Matriz Diagonalizable
Y Autovectores

Polinomio Característico

Autoespacios y
Diagonalización

Polinomio Minimal

Teorema de Cayley-Hamilton

Subespacios T-Invariantes

$\chi_A(X) = det(XI - A) \in F[X]$ Polinomio Característico de A.

- $\chi_A(X)$ es mónico y $grado(\chi_A(X)) \leq n$.
- λ Autovalor de A $\Leftrightarrow \lambda$ raiz de $\chi_A(X)$
- $\chi_{CAC^{-1}}(X) = \chi_A(X)$
- $\chi_T := \chi_{[T]_B}$ Polinomio Característico de T.
- λ autovalor de T $\Leftrightarrow \lambda$ raiz de $\chi_T(X)$

- A Diagonalizable $\Leftrightarrow \exists D \in \mathbb{F}^{n\times n}$ Diagonal $/A \sim D$
- T Diagonalizable $\Leftrightarrow \exists B$ base de V/ $[T]_B$ es Diagonal.
- T Diag. $\Leftrightarrow \exists B$ base de V formada por autovectores de T.

- $v \in V$ autovector de T $\Leftrightarrow \exists \lambda / T(v) = \lambda v$ y λ autovalor de T.
- v autovector $\forall u \in span(v) \backslash \overline{0}$ autovector de T asociado a λ
- $v \neq \overline{0}$ A.V. (Autovector) si $\exists \lambda / Av = \lambda v$
- A Diagonalizable $\Leftrightarrow \exists$ base de F^n formada por A.V. de A.

- $\exists p(X) \in F[X], p \neq \overline{0(X)}$ tal que $p(A) = \overline{0}$. P anula A.
- $m_A(X)$ no nulo, mónico, grado mínimo que anula A. Polinomio minimal.
- $p(A) = 0 \Leftrightarrow m_A(X)|p(X)$
- $A \sim B \Rightarrow p(A) \sim p(B)$. $P(A) = \overline{0} \Leftrightarrow p(B) = \overline{0}$
- $A \sim B \Rightarrow m_A(X) = m_B(X)$
- $m_T := m_{[T]_B}$ polinomio minimal de T.
- λ AutoValor de A $\Leftrightarrow \lambda$ raiz de $m_A(X)$
- $p(v) = \overline{0} \Leftrightarrow m_v(X)|p(X)$
- $B = \{v_1, ..., v_n\}$ $m_A = m.c.m.\{m_{v_1}, ..., m_{v_n}\}$

El AutoEspacio(A.E.) de A asociado a v es:

$$E_\lambda = v \in F^n : (\lambda I - A)v = \overline{0}$$

- $\overline{0} \in E_\lambda$
- $E_\lambda \subset F^n$
- $E_\lambda = N(\lambda I - A)$

- $\lambda_1 \neq \lambda_2 A.V. \Rightarrow E_{\lambda_1} \bigcap E_{\lambda_2} = \overline{0}$
- $E_{\lambda_j} \bigcap \bigoplus_{k=1, k\neq j}^{r} E_{\lambda_k} = \overline{0}$
- $\chi_A(X) = (X - \lambda)^r P(X)$ con $P(\lambda) \neq \overline{0}$. r multiplicidad.

A Diagonalizable, $\lambda_1, ..., \lambda_r$ A.V. equivalente:

- A Diagonalizable
- $\bigoplus_{i=1}^{r} E_{\lambda_i} = F^n$.
- $\chi_A(X) = (X - \lambda_1)^{a_1} ... (X - \lambda_r)^{a_r}$ $a_i = dim(E_{\lambda_i})$

$T \in L(V), U \subset V$, U subsespacio T-invariante de V si $T(U) \subset U$

- ker(T), Im(T) son T-invariantes.
- $U \subset V$ es T-invariante con $dim U = 1 \Leftrightarrow U = span\{v\}$ v A.V.
- U,W T-invariante. $\Rightarrow U \bigcap W$ y $U + W$ Sev T-invariantes.
- U T-invariante. Si $T|_U : U -> U$ función restricción. Entonces:
  1. $m_{T_U} | m_T$
  2. $\chi_{T_U} | \chi_T$
- U,W, T-invariantes, $U \oplus W = V$
  1. $\chi_T = \chi_{T|_U} | \chi_{T|_W}$
  2. $m_T = m.c.m.\{m_{T|_U}, m_{T|_W}\}$

- $A \in F^{n\times n} \Rightarrow m_A | \chi_A$, $\chi_A(A) = 0$
- $grado(m_A) \leq n$
- $grado(m_A) = n \Rightarrow m_A = \chi_A$
- si $\exists v \in F / grado(m_v) = n \Rightarrow m_v = m_A = \chi_A$
- $A^{-1} \in span\{I, A, ..., A^{n-1}\}$
- A Diagonalizable $\Leftrightarrow m_A$ tiene todas sus raices en F y son simples (multiplicidad 1).