(h) **Theoretical**: Una formula alternativa del método de Müller está dada por:

$$f(x) \cong a(x - x_2)^2 + b(x - x_2) + c. \tag{3.88}$$

Demuestre que los coeficientes están dados por:

$$\begin{aligned} a &= (f[x_1, x_2] - f[x_0, x_1])/(h_2 - h_1) \\ b &= f[x_1, x_2] + a h_2 \\ c &= f(x_2) \end{aligned} \tag{3.89}$$

donde $h_1 = x_1 - x_0$ y $h_2 = x_2 - x_1$. El cero se encuentra en una vecindad de x_2, en este caso, la formula de Bhaskara es:

$$c = f(x) - a(x - x_2)^2 - b(x - x_2)$$

Reemplazar x por x_2

$$c = f(x_2) - a(\cancel{x_2 - x_2})^2 - b(\cancel{x_2 - x_2})$$

$$b = \frac{f(x) - a(x - x_2)^2 - f(x_2)}{x - x_2}$$

Reemplazamos x por x_1

$$b = \frac{f(x_1) - a(x_1 - x_2)^2 - f(x_2)}{x_1 - x_2}$$

Reordenando queda

$$b = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} - \frac{a(x_1 - x_2)^{\cancel{2}}}{\cancel{x_1 - x_2}} = -a \cdot -1 (x_2 - x_1) = f[x_1, x_2] + a h_2$$

$$f[x_k, x_{k+1}] = \frac{f[x_{k+1}] - f[x_k]}{x_{k+1} - x_k}$$

$$\frac{(-1)}{(-1)} \cdot \frac{-f(x_2) + f(x_1)}{-x_2 + x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = f[x_1, x_2]$$

Reemplazamos x por x_0

$$a = \frac{f(x) - \frac{\cancel{f(x_2) - f(x_1)}}{x_2 - x_1} + a(x_2 - x_1)(x - x_2) - f(x_2)}{(x - x_2)^2}$$

$$a = \frac{(f(x_0) - x_0)^2}{\ } - \frac{\frac{(f(x_2) - f(x_1))^2}{x_2 - x_1}}{\ } + \frac{a(x_2 - x_1)(\cancel{x_0 - x_2})}{(x_0 - x_2)^2} - \frac{f(x_2)}{(x_0 - x_2)^2}$$

Usando Wolfram llegamos a

$$a = \frac{x_1 (y_0 - y_2) + x_2 (y_2 - y_0) - y_1 + y_2}{(x_0 + x_1 - 2 x_2)(x_0 - x_2)(x_1 - x_2)}$$

$$a = \frac{x_1 y_0 - x_1 y_2 + x_2 y_2 - y_0 - y_1 + y_2}{(x_0 + x_1 - 2x_2)(x_0 - x_2)(x_1 - x_2)}$$

$$a = \frac{x_1 (y_0 - y_2) + x_2 y_2 - y_0 - y_1 + y_2}{(2h_1 - h_2)(h_1 - h_2)(-h_2)}$$