MIIA

Maestría
en Inteligencia Analítica para
la toma de decisiones

Modelaje y mejora de procesos

Modulo: optimización basada en redes

Universidad de los Andes
Colombia

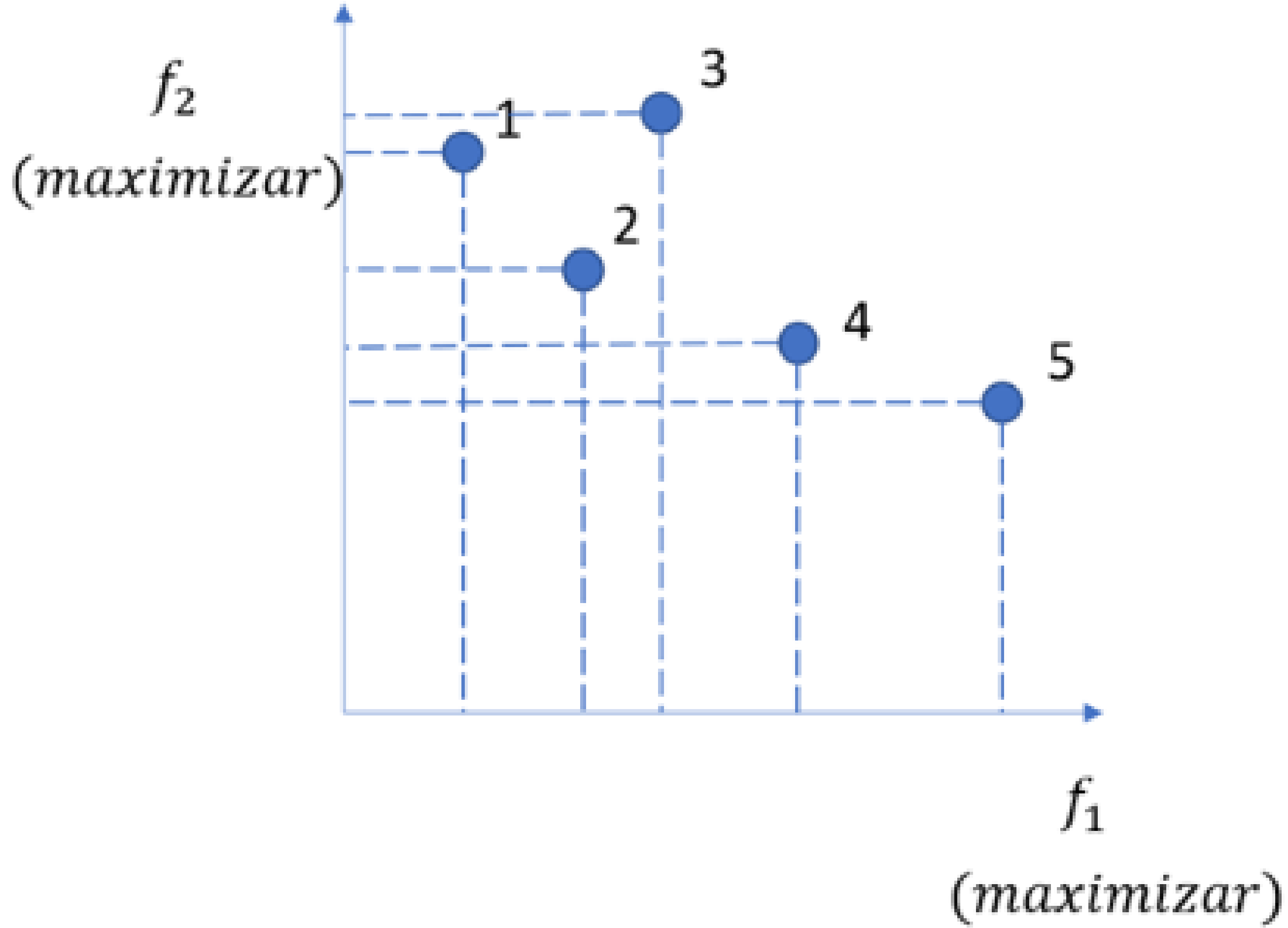
PREGUNTAS

Conceptos claves: optimización multiobjetivo y funciones min-max (max –min)

Conceptos claves:

optimización multiobjetivo y funciones min-max (max –min)

En el siguiente gráfico se muestran varias soluciones (1, 2, 3, 4 y 5) para un problema multiobjetivo. En los ejes se encuentran los objetivos que se quieren optimizar simultáneamente. Cada eje indica el sentido de su función objetivo. ¿Qué soluciones componen el conjunto de óptimos de Pareto?



- 1, 2 y 4
- 3, 4 y 5
- 1 y 2
- 3 y 5

Conceptos claves:

optimización multiobjetivo y funciones min-max (max –min)

Luisa se va en bicicleta al trabajo todos los días. Ella tiene varias alternativas de ruta para el recorrido desde su casa al trabajo. Luisa quiere llegar en el menor tiempo posible a su trabajo, pero a la vez sabe que las rutas que consumen menos tiempo de viaje no tienen buena infraestructura para bicicletas, lo que le genera altos niveles de estrés. ¿Qué estrategia debe usar Luisa para seleccionar una de las rutas teniendo en cuenta ambos intereses?

- ◯ Se debe decidir una de las funciones objetivo y escoger la ruta que optimice dicha función.
- ✖ Se debe escoger una ruta que esté no dominada.
- ◯ Se debe escoger una ruta que tenga en cuenta ambos intereses.
- ◯ Para cada ruta se debe comparar el valor de ambas funciones objetivo. La ruta con el mayor valor para una de las funciones debe ser escogida.

Conceptos claves:

optimización multiobjetivo y funciones min-max (max –min)

¿Cuál método de optimización multiobjetivo es conveniente usar en problemas con óptimos alternos? (Seleccione una opción)

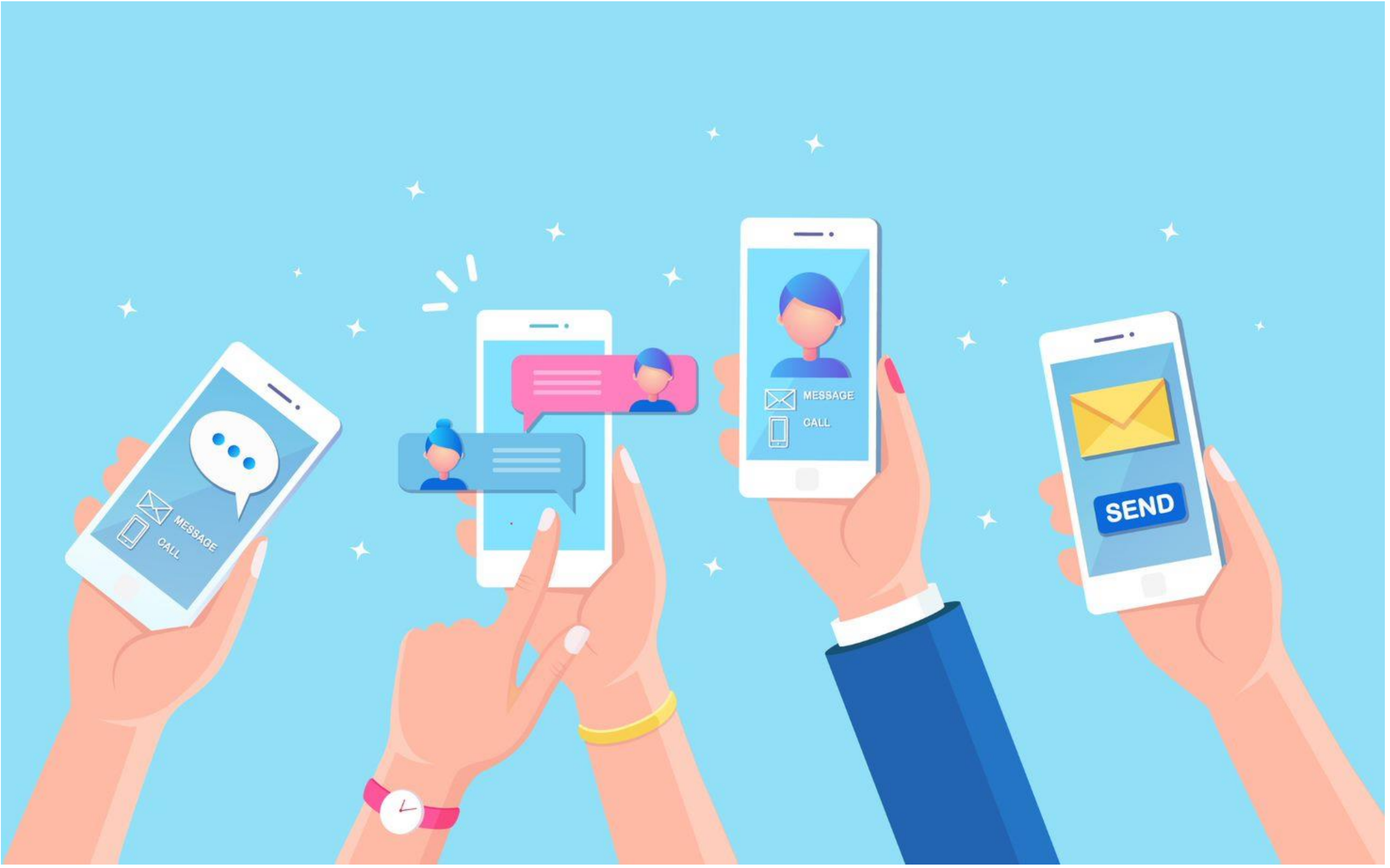
- Branch and bound
- Método lexicográfico
- Agregación de objetivos
- Restricciones épsilon
- Programación por metas

Diseño de ofertas para migración de clientes entre productos

Universidad de los Andes
Colombia

Diseño de ofertas para migración de clientes

Contexto

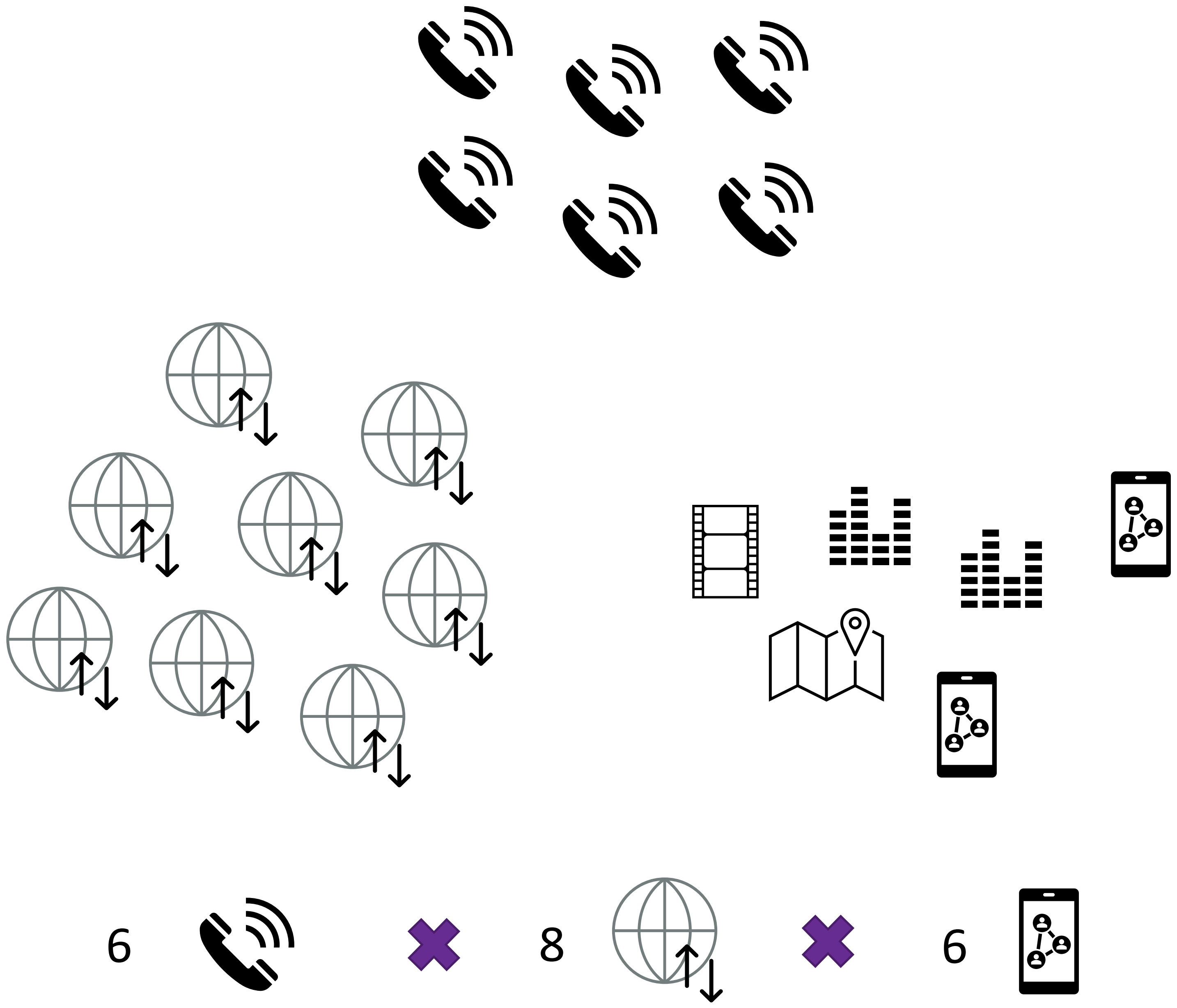


Conecta2 tiene un portafolio diverso de productos de telefonía móvil

Le dan la posibilidad a los clientes de elegir una combinación de minutos, navegación y beneficios

