4. Sea A una matriz triangular inferior tal que:

$$Ax = b$$

Suponga que A es de tamaño $n \times n$. Mostramos que, si la diagonal de A está compuesta de unos (ie. $A_{ii} = 1 \ \forall 1 \leq i \leq n$), entonces se cumple:

$$x_i = b_i - \sum_{j=0}^{i-1} A_{ij} x_j$$

Note que tenemos un sistema con la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & \\ A_{21} & 1 & 0 & & \\ A_{31} & A_{32} & 1 & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \\ A_{n1} & A_{n2} & \cdots & & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

Aquí es fácil ver la siguiente igualdad:

$$b_i = A_{i1} x_1 + A_{i2} x_2 + \dots + A_{i(i-1)} x_{i-1} + 1 \cdot x_i$$

Reorganizando, obtenemos:

$$b_i - (A_{i1} x_1 + A_{i2} x_2 + \dots + A_{i(i-1)} x_{i-1}) = x_i$$

Ó, escrito de otra forma:

$$x_i = b_i - \sum_{j=1}^{i-1} A_{ij} x_j$$