

5.4

caso 1

$$a) 150 \cdot (10000) \cdot \log_2(10000) = 1500000 \cdot 13,29 = 19935000$$

$$\text{caso 2: } 10000^2 = 100000000$$

↓
 Es más favorable ya que es casi la mitad de su valor

caso 1

$$b) 150 \cdot (100) \cdot \log_2(100) = 15000 \cdot 6,64 = 99600$$

$$\text{caso 2: } (100)^2 = 10000 \rightarrow \text{Es más favorable ya que es un valor menor}$$

$$c) \text{ caso 1: } 150 \cdot (1000) \cdot \log_2(1000) = 150000 \cdot 9,97 = 1495500$$

$$\text{caso 2: } (1000)^2 = 1000000 \rightarrow \text{Es el caso más favorable.}$$

d) No, va a llegar a un punto donde la entrada va a ser tan grande que va a convenir utilizar el primer código.

5.5

a) Línea 14: utilizando el test inicio < fin.
 Recorre todos los elementos menos el último

b) Línea 16: haciendo la asignación medio = inicio + fin/2
 Iría cambiando los valores de medio, quizás sean iguales al principio pero a medida que avance comenzarán a dar resultados erróneos debido a que es diferente la división de una suma que la suma de una división con otro número.

c) Línea 19: $\text{array_index} = \text{index}$.

Podría formarse un bucle infinito, porque el índice array_index nunca se actualiza, y el bucle seguiría iterando en el mismo rango de búsqueda una y otra vez, lo que provocaría un bucle infinito. Esto ocurre porque no hay progreso en la búsqueda, y la misma posición media se selecciona una y otra vez.

d) Idem C.

5.6

a) Sumar dos enteros de N dígitos.

Es de orden $O(n)$ debido a que hay que recorrer todos los dígitos de los números.

b) Multiplicar dos enteros de N dígitos.

Es de orden $O(n^2)$, esto es debido a que hay que por cada cifra de uno se multiplica la del otro.

c) Dividir dos enteros de N dígitos.

Es de orden $O(1)$ debido a que no hay que recorrer nada, solo depende de las cifras.

- b) Si el algoritmo es $O(N \log N)$, entonces el tiempo de ejecución aumenta en un factor logarítmico cuando la entrada se incrementa en un factor lineal. Por lo tanto, el tiempo de ejecución para una entrada de tamaño n será:

$$\% \text{ de ejecución} = (n/100) \times 0,5 \text{ ms} \times \log(n/100)$$

Para saber qué tamaño de entrada puede procesar en un minuto, necesitamos encontrar el valor de n tal que el tiempo de ejecución sea igual a 60 segundos (o 60000 ms). Utilizando una calculadora en línea encontramos que n es aproximadamente igual a 259200.

- c) Si el algoritmo es cuadrático, entonces el tiempo de ejecución aumenta en un factor cuadrático cuando la entrada se incrementa en un factor lineal. Por lo tanto, el tiempo de ejecución para una entrada de tamaño n será:

$$\% \text{ de ejecución} = (n/100)^2 \times 0,5 \text{ ms}$$

Para saber qué tamaño de entrada puede procesar en un minuto, necesitamos encontrar el valor de n tal que el tiempo de ejecución sea igual a 60 segundos (o 60,000 ms). Despejando n :

$$\begin{aligned} (n/100)^2 \times 0,5 \text{ ms} &= 60,000 \text{ ms} && \text{Por lo tanto, con un algoritmo} \\ &&& \text{cuadrático que tarda } 0,5 \text{ ms en} \\ n &= \sqrt{(60,000 \text{ ms} / 0,5 \text{ ms})} \times 100 && \text{procesar una entrada de tamaño} \\ &&& 100, \text{ puede procesar una entrada} \\ n &= 34641 && \text{de tamaño } 34641 \text{ en un minuto.} \end{aligned}$$

d) Se es cúbica, entonces el tiempo de ejecución aumenta en un factor cúbico cuando la entrada se incrementa en un factor lineal. Por lo tanto, el tiempo de ejecución para una entrada de tamaño n será:

