# Funciones de costo, Optimizadores, inicialización y regularización

Física Computacional 2 Ph.D. Santiago Echeverri Arteaga

\* Binary Crossentropy: 
$$-\sum_{i=1}^{N} y_i \log_b(p_i)$$

\* BinaryFocalCrossentropy: 
$$-\sum_{i=1}^{N} (i - p_i)^{\gamma} \log_b(p_i)$$

\* Hinge Loss: 
$$\max(1 - y_i \hat{y}); y_i, \hat{y} \in \{-1, 1\}$$

\* Cosine Similarity: 
$$-\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \frac{y_i \cdot \hat{y}}{|y_i| |\hat{y}|}$$

\* Huber Loss: 
$$\begin{cases} \frac{(y_i-\hat{y})^2}{2} & \text{if } |y_i-\hat{y}|<\delta<0\\ \delta(|y_i-\hat{y}|-\frac{\delta}{2}) & \text{if } |y_i-\hat{y}|<\delta \end{cases}$$

\* KLDivergence (Kullback-Leibler divergence): 
$$\sum_{i=1}^{N} P(i) \frac{P(i)}{Q(i)}$$

\* LogCosh: 
$$\sum_{i=1}^{N} \log(\cosh(\hat{y} - y_i))$$

# Funciones de pérdida clasificación

# Funciones de pérdida regresión

- \* MeanAbsoluteError:  $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{N} |\hat{y} y_i|$
- \* MeanAbsolutePercentageError:  $\frac{1}{n} \frac{\sum_{i=1}^{N} |\hat{y} y_i|}{\sum_{i=1}^{N} \hat{y}}$
- \* MeanSquaredError:  $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{N} (\hat{y} y_i)^2$
- \* MeanSquaredLogarithmicError:  $\sqrt{(\log(\hat{y} + 1) \log(y_i + 1))^2}$
- \* Poisson Loss:  $\langle \hat{y} y_i \log(\hat{y}) \rangle$

#### Regularización

- \* Penalizar añadiendo una función de peso en la función de pérdida (L1 y L2 las más usadas)
- \* Propout: Perder aleatoriamente neuronas durante el entrenamiento
- \* Terminación rápida: Termina cuando alguna métrica deje de mejorar

# Optimizadores: Momentum

- \* Cinemática tenemos que  $x^{k+1} \approx x^k + v^k t$  cuando  $v^{k+1} = v^k + a^k t$  para dos k y k+1 suficientemente cercanos.
- \* En gradient descent podemos tomar un "momentum" intrínseco a los pesos para que continue su estado de "movimiento" hacia otros valores hasta que se le ejerza una "fuerza contraria" (gradiente)
- \* Los pesos se actualizan como la posición  $w^{k+1}=w^k-\eta v^{k+1}$  y las velocidades de actualización como la velocidad de una partícula donde  $\rho$  es el momentum  $v^{k+1}=\rho v^k+\frac{\partial J}{\partial w}$
- \* Momentum ayuda a superar mínimos locales y puntos de inflexión
- \* Nesterov Momentum:  $v^{k+1} = \rho v^k + \alpha \frac{\partial (J \eta v^k)}{\partial w}$

#### Optimizadores: AdaGrad

- \* Escala la actualización para cada peso por separado de forma que la activación de los que más varían sea menor (Learning rate cada vez más bajo)
- \* Mientras actualiza lleva la suma de las actualizaciones previas

\* 
$$w^{k+1} = w^k - \frac{\eta}{\sqrt{G^k + \eta}} \frac{\partial J}{\partial w} \operatorname{con} G^k = G^{k-1} + \left(\frac{\partial J}{\partial w}\right)^2$$

# Optimizadores: Root Mean Squared Propagation

- \* Es como AdaGrad pero en lugar de usar la suma de los anteriores gradientes, se le asigna menos peso a los valores anteriores y más peso a los actuales
- \* Se adapta mejor a las actualizaciones nuevas (Más eficiente que AdaGrad)

\* 
$$w^{k+1} = w^k - \frac{\eta}{\sqrt{G^k + \eta}} \frac{\partial J}{\partial w} \operatorname{con} G^k = \beta G^{k-1} + (1 - \beta) \left(\frac{\partial J}{\partial w}\right)^2$$

# Optimizadores: APAM (Adaptative Moment Estimator)

- \* AdaGrad: Mantiene el learning rate anterior. Bueno para problemas con gradientes dispersos (e.g. Procesamiento de lenguaje natural y visión computacional).
- \* Root Mean Square Propagation (RMSProp): Mantiene el learning rate anterior pero lo adapta más fácilmente al promedio de las magnitudes de los gradientes actuales. Es bueno en problemas no estacionarios y en el manejo del ruido.
- \* En lugar de adaptar el learning rate basado solo en el promedio como en RMSProp, APAM hace uso del segundo momento de los gradientes (varianza no centrada).
- \* Ponde se definen  $m^k = \beta_1 m^{k-1} + (1-\beta_1) \frac{\partial J}{\partial w}$ ,  $v^k = \beta_2 v^{k-1} + (1-\beta_2) \frac{\partial J}{\partial w}$ ,  $\hat{v}^k = \frac{v^k}{1-\beta_2^k}$ ,  $\hat{m}^k = \frac{m^k}{1-\beta_1^k}$
- \* Los pesos se actualizan:  $w^{k+1} = w^k \frac{\eta}{\sqrt{\hat{v}^k + \epsilon}} \hat{m}^k$

# Normalización por batch (por cada mini-batch)

- \* Hacer escalado estándar antes de las funciones de activación
- \* Luego hacer un mapeo afin (más parámetros de ajuste)
- \* Luego se pasa a la función de activación
- \* Para predicción se hace el escalado respecto al promedio de la población y la desviación estándar
- \* "Reduce el corrimiento interno de la covarianza, no necesita dropout, no necesita bias, incrementa el learning rate"

# Inicializar los pesos

- \* Para no tener los mismos gradientes, los pesos deben ser inicializados a partir de una función de probabilidad plana, sin embargo se deben ajustar cuidadosamente los rangos.
- \* **Pefault:**  $-\frac{1}{\sqrt{L_{in}}}, \frac{1}{\sqrt{L_{in}}}$  Montavon, G., Orr, G., & Müller, K. R. (Eds.). (2012). Neural networks: tricks of the trade (Vol. 7700). springer.
- \* Xavier method:  $\left[ -\frac{\sqrt{G}}{\sqrt{L_{in} + L_{out}}}, \frac{\sqrt{G}}{\sqrt{L_{in} + L_{out}}} \right]$  Glorot, X., & Bengio, Y. (2010, March). Understanding the difficulty of training deep

feedforward neural networks. In *Proceedings of the thirteenth international conference on artificial intelligence and statistics* (pp. 249-256). JMLR Workshop and Conference Proceedings.

\* He Method - ReLU Glorot, X., & Bengio, Y. (2010, March). Understanding the difficulty of training deep feedforward neural networks. In *Proceedings of the thirteenth international conference on artificial intelligence and statistics* (pp. 249-256). JMLR Workshop and Conference Proceedings.