

# PERCEPTRÓN Y LÓGICA DIFUSA: Computación Blanda

Santiago Ocampo Orrego

Maria Valentina Rojas Pulgarin

Octubre 2020



# 1 CONTENIDO

---

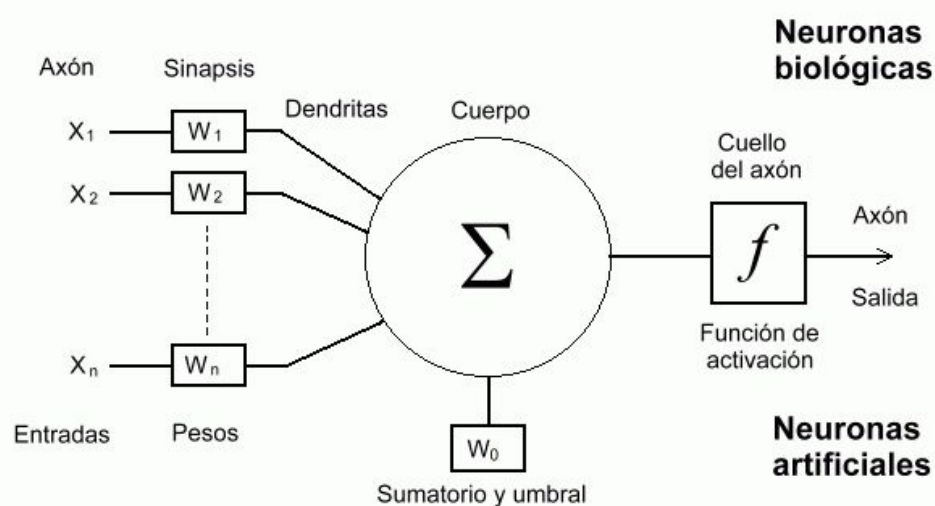
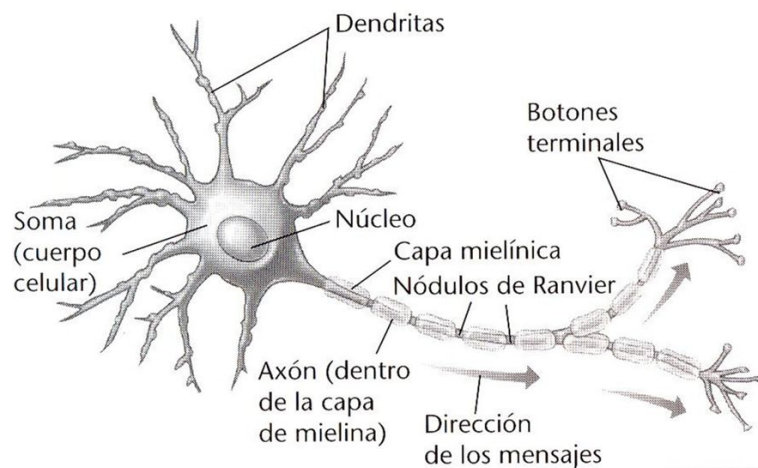
1	CONTENIDO	1
2	PRESENTACIÓN	2
3	EL PERCEPTRÓN	4
4	LÓGICA DIFUSA - INTRODUCCIÓN	5
5	CONCLUSIONES	6
6	BIBLIOGRAFÍA	7