Diseño de ofertas para migración de clientes

Contexto



Conecta2 tiene:

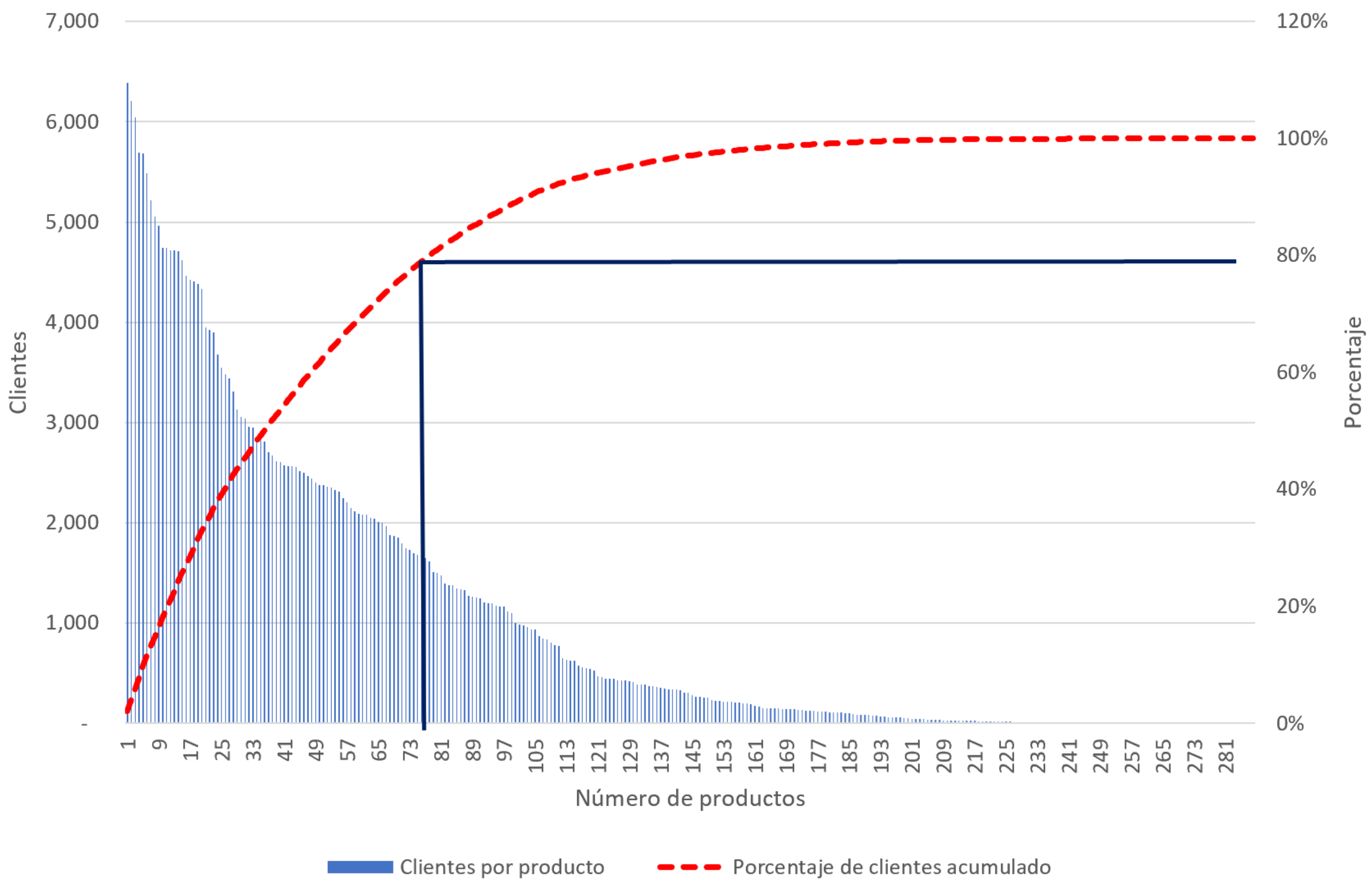
- seis opciones de paquetes de minutos
- ocho opciones de paquetes de navegación
- seis opciones de paquetes de beneficios

En total son 288 productos para administrar

Hay una gran complejidad operativa

Diseño de ofertas para migración de clientes

Contexto



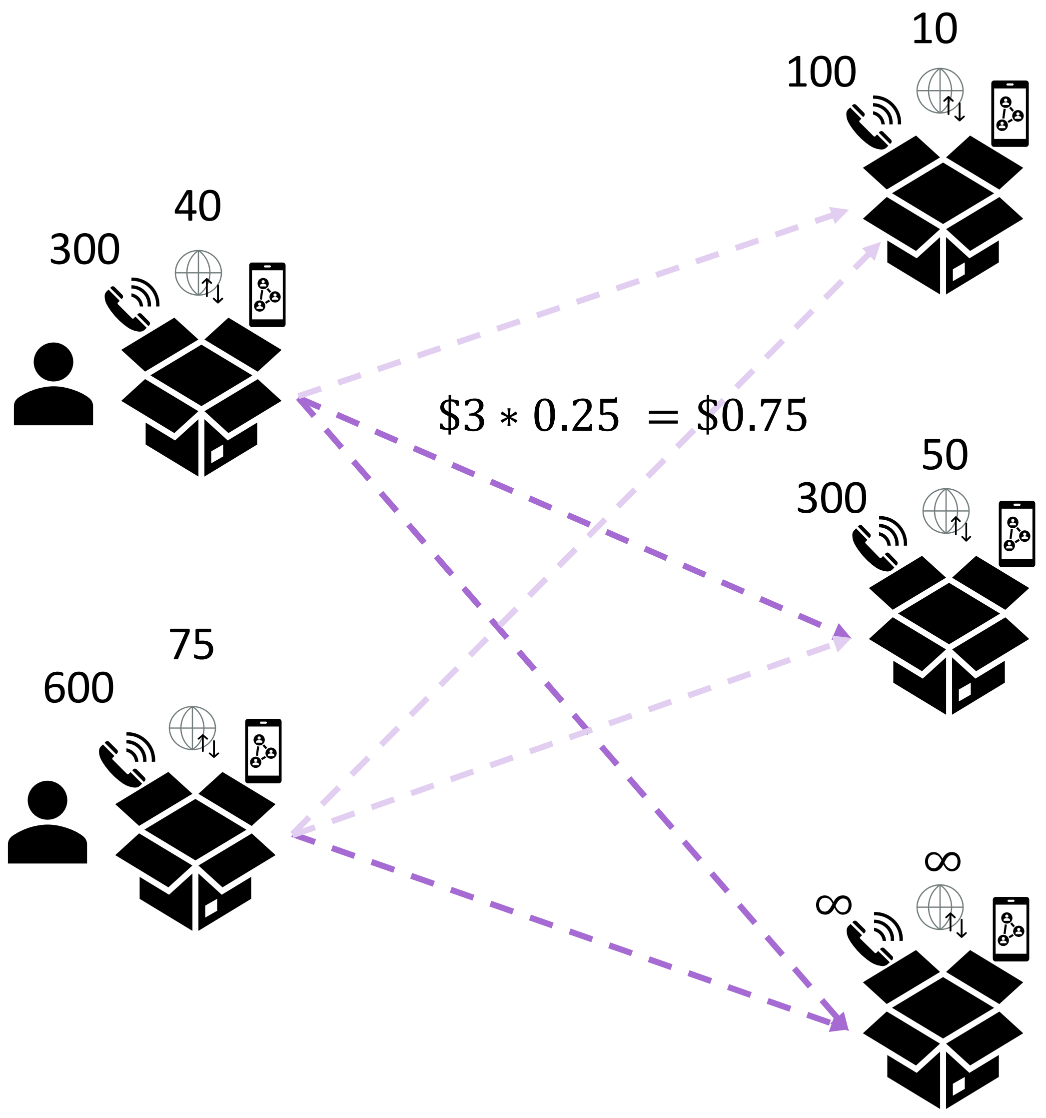
El 80% de los clientes consumen solo el 27% del total de productos

Evaluación de una propuesta para reducir la cantidad de productos de 288 a 27

Se ofrecerán los 27 productos a los clientes

Diseño de ofertas para migración de clientes

Contexto



¿Cómo debe Conecta2 ofrecer los 27 productos a los clientes de forma que se maximice el ingreso adicional estimado?

Solo se hace una oferta a un cliente si:

El producto ofrecido es mejor que el actual (en minutos o navegación)

El cargo mensual es igual o superior al producto actual (que haya un ingreso adicional)

$

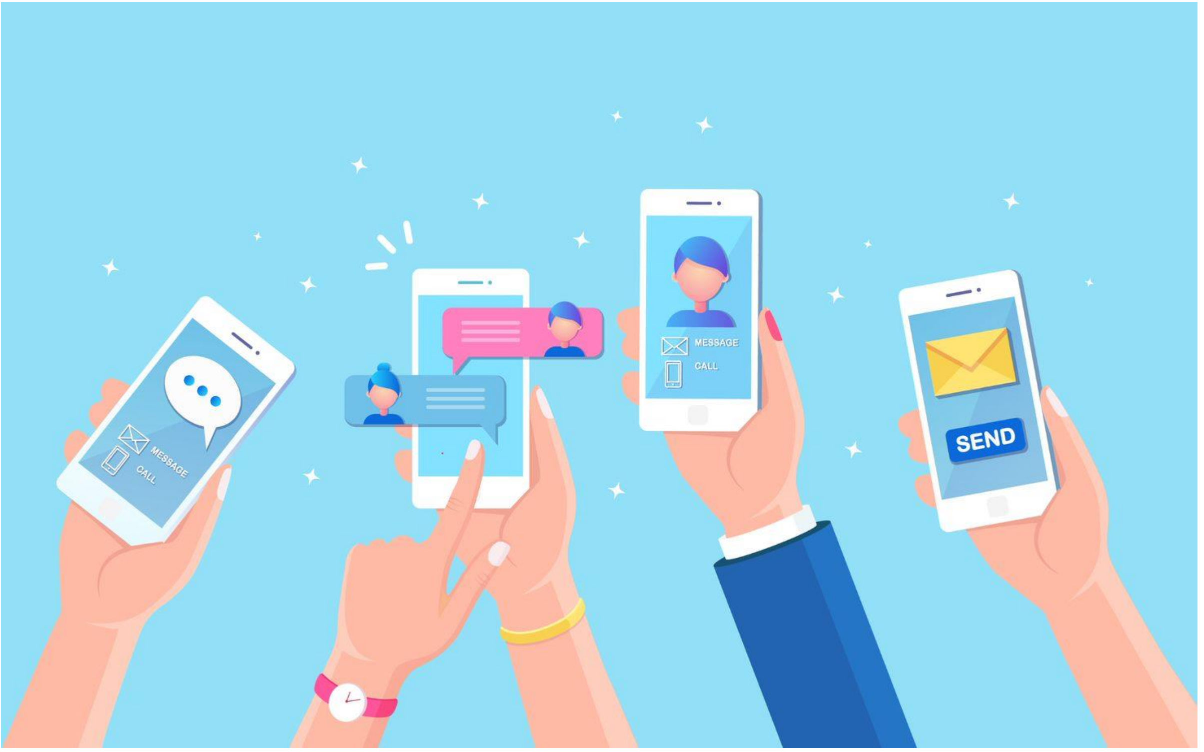
Con un modelo predictivo se ha calculado la probabilidad de que un cliente acepte una oferta de cierto producto

