Tarea 1 | Estructuras Discretas

Montiel Ledesma Edgar
Arriaga Camacho Vanessa Rubí

29-08-2019

1 Reglas de producción

1.1 Cadena donde 4i+1 número de b's

S::= E | EC
E::= EEEE | EEEEC
F::= Ab | bA | AbA | b
A::= aA | a | cA | c

1.2 Cadena donde no haya abc

S::= E
E::= aA | bE | cE | b | c | ab△ | a
△::= a | b | aA | bE

1.3 Expresión de tamaño 3i con i > 1

S::= EE
E::= III | IIIE
I::= a | b | c

2 Comprobar por árboles de derivación si las siguientes expresiones son validas

3 Traducción de proposiciones a fórmulas de la lógica proposicional

3.1 $\mathbf{p \rightarrow \neg q}$

p: María fue al teatro
q: Tener clases el martes

3.2 $\mathbf{p \rightarrow q}$

p: Hay democracia
q: No hay detenciones arbitrarias ni otras violaciones

3.3 $\mathbf{p \vee q \rightarrow \neg r}$

p: Acepto este trabajo
q: Dejo de pintar
r: Realizaré mis sueños

3.4

1. $\mathbf{(p \vee q) \rightarrow (r \vee d)}$
2. $\mathbf{(r \vee d) \rightarrow \neg s}$
3. $\mathbf{s \rightarrow \neg p}$

$\mathbf{\neg p}$

p: Tormenta Continúa
q: Anochece
r: Nos quedamos a cenar
d: Nos quedamos a dormir
s: Iremos mañana al concierto

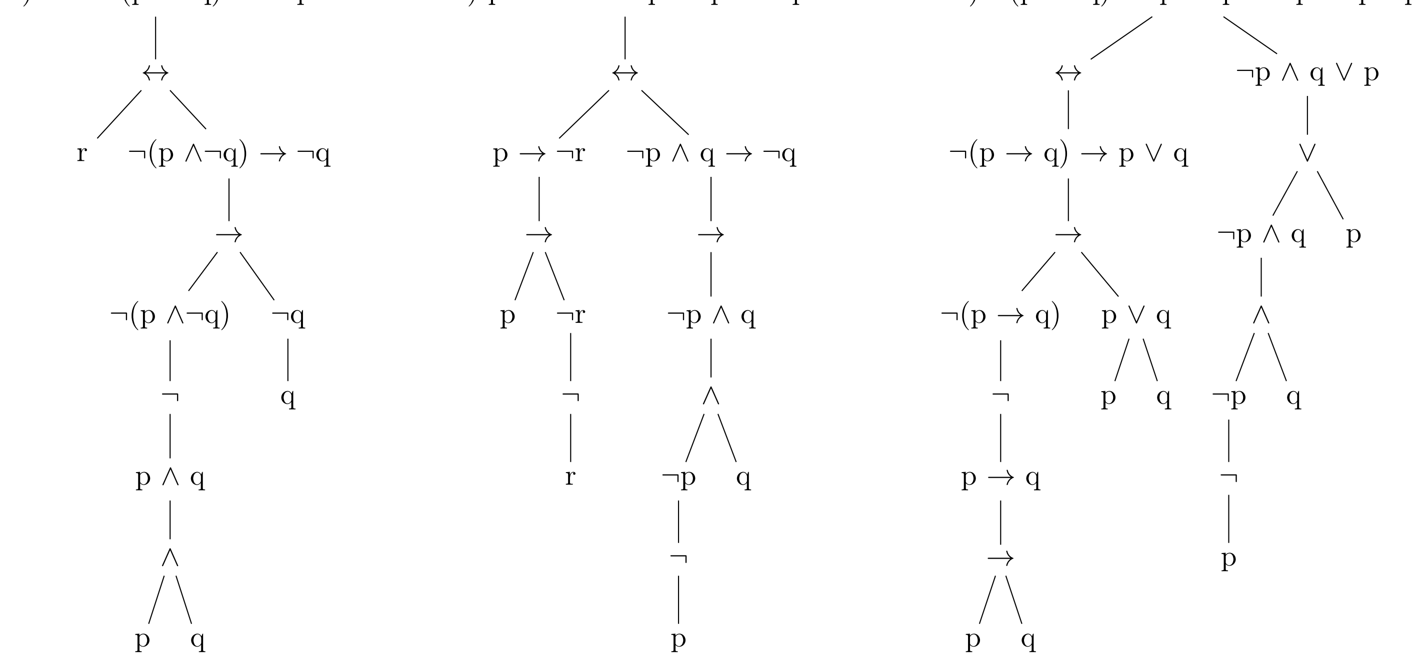
4 Indicar el conectivo lógico principal, su rango y mediante equivalencias lógicas reducirlo a su máxima expresión