## 2 PRESENTACIÓN

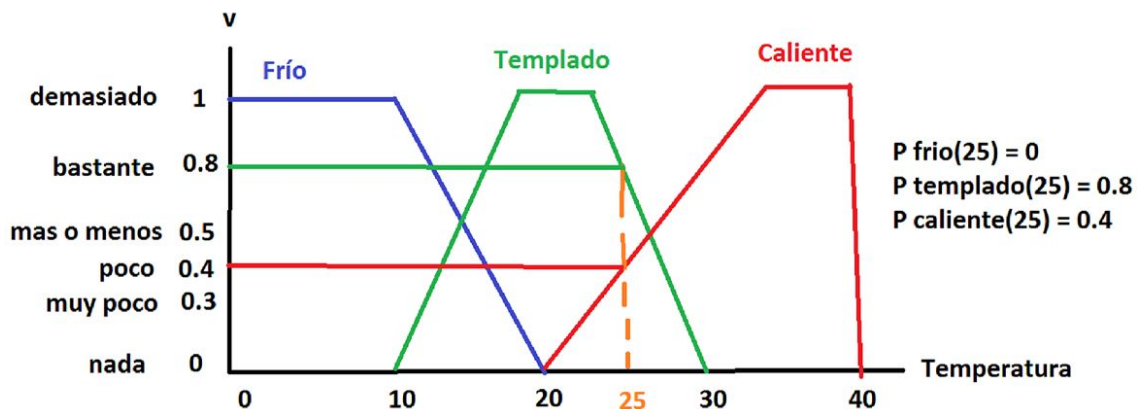
La presente monografía está orientada a la descripción de los elementos básicos de las neuronas artificiales, en particular el perceptrón, y la teoría fundamental de la lógica difusa.

En el documento se analizan los diferentes elementos que componen ambas tecnologías, mostrando las relaciones matemáticas que dan soporte a las funcionalidades tanto del perceptrón como a los factores de incertidumbre que dan sentido a la lógica difusa.

A grandes rasgos, las redes neuronales se basan en los modelos que subyacen a las redes neuronales biológicas. El siguiente diagrama presenta algunos elementos presentes en esta tecnología.



La lógica difusa se basa en la concepción de que la verdad (y la falsedad) no son absolutas. Por este motivo, todos los conceptos que concibe el ser humano tienen cierto grado de certeza, el cual se expresa fácilmente si recurrimos a un esquema como el que se ve a continuación.



En este esquema se afirma que el Frío, la sensación de Templado, y algo que es Caliente, son curvas que varían de acuerdo con la temperatura, según se ve. En el caso particular de tener una temperatura ambiente de 25 grados, dicha temperatura tendrá un valor de verdad respecto de “Caliente” de sólo 0.4. En cambio, los 25 grados representarán, en la curva de “Templado”, un valor de verdad de 0.8. Se aprecia, además, que dichos valores se relacionan, de manera bastante cercana, con frases y/o palabras que utiliza el ser humano para describir situaciones de la vida real.

En las próximas secciones se verán estas tecnologías con un mayor grado de detalle.

**AUTOR: Maria Valentina Rojas Pulgarin**

**1088346280**

[m.rojas@utp.edu.co](mailto:m.rojas@utp.edu.co)

<https://github.com/ValentinaRojas/Computacion-Blanda>

**AUTOR: Santiago Ocampo Orrego**

**1004679255**

[santiago.ocampo1@utp.edu.co](mailto:santiago.ocampo1@utp.edu.co)

<https://github.com/SantiagoOcampoOrrego/ComputacionBlanda>

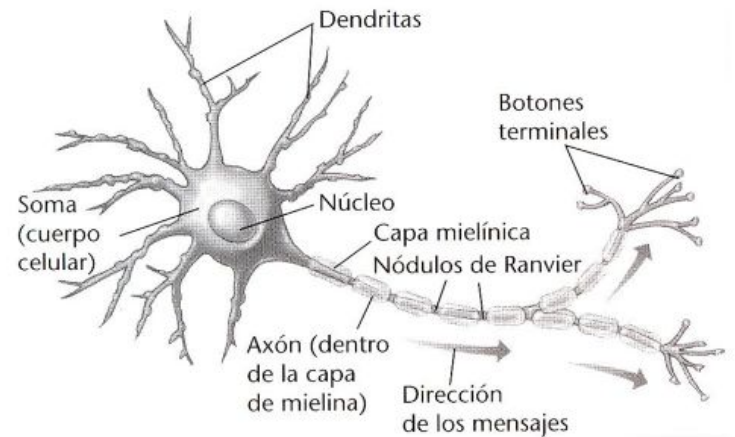
### 3 EL PERCEPTRÓN

#### NEURONA BIOLÓGICA

Una neurona consta de un cuerpo celular(soma), del que surge un denso árbol de ramificaciones(dendritas) y una fibra tubular(axón).

