

Informe de Laboratorio 3: Cinemática del Cuerpo Rígido:

Hecho por: Santiago Giraldo – Julián Uribe

Introducción:

La cinemática del cuerpo rígido es una rama de la mecánica que estudia el movimiento de objetos tridimensionales sin considerar las fuerzas que lo provocan. Se enfoca en describir la posición, velocidad y aceleración de cada punto del cuerpo a lo largo del tiempo a través de unas ecuaciones y representaciones matemáticas y físicas. En este informe de laboratorio, se explora la trayectoria de un brazo robótico desde la perspectiva de la cinemática, centrándonos en la descripción precisa del movimiento. En este experimento, nos enfocamos en analizar el brazo robótico en cada instante de momento en el que traza una trayectoria de una curva, aprovechando los datos que ofrece.

Objetivo:

El objetivo de este experimento es analizar en detalle la trayectoria generada por el brazo robótico en un plano, utilizando datos como el sistema de coordenadas que nos provee, el tiempo empleado y las ecuaciones de análisis de trayectorias. A partir de esto, observaremos varios parámetros en cada punto del movimiento, entre ellos la posición, la velocidad tangencial, la velocidad angular, la aceleración tangencial y la aceleración normal.

Procedimiento:

Inicialmente, cargamos dos conjuntos de datos desde archivos; uno con las coordenadas x, y, z y otro con los ángulos de los ejes del brazo robótico. Utilizamos **pandas** para esta tarea.

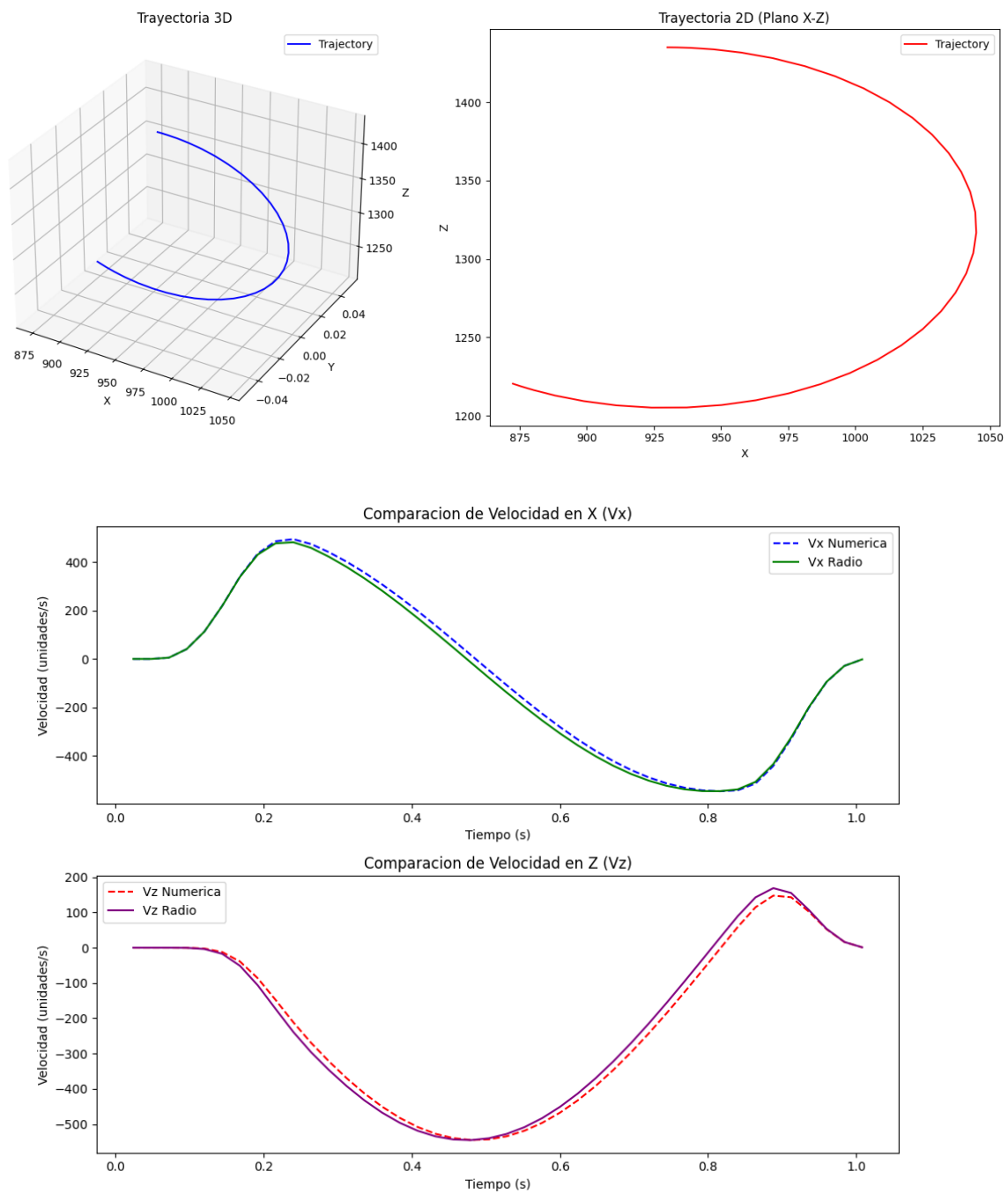
Después de haber cargado los datos, Calculamos las velocidades (V_x, V_y, V_z) y las aceleraciones (A_x, A_y, A_z) directamente de las coordenadas x, y, z usando diferenciación. Para obtener las velocidades y aceleraciones usando otro método, usando un punto fijo del brazo robótico como referencia y el ángulo, calculamos las velocidades corregidas y las aceleraciones usando la fórmula de velocidad angular ($\omega \times \text{radio}$) y su diferenciación para la aceleración. Este método toma en cuenta la naturaleza circular del movimiento para algunas partes del análisis.

