Universidad Nacional del Nordeste

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura

Cátedra: Comunicación de Datos

Año: 2023

Series de Trabajos Prácticos 1ra. Parte

Trabajos Prácticos 1, 2, 3 y 4

Alumno:	DNI:	LU:
Garay, Rubén Ernesto	32350723	38274

GRUPO N° 4

Integrantes:

Apellido y Nombre	DNI
Candia, José María	43787475
Corrales, José Luis	32229297
Garay, Rubén Ernesto	32350723
Goytia, Jeremías Jesús	42061377
Sosa, Gustavo Daniel	39186882

Trabajo Práctico N° 1

Teoría de la Información y Codificación

1) **Dos tiros libres para un jugador de básquet**

Conjuntos de posibles mensajes:

- R_1 = (no anota, no anota)
- R_2 = (anota, no anota)
- R_3 = (no anota, anota)
- R_4 = (anota, anota)

Probabilidad de ocurrencia de cada mensaje:

$p\ (anota) = \frac{1}{2}\ ;\ p\ (no\ anota) = \frac{1}{2}$

- $p(R_1) = \frac{1}{2} * \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$
- $p(R_2) = \frac{1}{2} * \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$
- $p(R_3) = \frac{1}{2} * \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$
- $p(R_4) = \frac{1}{2} * \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

Cantidad de información de cada mensaje:

- $I(R_1) = \log_2\left(\frac{1}{1/4}\right) = 2\ bits$
- $I(R_2) = \log_2\left(\frac{1}{1/4}\right) = 2\ bits$
- $I(R_3) = \log_2\left(\frac{1}{1/4}\right) = 2\ bits$
- $I(R_4) = \log_2\left(\frac{1}{1/4}\right) = 2\ bits$

2) **Sorteo para la Copa Mundial de Fútbol**

i) La probabilidad de ocurrencia de un símbolo
Existen 32 participantes por lo que la probabilidad de cada símbolo de ser seleccionado será de $p = \frac{1}{32}$

ii) Cantidad de información obtenida al presentarse un símbolo

$$I = \log_2\left(\frac{1}{1/32}\right) = 5\ bits$$

La cantidad de información obtenida al presentarse un símbolo es de 5 bits.

iii) Cantidad de información de una palabra formada por cuatro símbolos.

$$p = \frac{1}{32} * \frac{1}{31} * \frac{1}{30} * \frac{1}{29} = \frac{1}{863040}$$

$$I = \log_2\left(\frac{1}{1/863040}\right) = 19.72\ bits\quad o\quad I = 5\ bits + 4.95\ bits + 4.9\ bits + 4.86\ bits = 19.72\ bits$$

3) **Fichas de ajedrez**

a) Cantidad de información obtenida

i. Peón

$p(peón) = \frac{1}{2}$ -> $I(peón) = \log_2\left(\frac{1}{0.5}\right) = 1\ bit$

ii. Alfil

$p(alfil) = \frac{1}{8}$ -> $I(alfil) = \log_2\left(\frac{1}{0.125}\right) = 3\ bit$

iii. Pieza que se mueve más de un casillero

$* \, Se\ considera\ que\ el\ peón\ se\ mueve\ sólo\ un\ solo\ casillero$

$p(torre) = \frac{1}{8}$; $p(caballo) = \frac{1}{8}$; $p(alfil) = \frac{1}{8}$; $p(reina) = \frac{1}{16}$

$$p(total) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{7}{16}$$

$$I(total) = \log_2\left(\frac{1}{7/16}\right) = 1{,}193\ bits$$

b) Aporta mayor información decir que una ficha puede moverse más de un casillero por vez.

4) **Alfabeto binario $\boldsymbol{S} = \{\mathbf{0}, \mathbf{1}\}$**

$$p(0101) = \frac{2}{3} * \frac{1}{3} * \frac{2}{3} * \frac{1}{3} = \frac{4}{81}$$

$$I(1) = \log_2\left(\frac{1}{1/3}\right) \cong 1{,}585 \qquad I(0) = \log_2\left(\frac{1}{2/3}\right) \cong 0{,}585$$

$$I(0101) = \log_2\left(\frac{1}{4/81}\right) \cong 4{,}34$$

$$I(0101) = I(0) + I(1) + I(0) + I(1) \cong 4{,}34$$

5) **Alfabeto $\boldsymbol{S} = \{\boldsymbol{b}, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{c}, \boldsymbol{k}, \boldsymbol{u}, \boldsymbol{p}\}$**

- $I(b) = \log_2\left(\frac{1}{1/5}\right) \cong 2{,}323\ bits$
- $I(a) = \log_2\left(\frac{1}{1/4}\right) = 2\ bits$
- $I(c) = \log_2\left(\frac{1}{1/10}\right) \cong 3{,}322\ bits$
- $I(k) = \log_2\left(\frac{1}{3/20}\right) \cong 2{,}737\ bits$
- $I(u) = \log_2\left(\frac{1}{1/4}\right) = 2\ bits$
- $I(k) = \log_2\left(\frac{1}{1/20}\right) \cong 4{,}322$

$$H(S) = \frac{1}{5} \cdot 2{,}323\ bits + \frac{1}{4} \cdot 2\ bits + \frac{1}{10} \cdot 3.322\ bits$$
$$+ \frac{3}{20} \cdot 2{,}737\ bits + \frac{1}{4} \cdot 2\ bits + \frac{1}{20} \cdot 4{,}322\ bits \cong 2{,}423\ bits$$

$$\therefore H(S) \cong 2{,}423\ bits$$

6) **Alfabeto** $\boldsymbol{S = \{s_1, s_2, s_3\}}$

- $I(s_1) = \log_2\left(\frac{1}{1/4}\right) = 2\ bits$
- $I(s_2) = \log_2\left(\frac{1}{1/4}\right) = 2\ bits$
- $I(s_3) = \log_2\left(\frac{1}{1/2}\right) = 1\ bits$

i. Entropía

$$H(S) = \frac{1}{4} \cdot 2\ bits + \frac{1}{4} \cdot 2\ bits + \frac{1}{2} \cdot 1\ bits = \frac{3}{2}\ bits$$

ii. Extensiones de 2do y 3er orden y Entropía

Extensión de 2do orden: $S^2 = \{s_1s_1, s_1s_2, s_1s_3, s_2s_1, s_2s_2, s_2s_3, s_3s_1, s_3s_2, s_3s_3\}$