Una neurona es un procesador de información simple:

- Canal de entrada: Dendritas
- Procesador: soma
- Canal de salida: axón

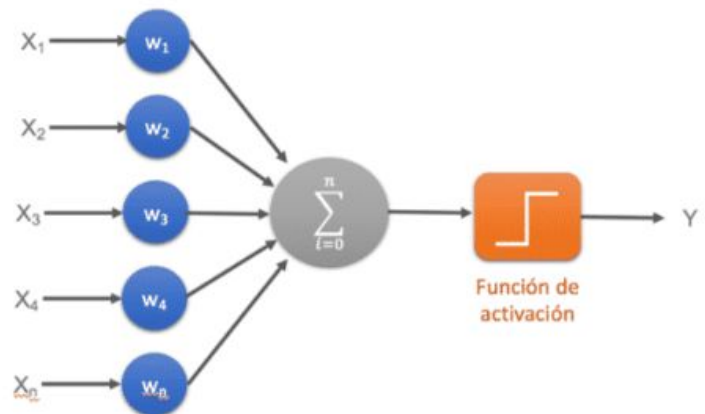


La conexión entre neuronas se llama sinapsis. Son conexiones unidireccionales, en la que la transmisión de la información se hace de forma eléctrica en el interior de la neurona y de forma química entre neuronas.

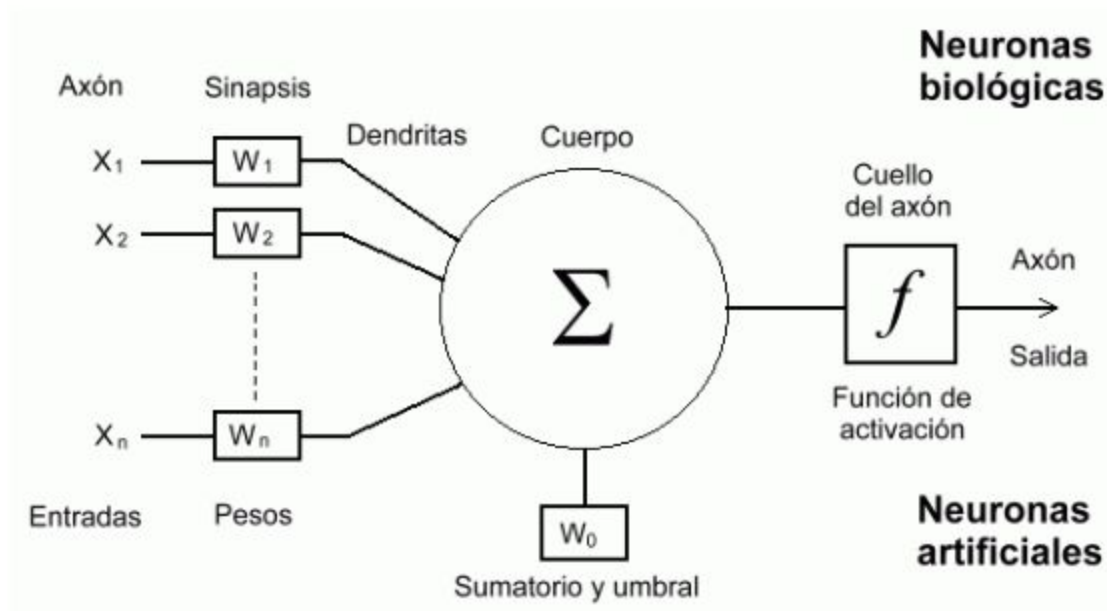
#### RED NEURONAL ARTIFICIAL

Una red neuronal artificial(RNA), se puede definir como un grafo dirigido con las siguientes restricciones:

- Los nodos se llaman *elementos de proceso(EP)*.
- Los enlaces se llaman *conexiones* y funcionan como caminos unidireccionales instantáneos.
- Cada EP pueden tener cualquier número de conexiones
- Todas las conexiones que salgan de un EP deben tener la misma señal.
- Las EP pueden tener memoria local.
- Cada EP posee una función de transferencia que, en función de entrada y la memoria local produce una señal de salida y/o altera la memoria local.
- Las entradas de RNA llegan del mundo exterior, mientras sus salidas son conexiones que abandonan la RNA.



