

Axiomas De Cuerpo

Axiomas de Espacio Vectorial

Proposiciones de  $\mathbb{F}$ -ev  $(V, +, \cdot)$

Caracterización Sub-Espacios Vectoriales

Suma de Sub-Espacios Vectoriales

Combinacion Lineal

Bases Y Dimension

Independencia Lineal

<p>Dado <math>\mathbb{F}, (V, +, \cdot)</math> es <math>\mathbb{F}</math>-espacio Vectorial si se verifica:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• si <math>v, w \in V \Rightarrow v + w \in V</math></li> <li>• si <math>v, w, u \in V \Rightarrow v + (w + u) = (v + w) + u</math></li> <li>• <math>\exists \bar{0} \in V / v + \bar{0} = \bar{0} + u = u</math></li> <li>• <math>\forall w \in V \exists v \in V / v + w = w + u = \bar{0}</math></li> <li>• si <math>v, w \in V \Rightarrow v + w = w + v</math></li> <li>• si <math>\alpha \in \mathbb{F}</math> y <math>w \in V \Rightarrow \alpha \cdot w \in V</math></li> <li>• si <math>\alpha, \beta \in \mathbb{F}</math> y <math>w \in V \Rightarrow \alpha \cdot (\beta \cdot w) = (\alpha \cdot \beta) \cdot w</math></li> <li>• si <math>\alpha, \beta \in \mathbb{F}</math> y <math>w \in V \Rightarrow (\alpha + \beta) \cdot w = (\alpha \cdot w) + (\beta \cdot w)</math></li> <li>• si <math>\alpha \in \mathbb{F}</math> y <math>w, v \in V \Rightarrow \alpha \cdot (w + v) = (\alpha \cdot w) + (\alpha \cdot v)</math></li> <li>• si <math>v \in V \Rightarrow 1 \cdot v = v</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\forall a, b, c \in \mathbb{F}, a + (b + c) = (a + b) + c</math></li> <li>• <math>\exists 0 \in \mathbb{F} / a + 0 = 0 + a = a</math></li> <li>• <math>\forall a \in \mathbb{F} \exists b \in \mathbb{F} / a + b = b + a = 0</math></li> <li>• <math>\forall a, b \in \mathbb{F}, a + b = b + a</math></li> <li>• <math>\forall a, b, c \in \mathbb{F}, a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c</math></li> <li>• <math>\exists 1 \in \mathbb{F} / a \cdot 1 = 1 \cdot a = a</math></li> <li>• <math>\forall a \in \mathbb{F} - \{0\} \exists b \in \mathbb{F} / a \cdot b = b \cdot a = 1</math></li> <li>• <math>\forall a, b \in \mathbb{F}, a \cdot b = b \cdot a</math></li> <li>• <math>\forall a, b, c \in \mathbb{F}, a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)</math></li> </ul>
<p><math>U \subset V</math> subespacio vectorial <math>\Leftrightarrow</math> se cumple:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\forall u, v \in U, u + v \in U</math></li> <li>• <math>\forall \alpha \in \mathbb{F}, v \in U, \alpha \cdot v \in U</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\exists! 0</math></li> <li>• <math>\forall v \in V, \exists!</math> un unico opuesto, notado <math>-v</math></li> <li>• <math>\forall v \in V, v \cdot 0 = \bar{0}</math></li> <li>• <math>\forall \alpha \in \mathbb{F}, \alpha \cdot \bar{0} = \bar{0}</math></li> <li>• <math>\forall v \in V, v \cdot (-1) = -v</math></li> <li>• dados <math>v \in V, \alpha \in \mathbb{F}</math> si <math>v \cdot \alpha = \bar{0}</math> entonces <math>v = \bar{0}</math> o <math>\alpha = 0</math></li> </ul>