- $p(s_1s_1) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16} \rightarrow I(s_1s_1) = \log_2\left(\frac{1}{1/16}\right) = 4\ bits$
- $p(s_1s_2) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16} \rightarrow I(s_1s_2) = \log_2\left(\frac{1}{1/16}\right) = 4\ bits$
- $p(s_1s_3) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \rightarrow I(s_1s_3) = \log_2\left(\frac{1}{1/8}\right) = 3\ bits$
- $p(s_2s_1) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16} \rightarrow I(s_2s_1) = \log_2\left(\frac{1}{1/16}\right) = 4\ bits$
- $p(s_2s_2) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16} \rightarrow I(s_2s_2) = \log_2\left(\frac{1}{1/16}\right) = 4\ bits$
- $p(s_2s_3) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \rightarrow I(s_2s_3) = \log_2\left(\frac{1}{1/8}\right) = 3\ bits$
- $p(s_3s_1) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8} \rightarrow I(s_3s_1) = \log_2\left(\frac{1}{1/8}\right) = 3\ bits$
- $p(s_3s_2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8} \rightarrow I(s_3s_2) = \log_2\left(\frac{1}{1/8}\right) = 3\ bits$
- $p(s_3s_3) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \rightarrow I(s_1s_1) = \log_2\left(\frac{1}{1/4}\right) = 2\ bits$

$$H(S^2) = \frac{1}{16} \cdot 4\ bits + \frac{1}{16} \cdot 4\ bits + \frac{1}{8} \cdot 3\ bits + \frac{1}{16} \cdot 4\ bits$$
$$+ \frac{1}{16} \cdot 4\ bits + \frac{1}{8} \cdot 3\ bits + \frac{1}{8} \cdot 3\ bits + \frac{1}{8} \cdot 3\ bits + \frac{1}{4} \cdot 2\ bits = 3\ bits$$

$$H(S^2) = 2 \cdot H(S) = 2 \cdot \frac{3}{2} = 3\ bits$$

Extensión de 3rd orden:

$$S^3 = \{s_1s_1s_1, s_1s_1s_2, s_1s_1s_3, s_1s_2s_1, s_1s_2s_2, s_1s_2s_3, s_1s_3s_1, s_1s_3s_2, s_1s_3s_3,$$
$$s_2s_1s_1, s_2s_1s_2, s_2s_1s_3, s_2s_2s_1, s_2s_2s_2, s_2s_2s_3, s_2s_3s_1, s_2s_3s_2, s_2s_3s_3,$$
$$s_3s_1s_1, s_3s_1s_2, s_3s_1s_3, s_3s_2s_1, s_3s_2s_2, s_3s_2s_3, s_3s_3s_1, s_3s_3s_2, s_3s_3s_3,\}$$

$$H(S^3) = 3 \cdot H(S) = 3 \cdot \frac{3}{2} = 4{,}5\ bits$$

7) **Tasa de información R o velocidad de información**

$$I(punto) = \log_2\left(\frac{1}{2/3}\right) \cong 0{,}59\ bits$$

$$I(raya) = \log_2\left(\frac{1}{1/3}\right) \cong 1{,}58\ bits$$

$$R(punto) = \frac{\frac{2}{3} \cdot 0{,}59\ bits}{0{,}2\ s} \cong 1{,}95\ ^{bits}/_{s}$$

$$R(raya) = \frac{\frac{1}{3} \cdot 1{,}58\ bits}{0{,}4\ s} \cong 1{,}32\ ^{bits}/_{s}$$

8) **Transmisión de trenes de ocho pulsos**

$$I(tensión) = \log_2\left(\frac{1}{1/4}\right) = 2\ bits$$

$$I(tren) = 7 * 2\ bits = 14\ bits$$

$$R = 800\ ^{trenes}/_{seg} * 14\ bits = 11200\ ^{bits}/_{seg}$$

$$V = 800\ ^{trenes}/_{seg} * 8\ pulsos = 6400\ ^{pulsos}/_{seg}$$

9) **Tasa de información T de $\boldsymbol{S = \{b, a, c, k, u, p\}}$**

$$H(S) \cong 2{,}423\ bits$$

$$\tau = 0.3\ seg * \frac{1}{5} + 0.2\ seg * \frac{1}{4} + 0.8\ seg * \frac{1}{10} + 0.7\ seg * \frac{3}{20} + 0.4\ seg * \frac{1}{4} + 0.5\ seg * \frac{1}{20} = \frac{21}{50}\ seg = 0.42\ seg$$

$$T = \frac{2.423\ bits}{0.42\ seg} = 5.77\ ^{bits}/_{seg}$$

10) **Tasa de Información T de un bloque de 19 símbolos**

La probabilidad de cada símbolo será de $p(s) = 1/16$, ya que son equiprobables

La entropía de la fuente será $H(S) = 16 \cdot \left(\frac{1}{16} \cdot \log_2 16\right) = \log_2 16 = 4\ bits$

Teniendo en cuenta que el bloque es una extensión de la fuente de orden 19, su entropía sería:

$$H(S^{19}) = 19 * 4\ bits = 76\ bits$$

La duración de cada símbolo se de 1ms por lo que su duración promedio sería: $\tau(símbolo) = 1\ ms$

Por lo tanto, la duración del bloque más el de sincronización será de: $\tau(bloque) = 19 * 1\ ms + 6 * 1\ ms = 25\ ms$

Así, la tasa de información T sería:

$$T = \frac{76\ bits}{25\ ms} = 3.04\ {}^{bits}/_{ms} = 3040\ {}^{bits}/_{seg}$$

11) Tiempo de transmisión de una imagen de 640x480 pixeles

Cantidad de pixeles en la imagen:

$$Pixeles\ =\ 640 * 480\ pixeles = 307200\ pixeles$$

Cantidad de información de cada pixel:

$$I(pixel) = \log_2\left(\frac{1}{{}^{1}/_{256}}\right) = 8\ bits$$

El total de la información de la imagen sería:

$$I(imagen) = 307200\ pixel * 8\ bits = 2457600\ bits$$

Si el canal de transmisión tiene una tasa de transmisión de 1Mbps, entonces:

$$1Mbps = 1000000\ bps$$

$$R = \frac{I}{T} => T = \frac{I}{R} = \frac{2457600\ bits}{1000000\ {}^{bits}/_{seg}} = 2.4576\ seg$$

Por lo tanto, la imagen tardará en transmitirse 2,4576 seg.

12) **Sensor de temperatura de una fábrica**

La probabilidad de ocurrencia de cada valor del sensor será de $p(valor) = \frac{1}{8}$, y la información de cada valor será de $I(valor) = \log_2 8 = 3\ bits$

Si el medidor toma medidas cada segundo, durante una hora habrá tomado 3600 mediciones, por lo que la información del sensor después de una hora será:

$$I(sensor) = 3600 * 3\ bits = 10800\ bits$$

Si se posee un canal de transmisión de 10kbps entonces:

$$10\ kbps = 10000\ bps$$

$$T = \frac{10800\ bits}{10000\ {}^{bits}/_{seg}} = 1.08\ seg$$

Por lo tanto, se tardaría en transmitir 1.08 seg.

