Taller grupal 1

Briam Agudelo y Santiago Chaparro

August 2018

1 Punto 1

1.1 Problema

Se debe crear un algoritmo (utilizando el método de Horner) para evaluar el polinomio $P(x) = -5x^6 + 3x^4 + 2x^2 - 4x$ en un valor $x_0 = -1$ junto con su derivada, y el numero de operaciones mínimos para hacerlo.

1.2 Formalización

1.2.1 Entradas

Las entradas del algoritmo son:
1. Un vector que contenga cada uno de los coeficientes de la ecuación con grado descendiente, siendo el primer numero, el coeficiente con una variable de grado $|vector| - 1$ y el ultimo elemento del vector un coeficiente con una variable x de grado 0.
2. Un valor x real con el que se evaluará el polinomio.

1.2.2 Salidas

Las salidas del algoritmo son:
1. El valor de la función evaluada después de hacerle la derivada.
2. Un numero entro que representa la cantidad de operaciones que se realizaron en la iteraciones.

2 Punto 2

2.1 Problema

A partir de las dimensiones de una lamina rectangular, crear dos algoritmos (utilizando dos métodos diferentes) para determinar la medida de los lados de los cuadrados que se deben recortar en cada esquina, para formar un recipiente que tenga la capacidad requerida.

2.2 Formalización

2.2.1 Entradas

Las entradas de ambos códigos son:
1. Dos números decimales x y y que representan las dimensiones de la lamina rectangular.
2.Un numero decimal vol que representa la capacidad deseada del recipiente.

3.Un numero decimal $error$ que limita la recesión del algoritmo y la exactitud de la respuesta.
4. Para el método de n-sección, tendremos un intervalo compuesto por un vector $intervalo$ con dos números decimales.

2.3 ¿Cual etapa del proceso de resolución de un problema numérico requiere más atención

La fundamentación matemática. La definición e implementación (no necesariamente en código) del modelo matemático que utilizaremos para resolver el problema.

2.4 ¿Que conocimientos son necesarios para formular un modelo matemático?

En el proceso de formulación de modelo matemático es necesario tener en cuenta 3 distintas metodologías las cuales son:

2.4.1 Fundamental

Se hace uso de la teoría aceptada de la ciencia fundamental para obtener las ecuaciones. Para nuestro problema tuvimos que tener en cuenta conocimientos básicos de geometría(volumen de un cubo).

2.4.2 Empírico

Se hace uso de una observación directa para construir los modelos. En nuestro caso fue necesario el análisis gráfico del problema(para plantear de forma general las ecuaciones), en este sentido siendo (L) la magnitud del lado del cuadrado, (X) el largo del rectángulo con el que se construirá el cubo y (Y) el ancho del mismo , tenemos que que volumen (V) será igual a:

$$V = (X - 2L)(Y - 2L)L \tag{1}$$

Dicho esto puede observar la Figura 1.

2.4.3 Analógico

Hacer uso de ecuaciones que describen un problema similar al realmente tratado.

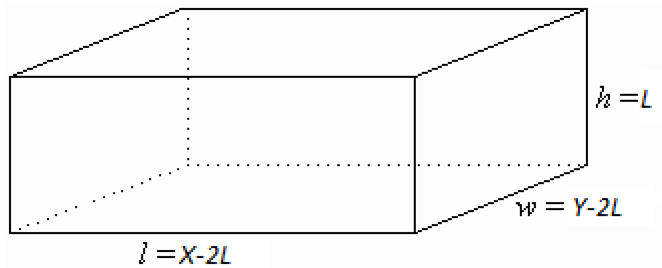

Figure 1: Gráfico del análisis geométrico del problema

2.5 En el ejemplo de la caja ¿Cual sería la desventaja de intentar obtener experimentalmente la solución mediante prueba y error en lugar de analizar el modelo matemático

La desventaja de resolver el problema mediante prueba y error es que posiblemente sea mas demorado obtener una respuesta igual de óptima que la que se calcula utilizando el modelo matemático.