$$T \text{ de ejecución: } (n/100)^3 \times 0,5 \text{ ms}$$

Para saber que tamaño de entrada puede procesar en un minuto, necesitamos encontrar el valor de n tal que el tiempo de ejecución sea igual a 60 segundos (o 60000 ms). Despejando n :

$$(n/100)^3 \times 0,5 \text{ ms} = 60000 \text{ ms}$$

$$n = \sqrt[3]{(60000 \text{ ms} / 0,5 \text{ ms})} \cdot 100$$

$$n = 4932$$

5.12

N	$O(N^3)$	$O(N^2)$	$O(N \log N)$	$O(N)$
10	0,000103	0,00045	0,00066	0,00034
100	0,47015	0,01112	0,00486	0,00063
1000	448,77	1,1233	0,05843	0,00333
10000	NA	111,13	0,68631	0,03042
100000	NA	NA	8,01130	0,29832
1000000	$1 \times 10^8 T(N)$	$1 \times 10^{12} T(N)$	$2 \times 10^7 T(N)$	$1 \times 10^6 T(N)$

Para entradas muy grandes siempre va a convenir un algoritmo que tenga el más pequeño orden debido a que cada vez va aumentando más y más el tiempo que tarda. Con valores de entrada pequeños, a veces no se nota la diferencia pero cuando crecen estas diferencias puede ser abismal.

5.13

$37 \rightarrow \frac{2}{N} \rightarrow \sqrt{N} \rightarrow N \log \log N \rightarrow N \rightarrow N \log N \rightarrow N \log N^2 \rightarrow N \log^2 N$
 $\rightarrow N^{1.5} \rightarrow N^2 \log N \rightarrow N^2 \rightarrow N^3 \rightarrow 2^{\frac{N}{2}} \rightarrow 2N$

Tanto $2^{\frac{N}{2}}$ como 2^N crecen a la misma velocidad, también $N^2 \log N$ y N^2 , y $N \log N$ con $N \log N^2$.

5.14

Fragmento 1

for (int i=0; i<m; i++) $O(N)$ $O(N) + O(1) = O(N)$
 suma++; $O(1)$ $O(N)$

Fragmento 2

for (int i=0; i<m; i++) $O(N)$ } $O(N^2)$ $O(N^2) + O(1)$
 for (int j=0; j<m; j++) $O(N)$ }
 suma++; $O(1)$ $O(N^2)$

Fragmento 3

for (int i=0; i<m; i++) $O(N)$ $O(N) + O(N) + O(1) + O(1)$
 suma++; $O(1)$
 for (int j=0; j<m; j++) $O(N)$ $O(N)$
 suma++; $O(1)$

Fragmento 4

for (int i=0; i<m; i++) $O(N)$ } $O(N^2)$
 for (int j=0; j<m * m; j++) $O(N)$ }
 suma++; $O(1)$
 $O(N^2) + O(1)$

Fragmento #5

```
for (int i = 0; i < m; i++) O(N) } O(N^2) O(N^2) + O(1)
for (int j = 0; j < 1; j++) O(N)
suma++; O(1) O(N^2)
```

Fragmento #6

```
for (int i = 0; i < n; i++) O(N)
for (int j = 0; j < n * n; j++) O(N) } O(N^3)
for (int k = 0; k < j; k++) O(N)
suma++; O(1) O(N^3)
```

$O(N^3) + O(1)$

bits	1	2	3	4	5	6
suma con N=10	10 0my	100 0my	20 0my	1000 0my	45 0my	49500 0my
suma con N=1000	1000 0my	1000000 2my	2000 0my	100000 0000 15my	499500 1my	882236 160 1251my

5.15

```
for (int i = 1; i < m; i++) O(N)
for (int j = 0; j < 1 * i; j++) O(N) } O(N^3)
if (j % i == 0) O(1)
for (int k = 0; k < j; k++) O(N)
suma++; O(1) O(N^3)
```

$O(N^3) + O(1) + O(1)$

suma con N=1000: 29656666/486my

suma con N=10: 870/0my

5.16

Segue el gráfico de 2^n , por lo que es de este orden. En el día N basta con sustituir n en 2