13) **Fuente de memoria nula $\boldsymbol{S = \{z, x\}}$ con $\boldsymbol{p(z) = \frac{3}{4}; p(x) = \frac{1}{4}}$**

Un código compacto binario para dicha fuente estaría dado por $C = \{0,1\}$

La longitud media del código sería: $L = \frac{3}{4} \cdot 1 + \frac{1}{4} \cdot 1 = 1\ bit$

La entropía de la fuente sería: $H(S) = \frac{3}{4}\log_2\left(\frac{4}{3}\right) + \frac{1}{4}\log_2 4 \cong 0.81\ bits$

Entonces, el rendimiento del código estaría dado por:

$$\eta = \frac{0.81\ bits}{1\ bits} = 0.81$$

<u>Extensión de 2do orden</u>

$$S^2 = \{zx, zz, xx, xz\}\ \ con\ P(S^2) = \left\{\frac{3}{16}; \frac{9}{16}; \frac{1}{16}; \frac{3}{16}\right\}$$

Código compacto binario

Orden según probabilidad de ocurrencia: $zz(0.5625), zx(0.1875), xz(0.1875), xx(0.0625)$

S^2		S_1^2		S_2^2	
$zz(0.5625)$	*0*	$zz(0.5625)$	*0*	$zz(0.5625)$	*0*
$zx(0.1875)$	*11*	$xzxx(0.25)$	*10*	$xzxxzx(0.4375)$	*1*
$xz(0.1875)$	*100*	$zx(0.1875)$	*11*		
$xx(0.0625)$	*101*				

Por lo tanto, un código compacto binario para dicha fuente estaría dado por $C = \{11,0,101,100\}$

La longitud media del código sería:

$$L = \frac{3}{16} \cdot 2 + \frac{9}{16} \cdot 1 + \frac{1}{16} \cdot 3 + \frac{3}{16} \cdot 3 = \frac{27}{16}\ bit = 1.6875\ bit$$

La entropía de la fuente sería:

$$H(S^2) = \frac{3}{16}\log_2\left(\frac{16}{3}\right) + \frac{9}{16}\log_2\left(\frac{16}{9}\right) + \frac{1}{16}\log_2(16) + \frac{3}{16}\log_2\left(\frac{16}{3}\right) \cong 1.62\ bits$$

Entonces, el rendimiento del código estaría dado por:

$$\eta = \frac{1.62\ bits}{1.6875\ bits} = 0.96$$

<u>Extensión de 3er orden</u>

$$S^3 = \{zzz, zzx, zxz, zxx, xzz, xzx, xxz, xxx\}\ \ con\ P(S^3) = \left\{\frac{27}{64}; \frac{9}{64}; \frac{9}{64}; \frac{3}{64}; \frac{9}{64}; \frac{3}{64}; \frac{3}{64}; \frac{1}{64}\right\}$$

Código compacto binario

Orden según probabilidad de ocurrencia:

$$s_1 = zzz\left(\frac{27}{64}\right); s_2 = zzx\left(\frac{9}{64}\right); s_3 = zxz\left(\frac{9}{64}\right); s_4 = xzz\left(\frac{9}{64}\right);$$

$$s_5 = zxx\left(\frac{3}{64}\right); s_6 = xzx\left(\frac{3}{64}\right); s_7 = xxz\left(\frac{3}{64}\right); s_8 = xxx\left(\frac{1}{64}\right)$$

S^3		S_1^3		S_2^3		S_3^3		S_4^3		S_5^3		S_6^3	
$s_1(27/64)$	***1***	$s_1(27/64)$	***1***	$s_1(27/64)$	***1***	$s_1(27/64)$	***1***	$s_1(27/64)$	***1***	$s_1(27/64)$	***1***	$s_3s_4s_2s_5s_6s_7s_8$ $(37/64)$	***0***
$s_2(9/64)$	***001***	$s_2(9/64)$	***001***	$s_2(9/64)$	***001***	$s_5s_6s_7s_8$ $(10/64)$	***000***	$s_3s_4(18/64)$	***01***	$s_5s_6s_7s_8s_2$ $(19/64)$	***00***	$s_1(27/64)$	***1***
$s_3(9/64)$	***010***	$s_3(9/64)$	***010***	$s_3(9/64)$	***010***	$s_2(9/64)$	***001***	$s_5s_6s_7s_8$ $(10/64)$	***000***	$s_3s_4(18/64)$	***01***		
$s_4(9/64)$	***011***	$s_4(9/64)$	***011***	$s_4(9/64)$	***011***	$s_3(9/64)$	***010***	$s_2(9/64)$	***001***				
$s_5(3/64)$	***00000***	$s_7s_8(4/64)$	***0001***	$s_5s_6(6/64)$	***0000***	$s_4(9/64)$	***011***						
$s_6(3/64)$	***00001***	$s_5(3/64)$	***00000***	$s_7s_8(4/64)$	***0001***								
$s_7(3/64)$	***00010***	$s_6(3/64)$	***00001***										
$s_8(1/64)$	***00011***												

Por lo tanto, un código compacto binario para dicha fuente estaría dado por:

$$C = \{1{,}001{,}010{,}00000{,}011{,}00001{,}00010{,}00011\}$$

La longitud media del código sería:

$$L = \frac{27}{64}\cdot 1 + \frac{9}{64}\cdot 3 + \frac{9}{64}\cdot 3 + \frac{3}{64}\cdot 5 + \frac{9}{64}\cdot 3 + \frac{3}{64}\cdot 5 + \frac{3}{64}\cdot 5 + \frac{1}{64}\cdot 5 = \frac{79}{32}\ bit = 2.46875\ bit$$

La entropía de la fuente sería:

$$H(S^3) = \frac{27}{64}\log_2\left(\frac{64}{27}\right) + \frac{9}{64}\log_2\left(\frac{64}{9}\right) + \frac{9}{64}\log_2\left(\frac{64}{9}\right) + \frac{3}{64}\log_2\left(\frac{64}{3}\right) + \frac{9}{64}\log_2\left(\frac{64}{9}\right) + \frac{3}{64}\log_2\left(\frac{64}{3}\right) + \frac{3}{64}\log_2\left(\frac{64}{3}\right) + \frac{1}{64}\log_2(64) \cong 2.43\ bits$$

Entonces, el rendimiento del código estaría dado por:

$$\eta = \frac{2.4338\ bits}{2.46875\ bits} \cong 0.986$$

14) Fuente de memoria nula $\boldsymbol{S = \{a, b, c, d, e, f\}}$

- P (a) = 0.15
- P (b) = 0.25
- P (c) = 0.11
- P (d) = 0.2
- P (e) = 0.13
- P (f) = 0.01 + P (a) = 0.16

i. Código compacto binario

Orden según probabilidad de ocurrencia:

$$b(0.25) > d(0.2) > f(0.16) > a(0.15) > e(0.13) > c(0.11)$$

S^3		S_1^3		S_2^3		S_3^3		S_4^3	
$b(0.25)$	***01***	$b(0.25)$	***01***	$fa(0.31)$	***00***	$ecd(0.44)$	***1***	$fab(0.56)$	***0***
$d(0.2)$	***11***	$ec(0.24)$	***10***	$b(0.25)$	***01***	$fa(0.31)$	***00***	$ecd(0.44)$	***1***
$f(0.16)$	***000***	$d(0.2)$	***11***	$ec(0.24)$	***10***	$b(0.25)$	***01***		
$a(0.15)$	***001***	$f(0.16)$	***000***	$d(0.2)$	***11***				
$e(0.13)$	***100***	$a(0.15)$	***001***						
$c(0.11)$	***101***								

Por lo tanto, un código compacto binario para dicha fuente estaría dado por:

$$C = \{001{,}01{,}101{,}11{,}100{,}000\}$$

ii. Calcular la longitud media del código obtenido.

