

Criba de Eratóstenes

Santiago Orjuela Convers

Abril 2020

La criba de Eratóstenes es un algoritmo creado por Eratóstenes de Cirene, un matemático griego que vivió entre los años de 276 a.C y 194 a.C. El algoritmo se utiliza para calcular los números primos que están por debajo de un número dado, por ejemplo, si se da el número 7, el algoritmo da como resultado los números 2, 3, 5, 7.

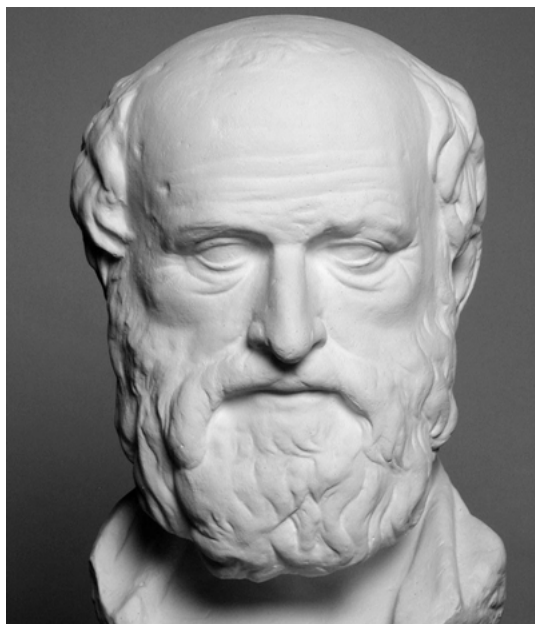


Figura 1: Eratóstenes de Cirene

Antes de explicar como funciona el algoritmo, se hace una observación. El número 2 es el primer número primo, es decir, para este caso el número 1 no es considerado como un número primo.

El funcionamiento del algoritmo empieza cuando se selecciona un número entero positivo, n , y se hace una lista de números naturales consecutivos que comienza en el número 2 y va hasta n , por ejemplo, para $n = 10$, se tendría la

siguiente lista: [2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10]. Lo que hace después el algoritmo es tomar el primer elemento de la lista y eliminar de la lista a todos sus múltiplos, en el ejemplo dado anteriormente, el primer elemento de la lista es 2, por lo que al eliminar a todos sus múltiplos que están en la lista queda así: [2, 3, 5, 7, 9]. Acto seguido, se toma el siguiente número que esté en la lista, en el ejemplo que se está usando es el 3 y eliminando sus múltiplos, la lista queda con los siguientes elementos: [2, 3, 5, 7]; después se verifica con el siguiente elemento de la lista que sería el 5 y se repite el procedimiento hasta verificar que los elementos restantes en la lista no tienen ningún múltiplo dentro de la lista creada.

El algoritmo que creé en R, toma como argumento un número entero positivo n , y después crea una lista X desde 2 hasta n . Si $n = 1$ el algoritmo imprime 0, que es la cantidad de números primos que están por debajo de 1. Si $n \neq 1$ entonces el algoritmo crea una secuencia de múltiplos menores o iguales a n para cada número en la lista. Luego, para cada una de esas listas de múltiplos, el algoritmo retira de X a los múltiplos que están en la lista. El código es el siguiente.

```
criba <- function(n){
  if (n == 0 | n == 1){
    print(0)
  } else{
    X <- 2:n
    i <- 2
    for (x in X){
      if (2*x <= n){
        a <- seq(2*x,n,x)
        for (i in 1:length(a)){
          if (a[i] %in% X){
            b <- match(a[i],X)
            X <- X[-(b)]
          }
        }
      }
    }
    cat("Hay",length(X),"números primos desde 2 hasta",n,
      "y son \n",X)
  }
}
```

Se probará la función para varios valores de n .

```
criba(8)

## Hay 4 números primos desde 2 hasta 8 y son
## 2 3 5 7

criba(11)
```

```
## Hay 5 números primos desde 2 hasta 11 y son
##  2 3 5 7 11

criba(15)

## Hay 6 números primos desde 2 hasta 15 y son
##  2 3 5 7 11 13

criba(25)

## Hay 9 números primos desde 2 hasta 25 y son
##  2 3 5 7 11 13 17 19 23

criba(37)

## Hay 12 números primos desde 2 hasta 37 y son
##  2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37

criba(40)

## Hay 12 números primos desde 2 hasta 40 y son
##  2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37

criba(100)

## Hay 25 números primos desde 2 hasta 100 y son
##  2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 53 59 61 67 71 73 79 83 89 97
```