VARIABLE ALEATORIA-DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD

- **Variable Aleatoria:** sea un experimento **E** y el espacio muestral **S** asociado con dicho experimento aleatorio. Se llama variable aleatoria a una función **X** que asigna un número real **X(s)** a cada elemento s ε **S**.

- **Recorrido (Rx):** es el conjunto de todos los valores posibles de la variable aleatoria **X**.

- **Sucesos Equivalentes:** sean E y S un experimento aleatorio y su espacio muestral asociado, X una variable aleatoria definida en S y Rx su recorrido. Sean B ⊂ Rx:

Supongamos

$$\mathbf{A} = \{ s \ \varepsilon \ \mathbf{S} \ / \ \mathbf{X(s)} \ \varepsilon \ \mathbf{B} \}$$

Entonces **A** y **B** son sucesos equivalentes.

En este caso **P(A) = P(B).**

- **Probabilidad:** dados **E** y **S**, experimento aleatorio y su espacio muestral asociado, es **P** una función que asigna a cada suceso **A ⊂ S** un número real **P(A)** que cumple con los tres axiomas vistos.

- **Distribución Probabilística:** es una distribución de probabilidades, cada una de las cuales está asociada con uno de los posibles valores diferentes de la variable aleatoria. Se cuenta con ella cuando se conocen todos los valores posibles de la variable aleatoria y las probabilidades asociadas con cada uno de estos valores posibles.

FUNCIÓN DE PROBABILIDAD

Para variable Discreta	**Para Variable Continua**
Función de cuantía	Función de Densidad
Verifica:	Verifica:
1. $p(x_i) \geq 0, \quad \forall i = 1,....n$	1. $f(x) \geq 0, \quad \forall i \ x \varepsilon \ (-\infty, +\infty)$
2. $\Sigma p(x_i) = 1$ para n = número total de valores posibles de X	2. $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x).dx = 1$
	3. Su A: $\{X/a \leq X \leq b\}$ en consecuencia $P(A) = \int_a^b f(x)dx \quad , \quad \forall a<b$
Se la define como:	Se la define como:
$Px(x) \begin{cases} P(x_i), & \forall i = 1,....n \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$	$fx(x) \begin{cases} f(x_i), & \forall i = 1,....n \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$

FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN ACUMULATIVA

Función de Distribución Para variable Discreta	**Función de Distribución Para Variable Continua**
$P(X \leq m) = F(X=m) = F(m) = \sum_{x \leq m} p(x)$	$F(x = m) = \int_{-\infty}^{m} f(x).dx$

Propiedades de la F(x)

a. $0 \leq F(X) \leq 1, \quad \forall x$	a. $F(x) \int_{-a}^{+x} f(x).dx \quad \forall x \ \varepsilon \ (-\infty, +\infty)$
b. $F(-\infty) = 0$ $\forall x$ ε al intervalo de definición. $F(+\infty) = 1$ Función monótona no decreciente.	b. Función monótona no decreciente y absolutamente continua.
c. $F(X=m) = F(m) = \sum_{x \leq m} p(x) \quad \forall x \leq m$	c. $F(+\infty) = \lim_{x \to +\infty} F(x) = 1$ $F(-\infty) = \lim_{x \to -\infty} F(x) = 0$

ESPERANZA Y VARIANZA

Recordemos que:

$\bar{x}$: media aritmética de la muestra.
μ: media aritmética de la población.
S^2: varianza muestral.
$\sigma^{2:}$ varianza poblacional.
σ: desvío estándar poblacional.
$\bar{x}$ y S^2 :estadísticas. Características maestrales.
μ y σ^2:parámetros. Características poblacionales.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i f_i}{n} = \sum_{i=1}^{n} x_i h_i$$

Donde $h_i = f_i / n$, frecuencia relativa

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i f_i}{\sum f_i} = \sum_{i=1}^{n} x_i h_i$$

Probabilidad de que ocurra un evento es la frecuencia relativa con la que puede esperarse que ocurra un evento.

Frecuencia relativa es la frecuencia absoluta relativa al total de elementos observados y/o analizados.

Frecuencia relativa esperada, representa la que ocurrirá a largo plazo.

...
y entonces podemos definir la media aritmética y la varianza de esa distribución en términos de probabilidad que son:

$$\left.\begin{array}{l}\mu = \sum_{\forall x}[x.p(x)] \\ \mu = \int_{-\infty}^{+\infty} x.f(x).dx\end{array}\right\} E(x)$$

que denominamos **Esperanza de X** o valor esperado de x para variable aleatoria discreta y continua, respectivamente.

…y

$$\left.\begin{array}{l}\sigma^2 = E(x-\mu^2)\ p(x) \\ \sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-\mu)^2 f(x)dx\end{array}\right\} Var(x)$$

que denominamos **Varianza de X** para variable aleatoria discreta y continua, respectivamente.

Cuando **X** es una variable aleatoria e **Y = H(X)** es una función de X, el valor esperado de X se define

$E[H(x)]= \Sigma\ H(x).p(x)$ para **X** discreta

$E[H(x)]= \int_{-\infty}^{+\infty} H(x).f(x).dx$ para **X** continua

Por ejemplo, dada **X**, variable aleatoria discreta, si **$y = H(X) = X^2$** será

$$\mathbf{E(Y)=E(X^2)=\Sigma[x^2.p(x^2)]}$$

Si hacemos **$H(X)=(X-\mu)^2=(X-E(X))^2$** es

$$\mathbf{E(H(X)) = E(X-\mu^2)=\sigma^2 = Var(x)}$$

y tenemos la Varianza expresada en términos de esperanza.
... Se tiene que (puede demostrarse)

$Var(x)=\sigma^2= E[(X-E(X))^2]= E(X^2) - [E(X)]^2$

...También puede demostrarse que

$E(\overline{X}) = \mu$ y $E(S^2)=\sigma^2$