La longitud media del código sería: $\boldsymbol{S} = \{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}, \boldsymbol{d}, \boldsymbol{e}, \boldsymbol{f}\}$

$$L = 0.15 \cdot 3 + 0.25 \cdot 2 + 0.11 \cdot 3 + 0.2 \cdot 2 + 0.13 \cdot 3 + 0.16 \cdot 3 = 2.55\ bit$$

iii. Calcular la entropía de la fuente.

La entropía de la fuente sería:

$$H(S) = 0.15 \cdot \log_2\left(\frac{1}{0.15}\right) + 0.25 \cdot \log_2\left(\frac{1}{0.25}\right) + 0.11 \cdot \log_2\left(\frac{1}{0.11}\right) + 0.2 \cdot \log_2\left(\frac{1}{0.2}\right) + 0.13 \cdot \log_2\left(\frac{1}{0.13}\right) + 0.16 \cdot \log_2\left(\frac{1}{0.16}\right) \cong 2.531\ bits$$

iv. Calcular el rendimiento del código.

El rendimiento del código estaría dado por:

$$\eta = \frac{2.531\ bits}{2.55\ bits} \cong 0.993$$

Trabajo Práctico N.º 2

Códigos Detectores y Correctores de Errores

1) Distancia de Hamming

i. $c = 0001, c' = 0011$

$$\begin{array}{r} 0001 \\ \oplus\ \underline{0011} \\ 0010 \end{array} \rightarrow d(0001; 0011) = 1$$

ii. $c = 100110, c' = 110100$

$$\begin{array}{r} 100110 \\ \oplus\ \underline{110100} \\ 010010 \end{array} \rightarrow d(100110; 110100) = 2$$

2) Decodificación de $c' = 101$

En un código de triple repetición, se transmitirían tres veces un mismo bit y el mismo puede detectar y corregir un solo error. Por ejemplo, si el receptor recibe "111", interpretará que el bit transmitido es "1". Por lo tanto, si se recibe "101", asumiendo que existe solo un error, el receptor detectará que dicho error y podrá corregirlo asumiendo que el bit transmitido era "1", ya que hay más cantidad de ese bit.

3) Código de Hamming – $(7, 4, 3)$

a. Eficiencia del código

$$Eficiencia = \frac{k}{n} = \frac{4}{7} = 0.57$$

b. Ecuaciones para bits de paridad y síndrome

	b_4	b_3	b_2	p_3	b_1	p_2	p_1
s_3	1	1	1	1	0	0	0
s_2	1	1	0	0	1	1	0
s_1	1	0	1	0	1	0	1

Ecuaciones para bits de paridad

$$p_1 = b_1 \oplus b_2 \oplus b_4$$

$$p_2 = b_1 \oplus b_3 \oplus b_4$$

$$p_3 = b_2 \oplus b_3 \oplus b_4$$

Ecuaciones para síndromes

$$s_1 = p_1 \oplus b_1 \oplus b_2 \oplus b_4$$

$$s_2 = p_2 \oplus b_1 \oplus b_3 \oplus b_4$$

$$s_3 = p_3 \oplus b_2 \oplus b_3 \oplus b_4$$

c. Codificación

i. $\boldsymbol{u_1 = 1110}$

b_4	b_3	b_2	b_1
1	1	1	0

$$p_1 = 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$
$$p_2 = 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$
$$p_3 = 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$$P = 100$$

Por lo tanto, la palabra código será $c_1 = 1111000$

ii. $\boldsymbol{u_2 = 1011}$

b_4	b_3	b_2	b_1
1	0	1	1

$$p_1 = 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$
$$p_2 = 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$
$$p_3 = 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

$$P = 001$$

Por lo tanto, la palabra código será $c_2 = 1010101$

d. Decodificación

i. $\boldsymbol{v_1 = 1011100}$

b_4	b_3	b_2	p_3	b_1	p_2	p_1
1	0	1	1	1	0	0

$$s_1 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$
$$s_2 = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$
$$s_3 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$S = 101$$

Por lo tanto, la palabra recibida es errónea y se encuentra en la posición 5 (b_2). La palabra corregida sería $c_1 = 1001100$ y la palabra de datos originalmente transmitida sería $d = 1001$.

ii. $\boldsymbol{v_2 = 1111011}$

b_4	b_3	b_2	p_3	b_1	p_2	p_1
1	1	1	1	0	1	1

$$s_1 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$
$$s_2 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$
$$s_3 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

$$S = 011$$

Por lo tanto, la palabra recibida es errónea y se encuentra en la posición 3 (b_1). La palabra corregida sería $c_2 = 1111111$ y la palabra de datos originalmente transmitida sería $d = 1111$.

4) **Códigos de bloques lineales, $(\mathbf{6}, \mathbf{3}, \mathbf{3})$**

$$G = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}; H = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

a. **Codificación**

i. $\boldsymbol{d_1 = 011}$

$$c_1 = |0 \quad 1 \quad 1| * \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = |0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1|$$

$$c_1 = 011011$$

ii. $\boldsymbol{d_2 = 101}$

$$c_2 = |1 \quad 0 \quad 1| * \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = |1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1|$$

$$c_2 = 101101$$

b. **Tabla estándar**

$$H^T = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$Líder\ (e)$	$h(e) = e * H^T$
000000	000
000001	001
000010	010
000100	100
001000	110
010000	101
100000	011

c. **Decodificación**

i. $\boldsymbol{c_1 = 100110}$

$$h(c_1) = |1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0| * \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = |1 \quad 0 \quad 1|$$

$$h(c_1) = 101$$

Como $h(c_1) \neq 000$, entonces hay error. El síndrome 101 corresponde al líder 010000, por lo tanto:

$$\begin{array}{r} 100110 \\ \oplus \underline{010000} \\ 110110 \end{array}$$

Entonces la palabra de datos originalmente transmitida sería $d = 110$

ii. $\boldsymbol{c_2 = 100111}$

$$h(c_2) = |1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1| * \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = |1 \quad 0 \quad 0|$$

$$h(c_2) = 100$$

Como $h(c_2) \neq 000$, entonces hay error. El síndrome 100 corresponde al líder 000100, por lo tanto:

$$\begin{array}{r} 100111 \\ \oplus \underline{000100} \\ 100011 \end{array}$$

Entonces la palabra de datos originalmente transmitida sería $d = 100$

d. Dos bits erróneos

i.

$Líder\ (e)$	$h(e) = e * H^T$
100100	111
010010	111
001001	111

ii. $\boldsymbol{c_3 = 100100}$

$$h(c_3) = |1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0| * \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = |1 \quad 1 \quad 1|$$

Se puede observar que como $h(c_3) \neq 000$, entonces existe error en el código, pero el síndrome 111 corresponde a los 3 líderes obtenidos en el ítem previamente, por lo tanto, se puede entender que el código puede detectar el error existente, pero no puede corregirlo.