Cada producto nuevo no puede tener más de 25,000 ofertas

Se deben hacer ofertas a todos los clientes

Diseño de ofertas para migración de clientes

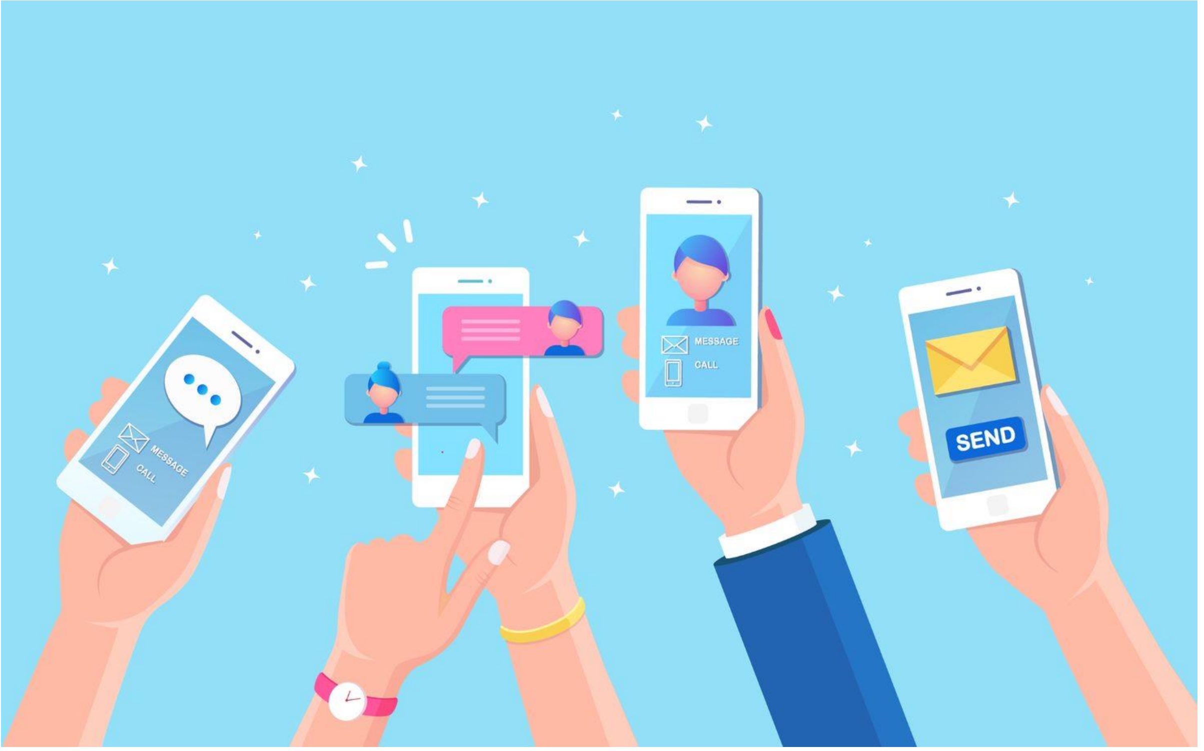
Componentes del modelo



Información	→	Parámetros	
Decisiones	→	Variables de Decisión	
Condiciones	→	Restricciones	
Propósito	→	Función Objetivo	

Diseño de ofertas para migración de clientes

Componentes del modelo



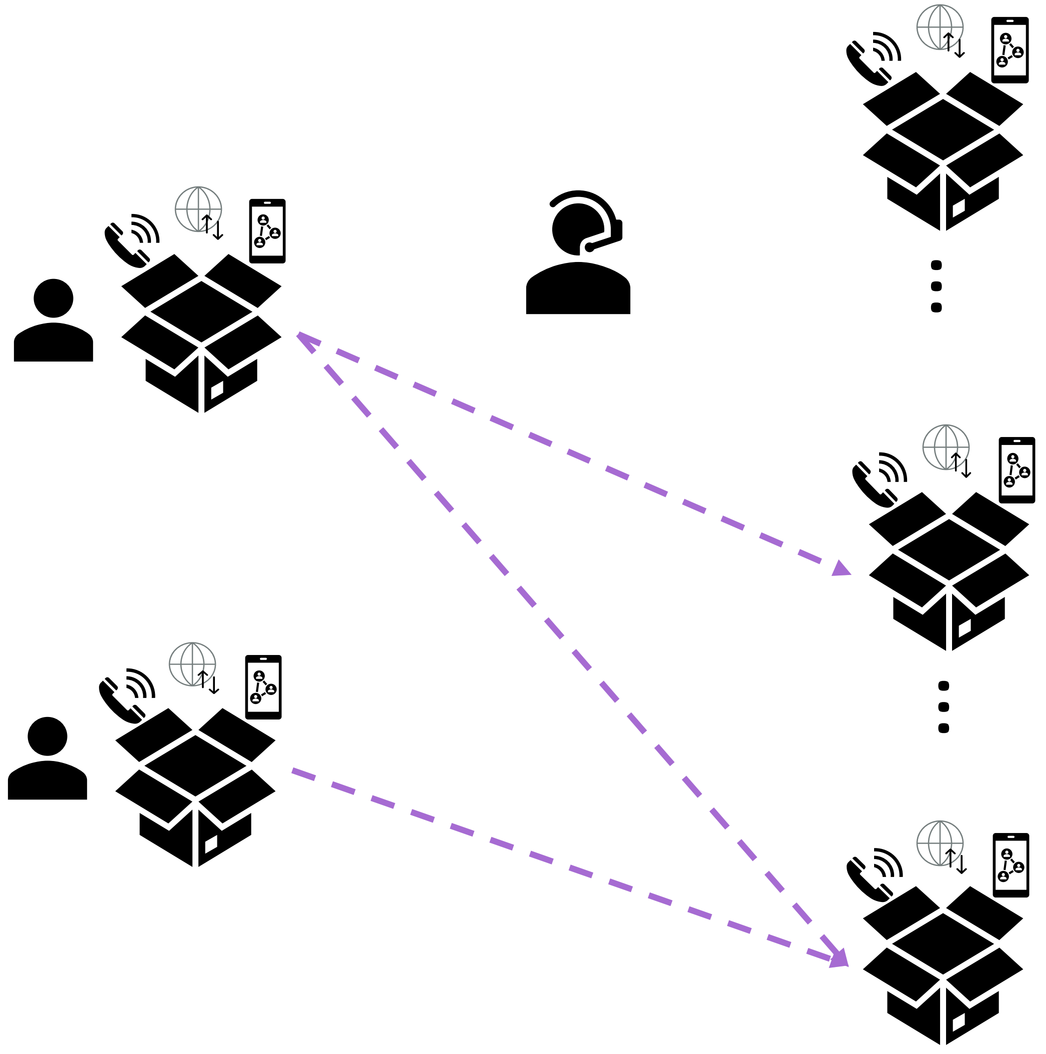
Información → **Parámetros**

¿Qué información está disponible para tomar la decisión?

- Productos actuales
- Productos nuevos
- Número de clientes en productos actuales
- Ingreso adicional por migración
- Probabilidad de migración para un cliente
- Limite de ofertas por cada producto nuevo

Diseño de ofertas para migración de clientes

Componentes del modelo



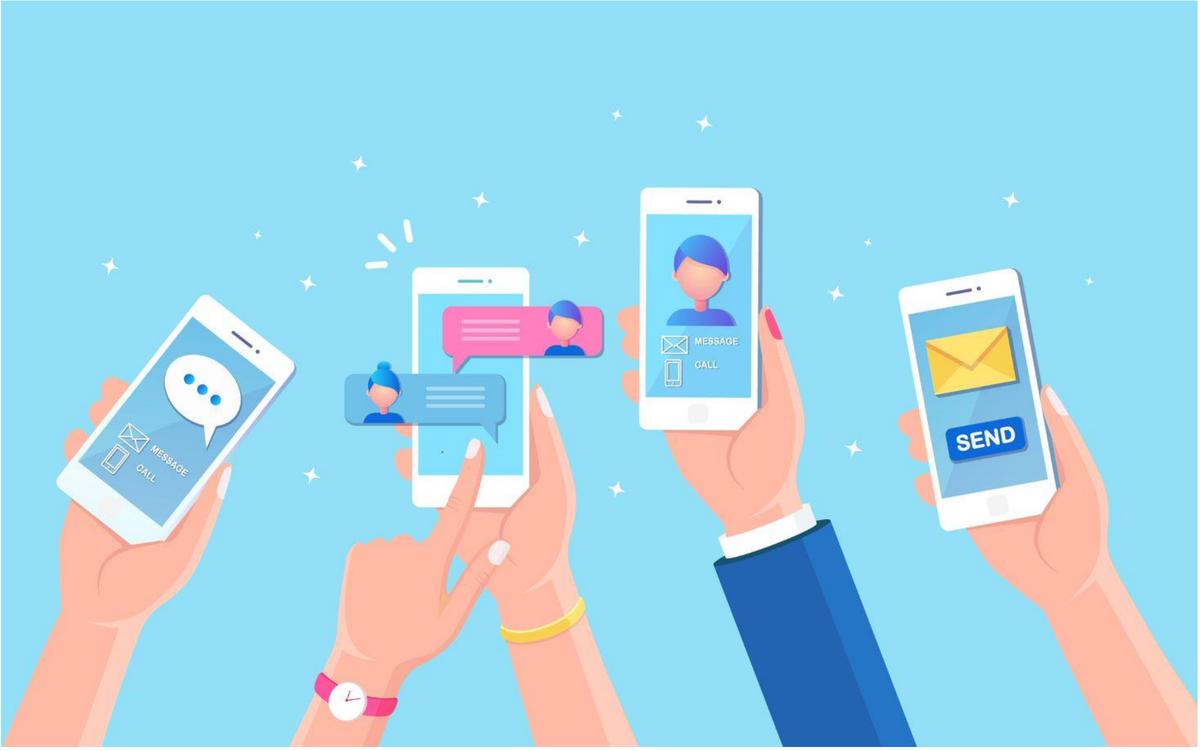
Decisiones → **Variables de Decisión**

¿Qué debe decidirse?

Qué ofertas de productos nuevos hacerle a los clientes

Diseño de ofertas para migración de clientes

Componentes del modelo



Condiciones → Restricciones

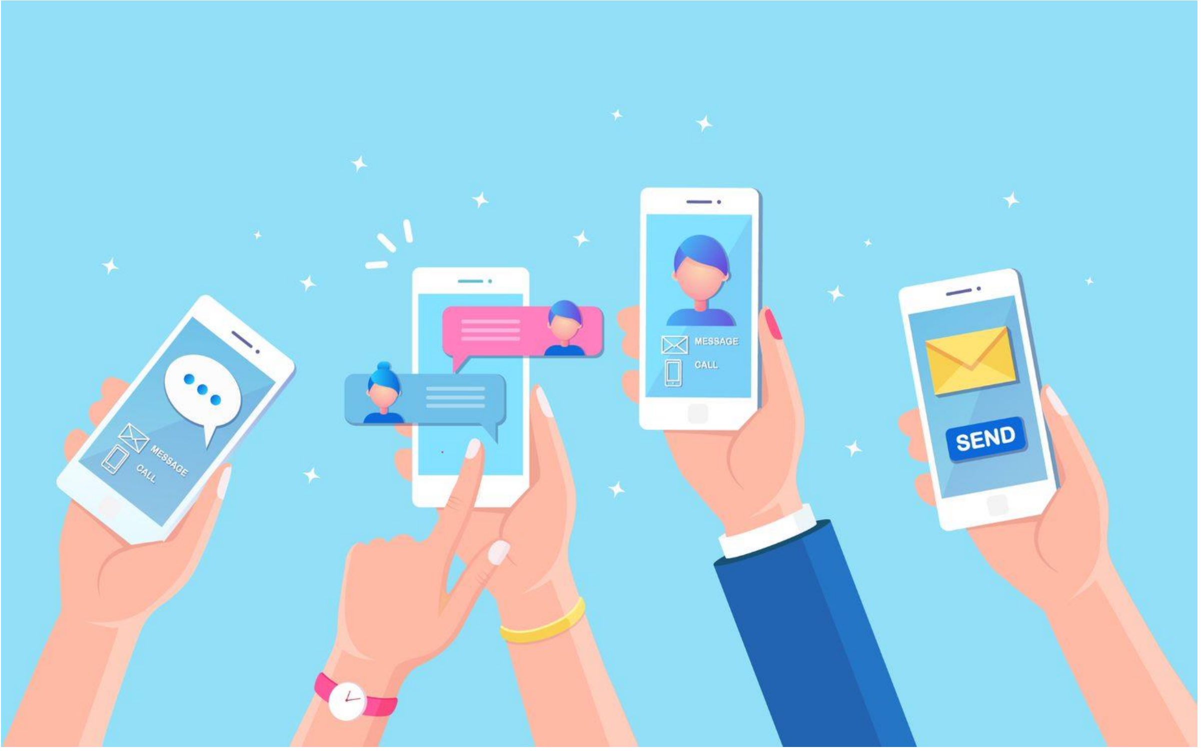
¿Qué limita la decisión?

