Tema 4:

1.- Un sábado, cuando iba de compras, Juana y Teresa vieron a 2 hombres alejándose en un automóvil de la fachada de una joyería, justo antes de que sonara una alarma contra robos. Aunque todo ocurrió muy rápido, cuando fueron interrogados las dos jóvenes, pudieron dar a la policía la siguiente información acerca de la placa (Consta de dos letras seguidas de 4 dígitos) del automóvil que huyó. Teresa estaba segura de que la segunda letra de la placa era una O o una U, y que el último dígito era un 3 o 8. Juana dijo que la primera letra de la placa era una C o una G y que el primer dígito era definitivamente un 7. ¿Cuántas placas diferentes tendrá que verificar la policía?

R= De la regla de producto encontramos que 2 x 2 x 1 x 10 x 10 x 2= 800 diferentes placas.

2.- Evalúe cada uno de los siguientes casos: P (7,2) b) P (8,4) c) P (10,7)

R= a) 42 b) 604800 c) 1320

3.- De cuántas formas es posible ordenar los símbolos a,b,c,d,e,e,e,e,e, de forma que ninguna se quede junta a la otra sin repetir los casos.

R= Podemos apoyarnos separando e _ e _ e _ e _ e , por lo tanto solo se necesitaría saber las posibles combinaciones de las demás letras, así que: 4!=24

4.- Que nombre de estado implica más disposiciones de letras de su nombre PENNSYLVANIA o MASSACHUSETTS.

R= p=12!/(3!)(2!)=39 916 800 posibilidades m=13!/(4!)(2!)(2!)=64 864 800 posibilidades

5.- De cuántas maneras se puede colocar la palabra VISITING

R= La palabra Visiting está conformada por 8 letras pero paras saber la cantidad de maneras de colocar necesitamos identificar las letras repetidas, que en este caso es i, entonces realizamos la siguiente operación : 8!/3!=6720 maneras distintas

6.- Demuestra que, si p es un n´umero primo, $\sqrt{p}$ es irracional.

R= Supongamos que $\sqrt{p} \in Q$ y, por lo tanto, existen m, n naturales tales que mcd(m, n) =1 y $\sqrt{p} = m/n$. Como, al elevar al cuadrado, obtenemos que $m^2 = p \cdot n^2$, Se deduce que $p \mid m^2$ y, como p es primo, se tiene que $p \mid m$ es decir $m = p \cdot q$. Sustituyendo en la expresión anterior, se obtiene que $p^2 \cdot q^2 = p \cdot n^2$, con lo que $p \cdot q^2 = n^2$, es decir $p \mid n^2$ y, de nuevo $p \mid n$. Hemos llegado a una contradicción porque entonces mcd(m, n) 6!=1 al haber demostrado que p es un divisor común de m y n.

7.- Demuestra que, para todo n natural, 3 | 7^n − 4^n .

R= n = 1. 7^1 − 4^1 = 3 Dado que (P(n) ⇒ P(n + 1)) Suponemos que: 7^ n − 4 ^n = 3 · q; entonces 7^n+1−4^n+1 = 7n ·7−4^n ·4 = 7^n (4+3)−4^n ·4 = 4(7n−4 n)+3·7^n = 3(4q+7^n) que es un múltiplo de 3.

8.- Para cada uno de los pares siguientes a,b Z+, determine mcd (a,b) y expréselo como una combinación lineal de a,b.

a) 231,1820 b) 1369,2597 c) 2689,4001 d) 7982,7983

R= a) 1820 = 7(231) + 203 231 = 1(203) + 28 203 = 7(28) + 7 28= 7(4), entonces gcd(1820,23)=7 7=203-7(28)=203-7[231-203]=(-7)(231) + 8(203) = (-7)(231)+8[1820 - 7(231)] = 8 (1820)+(-63)(231)

b) gcd(1369,2597) = 1 = 2597 (534) + 1369(-1013)

c) gcd (2689,4001) = 1 = 4001 (-1117) + 2689(1662)

9.- Para cada uno de los siguientes a,b k2y s,t Z¿Que podemos decir de mcd (a,b) si

a. as+bt=2?
b. as + bet=3?
c. as+bt=4?
d. as+bt=3?
e. as+bt=6?
f.

R=
(a) Si as+bt=2, entonces gcd)a,b)=1 o 2, para el gcd de a,b divides a,b entonces divides as+bt=2
(b) as+bt=3 gcd (a,b)=1 o 3
(c) as+bt=4 gcd (a,b) =1,2 o 4
(d) as9bt=6 gcd(a,b)= 1, 2, 3 o 4.

10.- Dados los intervalos: A = {x ∈ R ; −10 ≤ x < 1} , B = {x ∈ R ; 1/2 < x ≤ 3} y C = R−(1, 2) determina

a) A ∪ B, b) A ∩ B, c) ∪ C, d) (A ∩ C) ∪ B, e) A ∪ B ∪ C, f) A ∩ B ∩ C.

r.- a) A ∪ B = [−10, 3] b) A ∩ B = (1/2, 1) c) A ∪ C = C ya que A ⊆ C d) (A ∩ C) ∪ B = A e) ∪ B = [−10, 3] g)A ∪ B ∪ C = A ∪ C ∪ B = C ∪ B = R.