5) **Códigos de bloques lineales (7,4,3)**

a. **Matriz generatriz**

$$G = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

b. **Codificación**

i. $d_1 = 1011$

$$c_1 = |1011| * \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = |1011010|$$

$$c_1 = 1011010$$

ii. $d_2 = 1101$

$$c_2 = |1101| * \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = |1101100|$$

$$c_2 = 1101100$$

iii. $d_3 = 1110$

$$c_3 = |1110| * \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = |1110000|$$

$$c_3 = 1110000$$

iv. $d_4 = 0011$

$$c_4 = |0011| * \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = |0011100|$$

$$c_4 = 0011100$$

6) **Códigos de bloques lineales (7,4,3)**

$$H = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; H^T = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$Líder\ (e)$	$h(e) = e * H^T$
0000000	000
0000001	001
0000010	010
0000100	100
0001000	111
0010000	011
0100000	101
1000000	110

$$\boldsymbol{c_1 = 1010010}$$

$$h(c_1) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$h(c_1) = 111$$

Como $h(c_1) \neq 000$, entonces hay error. El síndrome 111 corresponde al líder 0001000, por lo tanto:

$$\begin{array}{r} 1010010 \\ \oplus\ \underline{0001000} \\ 1011010 \end{array}$$

Entonces la palabra de datos originalmente transmitida sería $d = 1011$

$$\boldsymbol{c_2 = 1001100}$$

$$h(c_2) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$h(c_2) = 101$$

Como $h(c_2) \neq 000$, entonces hay error. El síndrome 101 corresponde al líder 0100000, por lo tanto:

$$\begin{array}{r} 1001100 \\ \oplus\ \underline{0100000} \\ 1101100 \end{array}$$

Entonces la palabra de datos originalmente transmitida sería $d = 1101$

7) FCS

$$G(x) = x^4 + x + 1, \;\; M = 10110101101$$

El grado de $G(x) = x^4 + x + 1$, con coeficientes 10011, es n = 4.

La trama de datos corresponde al polinomio $M(x) = 1 \cdot x^{10} + 0 \cdot x^9 + 1 \cdot x^8 + 1 \cdot x^7 + 0 \cdot x^6 + 1 \cdot x^5 + 0 \cdot x^4 + 1 \cdot x^3 + 1 \cdot x^2 + 0 \cdot x^1 + 1 \cdot x^0$, de grado $k - 1 = 10$

En el transmisor, se agregan cuatro 0 a la trama de datos, para obtener la trama de 15 bits 101101011010000, correspondiente al polinomio $x^n \cdot M(x)$.

Se efectúa la división larga:

									1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0
1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0
					1	0	0	1	1										
					0	0	1	0	1	1									
						0	0	0	0	0									
						0	1	0	1	1	0								
							1	0	0	1	1								
							0	0	1	0	1	1							
								0	0	0	0	0							
								0	1	0	1	1	1						
									1	0	0	1	1						
									0	0	1	0	0	0					
										0	0	0	0	0					
										0	1	0	0	0	1				
											1	0	0	1	1				
											0	0	0	1	0	0			
												0	0	0	0	0			
												0	0	1	0	0	0		
													0	0	0	0	0		
													0	1	0	0	0	0	
														1	0	0	1	1	
														0	0	0	1	1	0
															0	0	0	0	0
															0	0	1	1	0

$$\begin{array}{r} 101101011010000 \\ \oplus \quad \underline{\qquad\qquad\quad 00110} \\ 101101011010110 \end{array}$$

Por lo tanto, la trama a transmitir será $T = 10110101101011$

8) FCS

									1	0	0	1	1	0	1	1	1	0	1
1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
					1	0	1	1	1										
					0	0	0	1	1	1									
						0	0	0	0	0									
						0	0	1	1	1	1								
							0	0	0	0	0								
							0	1	1	1	1	1							
								1	0	1	1	1							
								0	1	0	0	0	1						
									1	0	1	1	1						
									0	0	1	1	0	0					
										0	0	0	0	0					
										0	1	1	0	0	0				
											1	0	1	1	1				
											0	1	1	1	1	0			
												1	0	1	1	1			
												0	1	0	0	1	0		
													1	0	1	1	1		
													0	0	1	0	1	0	
														0	0	0	0	0	
														0	1	0	1	0	0
															1	0	1	1	1
															0	0	0	1	1

$$
\begin{array}{r}
101001111000000 \\
\oplus \quad \underline{\qquad\qquad 00011} \\
101001111000011
\end{array}
$$

Por lo tanto, la trama a transmitir será $T = 101001111000011$

Comprobación del receptor

```
                    1 0 0 1 1 0 1 1 1 0 1
1 0 1 1 1 | 1 0 1 0 0 1 1 1 1 0 0 0 0 1 1
            1 0 1 1 1
            0 0 0 1 1 1
              0 0 0 0 0
              0 0 1 1 1 1
                0 0 0 0 0
                0 1 1 1 1 1
                  1 0 1 1 1
                  0 1 0 0 0 1
                    1 0 1 1 1
                    0 0 1 1 0 0
                      0 0 0 0 0
                      0 1 1 0 0 0
                        1 0 1 1 1
                        0 1 1 1 1 0
                          1 0 1 1 1
                          0 1 0 0 1 0
                            1 0 1 1 1
                            0 0 1 0 1 1
                              0 0 0 0 0
                              0 1 0 1 1 1
                                1 0 1 1 1
                                0 0 0 0 0
```

Trabajo Práctico Nº 3
Transmisión de Señales. Transmisión de Datos

1) Potencia de entrada

$$G(dB) = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P_s}{P_e}\right) \to P_s = 10^{\frac{G(dB)}{10}} \cdot P_e$$

$$P_s = 10^{\frac{35db}{10}} \cdot 0.05 \cong 158.11\,W$$

2) Potencia de entrada con atenuantes

$$P(dB) = -G(dB) = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P_s}{P_e}\right) \to P_s = 10^{\frac{-G(dB)}{10}} \cdot P_e$$

$$P_{s1} = 10^{\frac{-3db}{10}} \cdot 0.5W \cong 0.251 = P_{e2}$$

$$P_{s2} = 10^{-\frac{5}{10}} * 0.251W \cong 0.0792\,W$$

3) Potencia de salida

$$P(db) = 3_{\frac{db}{km}} \cdot 5\,km = 15dB$$

$$P_s = 10^{-\frac{15db}{10}} \cdot 2mW = 0.063\,W$$

4) Relación señal – ruido

$$SNR = \frac{P_S}{P_N}$$

$$SNR = \frac{10\,W}{0.01\,W} = 1000$$

Recordando que:

$$SNR(dB) = 10 \cdot logSNR \leftrightarrow SNR = 10^{\frac{SNR(dB)}{10}}$$

Entonces:

$$SNR(dB) = 10 \cdot log1000 = 30\,dB$$

5) Velocidad máxima

Para un canal ideal: $C = 2 \cdot W \cdot log2\,M$

Si las señales a transmitir son binarias, M = 2, la velocidad de transmisión que se puede lograr con un ancho de banda de $W = 3KHz = 3000Hz$ es de:

$$C = 2 \cdot 3000Hz = 6000bps$$

6) Capacidad máxima de canal con ruido

Según Shannon: $C = W \cdot \log_2(1 + SNR)$

Si $SNR(dB) = 30db$, entonces:

$$SNR = 10^{\frac{30db}{10}} = 1000$$

Luego:

$$C = 3000Hz \cdot \log_2(1 + 1000) \cong 29901{,}68\ bps$$

7) Relación Señal-Ruido

Como:

$$C = W \cdot \log_2(1 + SNR) \leftrightarrow SNR = 2^{\frac{C(bps)}{W(Hz)}} - 1$$

