Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ciencias

Matemáticas para las Ciencias Aplicadas II

Tarea IV

Alumno: Arroyo Lozano Santiago

Profesor: Héctor "Awakatito" Díaz

Ciencias de la computación

May 16, 2020

Todas las gráficas se realizaron con el software Geogebra con la excepción de la gráfica del ejercicio 4.2 que no pudo ser tabulada con este software.

1 Emplee el hecho de que para toda $\theta, sen(-\theta) = -sen(\theta)$ y $cos(-\theta) = cos(\theta)$ para demostrar que si un punto $S = (x_1, y_1)$ tiene coordenadas polares (r, θ) y un punto $T = (x_2, y_2)$ con cordenadas polares $(r, -\theta)$, entonces $x_1 = x_2$ y $y_1 = -y_2$

Sabemos que $y_1 = rSen\theta$, entonces:

$$\begin{aligned} rSen(-\theta) &= y_2 && \text{(Identidad de } y_2) \\ r(-Sen\theta) &= y_2 \\ -(rSen\theta) &= y_2 \\ -y_1 &= y_2 && \text{(Definición de } y_1) \\ \text{O lo que es igual: } y_1 &= -y_2 \quad \blacksquare \end{aligned}$$

Saemos también que $r^2 = x^2 + y^2$ entonces:

$$\begin{aligned} r^2 &= r^2 \\ x_1^2 + y_1^2 &= x_2^2 + y_2^2 && \text{(Definición de } S, T) \\ x_1^2 + (-y_2)^2 &= x_2^2 + y_2^2 && \text{(Ya demostramos que } y_1 = -y_2) \\ x_1^2 + y_2^2 &= x_2^2 + y_2^2 && \text{(Todo cuadrado es positivo)} \\ x_1^2 + y_2^2 - y_2^2 &= x_2^2 + y_2^2 - y_2^2 && \text{(Restamos } y_2^2) \\ x_1^2 &= x_2^2 \\ \sqrt{x_1^2} &= \sqrt{x_2^2} && \text{(Sacamos raíz)} \\ x_1 &= x_2 \quad \blacksquare \end{aligned}$$

2 Transforme la ecuación cartesiana dada en una ecuación polar de la forma $r = f(\theta)$

Sabemos que $(x, y) \to (r, \theta)$ y además $x = rCos\theta \quad y = rSen\theta$ tal que:
$r^2 = x^2 + y^2$

2.1 $xy = 4$

$$
\begin{aligned}
rCos\theta \cdot rSen\theta &= 4 && \text{(Identidades de } x, y\text{)} \\
r(Cos\theta \cdot Sen\theta) &= 4 && \text{(Distributividad)} \\
\frac{r(Cos\theta \cdot Sen\theta)}{Cos\theta \cdot Sen\theta} &= \frac{4}{Cos\theta \cdot Sen\theta} && \text{(Dividimos sobre } Cos\theta \cdot Sen\theta\text{)} \\
r &= \frac{4}{Cos\theta \cdot Sen\theta} \quad \blacksquare
\end{aligned}
$$

2.2 $4x^2 + 9y^2 = 36$

$$
\begin{aligned}
4x^2 + 9y^2 &= 36 \\
4x^2 + 4y^2 + 5y^2 &= 36 \\
4(x^2 + y^2) + 5y^2 &= 36 && \text{(Factorizamos)} \\
4r^2 + 5y^2 &= 36 && \text{(Identidad de } r^2\text{)} \\
4r^2 + 5(rSen\theta)^2 &= 36 && \text{(Identidad de } y\text{)} \\
4r^2 + 5r^2 + 5sen\theta^2 &= 36 \\
9r^2 + 5sen\theta^2 &= 36 && \text{(Distribuimos)} \\
9r^2 + 5sen\theta^2 - 5sen\theta^2 &= 36 - 5sen\theta^2 && \text{(Restamos } 5sen\theta^2\text{)} \\
9r^2 &= 36 - 5sen\theta^2 \\
\sqrt{9r^2} &= \sqrt{36 - 5sen\theta^2} && \text{(Sacamos raíz)} \\
3r &= \sqrt{36 - 5sen\theta^2} \\
\frac{3r}{3} &= \frac{\sqrt{36 - 5sen\theta^2}}{3} && \text{(Dividimos sobre 3)} \\
r &= \frac{\sqrt{36 - 5sen\theta^2}}{3} \quad \blacksquare
\end{aligned}
$$

