

Cátedra ESTADISTICA

TRABAJOS PRÁCTICOS

2016



Facultad de Ingeniería
Universidad Nacional de La Patagonia S. J. B.
Comodoro Rivadavia

TEMA Nº 3

DISTRIBUCIONES de PROBABILIDAD

PRE - REQUISITOS:

Se requiere lectura previa y :

- ✓ Reconocer variable aleatoria y recorrido.
- ✓ Entender el concepto de distribución probabilística.
- ✓ Reconocer función de cuantía y de densidad, y sus condiciones particulares.
- ✓ Reconocer una distribución acumulativa.
- ✓ Entender conceptos de Esperanza y Varianza, y sus propiedades.
- ✓ Dominar los conceptos de función de probabilidad, esperanza y varianza; relacionados con el uso de variable discreta.
- ✓ Conocer las propiedades específicas de cada modelo de distribución discreta.
- ✓ Reconocer variables aleatorias continuas.
- ✓ Contar con las tablas de las siguientes funciones: Normal, “t” de Student, Chi Cuadrado y “F” de Snedecor.

CONSIGNA PARTICULAR:

Antes de resolver cada ejercicio de distribuciones discretas:

- * 1_ No olvide enumerar todas las condiciones que se cumplen y que lo llevan a seleccionar determinado modelo
- * 2_ Diga cuáles son los elementos del modelo y qué representa cada uno.
- * 3_ Escriba el modelo general.
- * 4_ Diga qué es cada elemento del modelo en términos del problema.
- * 5_ Escriba el modelo en términos del problema.

EJERCICIOS:

1.- Verifique si la siguiente expresión es una función de probabilidad. En caso negativo, conviértala en función de probabilidad.

$$P(x) = \frac{5-x}{10} \quad ; \text{ para } x = 1, 2, 3, 4$$

- Forme la distribución de probabilidades.
- Grafique.
- Obtenga la media y la desviación estándar.

2.- En ocasiones, algunas líneas aéreas venden más billetes que los disponibles en un vuelo. Una de estas líneas aéreas ha vendido 205 billetes que corresponden a un avión con 200 plazas. Sea X la v.a. correspondiente al número de pasajeros que se presentan en el aeropuerto para viajar en avión. La distribución de X es:

x_i	198	199	200	201	202	203	204	205
p_i	0.05	0.09	0.15	0.20	0.23	0.17	0.09	0.02

- Grafique la función de probabilidad (fdp).
- Halle y grafique la función de probabilidad acumulada (fda).
- Calcule la probabilidad de que se presenten entre 200 y 204 pasajeros.
- Calcule la probabilidad de que se presenten menos de 202 pasajeros.
- Calcule la probabilidad de que se presenten más de 201 pasajeros.

3.- Hallar el valor de **K** para que $f(x) = k(6 - x)$, sea la función de densidad de una variable aleatoria continua definida en $[3 ; 6]$.

- Grafique la fdd.
- Halle y grafique la fda.
- Calcule, asimismo, $P(4 < x < 5)$.
- Halle el valor Mediana. Interprete.
- Halle el valor correspondiente al tercer cuartil. Interprete.
- Calcule la esperanza. Interprete.

4.- El ala de un avión se ensambla con un número grande de remaches. Se inspecciona una sola unidad y el factor de importancia es el número de remaches defectuosos.

- Describa el espacio muestral.
- Defina la variable aleatoria de interés e indique de qué tipo es.
- Si el número de remaches defectuosos X es una variable aleatoria cuya distribución de probabilidad se aproxima bastante por la distribución

$$P_X(x) \begin{cases} (e^{-3} \cdot 3^x) / x! & \text{si } x = 0, 1, 2, 3, \dots, n \\ 0 & \text{para todo otro punto} \end{cases}$$

- encuentre la probabilidad de que no existan remaches defectuosos en el ala del avión.
- calcule $P(7 < x \leq 13)$ y $P(x > 6)$

5. ¿Qué modelo de distribución de probabilidad utilizaría para resolver los siguientes ejercicios? Justifique su respuesta.

