

## **\*\*Guía de Estudio sobre Límites y Funciones Continuas\*\***

### **\*\*Introducción\*\***

Un límite es un valor que una función se acerca a medida que su variable independiente se hace más grande o más pequeña. Una función continuúa en un punto si el valor de la función está definido en ese punto y, además, los valores de la función que están cerca del punto también están próximos al valor del punto. En este capítulo, revisaremos las definiciones de límites y funciones continuas, así como algunos ejemplos y ejercicios para poner en práctica estos conceptos.

### **\*\*Definición de Límite\*\***

Una función  $f(x)$  se dice que tiene un límite  $L$  en  $x=a$  si para cualquier valor positivo  $\varepsilon$  (epsilon), existe un  $\delta$  (delta) menor que cero tal que  $|f(x)-L|<\varepsilon$  cuando  $x$  está dentro del intervalo  $(a-\delta, a+\delta)$ .

### **\*\*Definición de Función Continua\*\***

Una función  $f(x)$  se dice que es continua en el punto  $a$  si el límite de la función cuando  $x$  se acerca a  $a$  es igual al valor de la función en ese punto. Es decir,  $f(a)=\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ .

### **\*\*Ejemplos y Ejercicios\*\***

#### **1. \*\*Límite a infinito\*\***

Ejemplo:  $\lim_{x \rightarrow \infty} (x-3)/x$

Respuesta: 1

#### **2. \*\*Límites de funciones trigonométricas\*\***

Ejemplo:  $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \tan(x)$

Respuesta: 1

#### **3. \*\*Funciones continuas\*\***

Ejemplo: la función  $f(x)=2x$  es continua en  $(0,5)$

#### **4. \*\*Funciones discontinuas\*\***

Ejemplo: la función  $f(x)=1/x$  es discontinua en  $x=0$

**\*\*Ejercicios\*\***

1. Límite a infinito:

a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2$

b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} 1/x^2$

RESPUESTA:

a) 0

b) 0

2. Límites de funciones trigonométricas:

a)  $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \sin(x)$

b)  $\lim_{x \rightarrow 3\pi/4} \tan(x)$

RESPUESTA:

a) 1

b) -1

3. Funciones continuas:

a) La función  $f(x)=x^2$  es continua en  $(-5,10)$

b) La función  $g(x)=\sin(x)$  es continua en  $(0,2\pi)$

RESPUESTA: Verdadero para ambos ejemplos

Recuerda que los límites y las funciones continuas son conceptos fundamentales en el cálculo y la matemática en general. Es importante comprender estos conceptos para aplicarlos a problemas más complejos y avanzados.