A todos los clientes se les debe hacer una oferta

Hay un límite de ofertas para cada producto nuevo

Diseño de ofertas para migración de clientes

Componentes del modelo



Propósito → **Función Objetivo**

¿Cómo se cuantifica el impacto de la decisión?

Maximizar el ingreso adicional estimado

Formulación matemática

¿Cómo expresamos los componentes del problema mediante expresiones algebraicas?

Información

Conjuntos

¿Qué información está disponible para tomar la decisión?

Productos actuales

P^a: conjunto de productos actuales

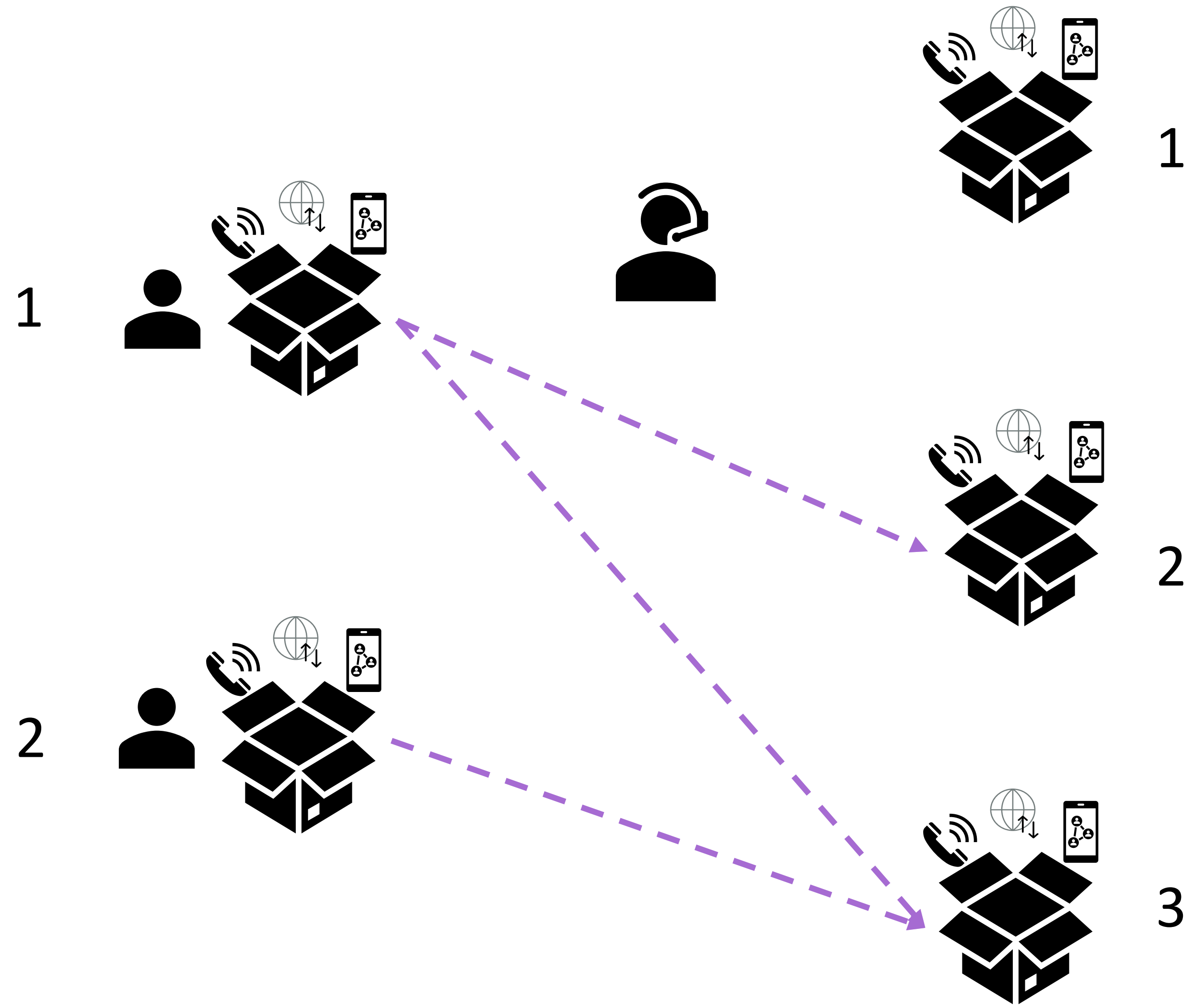
Productos nuevos

P^n: conjunto de productos nuevos

Información → **Conjuntos**

¿Qué información está disponible para tomar la decisión?

Posibles migraciones



A: conjunto de posibles migraciones de productos actuales a productos nuevos

$$P^a \times P^n = \{(1,1),(1,2),(1,3),(2,1),(2,2),(2,3)\}$$

$$A = \{(1,2),(1,3),(2,3)\}$$

$$A \subseteq P^a \times P^n$$

Información

Parámetros

¿Qué información está disponible para tomar la decisión?

Número de clientes en productos actuales

a_i: número de clientes en el producto actual

Ingreso adicional

r_{ij}: ingreso adicional [$] al migrar un cliente de un producto actual $i \in P^a$ a un producto nuevo $j \in P^n$

Probabilidad de migración

p_{ij}: probabilidad de que un cliente migre de un producto actual $i \in P^a$ a un producto nuevo $j \in P^n$

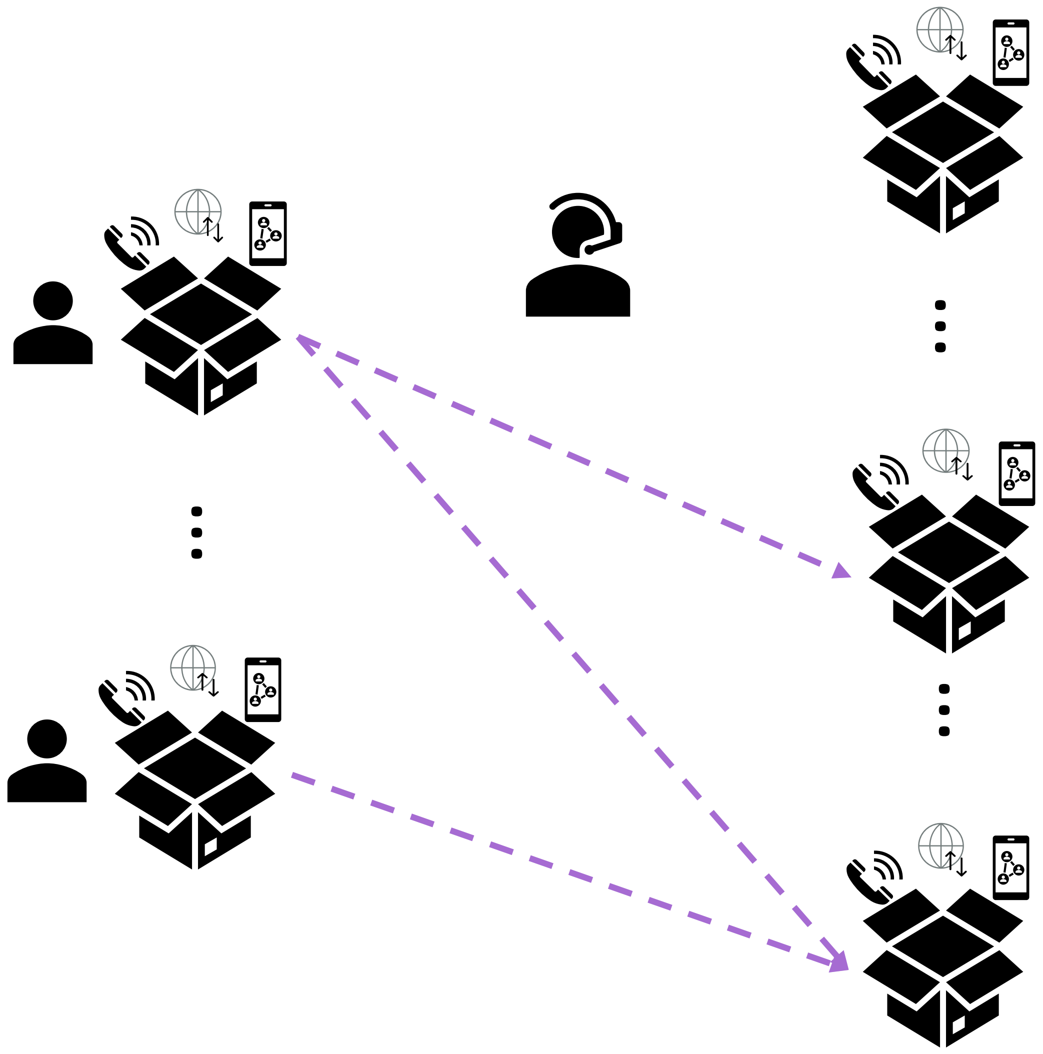
Limite de ofertas por cada producto nuevo

u: número máximo de ofertas que se pueden hacer para un producto nuevo

Decisiones

¿Qué debe decidirse?

Cuantas ofertas de productos nuevos hacerle a los clientes



Variables de Decisión

x_{ij}: número de clientes a los que se les va a hacer la oferta del producto nuevo $j \in P^n$ si tienen el producto actual $i \in P^a$

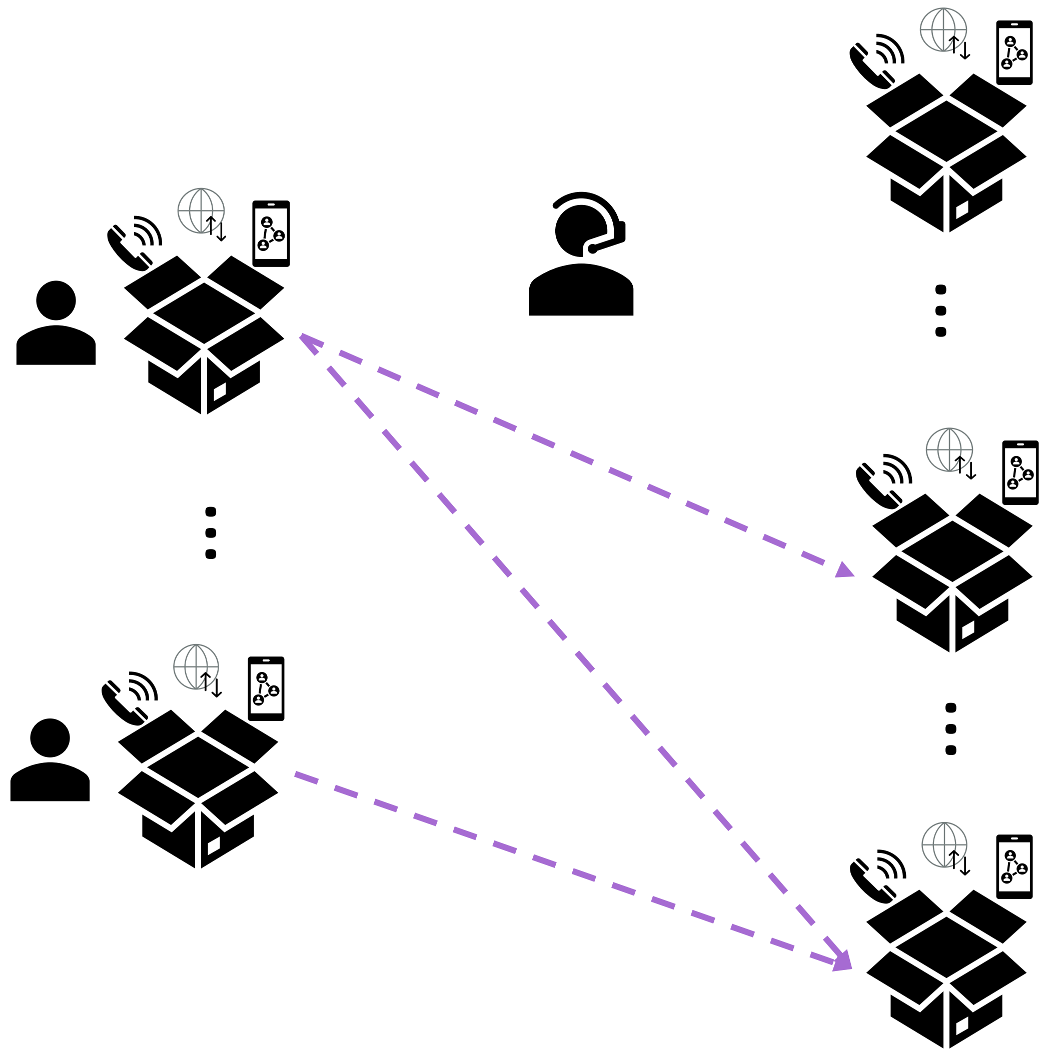
$$x_{ij} \geq 0, \forall (i,j) \in A$$

Condiciones

Restricciones

¿Qué limita la decisión?

