Transformaciones Lineales

Caracteristica de Transformaciones Lineales

Nucleo e Imagen de Transformaciones Lineales

Espacio $L(V, W)$

Operadores Lineales

Title Placeholder 6

Title Placeholder 7

Title Placeholder 8

Dado $T : V \rightarrow W$ Transformacion Lineal T es:

- Un monomorfismo si T es inyectiva. [$x \neq y \Rightarrow f(x) \neq f(y)$]
- Un epimorfismo si T es sobreyectiva. [$\forall y, \exists x \ / \ f(x) = y$]
- Un isomorfismo si T es biyectiva. [inyectiva y sobreyectiva]
- Un endomorfismo si T es $V = W$.
- Un automorfismo si T es $V = W$ y T es biyectiva.
- T es automorfismo $\Leftrightarrow$ T es isomorfismo y endomorfismo

(V, +, ·) y (W, +, ·) $\mathbb{F}$-ev, $T : V \rightarrow W$ T.L. si:

- $T(u + v) = T(u) + T(v)$
- $T(\alpha u) = \alpha T(u)$
- El cuerpo de los dos espacios es el MISMO
- T T.L. $\Rightarrow T(\bar{0}_V) = \bar{0}_W$.
- T T.L. $\Leftrightarrow \forall \alpha, \beta \in \mathbb{F}, \forall u, v \in V, T(\alpha \cdot u + \beta \cdot v)$
- T T.L. $\Rightarrow T(\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \cdot u_i) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i T(u_i)$
- $A \in F^{mxn}, T_A : F^n \rightarrow F^m / T_A(x) = Ax$ T.L.
- Si $S \subset V$ sev $\Rightarrow T(S) \subset W$ sev.
- Si $R \subset W$ sev $\Rightarrow T^{-}1(R) \subset V$ sev.
- $B = v_1, .., v_n$ base y $w_1, .., w_n \in W \Rightarrow \exists! T / T(v_i) = w_i, i = 1, .., n$

V,W F-ev, T, S:$V \rightarrow W$ T.L. $\lambda \in F \Rightarrow$

- $(T + S)(v) = T(v) + S(v)$ T.L.
- $(\lambda T)(v) = \lambda T(v)$ T.L.
- $L(V, W) = \{T : V \rightarrow W / T$ es una T.L.$\}$
- ((L(V,W), +, ·) es un F Espacio Vectorial.
- $dimV = n$, $dimW = m \Rightarrow dim(L(V, W)) = m \cdot n$
- $T \in L(U, V), S \in L(V, W) \Rightarrow S \circ T \in L(U, W)$

$T : V \rightarrow W$ T.L.

- $ker(T) = T^{-1}(\bar{0}) = \{v \in V : T(v) = \bar{0}\}$ subeespacio de V.
- T monomorfismo $\Leftrightarrow ker(T) = \{\bar{0}\}$.
- $Im(T) = T(V) = \{T(v) \in W : v \in V\}$ subespacio de W.
- T epimorfismo $\Leftrightarrow Im(T) = W$
- Nulidad de T es la dimension de su nucleo. $nul(T) = dim(ker(T))$.
- Rango de T es la dimension de su imagen. $ran(T) = dim(Im(T))$.
- T monomorfismo $\Leftrightarrow nul(T) = 0$. Epimorfimo $\Leftrightarrow ran(T) = dim(W)$.
- T. De la dimension: si V finito dim. $ran(T) + nul(T) = dim(V)$
- Si V finito dim. y $dim(V) > dim(W) \Rightarrow T$ no monomorfismo.
- Si V finito dim. y $dim(V) < dim(W) \Rightarrow T$ no epimorfismo.

Section 5: Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Cuando V = W, se escribe L(V). $T, S, R, L \in L(V), \lambda \in F$

- Si $S, T \in L(V) \Rightarrow S \circ T \in L(V)$. $ST := S \circ T$.
- $T(SR) = (TS)R$.
- $id_V T = T id_V = T$
- $T(S + R) = TS + TR$ y $(S + R)T = ST + SR$.
- $\lambda(TS) = (\lambda T)S = T(\lambda S)$
- T es invertible $\Leftrightarrow \exists S : W \rightarrow V / TS = id_W$ y $ST = id_V$.
- Si existe inversa es unica. T invertible $\Leftrightarrow$ biyectiva.
- Si $T \in L(V, W)$ invertible $\Rightarrow T^{-1} \in L(W, V)$
- si $T \in L(U, V), S \in L(V, W)$ invertibles $\Rightarrow ST \in L(U, W)$ invertibles y $(ST)^{-1} = T^{-1}S^{-1} \in L(W, U)$

Section 7: Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

Section 8: Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.