

Práctica 2 - Cálculos combinatorios. Resultados igualmente probables.

Santiago

1. Consideremos mensajes enviados en código binario (0 y 1). ¿Cuántos mensajes es posible enviar con 10 dígitos o menos?

Con n dígitos hay 2^n posibles mensajes. Entonces, si tengo la posibilidad de enviar hasta 10 dígitos.

$$\# \text{mensajes} = \sum_{i=1}^{10} 2^i = 2^{11} - 1$$

2. Un experimentador está estudiando los efectos de la temperatura, la presión y el tipo de catalizador en la producción de cierta reacción química. Se consideran para las experiencias tres temperaturas diferentes, cuatro presiones distintas y cinco catalizadores diferentes. Si cualquier experimento particular implica utilizar una temperatura, una presión y un catalizador:

- (a) ¿Cuántos experimentos distintos son posibles realizar?

Hay 3 temperaturas, 4 presiones y 5 catalizadores. Entonces,

$$\# \text{experimentos} = 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$$

- (b) ¿Cuántos experimentos distintos existen que impliquen el uso de la temperatura más baja y las dos presiones más bajas?

Hay una única temperatura más baja, y hay una restricción a 2 presiones en particular, por ende

$$\# \text{experimentos}' = 1 \cdot 2 \cdot 5 = 10$$

- (c) Suponga que se tiene que realizar cinco experimentos diferentes el primer día de experimentación y los experimentos se realizar al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que se utilice un catalizador diferente en cada experimento?

Los casos favorables: el primer experimento no tiene restricción, entonces hay 5 opciones. Para el segundo, no puedo usar el catalizador del primero, así que hay 4 opciones, por los mismos motivos, para el tercero hay 3, para el cuarto 2 y para el quinto 1. Casos totales: no hay restricción alguna en los experimentos, así que siendo A = “no se repite el catalizador”, se tiene que

$$P(A) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos totales}} = \frac{5!}{5^5}$$

3. Se lanzan dos dados, sea “ a ” el número del primer dado y “ b ” el del segundo. ¿Cuál es la probabilidad de que la ecuación $x^2 + ax + b^2 = 0$ tenga raíces reales?

Para que las raíces sean reales:

$$a^2 - 4b^2 \geq 0 \rightarrow a \geq 2b$$

Tenemos que el espacio muestral es

$$\Omega = \{(i, j) : i, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Los casos favorables son

$$B = \{(2, 1)(3, 1)(4, 1)(5, 1)(6, 1)(4, 2)(5, 2)(6, 2)(6, 3)\}$$

Sea A = “la ecuación tiene raíces reales”

$$P(A) = \frac{\#B}{\#\Omega} = \frac{9}{36}$$