A todos los clientes se les debe hacer una oferta



La restricción debe cumplirse para <u>cada producto actual</u>

$$\sum_{\{j|(i,j)\in A\}} x_{ij} = a_i, \forall\, i \in P^A$$

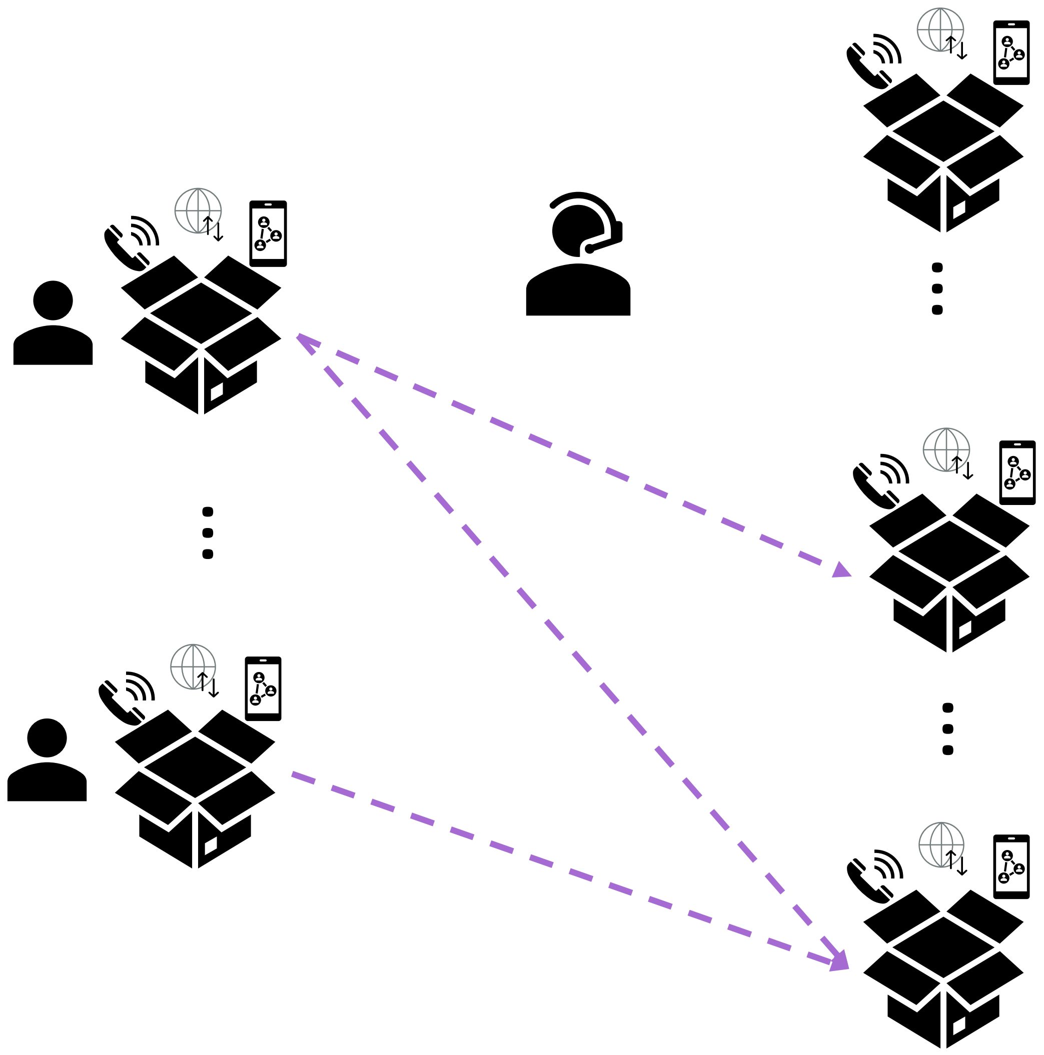
Revisa las ofertas realizadas a los clientes de un producto actual

Número de clientes en el producto actual

Condiciones → **Restricciones**

¿Qué limita la decisión?

Hay un límite de ofertas para cada producto nuevo



La restricción debe cumplirse para cada producto nuevo

$$\sum_{\{i|(i,j)\in A\}} x_{ij} \leq u, \forall\, j \in P^n$$

Revisa las ofertas realizadas para un producto nuevo

Límite de ofertas para los productos nuevos

Propósito

Función Objetivo

¿Cómo se cuantifica el impacto de la decisión?

Maximizar el ingreso adicional estimado

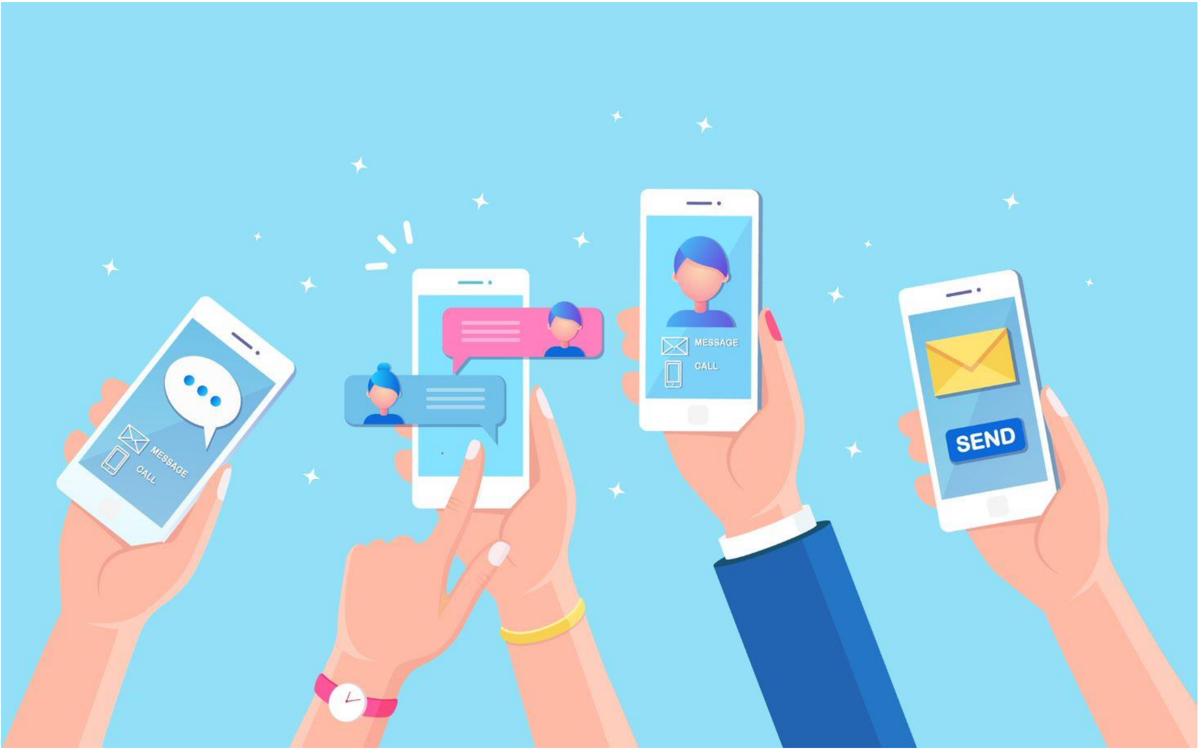
$$\max \sum_{(i,j)\in A} \boxed{p_{ij}} \cdot \boxed{r_{ij}} \cdot x_{ij}$$

Probabilidad de que un cliente migre

Ingreso adicional

Diseño de ofertas para migración de clientes

Modelado



$$\max \sum_{(i,j)\in A} p_{ij} r_{ij} x_{ij}$$

s.a,

$$\sum_{\{j|(i,j)\in A\}} x_{ij} = a_i, \qquad \forall i \in P^a$$

$$\sum_{\{i|(i,j)\in A\}} x_{ij} \leq u, \qquad \forall j \in P^n$$

$$x_{ij} \geq 0, \qquad \forall (i,j) \in A$$

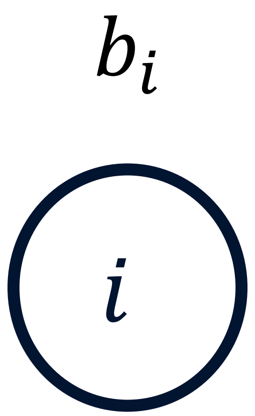
Modelado basado en redes

¿Podríamos modelar este problema como una red?