2.3 $x + 3y = 2$

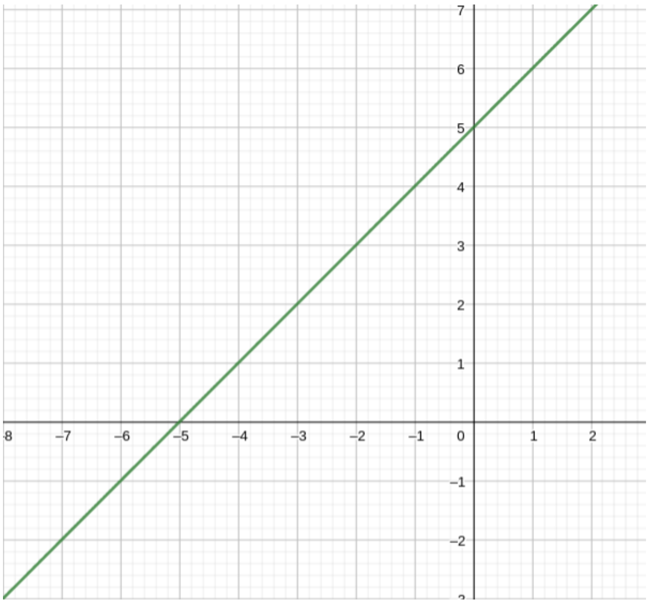
$$
\begin{aligned}
rCos\theta + 3rSen\theta &= 2 && \text{(Identidades de } x, y\text{)} \\
r(cos\theta + 3sen\theta) &= 2 \\
\frac{r(cos\theta + 3sen\theta)}{cos\theta + 3sen\theta} &= \frac{2}{cos\theta + 3sen\theta} && \text{(Dividimos sobre } cos\theta + 3sen\theta\text{)} \\
r &= \frac{2}{cos\theta + 3sen\theta} \qquad \blacksquare
\end{aligned}
$$

3 Transforme la ecuación polar dada en una ecuación cartesiana y grafique.

Sabemos que $(x, y) \to (r, \theta)$ y además $x = rCos\theta \quad y = rSen\theta$ tal que:
$r^2 = x^2 + y^2$ y $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

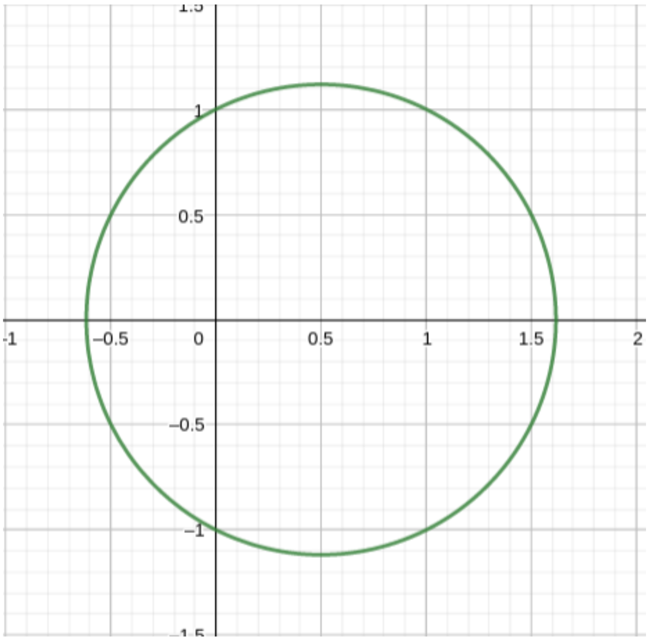
3.1 $\frac{5}{sen\theta - cos\theta}$

$$
\begin{aligned}
r &= \frac{5}{sen\theta - cos\theta} \\
r &= \frac{5}{\frac{y}{r} - \frac{x}{r}} && \text{(Identidades de } x, y\text{)} \\
r &= \frac{5}{\frac{y-x}{r}} \\
r &= \frac{5r}{y - x} && \text{(Ley del "Sandwich")} \\
r \cdot r &= \left(\frac{5r}{y - x}\right) \cdot r && \text{(Multiplicamos por } r\text{)} \\
r^2 &= \frac{5r^2}{y - x} \\
x^2 + y^2 &= \frac{5(x^2 + y^2)}{y - x} && \text{(Identidad de } r^2\text{)} \\
x^2 + y^2 &= \frac{5x^2 + 5y^2}{y - x} \qquad \blacksquare
\end{aligned}
$$



