Derivación - 8

a. De acuerdo a la interpolación de Newton, tenemos que:

$$P(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)(x - x_1)$$

donde $a_0 = f(x_0)$, $a_1 = \dfrac{f(x_1) - f(x_0)}{h}$ y $a_2 = \dfrac{f(x_2) - 2f(x_1) + f(x_0)}{2h^2}$,

es el polinomio que interpola el conjunto soporte

b. $P(x) = a_0 + a_1 x - a_1 x_0 + a_2 x^2 - a_2 x_0 \cdot x - a_2 x_1 \cdot x + x_0 x_1$

$\Rightarrow P'(x) = a_1 + 2a_2 x - a_2 x_0 - a_2 x_1 = a_1 + a_2(2x - x_0 - x_1)$

$\Rightarrow P'(x_0) = a_1 + a_2(x_0 - x_1)$

Si $x_0 - x_1 \approx -h$, entonces:

$$P'(x_0) \approx \frac{f(x_1) - f(x_0)}{h} + \frac{f(x_2) - 2f(x_1) + f(x_0)}{2h^2} \cdot (-h)$$

$$= \frac{2f(x_1) - 2f(x_0)}{2h} - \frac{f(x_2) - 2f(x_1) + f(x_0)}{2h} = \frac{1}{2h} \cdot \left(-3f(x_0) + 4f(x_1) - f(x_2)\right)$$

Si la discretización es equidistante, entonces:

$$f'(x) \cong p(x) = \frac{1}{2h} \cdot (-3f(x) + 4f(x+h) - f(x+2h))$$

c. Calculamos la derivada para $f(x) = \sqrt{\tan(x)}$

$$f'(x) = \frac{1}{2} \cdot (\tan(x))^{-1/2} \cdot \sec^2(x) = \frac{1}{2\sec^2(x) \cdot \sqrt{\tan(x)}}$$