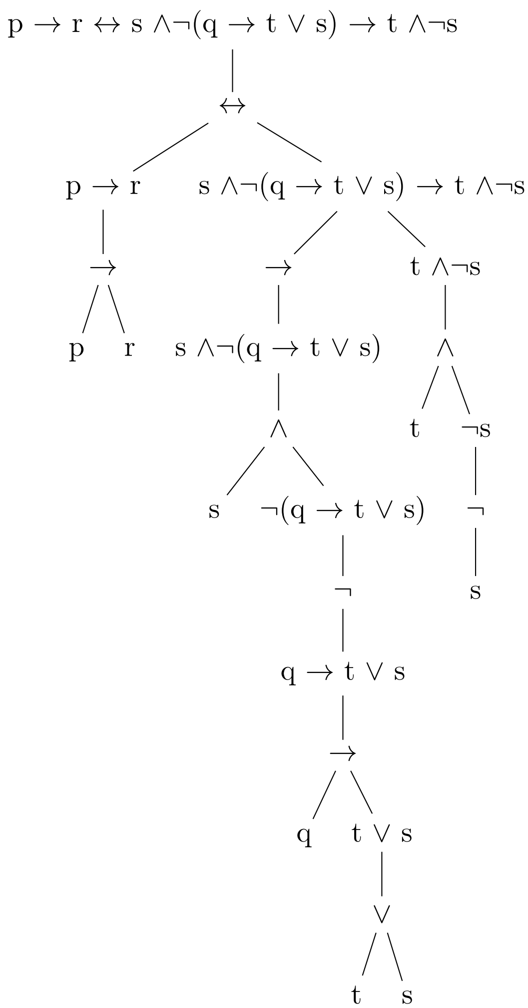
4.1 Conectivo principal y rango

a) $r \leftrightarrow \neg(p \wedge \neg q) \rightarrow \neg q$

b) $p \rightarrow \neg r \leftrightarrow \neg p \wedge q \rightarrow \neg q$

c) $\neg(p \rightarrow q) \rightarrow p \vee q \leftrightarrow \neg p \wedge q \vee p$





4.2 Equivalencias lógicas

a) $r \leftrightarrow \neg(p \wedge\neg q) \rightarrow \neg q$

$[r \wedge (\neg(p \wedge\neg q) \rightarrow \neg q)] \vee [\neg r \wedge (\neg(\neg(p \wedge\neg q)) \rightarrow \neg q)]$
$[r \wedge (\neg(\neg(p \wedge\neg q)) \vee\neg q)] \vee [\neg r \wedge (\neg(\neg(\neg(p \wedge\neg q)))\wedge\neg q)]$
$[r \wedge (\neg(\neg p \vee q) \vee\neg q)] \vee [\neg r \wedge (\neg(\neg(\neg p \vee q))\wedge\neg q)]$
$[r \wedge (p \wedge\neg\ q) \vee\neg q] \vee [\neg r \wedge (\neg(p \wedge\neg q)\wedge\neg q)]$
$[r \wedge (p \wedge\neg\ q) \vee\neg q] \vee [\neg r \wedge (\neg p \vee q)\wedge\neg q]$

$p \wedge\top \vee p\ \top$

b) $p \rightarrow \neg r \leftrightarrow \neg p \wedge q \rightarrow \neg q$

$\neg p \vee\neg r \leftrightarrow \neg(\neg p \vee q) \vee\neg q$
$\neg p \vee\neg r \leftrightarrow (p \wedge\neg q) \vee\neg q$
$[\neg(\neg p \vee\neg r) \vee (p \wedge\neg q) \vee\neg q] \wedge [(\neg p \vee\neg r) \wedge \neg((p \wedge\neg q) \vee\neg q)]$

$[(p \wedge r) \vee (p \wedge\neg q) \vee\neg q] \wedge [(\neg p \vee\neg r) \wedge (p \vee q) \wedge q]$

c) $\neg(p \to q) \to p \vee q \leftrightarrow \neg p \wedge q \vee p$

$\neg(\neg p \vee q) \to p \vee q \leftrightarrow \neg p \wedge q \vee p$
$p \wedge \neg q \to p \vee q \leftrightarrow \neg p \wedge q \vee p$
$\neg(p \wedge \neg q) \vee (p \vee q) \leftrightarrow \neg p \wedge q \vee p$
$(\neg p \vee q) \vee (p \vee q) \leftrightarrow \neg p \wedge q \vee p$
$(\neg p \vee q) \vee (p \vee q) \leftrightarrow \neg p \vee q \wedge p$
$(\neg p \vee q) \vee (p \vee q) \leftrightarrow (\neg p \vee q) \wedge p$