- a) Se sabe que 2 de cada 10 deportistas toman sustancias prohibidas antes de los partidos. Si se realiza un control antidopaje a tres. ¿Cuál es la probabilidad de elegir para el análisis a alguno de los infractores?
- b). Un cargamento de 80 bicicletas de carrera contiene 5 defectuosas. Cuatro de ellas son seleccionadas al azar y embarcadas a un distribuidor; hallar la probabilidad de que este embarque tenga una defectuosa.
- c) De cada 80 bicicletas de carrera producidas en un país 5 son defectuosas. Si se seleccionan cuatro bicicletas al azar y se las embarca para un distribuidor, hallar la probabilidad de que el embarque tenga una defectuosa.
- d) Se estima que 20 de cada 500 personas residentes en “SAL SI PUEDES” están en contra del cobro del aumento de la tasa de higiene urbana. Se entrevista a 15 personas y se les pide su opinión, ¿Cuál es la probabilidad de que a lo sumo 7 no estén a favor del nuevo aumento?
- e) Se eligen al azar 3 deportistas de un equipo de 10 integrantes para realizar un control antidopaje; si 2 de los jugadores del equipo han tomado sustancias prohibidas. ¿Cuál es la probabilidad de elegir para el análisis a alguno de los infractores?
- f) Se estima que 20 de las 500 personas residentes en “SAL SI PUEDES” están en contra del cobro del aumento de la tasa de higiene urbana. Se entrevista a 15 personas y se les pide su opinión, ¿Cuál es la probabilidad de que a lo sumo 7 no estén a favor del nuevo aumento?
- 6.- Una compañía de exploración gana un contrato para perforar pozos. Esta compañía tiene estadísticas que le indican que en el 10% de los pozos de prueba que perfora encuentra un depósito de gas natural. Si perfora 5 pozos, hallar la probabilidad de que en al menos en 2 se encuentre gas natural.
- 7.- Se han desprendido las etiquetas de 10 tambores de combustible, todos del mismo tamaño y color. Se sabe que 6 contienen nafta y el resto gas-oil.
- a) Si se eligen aleatoriamente cinco tambores, ¿cuál es la probabilidad de que todos contengan nafta?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que tres o más contengan nafta?
- 8.- En una fábrica textil una máquina de hilado de gran capacidad de producción, fabrica 150 carretes de hilo fino en una hora. ¿Cuál es la probabilidad de que en un minuto fabrique menos de tres carretes?
- 9.- Un diario Regional realiza un tiraje de 100 000 ejemplares por día. La probabilidad de que sus hojas se encuentren correctamente ubicadas es 0,9999. Hallar la probabilidad de que un tiraje contenga exactamente 5 diarios defectuosos.
- 10.- Una fábrica de calderas de generación instantánea de vapor largó al mercado una producción importante en el año 1994. Dicha fábrica asegura que la probabilidad de que una de sus calderas sea defectuosa es igual a 0,05. ¿Cuál es la probabilidad de que la octava caldera fabricada en ese año sea defectuosa?
- 11.- Se extrae un naipe de una baraja de 52. Se anota el resultado y el naipe se vuelve a introducir en el mazo barajándose éste a continuación. Esto se repite 13 veces.
- a) ¿Cuál es la probabilidad de obtener 3 corazones?

- b) Suponga ahora que el naípe no se vuelve a introducir en el mazo y calcule nuevamente.

12.- Una empresa de telecomunicaciones contrata cinco ingenieros jóvenes para incorporar a su plantel profesional. Censos estadísticos indican que dos de cada tres profesionales que ingresan llegan a jubilarse en dicha empresa.

1. Se pide que calcule la probabilidad que de los cinco ingresantes lleguen a jubilarse:
 - a) los cinco.
 - b) al menos dos.
 - c) sólo tres.
 - d) al menos uno.
 - e) menos de cuatro.
2. Calcule cuántos de ellos se espera que se jubilen trabajando en la empresa.
3. Halle la desviación estándar de la distribución.

Nota: No olvide interpretar todos y cada uno de los ítems en términos del problema.

13.- El dueño de un gimnasio que tiene 52 aparatos y los alquila individualmente durante una hora realizó un estudio obteniendo los siguientes resultados:

Número de aparatos libres por período de observación	0	1	2	3	4	5	≥ 6
Frecuencia observada	30	45	20	15	7	3	0

Suponiendo que los datos siguen una distribución de Poisson, determinar

- a) El número promedio de aparatos libres.
- b) la desviación estándar
- c) la probabilidad de encontrar 2 o más aparatos disponibles para hacer ejercicios.

14.- De los 20 proyectos presentados por un grupo de investigadores de una Universidad, doce son del área de informática y los restantes del área tecnológica. Si tres de estos proyectos son cancelados por recorte de presupuesto, esta cancelación se realizó al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que, a) dos de los proyectos cancelados sean del área tecnológica, b) a lo sumo uno sea del área tecnológica?

15.- La Probabilidad de que un motor recién ajustado pierda aceite por los retenes en los primeros 100 km es de 0.05. Si 10 automóviles se ajustan en un taller mecánico. Hallar la probabilidad de que, a) menos de 4 pierdan aceite por retenes,
b) ninguno pierda aceite por los retenes,
c) al menos 2 pierdan aceite por los retenes,
d) la desviación estándar de la distribución de probabilidad.