Entonces:

$$SNR = 2^{\frac{20Mbps}{3Mhz}} - 1 \cong 100.59$$

Luego:

$$SNR(dB) = 10 \cdot \log(100.59) = 20.025$$

La relación señar-ruido admisible es de aproximadamente 20dB.

8) Ancho de banda mínimo necesario

Según Nyquist:

$$C = 2 \cdot W \cdot \log_2 M$$

Despejando W:

$$W = \frac{C}{2 \cdot \log_2 M}$$

Si cada señal codifica una palabra de 4 bits:

$$W = \frac{9600bps}{2 \cdot \log_2 16} = 1200Hz$$

El ancho de banda mínimo necesario será de 1200Hz.

Si cada señal codifica una palabra de 8 bits:

$$W = \frac{9600bps}{2 \cdot \log_2 256} = 600Hz$$

El ancho de banda mínimo necesario será de 600Hz.

9) Ancho de banda necesario

Según Shannon:

$$C = W \cdot \log_2(1 + SNR)$$

Despejando W:

$$W = \frac{C}{\log_2(1 + SNR)}$$

Siendo SNR:

$$SNR = 10^{\frac{30dB}{10}} = 1000$$

Entonces, para una velocidad de 10Mbps:

$$W = \frac{10 \cdot 10^6 bps}{\log_2(1 + 1000)} \cong 1003288.15Hz \cong 1MHz$$

Y para una velocidad de 100Mbps:

$$W = \frac{100 \cdot 10^6 bps}{\log_2(1 + 100)} \cong 10032881{,}5Hz \cong 10MHz$$

10) Máxima velocidad binaria

Un módem 32-PSK utiliza 32 fases distintas, por lo tanto, M= 32. Entonces:

$$C = 2 \cdot (4 \cdot 10^3 Hz) \cdot \log_2 32 = 40000bps = 40Kbps$$

La velocidad máxima será de 40Kbps.

11) Máxima velocidad binaria

Como la tase de señar a ruido es de $SNR = 5.2 \cdot 10^3 = 5200$

Entonces:

$$C = 50KHz \cdot \log_2(1 + 5200) = 617{,}23Kbps$$

La máxima velocidad binaría será de 617,23Kbps.

12) Tasa S/N

$$SNR = 2^{\frac{56 \cdot 10^3 bps}{4 \cdot 10^3 Hz}} - 1 = 16383$$

Pasando de SNR a decibeles:

$$SNR(dB) = 10 \cdot \log(16383) \cong 42.14\ dB$$

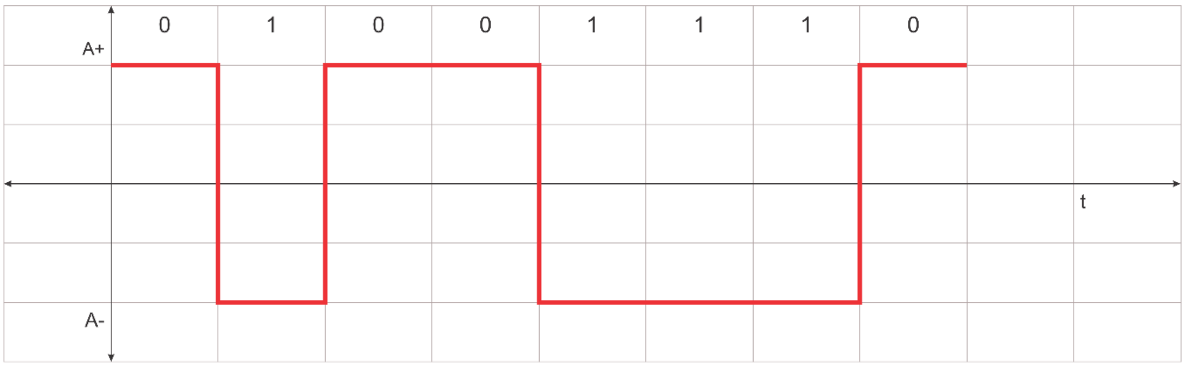
Por lo tanto, la mínima tasa S/N en decibeles será de 42,14dB

