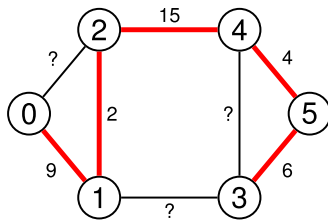
La respuesta correcta es: Ningún ARM contiene a e_{max} .

Pregunta 8

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

Sea G un grafo no dirigido con valores de las aristas enteros positivos *distintos*. Su ARM aparece marcado en rojo en la imagen. ¿Cuál es la mínima suma posible del valor del resto de aristas (las marcadas con ?)?



Respuesta: 33



La arista $0 - 2$ tiene que tener un valor mayor o igual que 10, ya que si no el vértice 0 se podría unir al resto mediante esta arista en vez de la arista $0 - 1$. La arista $1 - 3$ tiene que tener un valor mayor o igual que 16, porque si no se podría usar en vez de la arista $2 - 4$ para conectar las partes izquierda y derecha del grafo. Y la arista $4 - 3$ tiene que tener un valor mayor o igual que 7 porque si no podría utilizarse para unir el vértice 3 al ARM, en vez de la arista $3 - 5$. La suma mínima posible es por tanto $10 + 16 + 7 = 33$.

La respuesta correcta es: 33

Pregunta 9

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

Si el TAD de conjuntos disjuntos se implementa con la versión de *unión rápida por tamaños*, ¿cuál es el coste de la operación **unir** en el caso peor si el conjunto tiene N elementos?

Seleccione una:

- ☒ a. $O(\log N)$ ✓
- ☐ b. $O(N)$
- ☐ c. $O(1)$
- ☐ d. $O(N^2)$

Si los tamaños de los árboles se tienen en cuenta al unirlos, la altura máxima de un árbol es logarítmica respecto al número N de elementos en la partición. La unión requiere la búsqueda de las raíces de los árboles que contienen los elementos a unir. Esa búsqueda tiene un coste en $O(\log N)$ en el caso peor.

La respuesta correcta es: $O(\log N)$

Pregunta 10

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

El algoritmo de Kruskal para calcular el árbol de recubrimiento de coste mínimo se pueden utilizar también (o adaptar) para calcular el árbol de recubrimiento de *coste máximo*.

☒ Verdadero ✓☐ Falso

Verdadero. Se puede cambiar de signo a todas las aristas y aplicar directamente el algoritmo o considerar las aristas de mayor a menor coste.

La respuesta correcta es 'Verdadero'