## MODELADO



Axón = Entradas: Van desde  $X_0$  hasta  $X_n$ . Estas entradas vienen de otros axones(neuronas)

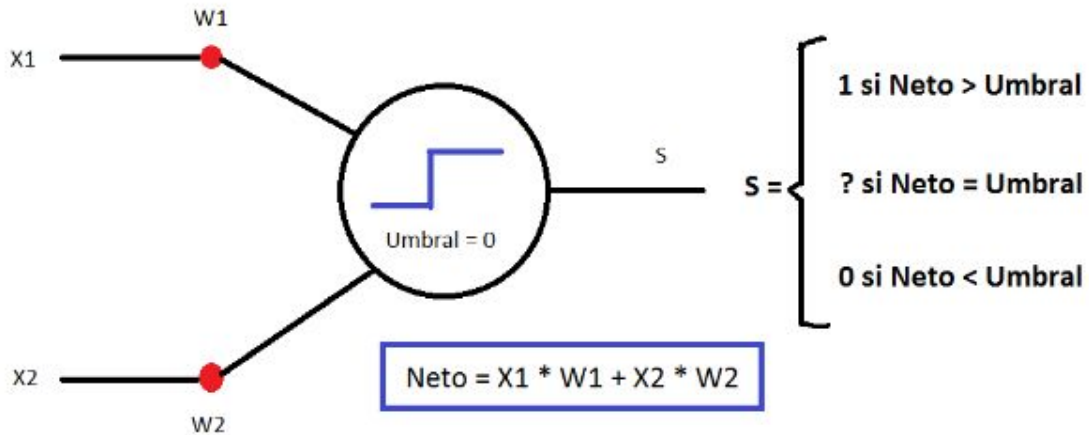
Sinapsis = Pesos: Es la ponderación de la importancia que se le da a la señal

Cuerpo = Sumatoria y umbral: Se obtiene multiplicando  $X_0 \cdot W_0 + X_1 \cdot W_1 + \dots + X_n \cdot W_n$ . Entra toda la energía que está en la periferia. Umbral: es la señal adicional que vive dentro del cuerpo de la neurona.

Cuello del axón = Función de activación: Si la energía aplicada se compara con el umbral(punto de quiebre), si esta energía está por encima del umbral, la salida es **1**, por el contrario la salida es **0**.

Axón = Salida: Es cuando ya se genera el pulso y esta es transmitida por el axón.

### ECUACIÓN UMBRAL(CASO ESPECÍFICO CUANDO UMBRAL ES CERO).



Neto = Sumatoria de toda la energía.

Se puede deducir que la salida tiene 3 opciones o caminos:

1. Su valor es **1**, cuando neto es mayor al umbral.
2. Su valor es **0**, cuando neto es menor al umbral.
3. Cuando neto es exactamente al valor del umbral, se dice que es la frontera cuando vale 1 y cuando vale 0, se debe resaltar que esta zona hay que evitarla.

### LA RECTA FRONTERA

Cuando el umbral es cero, las variables de entradas son las **X**( $X_1$  y  $X_2$ ), mientras que los **W** ( $W_1$  y  $W_2$ ) son constantes o fijas, y estos son los parámetros que conforman la ecuación.

Para sacar la ecuación de la recta, se despeja  $X_2$  en función de  $X_1$ :

$$X_1 * W_1 + X_2 * W_2 = 0 \quad \text{Caso Límite}$$

$$X_2 = -(W_1 / W_2) * X_1$$

$$\text{Pendiente} = -W_1 / W_2$$

Se dice que una neurona técnicamente es una línea recta.

## ANÁLISIS VECTORIAL

$$\begin{array}{c}
 \boxed{x_1 * w_1 + x_2 * w_2 = 0} \\
 \begin{array}{c} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix}^T * \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = 0 \end{array} \\
 \begin{array}{c} \boxed{w_1 \ w_2} * \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = 0 \end{array} \\
 \Rightarrow \boxed{|\vec{W}| \cdot |\vec{X}| \cdot \cos(\alpha)} \\
 \Rightarrow \vec{W}^T * \vec{X} = 0
 \end{array}$$

$X_1 * W_1 + X_2 * W_2 = 0$  es el producto de dos vectores.