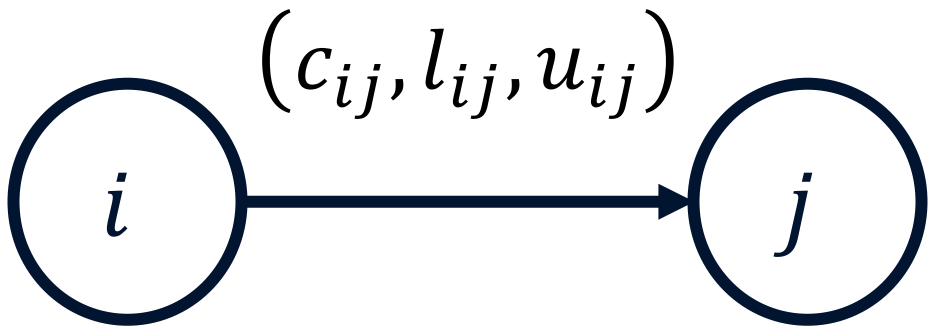
Estructura general para una red

Modelado

Nodos



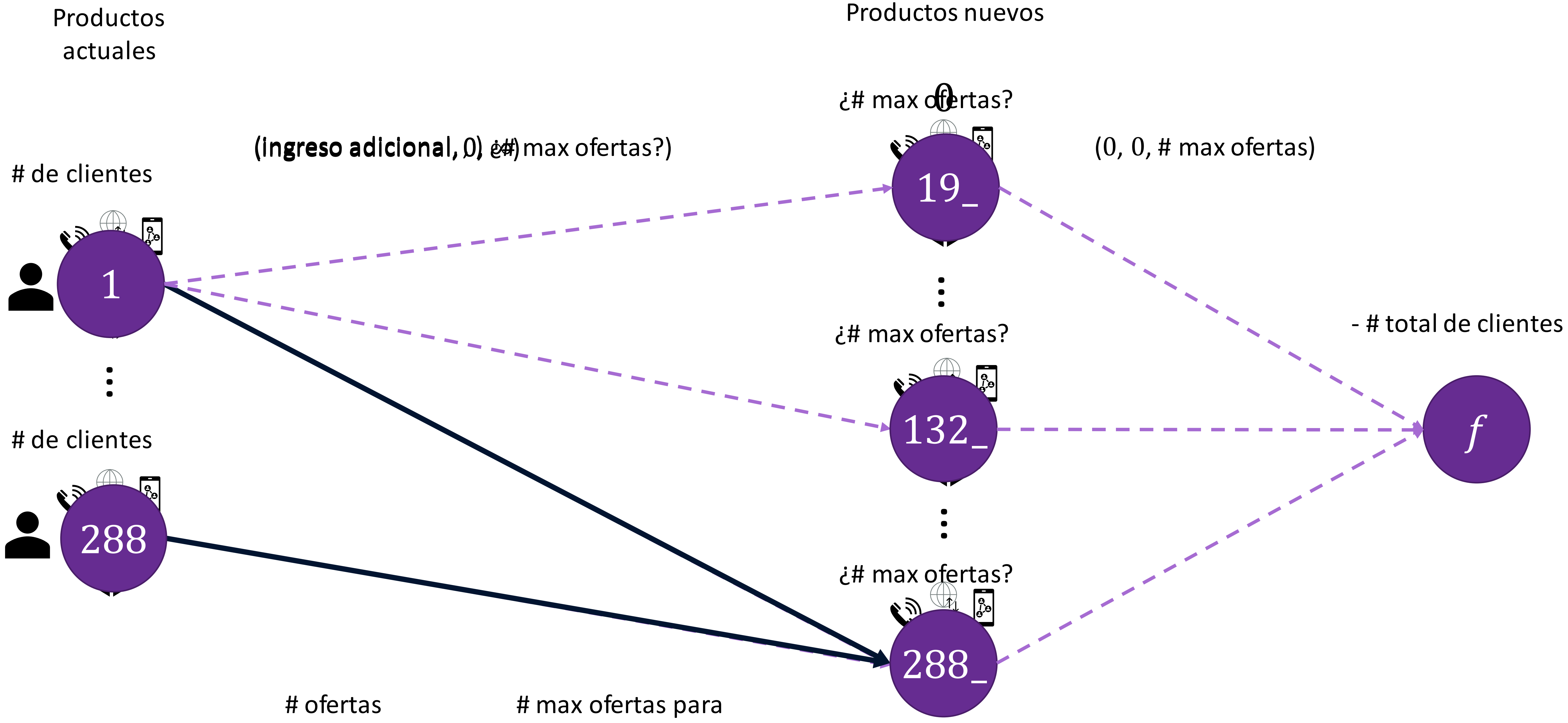
Arcos



Diseño de ofertas para migración de clientes

Red

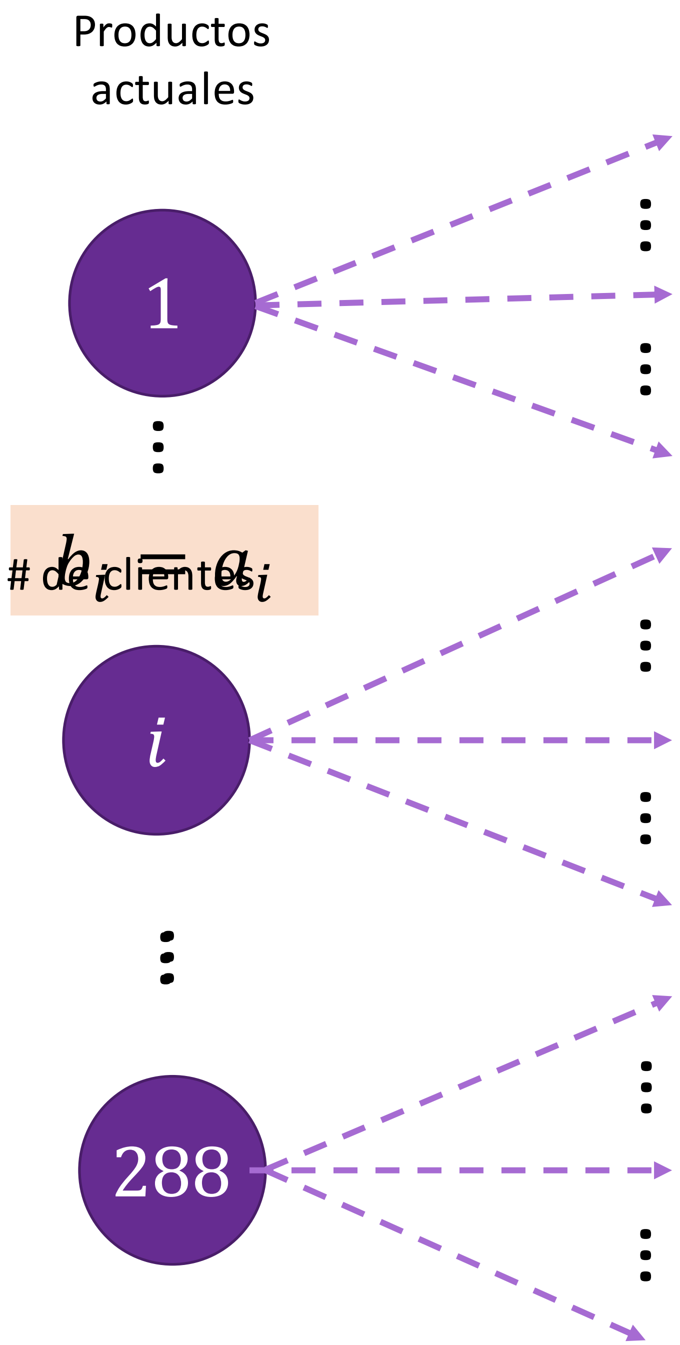
Nodos	Arcos
b_i	(c_{ij}, l_{ij}, u_{ij})



¿ # ofertas para cada producto ≤ # max ofertas para cada producto ? × 2

Diseño de ofertas para migración de clientes

Red

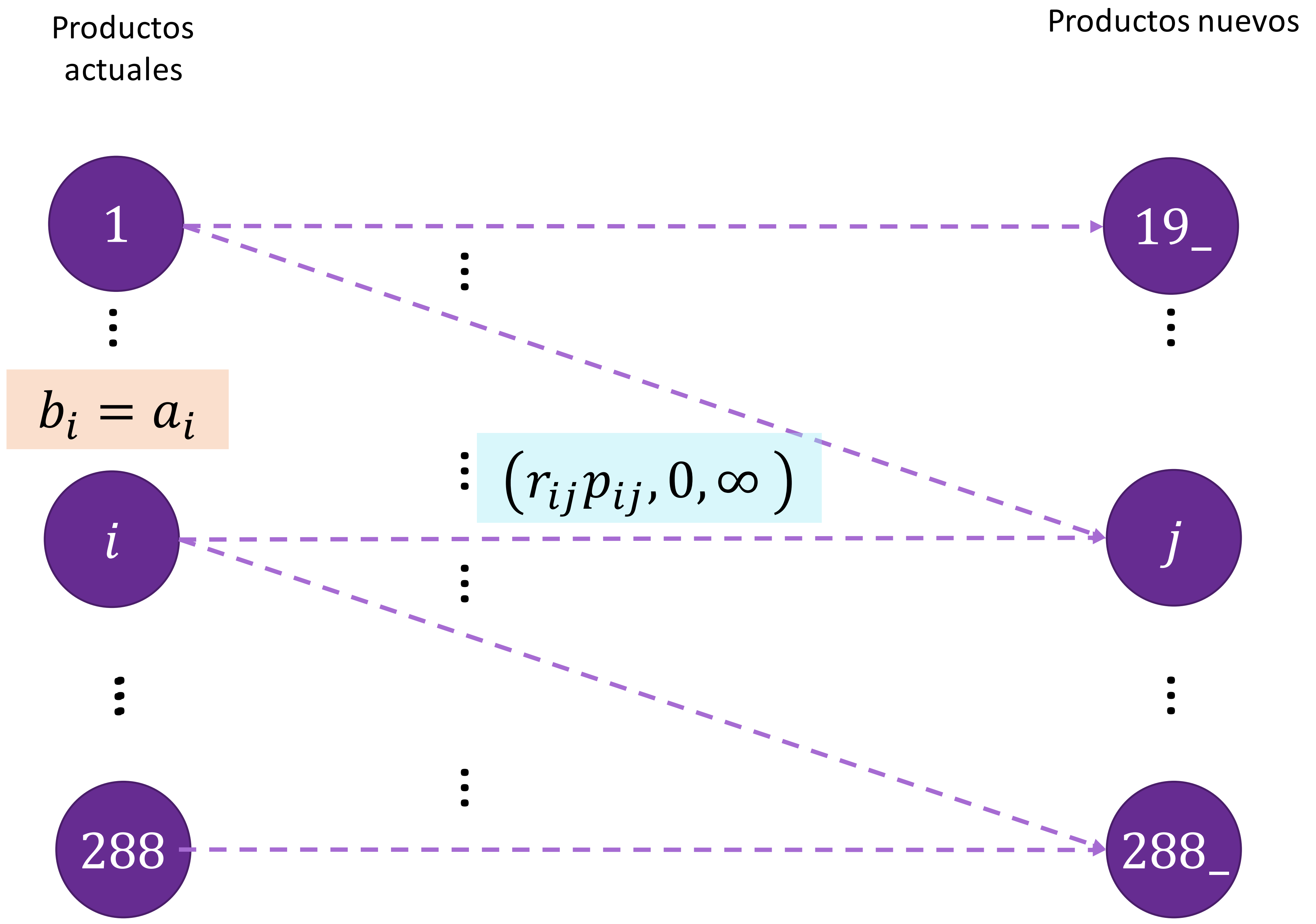


Nodos	Arcos
b_i	(c_{ij}, l_{ij}, u_{ij})

Diseño de ofertas para migración de clientes

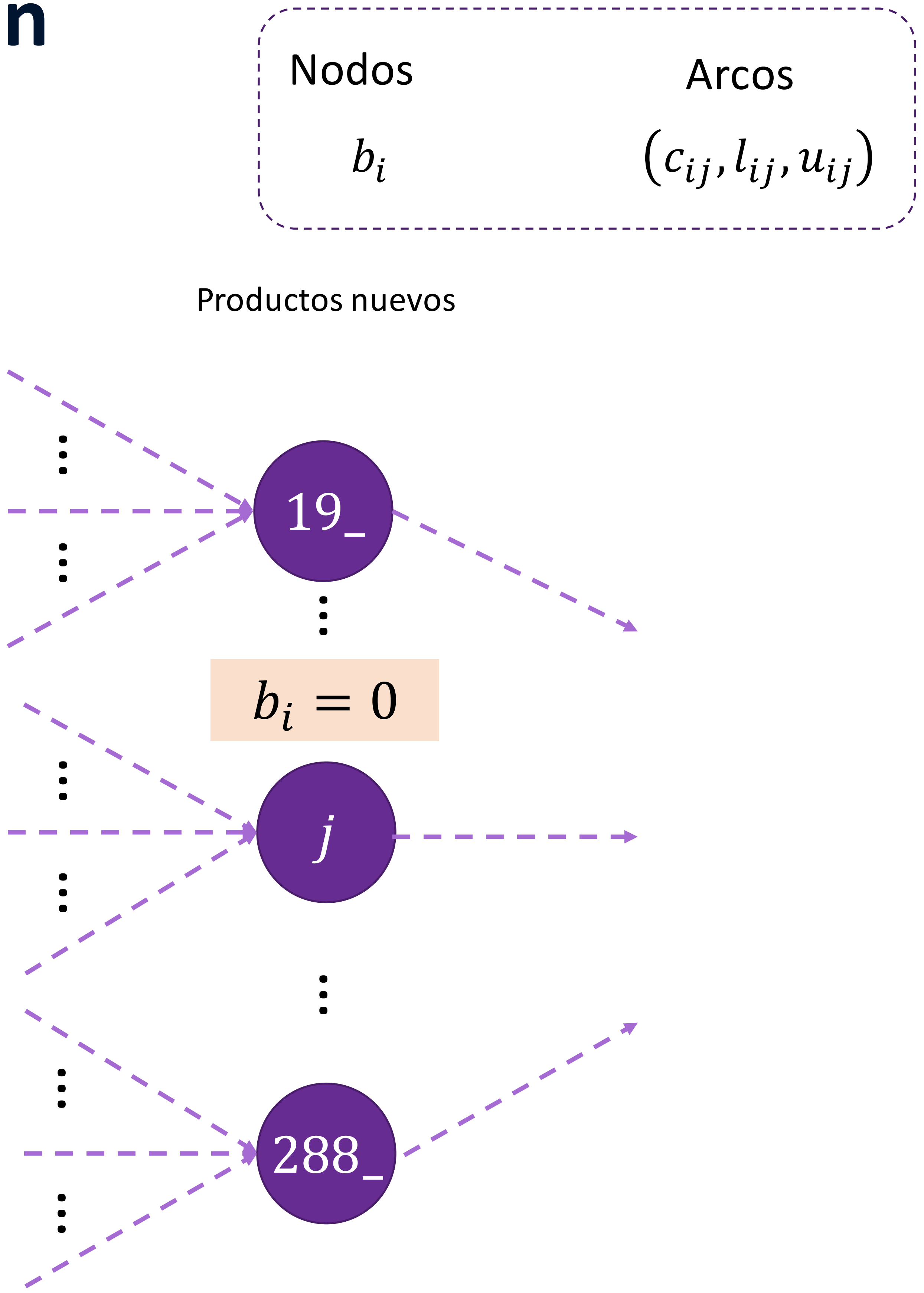
Red

Nodos	Arcos
b_i	(c_{ij}, l_{ij}, u_{ij})