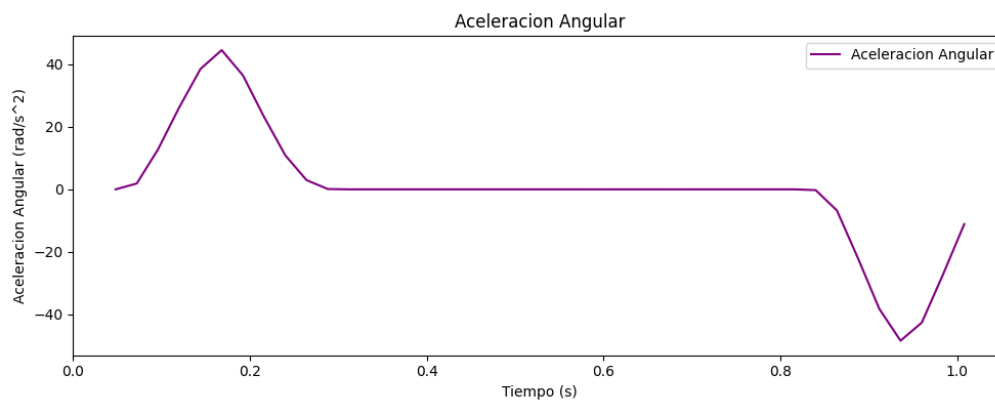
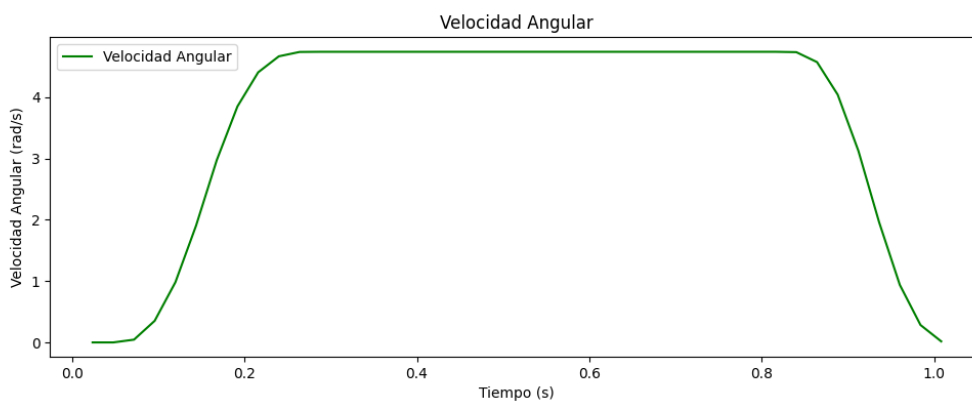
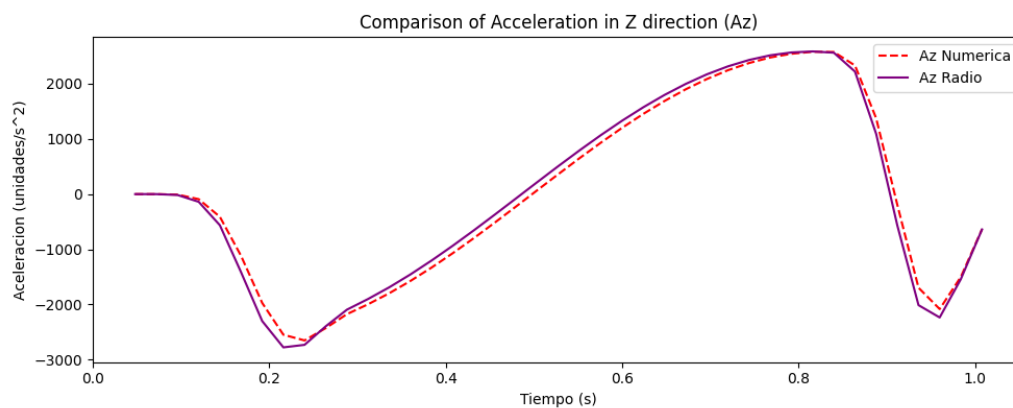
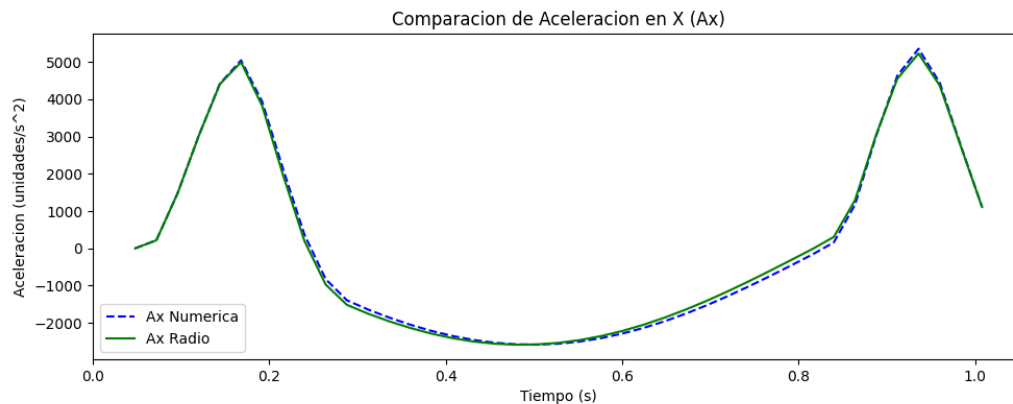
Luego, graficamos todos estos datos a través del tiempo usando **matplotlib** para una fácil interpretación de los datos