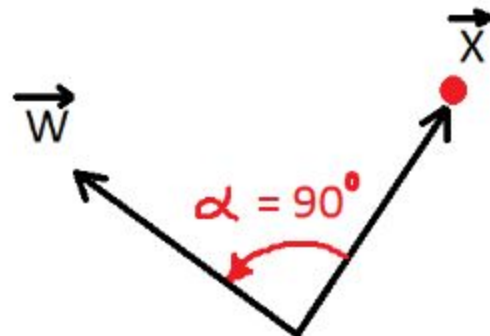
En un vector vertical colocar los **W** y en otro vector vertical colocar los **X**. Luego se multiplica por la transpuesta de **W** y el vector de **X**.

$W^T * X = 0$ , es el producto punto vectorial que se da cuando la magnitud de **W** se multiplica por la magnitud de **X**, por el coseno del ángulo entre los dos vectores.

El vector W debe ser perpendicular al vector X para que se cumpla esta condición.

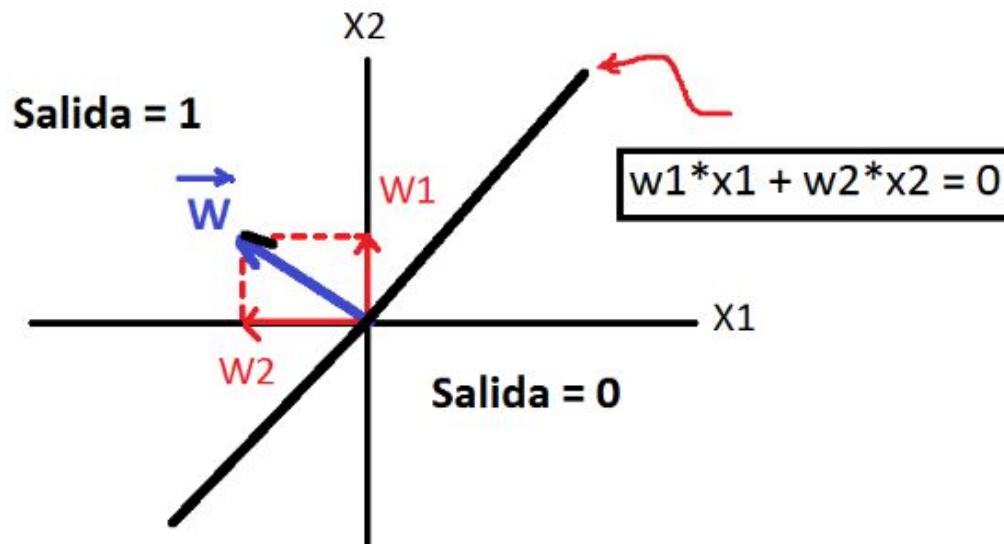
### CONDICIÓN FRONTERA

“Si el vector W es perpendicular a todos los puntos de una cierta recta, entonces dicha recta cumple con la restricción de dividir el espacio en dos zonas, en una de las cuales la salida es uno, y en la otra es cero, según lo visto en el perceptrón.





## SEPARACIÓN ESPACIAL



**W** = Es la suma vectorial de **W1** y **W2**.

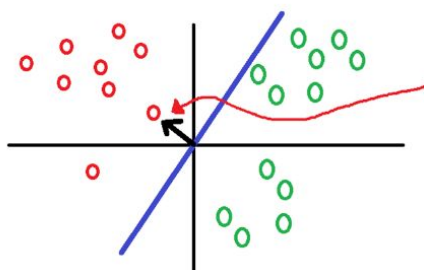
Todos los puntos de la recta representan un vector respecto al origen, quiere decir que todos están a 90 grados de **W**.

Hacia donde apunte **W** la salida vale **1** y donde no apunte **W** la salida vale **0**.