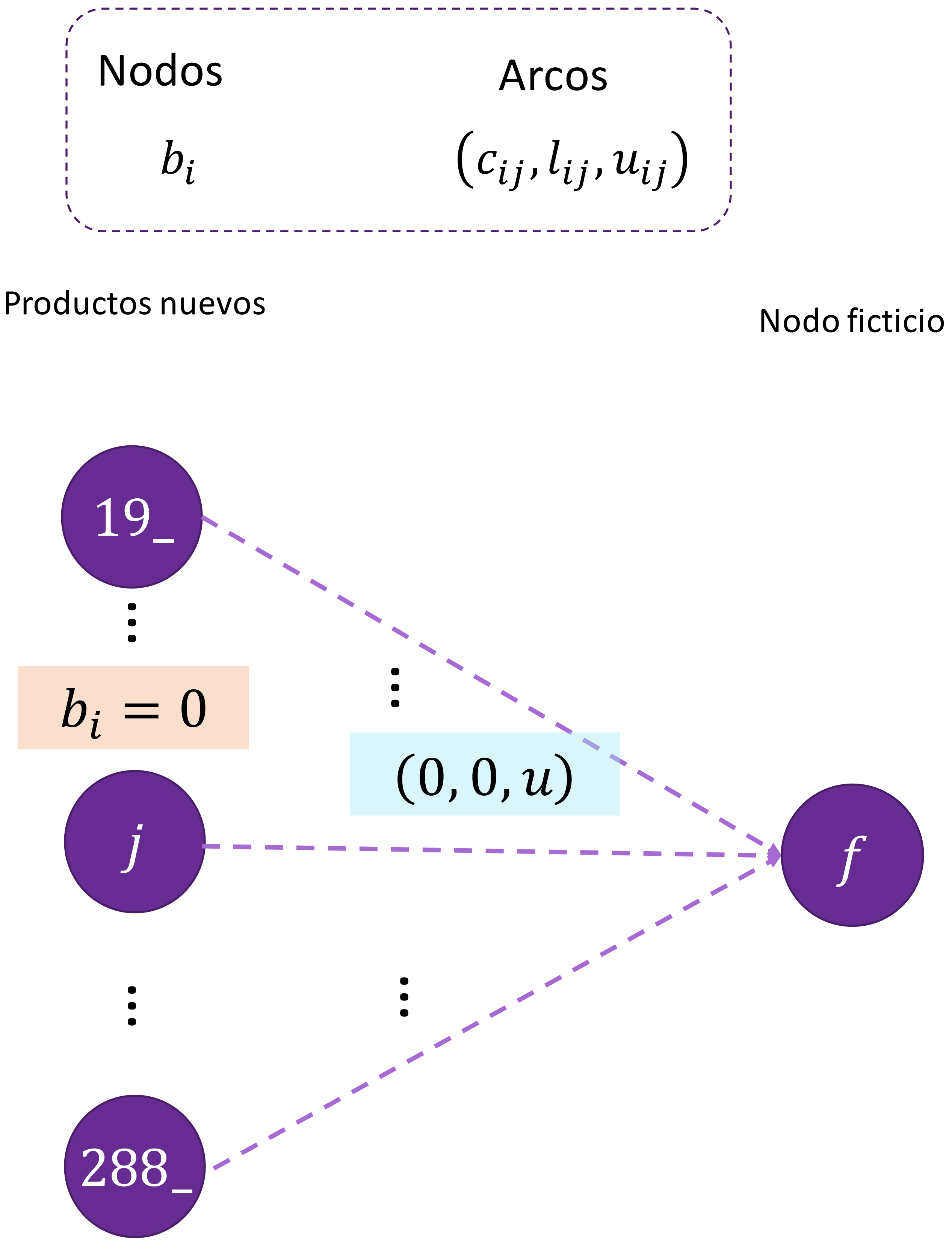
Diseño de ofertas para migración de clientes

Red



Diseño de ofertas para migración de clientes

Red



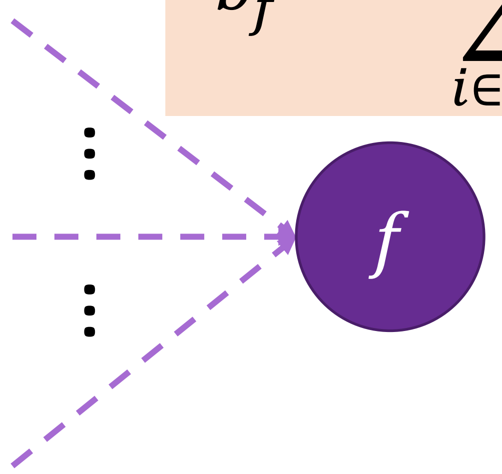
Diseño de ofertas para migración de clientes

Red

Nodos	Arcos
b_i	(c_{ij}, l_{ij}, u_{ij})

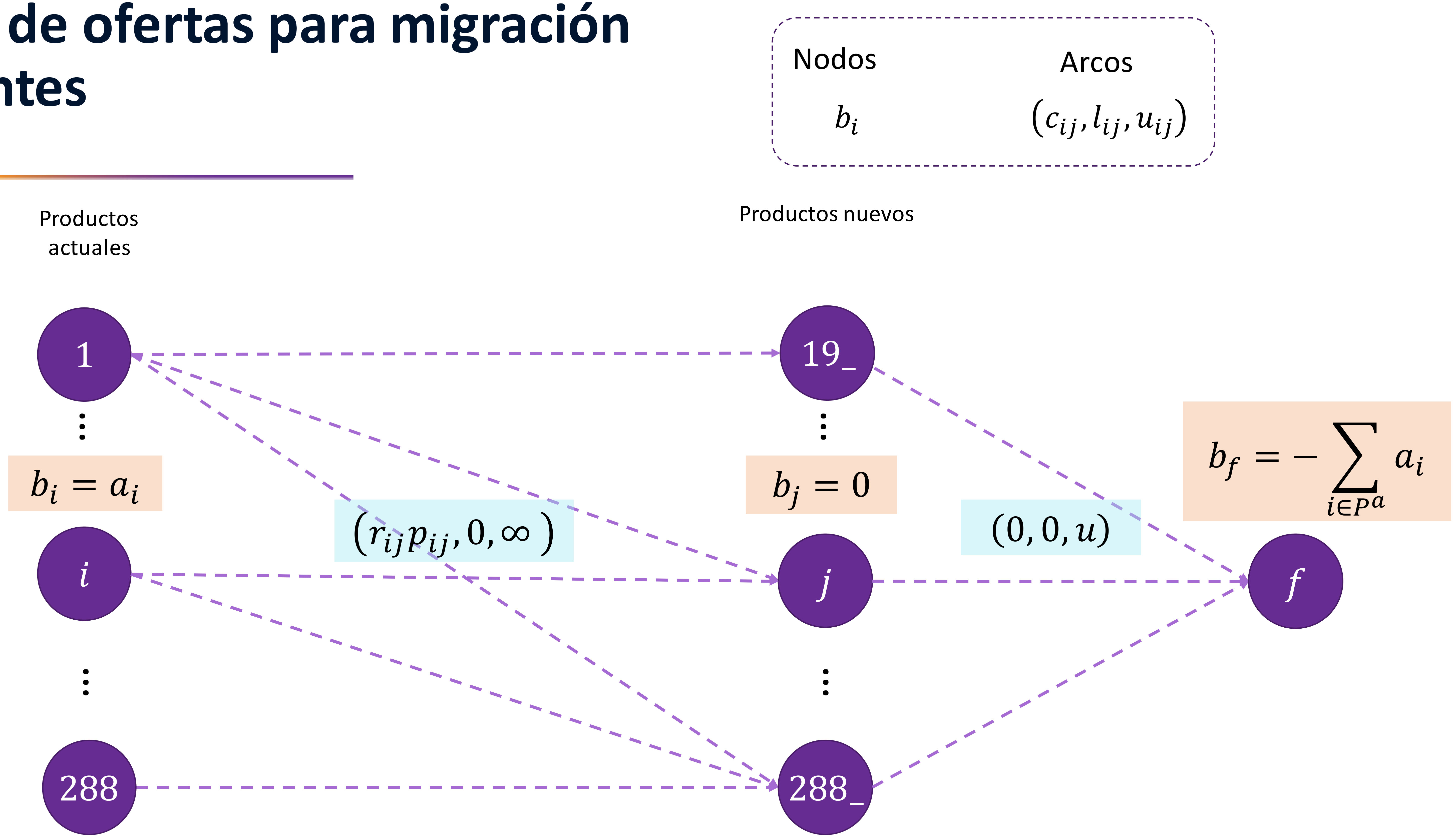
Nodo ficticio

$$b_f = -\sum_{i \in P^a} a_i$$



Diseño de ofertas para migración de clientes

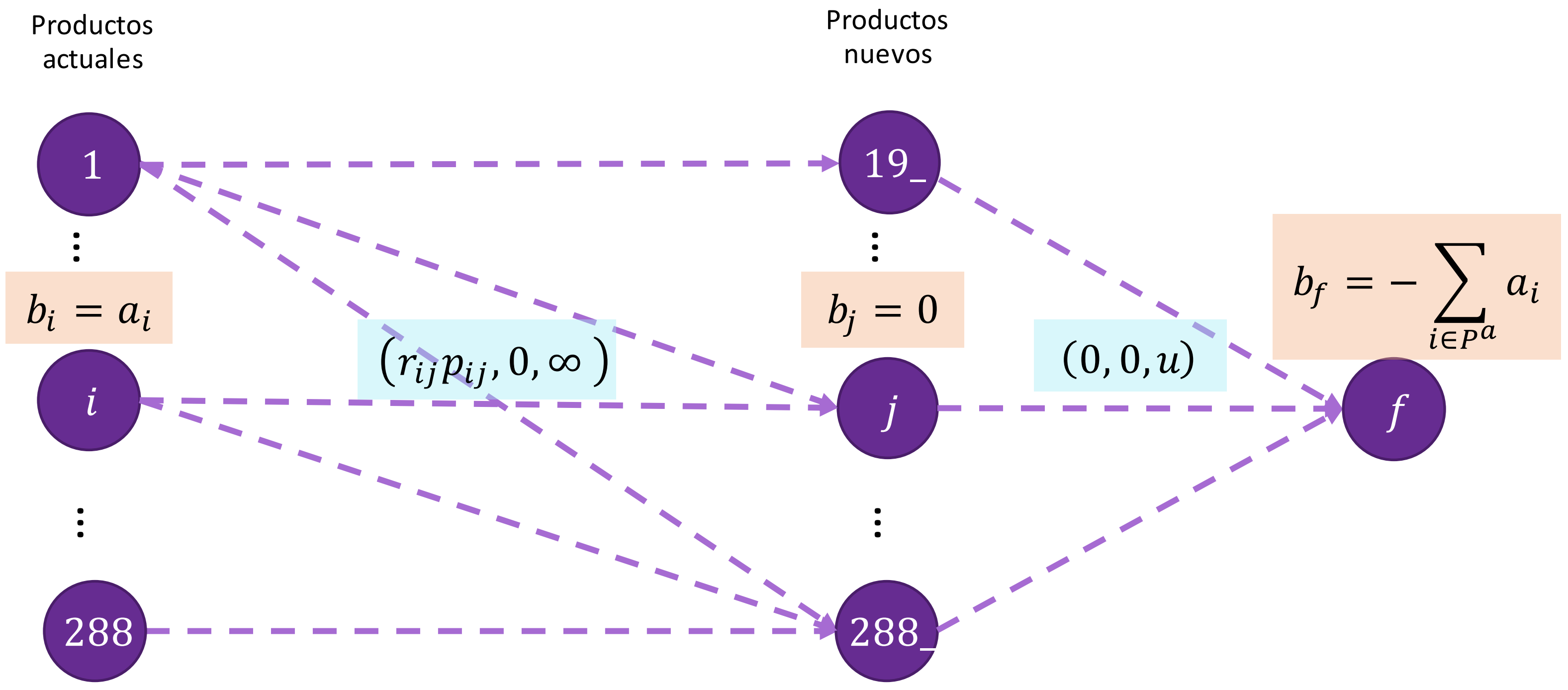
Red



Diseño de ofertas para migración de clientes

Modelado basado en red (en palabras)

Nodos	Arcos
b_i	(c_{ij}, l_{ij}, u_{ij})