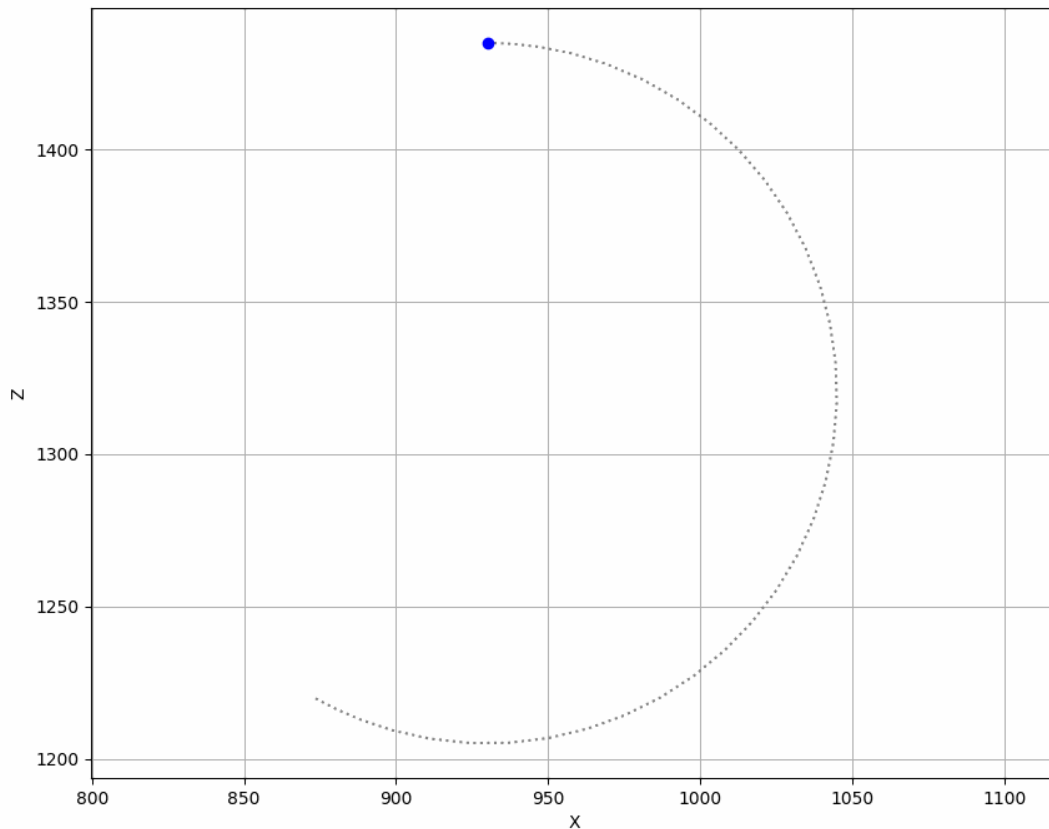
Para dar una idea mas clara de como es el movimiento gráficamente, seleccionamos un instante de tiempo específico y graficamos los vectores de velocidad y aceleración en ese punto sobre la trayectoria del movimiento. Creamos un gráfico que muestra la posición, y los vectores de velocidad y aceleración, proporcionando una visualización instantánea del estado dinámico del sistema.