### EJEMPLO:

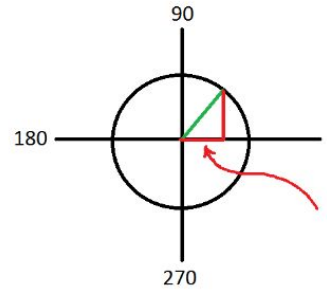
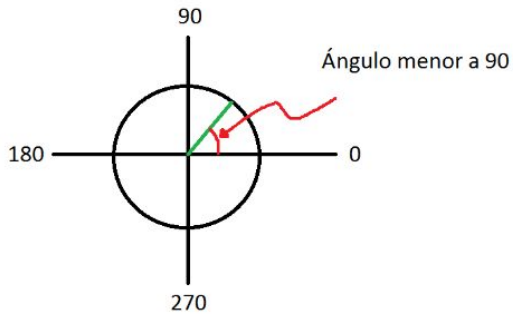
La recta de la gráfica es una solución probable. Pero ¿ Como se puede calcular automáticamente, de modo que divida el espacio en dos áreas de clasificación?

**R/:** Modificando los pesos de manera iterativa, hasta que dichos pesos sean un vector perpendicular a la recta solución.



Este vector **W** debe ser encontrado de manera automática por el sistema.

### FUNCIÓN COSENO (POSITIVO)



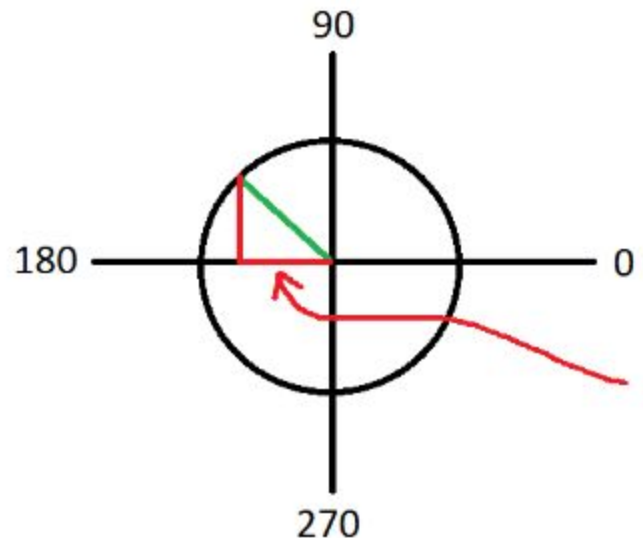
La primera gráfica representa un ángulo menor a 90 grados.

El coseno es la proyección del radio sobre el eje X.

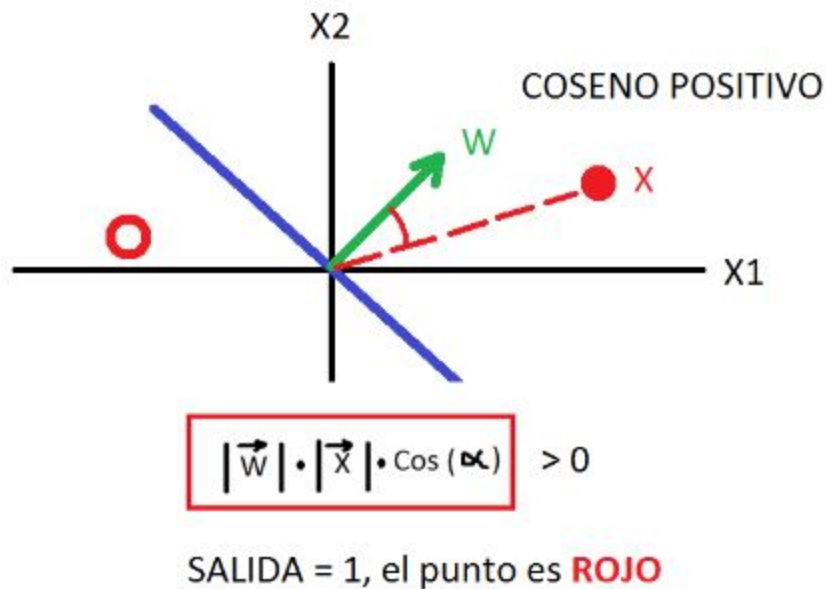
Como está en el origen todo lo que está a la derecha es positivo y lo que está a la izquierda es negativo. Esto quiere decir, que ángulos menores a 90 grados el coseno es **positivo**.

### FUNCIÓN COSENO (NEGATIVO)

Como el ángulo es mayor a 90 grados, entonces el coseno es **negativo**.