2.6 ¿Que es más crítico: el error de truncamiento o el error de redondeo?

El error de truncamiento es mas exacto por que utiliza una formulación matemática exacta para encontrar el error, mientras que el error de redondeo esta limitado por la cantidad de dígitos finitos que puede soportar la maquina. Por lo tanto el error de redondeo es mas critico.

2.7 ¿Cuál es la ventaja de instrumentar computacionalmente un método numérico?

La ventaja de instrumentar computacionalmente un método numérico es que como el proceso es totalmente automatizado (si esta programado), se puede llegar a una respuesta óptima mas rápidamente que si lo realiza un ser humano promedio.

2.8 ¿Por qué es importante validar los resultados obtenidos?

Validar sirve para asegurarnos de que el método numérico arrojo un resultado óptimo para cada variante del problema.

3 Punto 5

3.1 Problema

Se debe de hacer un algoritmo para determinar el error absoluto y el error relativo en el valor de una distancia a partir de una velocidad y un tiempo con sus respectivos errores.

3.2 Formalización

3.2.1 Entradas

Las entradas son:
1. Dos números enteros que representen la velocidad y la incertidumbre del velocidad
2. Dos números enteros que representen el tiempo y la incertidumbre del tiempo

3.2.2 Salidas

Las salidas del algoritmo son:
1. Dos decimales representando cada uno el error relativo superior y el error relativo inferior de la distancia, con sus respectivas incertidumbres.
2.Dos decimales que representan el error porcentual superior y el error porcentual inferior de la distancia, con sus respectivas incertidumbres.

4 Punto 6

4.1 Recorra el algoritmo con n=73

Para este ejercicio pasamos el pseudocódigo a Python e imprimimos el valor ”d” en la consola para ver a que correspondía.

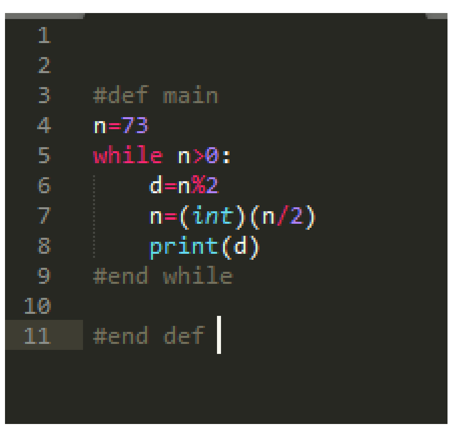

Figure 2: Pseudocódigo llevado a Python

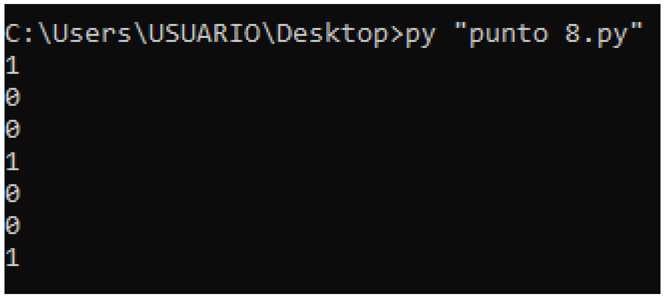

Figure 3: Programa en ejecución

Una vez observada la salida del programa, nos podemos dar cuenta de que se trata de un convertidor de números decimales a binarios, por lo que proseguimos al siguiente punto.

4.2 Encuentre T(n) y exprésela con la notación O()

Teniendo en cuenta la relación directa entre la cantidad de ciclos, y la cantidad de bits del binario del numero de entrada, podemos decir que el ciclo se repite x veces. Teniendo en cuenta que $2^x = 73$ entonces $x = log_2(n)$ y teniendo en cuenta de que la división que se realiza es una sola operación (por que el cociente y el residuo son de la misma división); $T(n)$ queda así: $T(n) = log_2 n$, siendo n el numero decimal de entrada que el programa transformara en número binario.

5 Punto 11

5.1 Problema

Se debe implementar el método de Muller con el cual se calcula la raíz real de una función en un intervalo dado.