MÁS EJERCICIOS

16- Una urna contiene 12 bolillas numeradas de 1 a 12. Se saca una bolilla y se quiere analizar la variable aleatoria

$X = \text{número de divisores positivos del número obtenido.}$

- a) ¿De qué tipo es la V.A.?
- b) ¿Qué valores puede tomar la variable aleatoria? ¿Qué valores toma en la realidad?
- c) Halle la fdp que corresponda. Grafique.
- d) Halle la fda. Grafique.
- e) Calcule la probabilidad de que un número elegido al azar entre 1 y 12 tenga 3 divisores.

f) Calcule la probabilidad de que un número elegido al azar entre 1 y 12 tenga menos de 3 divisores.

17.- Hallar la función de densidad de una variable aleatoria continua con función de distribución dada por:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x \leq 2 \\ (x-2)^3/8, & \text{si } 2 < x \leq 4 \\ 1, & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

- a) Calcular asimismo $P(1 < x < 3)$ y $P(x > 3)$
- b) Calcular la Esperanza. Interpretar.

18.- Sea una variable aleatoria continua cuya función de densidad es

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ 1/5 & 1 \leq x < 6 \\ 0 & 6 \leq x \end{cases}$$

- a) Comprobar que $f(x)$ es una función de densidad y graficarla.
- b) Hallar X_0 tal que la probabilidad de que $P(1 \leq X \leq X_0) = 3 * P(X_0 \leq X < 6)$
- c) Suponiendo que X representa la velocidad de un proceso, ¿Cuál es la desviación estándar esperada de dicho proceso?. Expréselo en términos del problema.

19.- Hallar el valor de K para que $f(x) = 1/2 - Kx$, sea la función de densidad de una variable aleatoria continua definida en $[0 ; 4]$.

- a) Grafique la fdd.
- b) Halle y grafique la fda.
- c) Halle el valor de b , de tal manera que $P(x < b) = 3.P(x > b)$.
- d) Calcule, asimismo, $P(1 < x < 2)$.
- e) Halle el valor Mediana. Interprete.
- f) Halle el valor correspondiente al tercer cuartil. Interprete.
- g) Calcule la esperanza. Interprete.

20.- Se sabe que el 10% de los televisores que llegan al país tienen algún defecto. Un inspector selecciona de un embarque determinado, 25 unidades para controlar la calidad de los televisores, si encuentra al menos dos defectuosos no autoriza a que los televisores ingresen al país para su distribución en el mercado local. ¿Cuál es la probabilidad de que los televisores sean distribuidos?

21.- Si se extraen 8 cartas de un mazo de naipes españoles de 40 cartas, ¿cuál es la probabilidad de que tres sean de bastos?

22.- En una caja hay quince latas de jugo, de las cuales 4 son de limón, 5 de naranja y 6 de pomelo.

Se escogen al azar 5 latas para colocar en un refrigerador:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que tres de ellas sean de limón?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que las cinco sean de pomelo?

23.- Biólogos expertos en control de plagas, sospechan que en una plantación determinada, los roedores son la causa principal de la disminución en la producción. Saben por estudios realizados que de la población de roedores, el 50% son lauchas, el 20% ratones grises, el 25% ratones negros y el resto cuisés. A los efectos de obtener una muestra se colocaron trampas y se atraparon 10 especímenes.

- ¿Cuál es la probabilidad de que 4 sean ratones?
- ¿Cuál es la probabilidad de que 2 sean lauchas?

PRUEBA DE CONCEPTO.....f de p y distr. Discretas.....ESTADÍSTICA (Fac. Ingeniería)
 APELLIDO y NOMBRE.....lunes .- - /09/2010
 CARRERA.....

1.- Señale cuál es la expresión correcta para la esperanza correspondiente a una función de cuantía

$$\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)d(x) \quad \frac{\sum x_i p_i}{n} \quad \frac{\sum x_i f_i}{n} \quad \sum x_i p_i \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)d(x) \quad \text{Ninguna de las anteriores}$$

2.- A la variable correspondiente a una distribución hipergeométrica se la define como:
 el número de éxitos que se obtienen en una repetición del experimento básico?

3.- Marque con una cruz el modelo que utilizaría.

Se sabe que por estudios anteriores que aprueba la mitad de los estudiantes de la asignatura "Filtro 1"
 Calcule la probabilidad de que dos alumnos de un grupo de diez, aprueben la asignatura

$$\square = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

$$\square = \frac{\binom{k}{x} \binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

$$\square = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$