

PROPIEDADES DE LA MEDIA ARITMÉTICA.

Esta "ayuda" es simplemente para que usted interprete cada una de las propiedades enunciadas y luego verifique analíticamente estas propiedades y/o ejemplifique, según se indique en cada caso, para estar en condiciones de identificar las propiedades y de emplearlas adecuadamente.

PROP.1.- La suma de los desvíos entre cualquier valor observado y el promedio es cero, cualquiera sea la distribución.

Es decir

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X}) = 0$$

$$\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{X}) \cdot f_i = 0$$

....Verifique y ejemplifique.

PROP.2.- La suma de los cuadrados de los desvíos entre cada valor observado y el promedio es menor o igual que la suma de los cuadrados de los desvíos con respecto a cualquier otro valor.

Es decir:

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2 \leq \sum_{i=1}^n (x_i - A)^2$$

Se verifica la igualdad en el caso en que $\bar{X} = A$

....Ejemplifique.

PROP.3.- El promedio de un grupo de medias aritméticas, cada una de ellas ponderada por la cantidad de observaciones que le dio origen, coincide en el promedio de las observaciones individuales.

Analicemos el siguiente caso.

Si se tienen los siguientes grupos de datos:

$$x_{1i} = 3 - 4 - 8 - 3 - 7$$

$$x_{2i} = 10 - 12 - 11 - 13 - 14$$

$$x_{3i} = 7 - 3 - 9 - 8 - 3 - 1 - 4$$

y se quieren calcular las medias aritméticas, entonces se obtienen

$$\bar{x}_1 = 5 \quad n_1 = 5 \quad ; \quad \bar{x}_2 = 12 \quad n_2 = 5 \quad ; \quad \bar{x}_3 = 5 \quad n_3 = 7$$

Luego, designando con $\bar{\bar{x}}$ a la media de las medias tenemos:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{n_1 \bar{x}_1 + n_2 \bar{x}_2 + n_3 \bar{x}_3}{n_1 + n_2 + n_3}$$

Por otra parte si consideramos ahora a los diecisiete (17) valores como provenientes de un sólo grupo, tendremos:

$$\bar{x}_{\text{grande}} = \frac{\sum_{i=1}^{17} x_i}{17} = 7,06$$

con lo que se verifica que: $\bar{x}_{\text{grande}} = \bar{x} = \bar{X}$

Continuemos con el enunciado de las propiedades:

PROP.4.- La media aritmética de una constante es la misma constante.

PROP.5.- La media aritmética de una variable mas (o menos) una constante es igual a la media aritmética de la variable mas (o menos) la constante.

$$\begin{aligned} \text{Si } y_i &= x_i + c \quad \forall i \text{ desde } 1 \text{ hasta } n, \\ \Rightarrow M(y) &= M(x + c) = \bar{x} + c \end{aligned}$$

PROP.6.- La media aritmética de una variable por una constante es igual a la media aritmética de la variable multiplicada por la constante.

$$\begin{aligned} \text{Si } y_i &= x_i \cdot c \quad \forall i \text{ desde } 1 \text{ hasta } n, \\ \Rightarrow M(y) &= M(c \cdot x) = c \cdot M(x) \end{aligned}$$

PROP.7.- La media aritmética de una variable que es suma (o resta) de otras variables originales es igual a la suma (o resta) de las medias aritméticas de las variables originales.

$$\text{Si } y_i = x_{1i} \pm x_{2i}, \quad \Rightarrow M(y) = M(x_1) \pm M(x_2)$$

$$\text{es decir } \boxed{\bar{y} = \bar{x}_1 \pm \bar{x}_2}$$

Por ejemplo

si se tiene que:

$$x_{1i} = 3, 9, 7, 5, 16, \quad n_1 = 5 \quad \bar{x}_1 = 8$$

$$x_{2i} = 13, 24, 32, 12, 19, \quad n_2 = 5 \quad \bar{x}_2 = 20$$

y se calculan los valores de una nueva variable

$$\boxed{y_i = x_{1i} + x_{2i}}, \quad \text{se tiene :}$$

$$y_i = 16, 33, 39, 17, 35, \quad n = 5, \Rightarrow \bar{y} = 28$$

con lo que se confirma que: $\boxed{\bar{y} = \bar{x}_1 + \bar{x}_2}$