<p><math>V</math> es <math>\mathbb{F}</math>-ev, <math>v_1, \dots, v_n \in V</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Una C.L. es un vector de forma: <math>\alpha_1 v_1 + \dots + \alpha_n v_n</math>  Las C.L. de un ev tienen finitos terminos</li> <li>• <math>span(S) = \{\sum \alpha_i v_i : v_i \in S, \alpha_i \in \mathbb{F}\}</math>, todas las C.L.</li> <li>• si <math>S \subset V \Rightarrow span(S) = \cap \{U \subset V : U \text{ sev y } S \subset U\}</math></li> <li>• Si <math>span(S) = V \Rightarrow S</math> genera <math>V</math>.</li> <li>• Si <math>S</math> es finito, <math>V</math> es finitamente Generado.</li> <li>• Sea <math>V</math> un <math>F</math>-ev y <math>S \in V \Rightarrow span(S) \in V</math> subespacio</li> </ul>	<p><math>S = U_1 + \dots + U_n = \{u_1 + \dots + u_n \in V : u_i \in U_i \forall i = 1, \dots, n\}</math></p> <p><math>\forall u \exists! u_i \in U_i / u = \sum u_i \Rightarrow S = U_1 \oplus \dots \oplus U_n</math> suma directa</p> <p><math>U, W \subset V</math> sev, <math>S = U + W, S = U \oplus W \Leftrightarrow U \cap W = \{\bar{0}\}</math></p> <p><math>U_1, \dots, U_n \subset V</math> sev y <math>S = U_1 + \dots + U_n, S</math> suma directa <math>\Leftrightarrow \bar{0}</math> es la suma de triviales de <math>U_1, \dots, U_n</math>.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• La suma de subespacios vectoriales es un subespacio.</li> </ul>
<p>Sea <math>V</math> <math>\mathbb{F}</math>-ev y <math>S \subset V</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Si <math>S</math> finito, <math>S</math> L.I. si <math>\sum_{i=1}^n \alpha_i v_i = \bar{0} \Rightarrow \alpha_i = 0 \forall \alpha_i</math></li> <li>• Si <math>S = \emptyset \Rightarrow S</math> es L.I.</li> <li>• Si <math>S</math> es infinito, es L.I: si <math>\forall Z \subset S</math> finito es L.I.</li> <li>• Si <math>S</math> no L.I. <math>S</math> es linealmente dependiente.</li> <li>• <math>\bar{0} \in S \Rightarrow S</math> L.D.</li> <li>• <math>S</math> L.D. entonces <math>T \supset S</math> L.D.</li> <li>• <math>S</math> L.I. entonces <math>T \subset S</math> L.I.</li> <li>• <math>v \in V, v</math> L.D. <math>\Leftrightarrow v = \bar{0}</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• una base de <math>V</math> es un conjunto generador L.I.</li> <li>• Si <math>V</math> generado por <math>S,  S  = n, \Rightarrow T</math> vectores L.I. de <math>V</math> finito y <math> T  = m</math>, donde <math>m &lt; n</math>.</li> <li>• Si <math>V</math> <math>\mathbb{F}</math>-ev finito dimensional <math>\Rightarrow \forall B</math>, base <math> B  = n</math></li> <li>• la dimension de <math>V</math> sobre <math>\mathbb{F}</math> es la cantidad de elementos de sus bases. <math>\dim_F(\bar{0}) = 0</math></li> <li>• Si <math>\dim_F(V) = n, S \subset U</math> y <math> S  &gt; n \Rightarrow</math> L.D. Si <math> S  &lt; n</math>, No genera</li> <li>• <math>B</math> base de <math>V \Leftrightarrow \forall v \in V \exists! \alpha_1, \dots, \alpha_n \in \mathbb{F} / v = \sum_{i=1}^n \alpha_i v_i</math></li> <li>• Todo conjunto generador se reduce a base, todo li se extiende a base.</li> <li>• <math>\dim(U + V) = \dim(U) + \dim(V) - \dim(U \cap V)</math></li> </ul>