Finalmente, realizamos una animación que recorre todos los puntos de datos, mostrando la trayectoria, y actualizando los vectores de velocidad y aceleración en cada instante. Para esto, usamos **FuncAnimation** de **matplotlib.animation**. La animación ofrece una visión completa y dinámica del comportamiento del brazo robótico a lo largo del tiempo.

Resultados







Ecuaciones realizadas en un punto aleatorio:

Tiempo: 0.408 seg

Posición: x: 1039.400757 mm - **z:** 1355.446777 mm

Ángulo: $-17.952738^\circ = -0.313343878$ rad

Teniendo en cuenta estos datos, se realizarán los cálculos para conocer la velocidad y la aceleración en ese tiempo. Primero, para hallar la velocidad angular se hace la diferencia de ángulos en un instante antes y después; además debe ser en radianes.

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{-0.1994929 + 0.4271757}{0.432 - 0.384} = \mathbf{4.74339 \text{ rad/s}}$$

Tras ello se debe encontrar la distancia de $r_{A \rightarrow B}$ teniendo en cuenta el sistema de referencia del brazo. Para hallar el vector r, a los datos que ofrece (q) se restan con las dimensiones del brazo (p).

$$\mathbf{r_{A \rightarrow B}} = (1039,400757 - 930)\hat{i} + (1355,446777 - 1320)\hat{k} = \mathbf{109.4007\hat{i} + 35.4467\hat{k}}$$

Con esto, ya se puede escribir la ecuación de la velocidad en este punto.

$$\underline{V_B} = \underline{V_A} + \underline{\omega_{AB}} \times \underline{r_{A \rightarrow B}}$$

$$\underline{V_B} = 0 + 4.743\hat{j} \times (109.4007\hat{i} + 35.4467\hat{k}) = \mathbf{168.1364\hat{i} - 518.9251\hat{k} \text{ mm/s}}$$

Ahora, se encontrará la velocidad en x y z usando la diferencial de posición y tiempo.

$$V_x = \frac{dx}{dt} = \frac{1042.719238 - 1034.666016}{0.432 - 0.384} = \mathbf{167.775 \text{ mm/s}}$$

$$V_z = \frac{dz}{dt} = \frac{1342.789795 - 1367.644775}{0.432 - 0.384} = \mathbf{-517.812 \text{ mm/s}}$$

Se puede observar cómo son muy similares y poseen la misma dirección. Por otro lado, se calculará la aceleración en el mismo punto. Para ello, se requiere la aceleración angular, la cual se puede encontrar con la diferencia de velocidades angulares un momento antes y después.

$$\omega_1 = \frac{d\theta}{dt} = \frac{-0.3133438 + 0.5410171}{0.408 - 0.360} = 4.74339 \text{ rad/s}$$

$$\omega_2 = \frac{d\theta}{dt} = \frac{-0.0856515 + 0.3133438}{0.456 - 0.408} = 4.74339 \text{ rad/s}$$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{4.74339 - 4.74339}{0.432 - 0.384} = \mathbf{0 \text{ rad/s}^2}$$

En este caso, se puede observar como la aceleración es muy cercana a 0, indicando que gira a una velocidad constante y que mayoritariamente se presenta una aceleración normal. Entonces, con la ecuación completa, se representa de la siguiente manera:

$$\underline{A_B} = \underline{A_A} + \underline{\alpha_{AB}} \times \underline{r_{A \rightarrow B}} + \underline{\omega_{AB}} \times (\underline{\omega_{AB}} \times \underline{r_{A \rightarrow B}})$$

$$\underline{A_B} = 0 + 0 + 4.743\hat{j} \times (168.1364\hat{i} - 518.9251\hat{k}) = \mathbf{-2461.451\hat{i} - 797.4709\hat{k} \text{ mm/s}^2}$$

Para calcular la aceleración en x y z se realiza mediante la diferencia de velocidades, de esta forma:

$$V_x = \frac{dx}{dt} = \frac{1039.400757 - 1028.576294}{0.048} = 225.509 \text{ mm/s}$$

$$V_x = \frac{dx}{dt} = \frac{1044.578369 - 1039.400757}{0.048} = 107.866 \text{ mm/s}$$

$$A_x = \frac{dV_x}{dt} = \frac{107.866 - 225.509}{0.048} = \mathbf{-2450.895 \text{ mm/s}^2}$$

$$V_z = \frac{dz}{dt} = \frac{1355.446777 - 1379.225952}{0.048} = -495.399 \text{ mm/s}$$

$$V_z = \frac{dz}{dt} = \frac{1329.837891 - 1355.446777}{0.048} = -533.518 \text{ mm/s}$$

$$A_z = \frac{dV_z}{dt} = \frac{-533.518 + 495.399}{0.048} = -794.142 \text{ mm/s}^2$$