Trabajo Práctico N.º 4

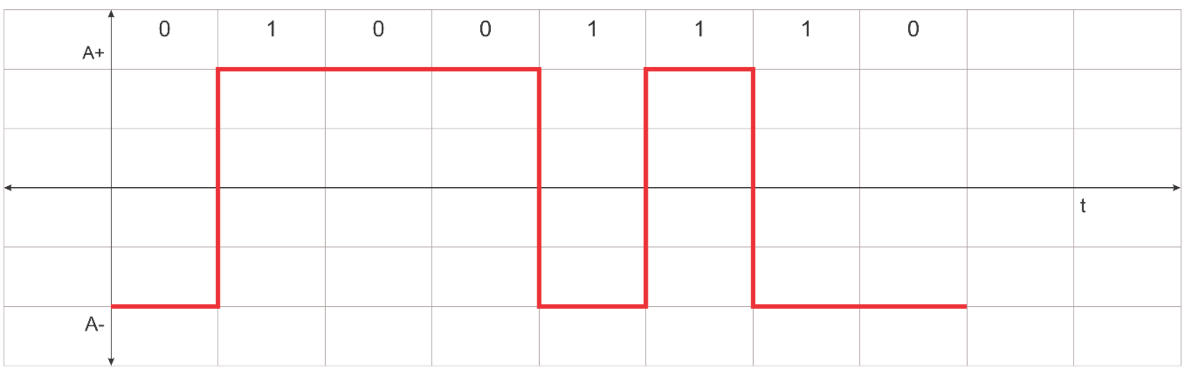
Codificación y Modulación

1) NRZ-L, NRZI, Bipolar-AMI. Cadena 01001110

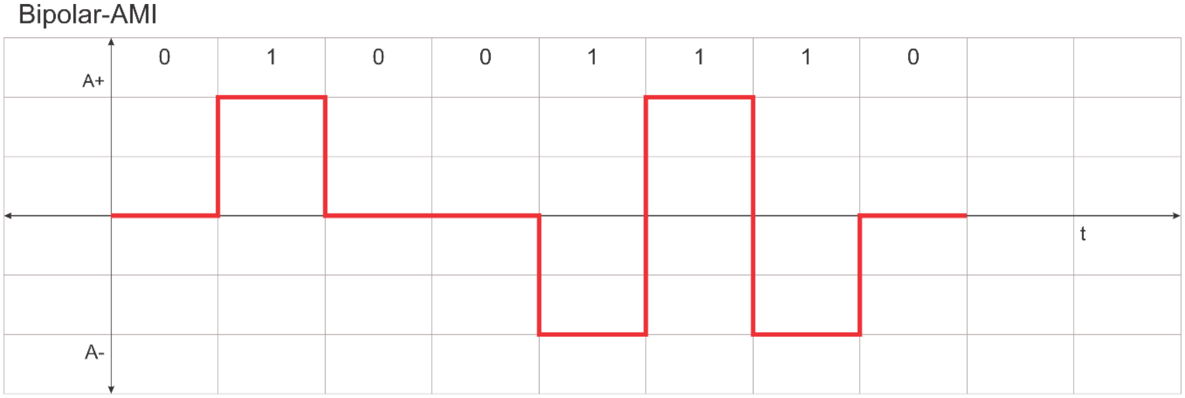
NRZ-L



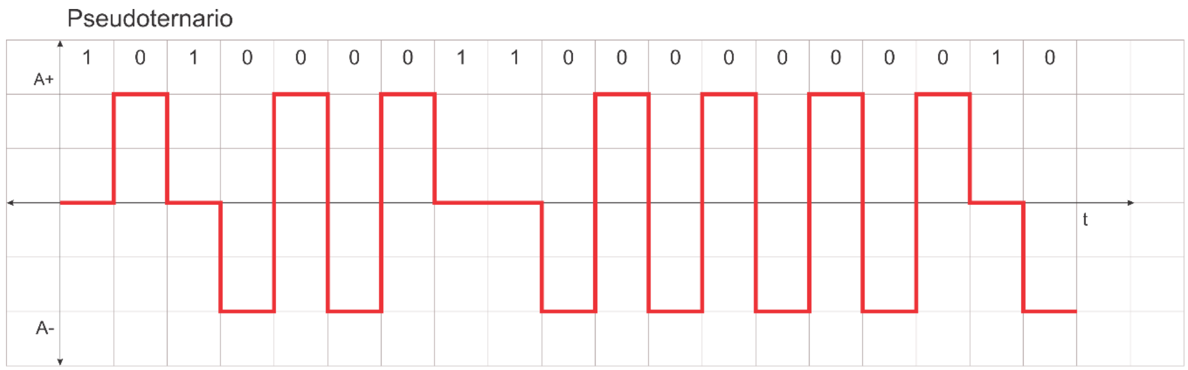
NRZI

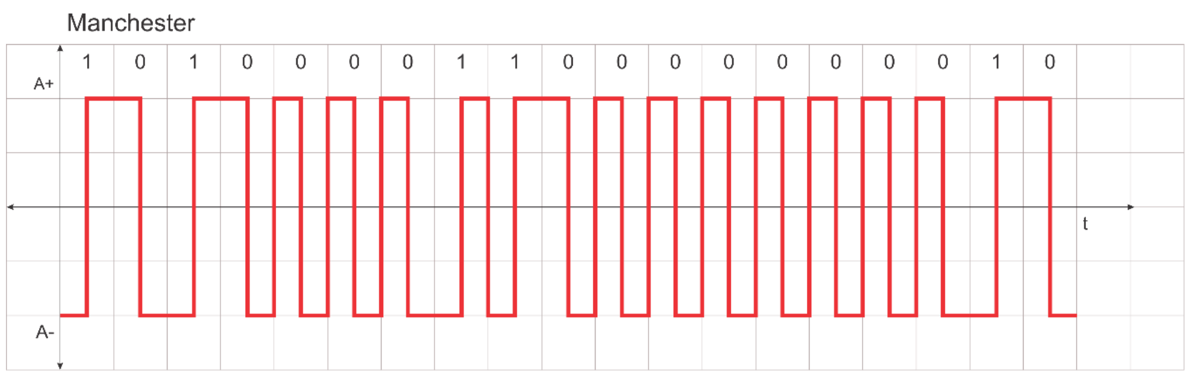


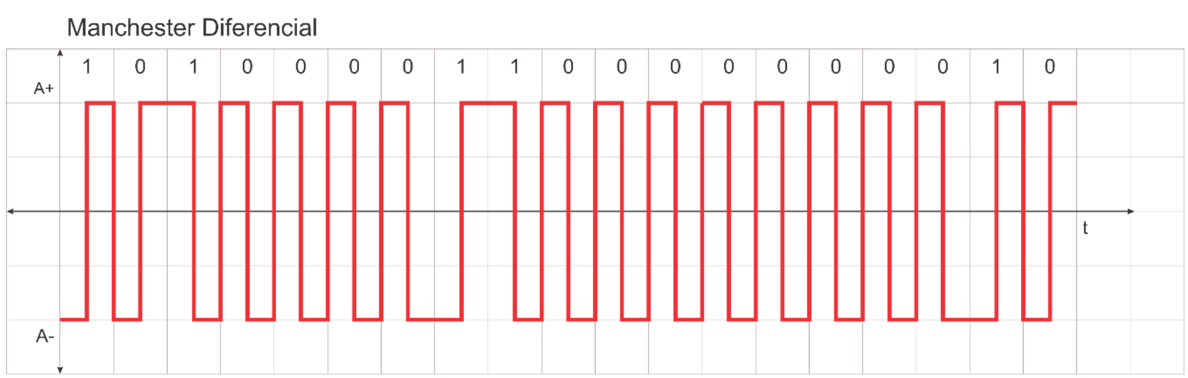
Bipolar-AMI



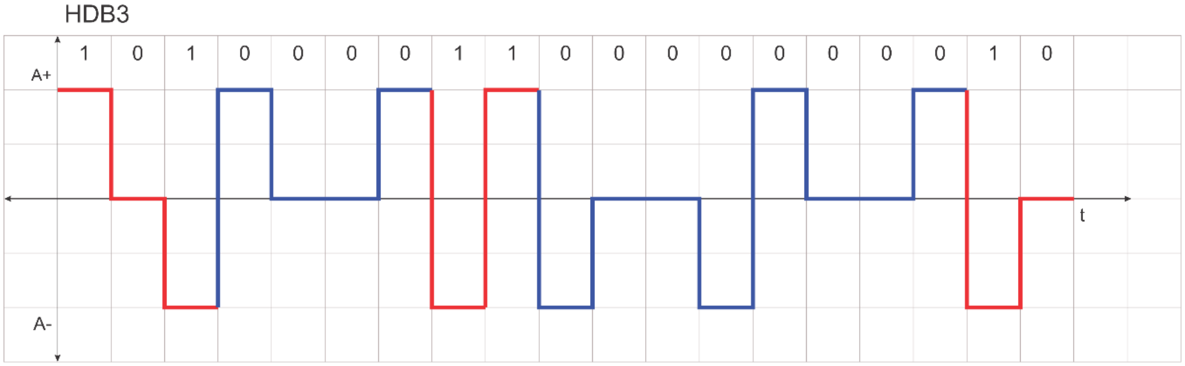
2) Pseudoternario, Manchester y Manchester diferencial. Cadena 1010000110000000010



