Le but de ce document est de donner une définition formelle des fonctions dont est composé le langage C2QL.

Définitions générales

Soit $\mathcal{V}$ un ensemble, appelé ensemble des valeurs.

Définition 1 *Ici, pour simplifier, on appelle chaîne de caractères tout mot sur l'alphabet*

$$\Sigma = \{a, \ldots, z\} \cup \{A, \ldots, Z\} \cup \{0, \ldots, 9\}$$

Définition 2 *On appelle* nom d'attribut *toute chaîne de caractères.*

Définition 3 *On appelle* schéma relationnel *tout ensemble de noms d'attributs.*

Définition 4 *On appelle* relation *de schéma relationnel* Δ *un ensemble de fonctions de* $\Delta \cup \{id\}$ *dans* $\mathcal{V}$.

Chacune de ces fonctions (chacun des éléments de la relation) est appelé(e) ligne.

Pour chaque ligne l *de la relation et chaque* α *de* Δ, $l(\alpha)$ *est appelé* attribut *de* nom α *pour la ligne* l.

L'image de id est appelé identifiant de la ligne, *et il est, au sein de chaque relation, unique pour chaque ligne.*

Définition 5 *On appelle* S *l'ensemble des schémas relationnels possibles. Autrement dit, on pose* $\mathrm{S} = \mathcal{P}(\Sigma^*)$.

On appelle R *l'ensemble des relations possibles,*

et on introduit la fonction sch *de* R *dans* S *qui à une relation associe son schéma relationnel.*

Projections et sélections

Définition 6 *Pour tout ensemble* δ *de noms d'attributs, on appelle* projection sur les attributs δ *la fonction suivante :*

$$\begin{array}{rccl} \pi_\delta : & \mathrm{R} & \to & \mathrm{R} \\ & r & \mapsto & \{l|_{(\delta \cap \mathrm{sch}(r)) \cup \{id\}} / l \in r\} \end{array}$$

Définition 7 *On appelle* L *l'ensemble de toutes les lignes possibles.*

On appelle prédicat *toute fonction de* L *dans* $\{true, false\}$.

On appelle domaine *d'un prédicat* p *le plus petit ensemble* D *tel que :*

$$\forall (l, l') \in \mathrm{L}^2, (l|_D = l'|_D \Rightarrow p(l) = p(l'))$$

et on le note $\mathrm{dom}(p)$.

Définition 8 *On appelle* sélection de prédicat p, *pour tout prédicat* p, *la fonction :*

$$\begin{array}{rccl} \sigma_p : & \mathrm{R} & \to & \mathrm{R} \\ & r & \mapsto & r \cap p^{-1}(\{true\}) \end{array}$$

Jointure naturelle

Définition 9 *On appelle* lieu de jonction *de deux relations* r *et* r' *le plus petit ensemble* δ *vérifiant*

$$\forall l \in r, \quad \exists! l' \in r', \quad \forall \alpha \in \delta, \quad l(\alpha) = l'(\alpha)$$

Définition 10 *contenu...*

Fragmentation et défragmentation

Définition 11 *On appelle* paire de relations unifiable *toute paire* (r, r') *de* R^2 *vérifiant*

$$\begin{cases} \{l(id)/l \in r\} = \{l(id)/l \in r'\} \\ \mathrm{sch}(r) \cap \mathrm{sch}(r') = \emptyset \end{cases}$$

On note Ru *l'ensemble des paires de relations unifiables, qui est donc un sous-ensemble de* R*.*

On dit que deux lignes l *et* l' *appartenant respectivement sont* unifiables s

Définition 12 *Pour une paire de relations unifiable* (r, r')*, on appelle* Unificateur de r et r' *la relation*

Définition 13 *Pour tout ensemble de noms d'attributs* δ *on appelle* fragmentation de fragment gauche δ *l'application suivante :*

$$\begin{array}{lll} \mathrm{frag}_\delta & \mathrm{R} & \rightarrow & \mathrm{Ru} \\ & r & \mapsto & (\{l|_{(\mathrm{sch}(r)\cap\delta)\cup\{id\}}/l \in r\}, \{l_{(\mathrm{sch}(r)\setminus\delta)\cup\{id\}}/l \in r\}) \end{array}$$

Définition 14 *On appelle* défragmentation *la fonction suivante :*

$$\begin{array}{llll} \mathrm{defrag} & \mathrm{Ru} & \rightarrow & \mathrm{R} \\ & (r, r') & \mapsto & \mathrm{Unif}(r, r') \end{array}$$