Álgebra Lineal I Semana 10

Diana Avella Alaminos

Revisa el video

Video 1

1. Sean $K = \mathbb{R}$, $V = \mathbb{R}^3$, $W = \mathbb{R}^2$, con bases
$B = ((1,2,3), (1,0,-1), (0,2,1))$, $\Gamma = ((-1,4), (1,3))$.
Considera $T, S \in \mathscr{L}(V, W)$ dadas por
$T(x, y, z) = (x + z, y + z)$, $S(x, y, z) = (x, y)$.

a) Encuentra $[T]_B^\Gamma$, $[S]_B^\Gamma$ y $5\,[S]_B^\Gamma + [T]_B^\Gamma$.

b) Encuentra $[5S + T]_B^\Gamma$ y compara con $5\,[S]_B^\Gamma + [T]_B^\Gamma$.

Revisa el video

Video 2

2. Sean $K = \mathbb{R}$, $V = W = \{a + bx \mid a, b \in \mathbb{R}\}$, con bases $B = (5 - x, 2 + 3x)$, $\Gamma = (1 + x, 1 - x)$. Considera $T, S \in \mathscr{L}(V, W)$ tales que

$$[T]_B^\Gamma = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad [S]_B^\Gamma = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}$$

Encuentra $\left[-3S + 6T\right]_B^\Gamma$.

Revisa los videos

Video 3

Video 4

3. Sean V un espacio de dimensión 2 con base ordenada B y $T \in \mathscr{L}(V, V)$. Si $[T]_B^B = (a_{ij}) = A$

a) Calcula $A^2 - (a_{11} + a_{22})A + (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})I_2$.

b) Si $T^2 = T \circ T$ ¿qué puedes concluir de la transformación $T^2 - (a_{11} + a_{22})T + (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})\, id_V$?

Revisa el video

Video 5

4. Sean $K = \mathbb{R}$, $V = \{a + bx \mid a, b \in \mathbb{R}\}$, $W = \mathbb{R}^3$, con bases $B = (3 + 2x, -2 + x)$, $\Gamma = ((1,2,3), (1,0,-1), (0,2,1))$. Encuentra $T \in \mathscr{L}(V, W)$ tal que

$$[T]_B^\Gamma = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Revisa el video

Video 6

5. Sean $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$

$K = \mathbb{R}$, $V = W = \{a + bx \mid a, b \in \mathbb{R}\}$, $B = (x,1)$ y $\Gamma = (1, x)$. Describe $T \in \mathscr{L}(V, V)$ tal que $[T]_B^\Gamma = A$ y encuentra bases para su núcleo y su imagen.

Revisa el video

Video 7

6. Encuentra una base para el espacio $\mathscr{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^2)$.

Video 8

7. Sea R_θ la rotación del plano θ grados. Encuentra $\left[R_\theta\right]_B^B$ con $B = (e_1, e_2)$.

a) Calcula $[R_{\theta_1}]_B^B [R_{\theta_2}]_B^B$

b) ¿Cómo es $R_{\theta_1} \circ R_{\theta_2}$? ¿$R_{\theta_1}$ y R_{θ_2} conmutan?

c) Verifica que $\left\| R_\theta(v) \right\| = \| v \|$ para toda $v \in \mathbb{R}^2$.

Revisa el video

Video 9

8. Siguiendo la notación del ejercicio anterior calcula $\left[(R_\theta)^{-1}\right]_B^B$ y determinaron ello cómo es $(R_\theta)^{-1}$.

9. Sean $K=\mathbb{R}$, $V=W=\mathbb{R}^3$, $B=(e_1,e_2,e_3)$. Considera $T\in\mathscr{L}(V,W)$ dada por
$T(x,y,z)=(2x+z,y+3z,x+y+z)$

a) Encuentra $[T]_B^B$.

b) Encuentra $([T]_B^B)^{-1}$.

c) Encuentra T^{-1}.