

Sumas parciales de la serie $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i^2}$

Santiago Orjuela Convers

Abril 2020

En este reporte se anexará el código que se hizo en el lenguaje de programación R para calcular el valor al que converge la serie dada por la siguiente expresión.

$$S = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

La aproximación del valor $\frac{\pi^2}{6}$ se hace utilizando las sumas parciales. La función definida para calcular la k -ésima suma parcial recibe un entero positivo k y la función devuelve el resultado de la siguiente suma

$$S_k = \sum_{i=1}^k \frac{1}{i^2}$$

Como la serie converge al valor $\frac{\pi^2}{6}$ entonces se tiene por definición de serie convergente que a medida que k se hace cada vez más grande entonces la suma definida por S_k es cada vez más cercana al valor de convergencia de la serie. En R creé una función llamada suma-parcial, que está definida de la siguiente manera:

```
suma_parcial <- function(k){  
  i<-1:k; a<-sum(1/(i ^2))  
  return(a)  
}
```

Se calculará el valor de la suma parcial para varios valores de k utilizando la función definida en el script.

```
suma_parcial(5)  
  
## [1] 1.463611  
  
suma_parcial(10)
```

```
## [1] 1.549768
suma_parcial(15)
## [1] 1.58044
suma_parcial(25)
## [1] 1.605723
suma_parcial(45)
## [1] 1.622957
suma_parcial(100)
## [1] 1.634984
suma_parcial(1000)
## [1] 1.643935
suma_parcial(10000)
## [1] 1.644834
suma_parcial(100000)
## [1] 1.644924
suma_parcial(1000000)
## [1] 1.644933
```

Los valores anteriores son los arrojados por la función al reemplazar el argumento, por ejemplo, la 15 suma parcial está dada por 1,58044. Los resultados de las sumas parciales serán añadidos en la siguiente tabla.

```
tabla <- data.frame("k"=c(5,10,15,25,45,100,1000,10000,100000,
1000000),
"Valor"=c(suma_parcial(5),suma_parcial(10),suma_parcial(15),
suma_parcial(25),suma_parcial(45),suma_parcial(100),
suma_parcial(1000),suma_parcial(10000),
suma_parcial(100000),suma_parcial(1000000)))
```

```
print(tabla)
```

```
##          k      Valor
```

```
## 1      5 1.463611
## 2     10 1.549768
## 3     15 1.580440
## 4     25 1.605723
## 5     45 1.622957
## 6    100 1.634984
## 7   1000 1.643935
## 8  10000 1.644834
## 9 100000 1.644924
## 10 1000000 1.644933
```

Se puede notar que a medida que el k es más grande, el resultado de la suma parcial se va aproximando cada vez más al número $\frac{\pi^2}{6} \approx 1,644934$.