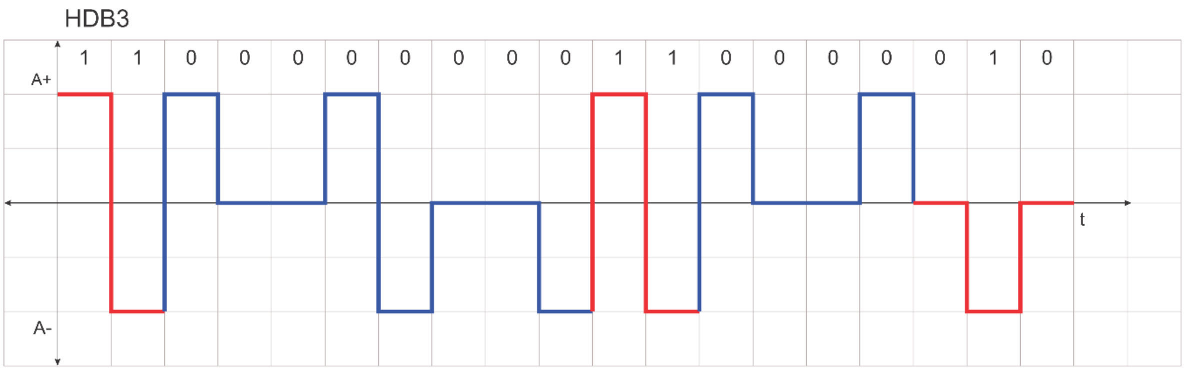


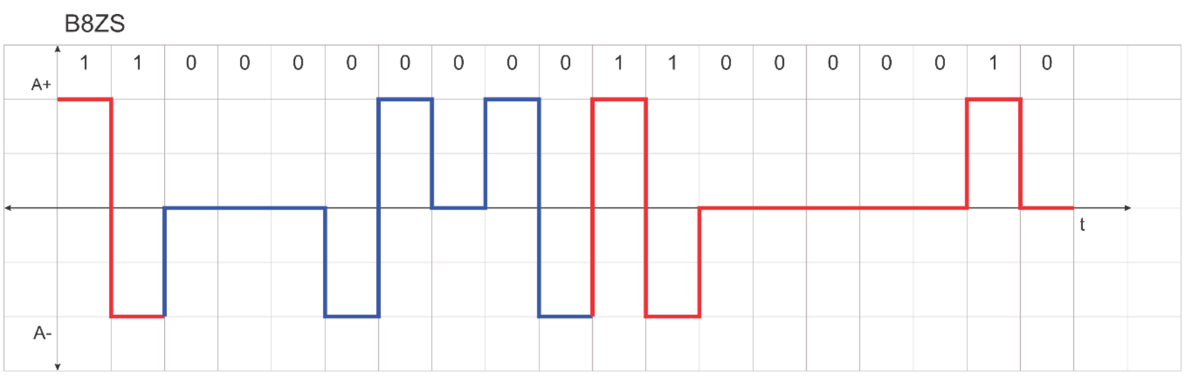


3) HDB3. Cadena 1010000110000000010

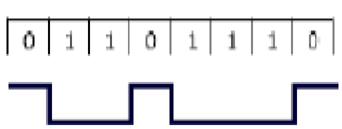


4) HDB3, B8ZS. Cadena 1100 0000 0011 0000 010

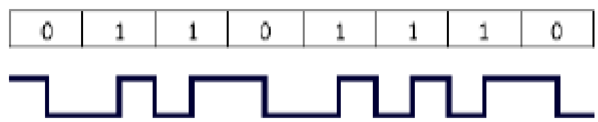




5) La técnica de modulación utilizada para la siguiente secuencia de bits es la técnica NRZ-L

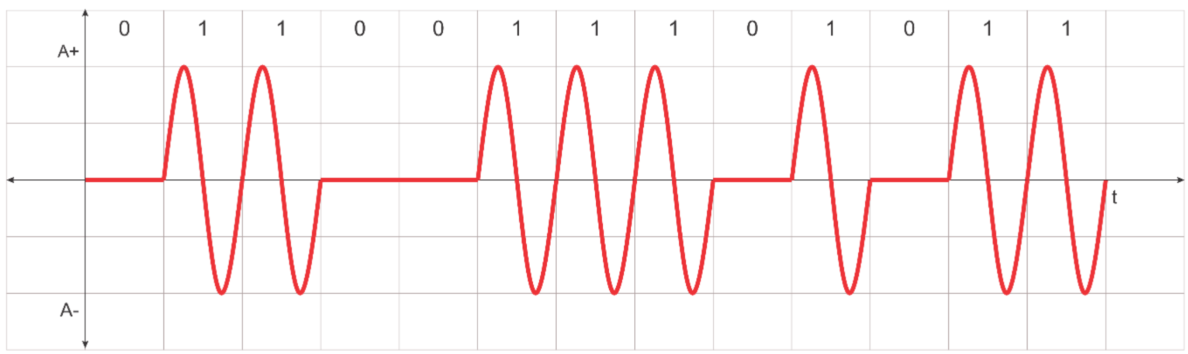


6) La técnica de modulación utilizada para la siguiente secuencia de bits es la técnica Manchester.

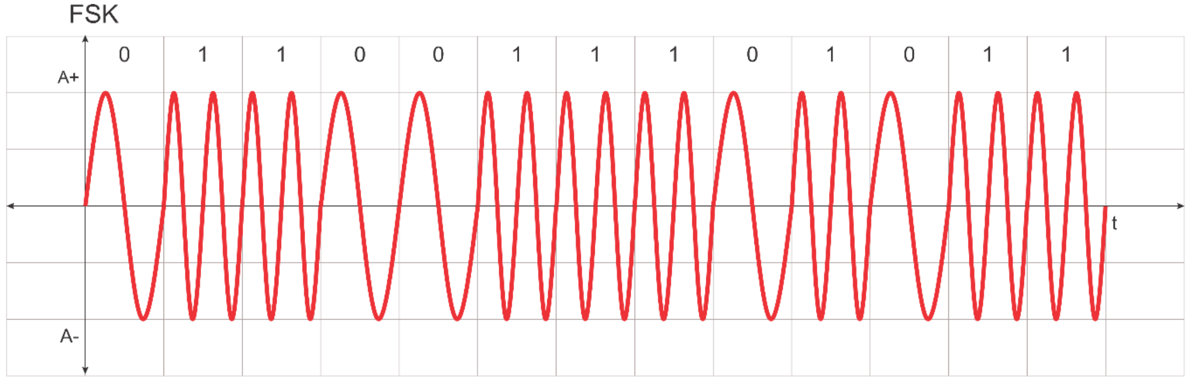


7) ASK, FSK y PSK. Cadena 0110011101011

ASK



FSK



PSK