Maximizar el ingreso adicional estimado

s.a,

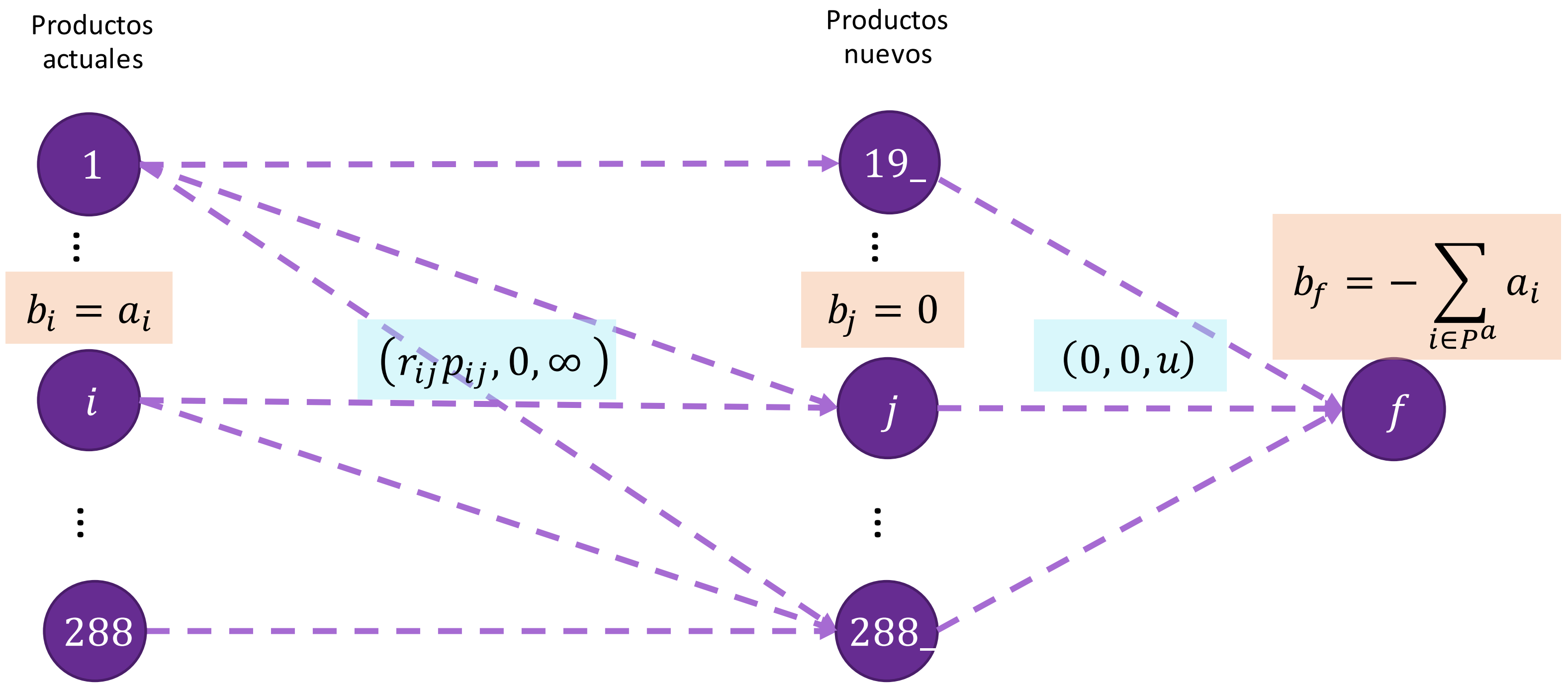
Restricción de balance de la red

Restricciones de cota de las variables

Diseño de ofertas para migración de clientes

Modelado basado en red (en palabras)

Nodos	Arcos
b_i	(c_{ij}, l_{ij}, u_{ij})



$$\max \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij}$$

s.a,

$$\sum_{j|(i,j) \in A} x_{ij} - \sum_{j|(j,i) \in A} x_{ji} = b_i, \qquad \forall i \in N$$

$$x_{ij} \leq u_{ij}, \qquad \forall (i,j) \in A$$

$$x_{ij} \geq 0, \qquad \forall (i,j) \in A$$

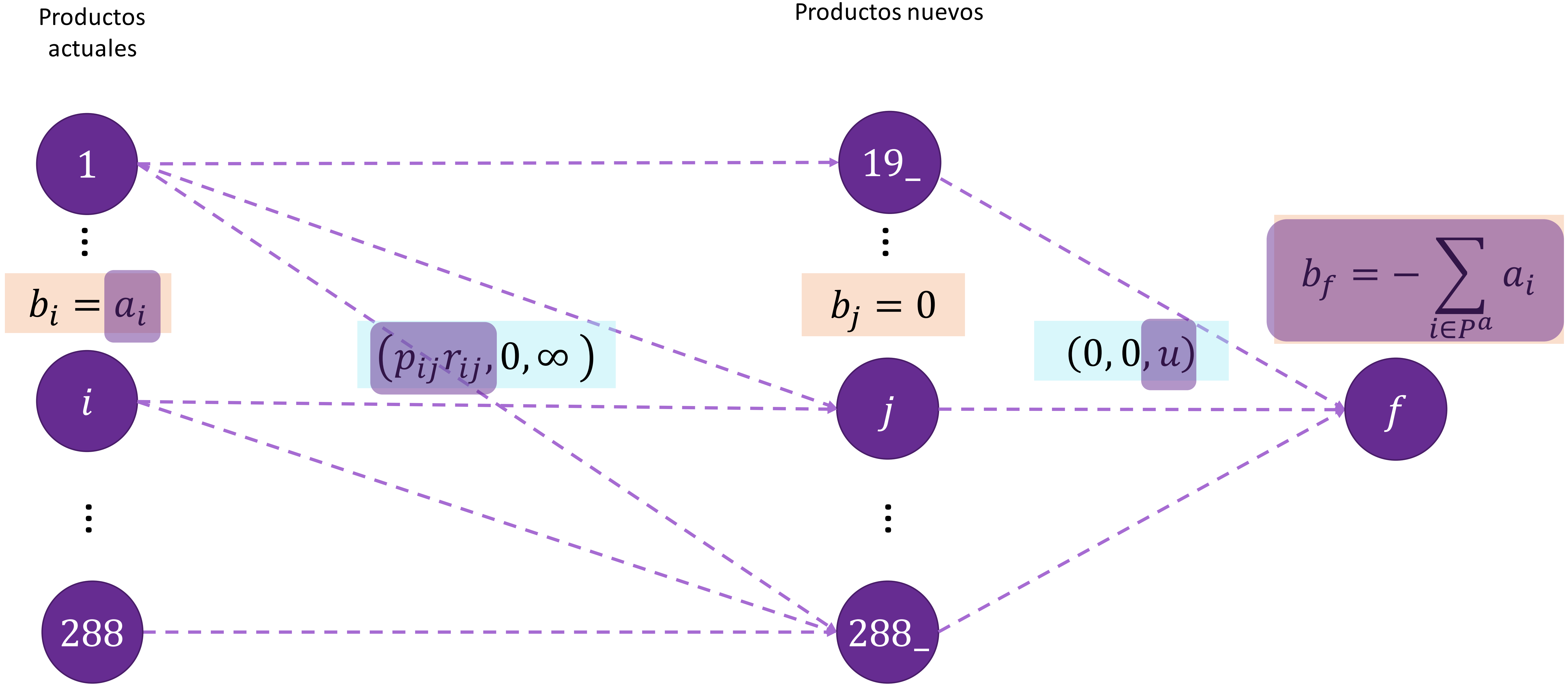
Consejos de programación

Recorrido por la plantilla

Diseño de ofertas para migración de clientes

Flujo de costo mínimo

Nodos	Arcos
b_i	(c_{ij}, l_{ij}, u_{ij})



Google OR Tools

Flujo de costo mínimo

```
from ortools.graph import pywrapgraph
min_cost_flow = pywrapgraph.SimpleMinCostFlow()
```

Google OR Tools

Flujo de costo mínimo

```
(nodos_dict[i], -b_i)
```

Productos actuales

$i = 1 \qquad b_1 = -a_1$

$\vdots$

$i = 288 \qquad b_{288} = -a_{288}$

```
min_cost_flow.SetNodeSupply(node, supply)
```

Productos nuevos

$i = 289 \qquad b_{289} = 0$

$\vdots$

$i = 315 \qquad b_{315} = 0$

Nodo ficticio

$i = 316 \qquad b_{316} = \sum_{i=1}^{288} a_i$

Nodos

b_i

i

i Tiene que ser un número entero

$$b_i : \begin{cases} > 0 & Demanda \\ = 0 & Balance \\ < 0 & Oferta \end{cases}$$

Google OR Tools

Flujo de costo mínimo

```
min_cost_flow.AddArcWithCapacityAndUnitCost(head, tail, capacity, unit_cost)
```

(i, j, u_{ij}, c_{ij}):

- recibe los argumentos:
  (nodo origen, nodo destino, capacidad, costo)
- todos los valores deben ser números enteros

$$\min \sum_{(i,j)\in A} c_{ij} x_{ij}$$

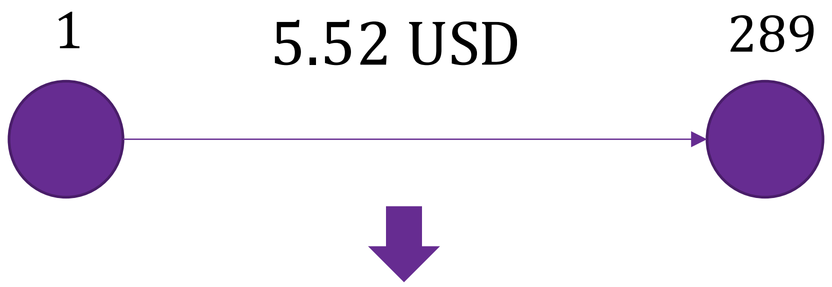
- c_{ij} es el valor que se minimiza

Arcos

(c_{ij}, l_{ij}, u_{ij})

$(i,j) \in A$

Ejemplo



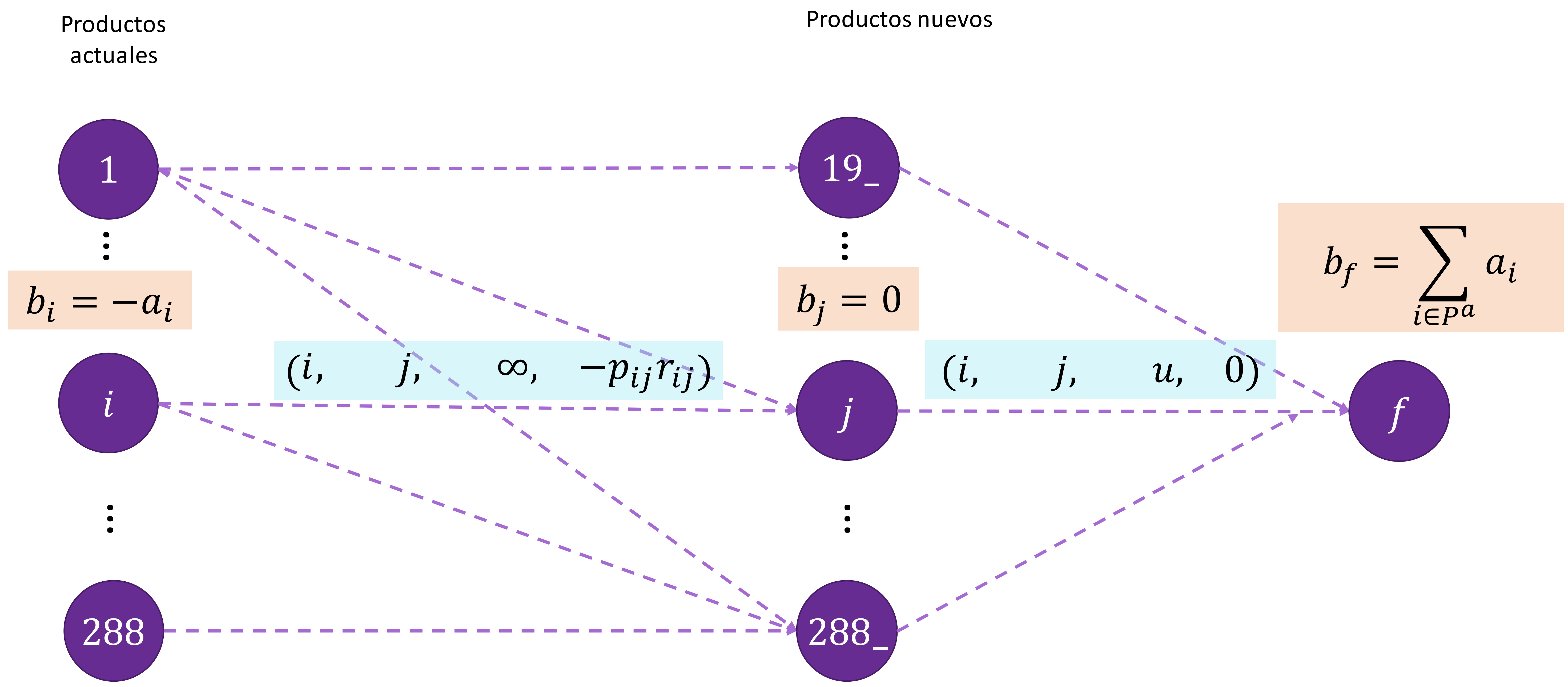
$(1, \quad 289, \quad \infty, \quad -552)$

$(i, \quad j, \quad u_{ij}, \quad c_{ij})$

```
(nodos_dict[i],nodos_dict[j],u_ij,-int(c_ij*100))
```

Google OR Tools

Flujo de costo mínimo



PREGUNTAS