## PRINCIPIO DE ENTRENAMIENTO DE UNA NEURONA



La línea azul es la que divide completamente lo que la neurona reconoce y decimos que **W** es positivo.

El punto de la derecha dispara la neurona, mientras el punto de la izquierda no dispara la neurona.

¿Cómo se logra esto?

Se toma la magnitud de **W** y de **X** y se multiplica por el coseno del ángulo entre los dos, como el ángulo es menor a 90 grados, el valor de esto es mayor que cero. Con eso, se determina que la salida es uno, y producirá un valor rojo porque la neurona se dispara.

## 4 LÓGICA DIFUSA

---

La lógica difusa comenzó a ser estudiada por el ingeniero Lofty A. Zadeh en la Universidad de Berkeley en California cuando descubrió un principio que él llamó principio de incompatibilidad. Este principio enuncia lo siguiente: “Conforme la complejidad de un sistema aumenta, nuestra capacidad para ser precisos y construir instrucciones sobre su comportamiento disminuye hasta el umbral más allá del cual, la precisión y el significado son características excluyentes”.

La lógica difusa permite representar el conocimiento común, que es mayoritariamente del tipo lingüístico cualitativo y no necesariamente cuantitativo, en un lenguaje matemático a través de la teoría de conjuntos difusos y funciones características asociadas a ellos.

El aspecto central de los sistemas basados en la teoría de la lógica difusa es que, a diferencia de los que se basan en la lógica clásica, tienen la capacidad de reproducir aceptablemente los modos usuales del razonamiento, considerando que la certeza de una proposición es una cuestión de grado.

Más formalmente se puede decir que si la lógica es la ciencia de los principios formales y normativos del razonamiento, la lógica difusa o borrosa se refiere a los principios formales del razonamiento aproximado, considerando el razonamiento preciso (lógica clásica) como caso límite.

Así pues, las características más atractivas de la lógica difusa son su flexibilidad, su tolerancia con la imprecisión, su capacidad para modelar problemas no-lineales, y su base en el lenguaje natural.

Durante los años posteriores al descubrimiento realizado por Zadeh, empezaron a aparecer aplicaciones en campos que en principio Zadeh nunca hubiera imaginado. Entre estas primeras e importantes aplicaciones se encuentran el desarrollo de un primer controlador difuso para una máquina de vapor por Assilian y Mamdani en el año 1984 en Reino Unido y la aplicación de la lógica difusa para el control de inyección química en plantas depuradoras de agua en Japón desarrollada por Fuji en 1983.

Desde entonces la lógica difusa ha tenido bastante éxito en su utilización sobre los sistemas de control. Además de este avance, también se buscan nuevos campos de

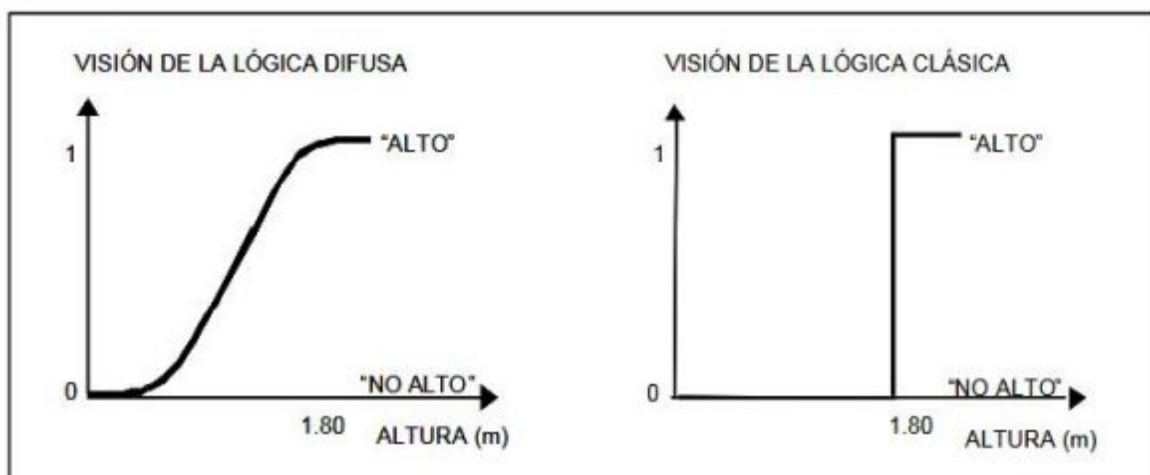
aplicación de esta técnica en áreas como el reconocimiento de patrones visuales o la identificación de segmentos de ADN, entre muchas otras áreas.