Como ocurría anteriormente con las velocidades, la aceleración a través de ecuaciones se acerca mucho a la aceleración real que tiene ese punto en específico. Incluso desde el programa corrobora lo anterior al ofrecer los siguientes resultados:

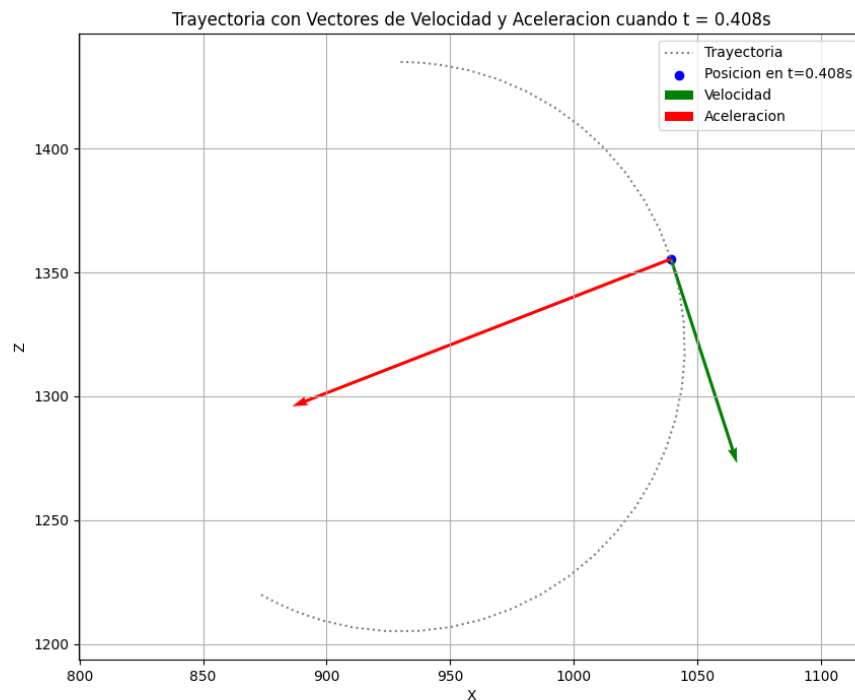
Data at time = 0.408 seconds

XYZ Data:

time	x	y	z	Vx	Vy	Vz	radius_x	radius_z	Vx_radius	Vz_radius	Ax	Az
0.408	1039.400757	0.0	1355.446777	197.280875	0.0	-508.249917	109.400757	35.446777	168.137953	-518.930659	-2352.397569	-1070.869792
	-2410.827067	-935.783665										

Angle Data:

time	angle	angular_velocity	angular_acceleration
0.408	-17.952738	4.743392	0.00003



Conclusiones:

Los resultados obtenidos reflejados en las gráficas y ecuaciones anteriores permiten analizar cómo se relacionan los diferentes fenómenos físicos interactúan entre sí. Por un lado, se puede observar cómo ha mantenido un movimiento casi uniforme a lo largo de su trayectoria, donde la velocidad angular se ha mantenido constante y la aceleración muy cercana a 0. La trayectoria ha seguido un único centro, donde se presenta una aceleración normal en cada momento. De igual forma, las velocidades en los ejes corresponden a la aceleración que se les está aplicando, como por ejemplo que donde se encuentre un mínimo o un máximo de la velocidad, la aceleración en ese punto es

igual a 0. También hay que tener en cuenta que existen desviaciones observadas o “ruido” que resaltan la influencia de factores reales, lo cual afecta al margen de error con respecto a los cálculos realizados. Sin embargo, a pesar de no ser exactas, nos permiten tener una idea muy cercana bajo un margen de error bastante reducido, indicando que puede ser valioso para plantear ideas de sistemas o conocer generalidades de un fenómeno físico. Finalmente, es muy curioso cómo estas ecuaciones proporcionan un análisis sólido del fenómeno estudiado, lo cual es muy útil en muchos ámbitos de estudio y diseño en el ámbito de la física.