

Interpolación de Lagrange:

1. Demostramos que el polinomio interpolador es único:

Sea $\Omega = \{(x_0, f(x_0)), (x_1, f(x_1)), \dots, (x_n, f(x_n))\}$ un conjunto soporte de $n+1$ puntos diferentes

Suponga que $p(x)$ y $q(x)$ son dos polinomios distintos de grado n que interpolan a Ω .

Considere $R(x) = p(x) - q(x)$.

Claramente $\text{grado}(R(x)) \leq n$.

Además, se tiene que $R(x_i) = p(x_i) - q(x_i) = f(x_i) - f(x_i) = 0$ para todo $i = 0, 1, \dots, n$.

Luego $R(x)$ tiene $n+1$ raíces distintas. Pero el grado de R no puede ser mayor a n (es decir, no puede tener más de n raíces). De manera que hemos llegado a una contradicción.

Así pues, concluimos que $p(x) = q(x)$ por reducción al absurdo. Por tanto, afirmamos que el polinomio interpolador (de grado n , siendo $n+1$ el tamaño del conjunto soporte) es único.