Pero entendamos mejor el concepto de la lógica difusa, para eso veamos el ejemplo propuesto por Lofti A. Zadeh. El primer ejemplo utilizado por él, para ilustrar el concepto de conjunto difuso, fue el conjunto “hombres altos”. Según la teoría de la lógica clásica el conjunto “hombres altos” es un conjunto al que pertenecen los hombres con una estatura mayor a un cierto valor, que podemos establecer en 1.80 metros, por ejemplo, y todos los hombres con una altura inferior a este valor quedarían fuera del conjunto. Así tendríamos que un hombre que mide 1.81 metros de estatura pertenecería al conjunto hombre altos, y en cambio un hombre que mide 1.79 metros de altura ya no pertenecería a ese conjunto. Sin embargo, no parece muy lógico decir que un hombre es alto y otro no lo es cuando su altura difiere en dos centímetros.

El enfoque de la lógica difusa considera que el conjunto “hombres altos” es un conjunto que no tiene una frontera clara para pertenecer o no pertenecer a él: mediante una función que define la transición de “alto” a “no alto” se asigna a cada valor de altura un grado de pertenencia al conjunto, entre 0 y 1. Así por ejemplo, un hombre que mida 1.79 podría pertenecer al conjunto difuso “hombres altos” con un grado 0.8 de pertenencia, uno que mide 1.81 con un grado 0.85, y uno que mida 1.50 m con un grado 0.1.

Visto desde esta perspectiva se puede considerar que la lógica clásica es un caso límite de la lógica difusa en el que se asigna un grado de pertenencia 1 a los hombres con una altura mayor o igual a 1.80 y un grado de pertenencia 0 a los que tienen una altura menor.

Veamos de manera gráfica lo expresado anteriormente:





En base al gráfico podríamos afirmar que la lógica difusa admite valores intermedios y elimina la frontera que existe entre ser alto y no alto. Esto nos permite un conjunto más amplio de valores y por supuesto de aplicaciones.

Así pues, los conjuntos difusos pueden ser considerados como una generalización de los conjuntos clásicos. La teoría clásica de conjuntos sólo contempla la pertenencia o no pertenencia de un elemento a un conjunto, sin embargo la teoría de conjuntos difusos contempla la pertenencia parcial de un elemento a un conjunto, es decir, cada elemento presenta un grado de pertenencia a un conjunto difuso que puede tomar cualquier valor entre 0 y 1. Este grado de pertenencia se define mediante la función característica asociada al conjunto difuso: para cada valor que pueda tomar un elemento o variable de entrada  $x$  la función característica  $\mu_A(x)$  proporciona el grado de pertenencia de este valor de  $x$  al conjunto difuso  $A$ .

La forma de la función característica utilizada, depende del criterio aplicado en la resolución de cada problema y variará en función de la cultura, geografía, época o punto de vista del usuario.

La única condición que debe cumplir una función característica es que tome valores entre 0 y 1, con continuidad. Las funciones características más comúnmente utilizadas por su simplicidad matemática y su manejabilidad son: triangular, trapezoidal, gaussiana, sigmoideal, gamma, pi, campana, entre otras.



## 5 CONCLUSIONES

---

- El desarrollo de las temáticas elaboradas en clase utilizando el lenguaje JavaScript prueba ser un mecanismo de gran valor para el aprendizaje de los conceptos básicos de la materia.
- Podemos concluir que la lógica difusa es un gran descubrimiento y avance para el entendimiento del lenguaje natural y su representación matemática. Además, es un campo que está abierto para nuevas investigaciones y aplicaciones.



## 6 BIBLIOGRAFÍA

---

<https://repl.it>

<https://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/6887/04Rpp04de11.pdf>