3.2 $\frac{3}{3-cos\theta}$

$$
\begin{aligned}
r &= \frac{3}{3-cos\theta} \\
r &= \frac{3}{3-\frac{x}{r}} && \text{(Identidad de } x\text{)} \\
r &= \frac{3}{\frac{3r-x}{r}} \\
r &= \frac{3r}{3r-x} && \text{(Ley del ''Sandwich'')} \\
r \cdot r &= \left(\frac{3r}{3r-x}\right) \cdot r && \text{(Multiplicamos por } r\text{)} \\
r^2 &= \frac{3r^2}{3r-x} \\
x^2+y^2 &= \frac{3(x^2+y^2)}{3\sqrt{x^2+y^2}-x} && \text{(identidades de } r^2 \text{ y } r\text{)} \\
x^2+y^2 &= \frac{3x^2+3y^2}{3\sqrt{x^2+y^2}-x} \qquad \blacksquare
\end{aligned}
$$



3.3 $\frac{4}{4+sen\theta}$

$$r = \frac{4}{4 + sen\theta}$$

$$r = \frac{4}{4 + \frac{y}{r}} \qquad \text{(Identidad de } y\text{)}$$

$$r = \frac{4}{\frac{4r+y}{r}}$$

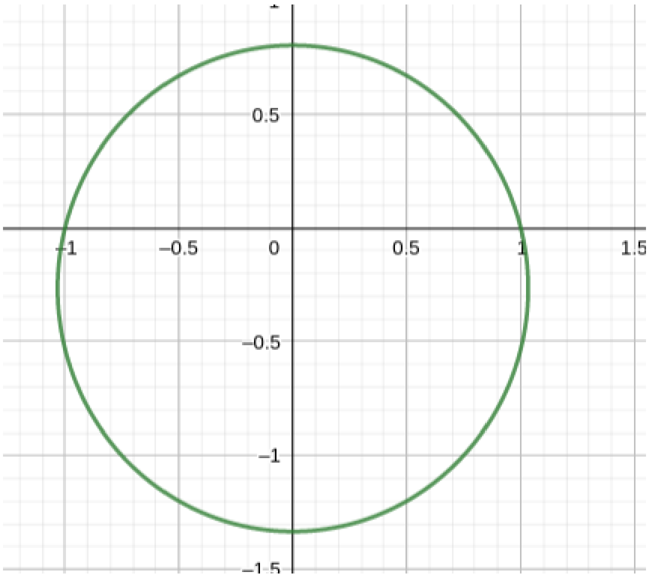
$$r = \frac{4r}{4r + y} \qquad \text{(Ley del "sandwwich")}$$

$$r \cdot r = \left(\frac{4r}{4r + y}\right) \qquad \text{(Multiplicamos por } r\text{)}$$

$$r^2 = \frac{4r^2}{4r + y}$$

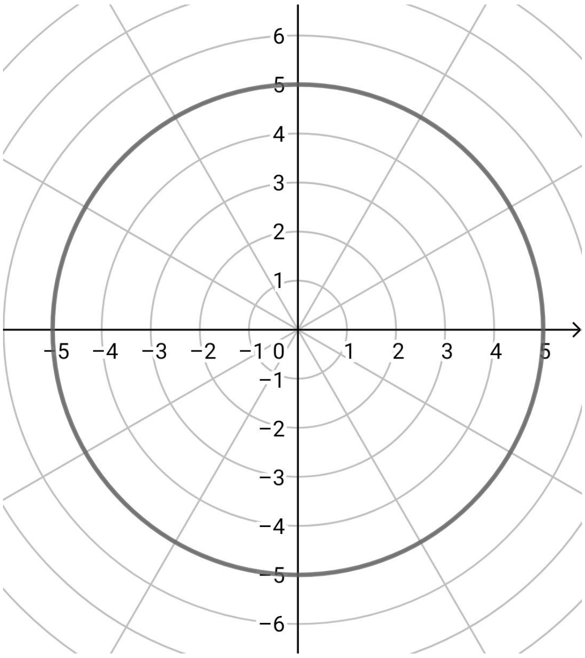
$$x^2 + y^2 = \frac{4(x^2 + y^2)}{4\sqrt{x^2 + y^2} + y} \qquad \text{(Identidades de } r \text{ y } r^2\text{)}$$

