Comunicaciones de Datos

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura.
Universidad Nacional del Nordeste

Guía Serie de Trabajos Prácticos Nº 2

Códigos Detectores y Correctores de Errores

1. Introducción

Unos de los códigos para la detección de errores más habitual y potente son los de comprobación de redundancia cíclica (CRC: Cyclic Redundancy Check) o códigos polinomiales.

Los códigos CRC se basan en el tratamiento de cadenas de bits como representaciones de polinomios con coeficientes 0 y 1.

Una trama de k bits se considera como la lista de coeficientes de un polinomio de grado $k-1$ con k términos que van desde x^{k-1} hasta x^0. Por ejemplo, la trama 110001 con 6 bits, representa el polinomio de grado 5 con seis términos:

$$1 \cdot x^5 + 1 \cdot x^4 + 0 \cdot x^3 + 0 \cdot x^2 + 0 \cdot x^1 + 1 \cdot x^0$$

Dado un bloque o mensaje de k bits, el transmisor genera una secuencia de n bits, denominada secuencia de comprobación de trama (FCS: Frame Check Secuence), de tal manera que la trama resultante, con $n+k$ bits, sea divisible por algún número predeterminado. El receptor entonces dividirá la trama recibida por ese número y, si no hay resto en la división, se supone que no ha habido errores.

El procedimiento utiliza aritmética módulo 2. Tanto la suma como la resta son idénticas a un XOR. La división larga se lleva a cabo de la misma manera que en binario, excepto que la resta es modulo 2. Se dice que un divisor "cabe" en un dividendo si este tiene tantos bits como el divisor.

El emisor y el receptor deben acordar por adelantado un polinomio generador $G(x)$.

Para calcular la FCS para una trama de k bits, correspondiente al polinomio $M(x)$, se procede de la siguiente manera:

1. Sea n el grado de $G(x)$, se agregan n bits 0 al final de la trama para que ahora contenga $n+k$ bits y corresponda al polinomio $x^n \cdot M(x)$.
2. Se divide la cadena de bits correspondiente a $G(x)$ entre la correspondiente a $x^n \cdot M(x)$.
3. Se resta el residuo (que siempre es de r o menos bits) a la cadena de bits correspondiente a $x^n \cdot M(x)$. El resultado es la trama con la FCS que va a transmitirse, correspondiente al polinomio $T(x)$.

Ejemplo 1. Calcular la FCS para la trama 1101011111 utilizando el polinomio generador $G(x) = x^4 + x + 1$.

El grado de $(x) = x^4 + x + 1$, con coeficientes 10011, es $n = 4$.
La trama de datos 1101011111, corresponde al polinomio $M(x) = 1 \cdot x^9 + 1 \cdot x^8 + 0 \cdot x^7 + 1 \cdot x^6 + 0 \cdot x^5 + 1 \cdot x^4 + 1 \cdot x^3 + 1 \cdot x^2 + 1 \cdot x^1 + 1 \cdot x^0$, de grado $(k-1) = 9$.
En el transmisor, se agregan cuatro 0 a la trama de datos, para obtener la trama de 14 bits 11010111110000, correspondiente al polinomio $x^n \cdot M(x)$.
Se efectúa la división larga:

```
                                        1 1 0 0 0 1 1 1 1 0  ← cociente
generador (divisor) → 1 0 0 1 1 | 1 1 0 1 0 1 1 1 1 1 0 0 0 0  ← trama con ceros agregados (dividendo)
                                1 0 0 1 1
                                ---------
                                0 1 0 0 1 1
                                  1 0 0 1 1
                                  ---------
                                  0 0 0 0 0 1
                                    0 0 0 0 0
                                    ---------
                                    0 0 0 0 1 1
                                      0 0 0 0 0
                                      ---------
                                      0 0 0 1 1 1
                                        0 0 0 0 0
                                        ---------
                                        0 0 1 1 1 1
                                          0 0 0 0 0
                                          ---------
                                          0 1 1 1 1 0
                                            1 0 0 1 1
                                            ---------
                                            0 1 1 0 1 0
                                              1 0 0 1 1
                                              ---------
                                              0 1 0 0 1 0
                                                1 0 0 1 1
                                                ---------
                                                0 0 0 0 1 0
                                                  0 0 0 0 0
                                                  ---------
                                                  0 0 0 1 0  ← resto
```

la resta módulo 2 es equivalente a la suma módulo 2 (XOR)

Restamos el resto a la trama correspondiente al polinomio $x^n \cdot M(x)$

```
  1 1 0 1 0 1 1 1 1 1 0 0 0 0
⊖                   0 0 0 1 0
  ---------------------------
  1 1 0 1 0 1 1 1 1 1 0 0 1 0
```

Y obtenemos la trama a transmitir, correspondiente al polinomio $T(X)$: 11010111110010

En el receptor, se divide la trama recibida por el polinomio acordado:

```
                    1 1 0 0 0 0 1 1 1 0
1 0 0 1 1 | 1 1 0 1 0 1 1 1 1 1 0 0 1 0  ← trama recibida
            1 0 0 1 1
            ---------
            0 1 0 0 1 1
              1 0 0 1 1
              ---------
              0 0 0 0 0 1
                0 0 0 0 0
                ---------
                0 0 0 0 1 1
                  0 0 0 0 0
                  ---------
                  0 0 0 1 1 1
                    0 0 0 0 0
                    ---------
                    0 0 1 1 1 1
                      0 0 0 0 0
                      ---------
                      0 1 1 1 1 0
                        1 0 0 1 1
                        ---------
                        0 1 1 0 1 0
                          1 0 0 1 1
                          ---------
                          0 1 0 0 1 1
                            1 0 0 1 1
                            ---------
                            0 0 0 0 0 0
                              0 0 0 0 0
                              ---------
                              0 0 0 0 0  ← resto 0, no hay
                                           errores en la transmisión
```

Bibliografía recomendada

[1] D. L. La Red Martínez. Presentaciones de Clases Teóricas. Comunicaciones de Datos, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura. Universidad Nacional del Nordeste.

[2] A. S. Tanenbaum. *Redes de Computadoras*, 4ta. Edición, PEARSON Educación, México, 2003.

[3] W. Stallings. *Comunicaciones y Redes de Computadoras*, 6ta. Edición. Prentice Hall, Madrid, 2000.