5.1.1 Entradas

Teniendo en cuenta el desarrollo del método tenemos las siguientes entradas:

-La función a la que se le calcularán las raíces, la función en nuestro caso es: $f(x) = \frac{1}{e^x} - x$
-$X_0 = Límite\ inferior\ del\ intervalo$
-$X_1 = Límite\ superior\ del\ intervalo$
-El error con que servirá como condición de finalización del proceso iterativo, el cual en nuestro caso será de: $1 * 10^{-7}$

Para efectos de la implementación los valores de X_0, X_1 y el error serán decimales.

5.1.2 Salidas

La salida será el valor de x con el cual $f(x) = 0$, es decir para nuestro caso $\frac{1}{e^x} - x = 0$, este valor sera decimal.

6 Punto 14

6.1 De manera formal escriba las condiciones necesarias para que la raíz exista, sea única y pueda ser calculada.

Si $\forall x \in [a, b] : f(x) \in R$ y si f(a) y f(b) tienen signos opuestos $(f(a)f(b) < 0)$, existe por lo menos un $x_i \in R$ tal que $f(x_i) = 0$

6.2 Describa el procedimiento anterior en notación algorítmica

Revisar el código del punto 14 en el repositorio.

7 Punto 15

Se propone resolver

$$\int_0^x (5 - e^u)du = 2$$

con el método del punto fijo.

7.1 Obtenga la ecuación f(x)=0 resolviendo la integral

$$\int_0^x (5 - e^u)du = 5x - e^x + 1$$

De esta forma tenemos que:

$$5x - e^x + 1 = 2$$

$$5x - e^x - 1 = 0$$

$$f(x) = 5x - e^x - 1 \tag{2}$$

7.2 Mediante un gráfico aproximado, o evaluando directamente, localice las raíces reales.

Para la localización de las raíces reales se hará uso del gráfico de la figura 4.

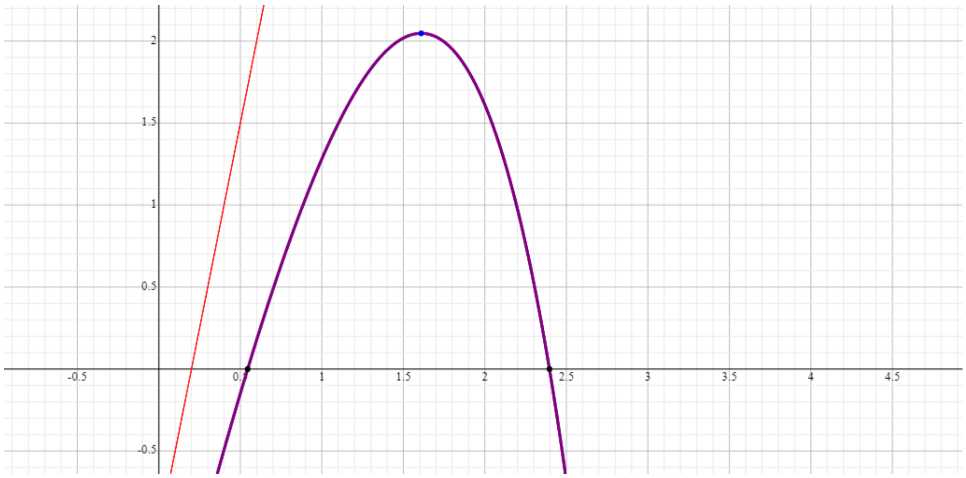

Figure 4: Gráfica de la función f cerca a las raíces reales

7.3 Proponga una ecuación equivalente x=g(x) y determine el intervalo de convergencia para calcular una de las dos raíces

La nueva ecuación de la forma x=g(x) será:

$$x = \frac{e^x + 1}{5}$$

Para determinar el intervalo de convergencia y poder hallar la raíz lo haremos viendo la gráfica de la figura 4. De esta forma tendremos que el intervalo de convergencia será [0,1].