$r \vee (p \vee q) \leftrightarrow r \wedge p$
$r \vee (q \vee p) \leftrightarrow r \wedge p$
$(r \vee q) \vee p \leftrightarrow r \wedge p$
$[\neg(r \vee q) \vee p] \vee (r \wedge p) \wedge [((r \vee q) \vee p) \vee \neg(r \wedge p)]$

$(\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)$

d) $p \to r \leftrightarrow s \wedge \neg(q \to t \vee s) \to t \wedge \neg s$
$(\neg p \vee r) \leftrightarrow s \wedge \neg(q \to t \vee s) \to t \wedge \neg s$
$(\neg p \vee r) \leftrightarrow s \wedge (\neg q \vee t \vee s) \to t \wedge \neg s$
$(\neg p \vee r) \leftrightarrow s \wedge (q \wedge \neg t \wedge \neg s) \vee t \wedge \neg s$
$(\neg p \vee r) \leftrightarrow (s \wedge \neg q) \vee (t \wedge (s \vee \neg s)$
$(\neg p \vee r) \leftrightarrow (s \wedge \neg q) \vee (t \wedge (\bot)$
$\neg(\neg p \vee r) \vee [(s \wedge \neg q) \vee (t \wedge (\bot)] \wedge \neg(\neg p \vee r) \vee \neg[(s \wedge \neg q) \vee (t \wedge (\bot)]$

$(p \wedge \neg r) \vee [(s \wedge \neg q) \vee (t \wedge (\bot)] \wedge \neg(\neg p \vee r) \vee [(\neg s \vee q) \wedge (\neg t \vee \top)]$

5 Traducir los argumentos lógicos a fórmulas de la lógica proposicional y demostrar si son correctos.

5.1
1. $\neg p \to (q \vee r)$
2. $s \to t$
3. $\neg r \wedge s$

---

q

5.2
1. $p \to (q \vee r)$
2. $s \to \neg r$
3. $t \to q$
4. $s \wedge t$
5. $\neg p$

---

u

5.3
1. $p \to q$
2. $q \to (r \wedge s)$
3. $\neg r \vee \neg s \vee t$
4. $p \wedge s$

---

t

6 Por medio de Interpreraciones calcular los modelos válidos para los siguientes conjuntos de fórmulas:

6.1 $\Gamma = \{\ \mathbf{p \to q \lor r,\ \neg t \to s,\ t \to q,\ w \land \neg q,\ s \to \neg}\ \}$

1 $\to$ q $\lor$ r = 1
2 $\neg$t $\to$ s = 1
3 t $\to$ q = 1
4 w $\land\neg$ q = 1
5 s $\to$ $\neg$r = 1
6 $\mathcal{I}$ (w) = 1 por 4
7 $\mathcal{I}$ ($\neg$q) = 1 por 4
8 $\mathcal{I}$ (q) = 0 por 7, 4
9 $\mathcal{I}$ ($\neg$t) = 0 por = 4, 7, 8, 3
10 $\mathcal{I}$ (t) = 0 por 9, 2
11 $\mathcal{I}$ (s) = 1 por 10, 2
12 $\mathcal{I}$ ($\neg$r) = 1 por 5, 11
13 $\mathcal{I}$ (r) = 0 por 12
14 $\mathcal{I}$ (p) = 0 por 1, 8, 13

El único modelo válido que satisface el conjunto Γ es:
$\mathcal{I}$ (p) = 0
$\mathcal{I}$ (q) = 0
$\mathcal{I}$ (r) = 0
$\mathcal{I}$ (t) = 0
$\mathcal{I}$ (s) = 1
$\mathcal{I}$ (w) = 1

6.2 $\Gamma = \{\ \mathbf{r \lor t,\ p \to \neg r \lor s,\ t,\ \neg q \to r,\ t \to \neg w,\ \neg r \to w}$

1 r $\lor$ t = 1
2 p $\to$ $\neg$r $\lor$ s = 1
3 $\neg$q $\to$ r = 1
4 s $\to$ r = 1
5 t $\to$ $\neg$w
6 $\neg$r $\to$ w = 1
7 $\mathcal{I}$(t) = 1 por 3
8 $\mathcal{I}$($\neg$w) = 1 por 6, 8
9 $\mathcal{I}$(w) = 0 por 9
10 $\mathcal{I}$($\neg$r) = 1 por 7, 10
11 $\mathcal{I}$(s) = 0 por 11
12 $\mathcal{I}$(p) = 0 por 5, 11
13 $\mathcal{I}$(q) = 1/0 por 2, 11, 13

Los dos modelos válidos que satisfacen el comjunto Γ son los siguientes, en los cuales sólo cambia "q":
$\mathcal{I}$ (r) = 1
$\mathcal{I}$ (t) = 1
$\mathcal{I}$ (p) = 0
$\mathcal{I}$ (s) = 0
$\mathcal{I}$ (q) = 1/0
$\mathcal{I}$ (w) = 1