$$x^2 + y^2 = \frac{4x^2 + 4y^2}{4\sqrt{x^2 + y^2} + y} \qquad \blacksquare$$

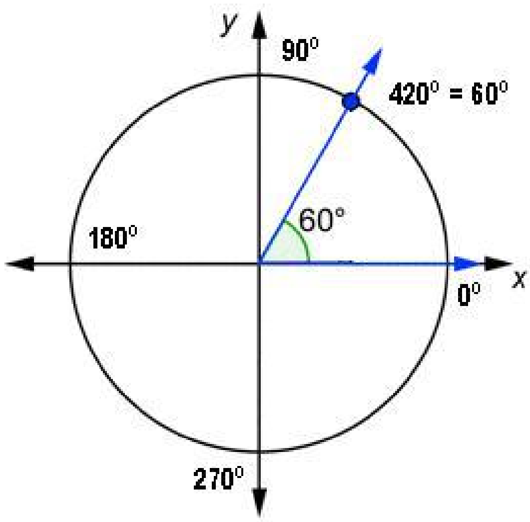

0.5
−1
−0.5
0
0.5
1
1.5
−0.5
−1
−1.5

4 Represente la gráfica de las siguientes ecuaciones:

4.1 $r = 5$

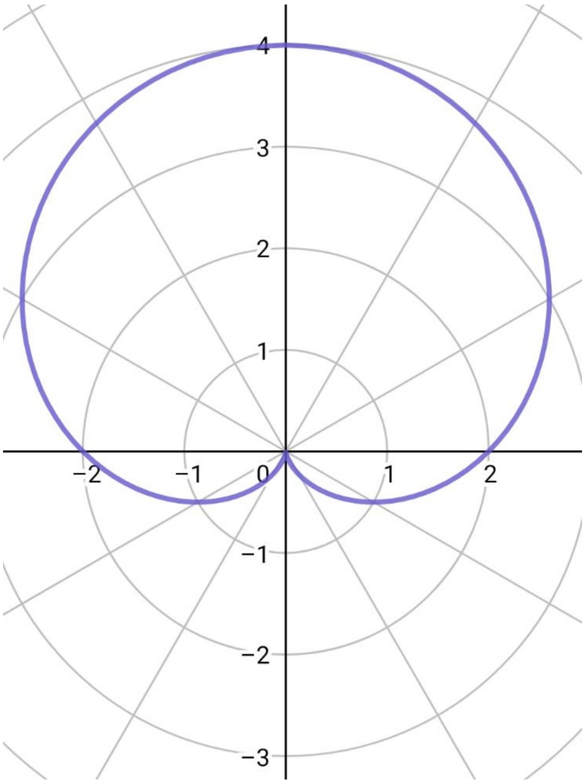


4.2 $\theta = 60$

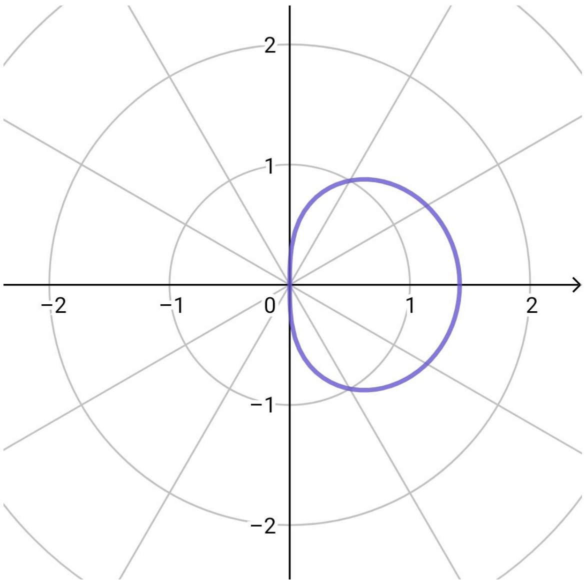


Una línea que va desde el origen hasta el infinito, con ángulo 60

4.3 $r = 2(1 + sen\theta)$



4.4 $r^2 = 2cos\theta$



$r = \sqrt{2cos\theta}$ ya que las ecuaciones polares deben ser lineales en r
A su vez es igual que la representación cartesiana $x^2 + y^2 = 2 \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$