5. Sea A una matriz $n \times n$ triangular superior tal que

$$Ax = b$$

Mostramos que $x_i = \dfrac{b_i - \sum_{j=i+1}^{n} A_{ij} x_j}{A_{ii}}$:

Considere el sistema presentado:

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & \cdots & A_{1n} \\ 0 & A_{22} & A_{23} & & \vdots \\ 0 & 0 & A_{33} & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \ddots & A_{(n-1)n} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & A_{nn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

De aquí, es posible observar que:

$$b_i = A_{ii} x_i + A_{i(i+1)} x_{i+1} + \dots + A_{in} x_n$$

Despejando obtenemos:

$$x_i = \frac{b_i - (A_{i(i+1)} x_{i+1} + \dots + A_{in} x_n)}{A_{ii}}$$

Ó, expresado de otra forma:

$$x_i = \frac{b_i - \sum_{j=i+1}^{n} A_{ij} x_j}{A_{ii}}$$