

# Tarea 2

## Cinemática Galáctica

Integrantes: Santiago Ríos  
Profesor: Leonardo Bronfman A.  
Edgar Costa H.  
Auxiliar: Paulina Palma B.

Fecha de realización: 31 de mayo de 2021  
Fecha de entrega: 31 de mayo de 2021  
Santiago, Chile

# Resumen

En el siguiente informe se estudiará la cinemática galáctica. En particular la velocidad de rotación en función del radio, la corrugación del plano galáctico y los modelos de masas que mejor se ajustan para el movimiento de los cuerpos en la galaxia.

Para ello es necesario definir ciertos conceptos introductorios para los cálculos que se llevarán a cabo en este informe, tales como plano galáctico, coordenadas galácticas,  $V_{LSR}$  y velocidad terminal.

Considerando la geometría de nuestra galaxia, se define el plano galáctico como el plano en donde se encuentra la mayor cantidad de estrellas en forma aplanada. Con esto se define las coordenadas galácticas, las cuales corresponden al par (longitud,latitud)=( $l,b$ ) tal que,  $l$  es el ángulo que se forma entre la línea que une el sol con el centro de la galaxia en sentido antihorario, y  $b$  es el ángulo que se forma entre el objeto y el plano galáctico. Para estas coordenadas se es posible definir 4 cuadrantes, de los cuales vienen descrito por el ángulo longitud, los datos a utilizar en este informe corresponden a un sector de la galaxia en el cuarto cuadrante, donde  $l \in (270^\circ, 360^\circ)$

Como se mencionó anteriormente los objetos en la galaxia están rotando entorno a ella, estos objetos poseen una  $V_{LSR}$  (velocidad de una partícula al rededor del plano en una órbita circular en torno al centro de la galaxia). Es posible describir esta velocidad en función de la longitud  $l$  y la velocidad angular del sol, de esta forma la expresión queda de la siguiente forma:

$$V_{LSR} = R_0 * \sin(l)[\omega(R) - \omega(R_0)]$$

En cuanto a los datos se utilizó, un cubo de datos que contiene los espectros para ciertas posiciones de longitud y latitud en un rango de  $l \in (300^\circ, 348^\circ)$  y  $b \in (-2.0^\circ, 2.0^\circ)$ , como se esta trabajando en el cuarto cuadrante se busca la velocidad  $V$  para cada espectro, tal que,  $|V|$  sea la primera velocidad en superar el margen de ruido del espectro, a esta velocidad se le define como Velocidad terminal.

# Índice de Contenidos

<b>1. Curva de rotación</b>	<b>1</b>
1.1. Marco Teórico . . . . .	1
1.2. Detalle del algoritmo . . . . .	1
1.3. Curva de rotación . . . . .	2
<b>2. Corrugación del plano</b>	<b>3</b>
2.1. Marco Teórico . . . . .	3
2.2. Detalles algoritmo . . . . .	3
2.3. Corrugación del plano . . . . .	3
<b>3. Ajuste de modelo de masa</b>	<b>4</b>
3.1. Marco Teórico . . . . .	4
3.2. Detalle del algoritmo. . . . .	4
3.3. Ajuste de los modelos de masa. . . . .	5
<b>4. Conclusiones</b>	<b>7</b>
<b>Referencias</b>	<b>8</b>

# Índice de Figuras

1. Curva de rotación de la galaxia . . . . .	2
2. Corrugación del plano. . . . .	3
3. Masa puntual. . . . .	5
4. Disco unitario + Masa puntual . . . . .	5
5. Esfera unitaria + Masa puntual . . . . .	5

# Índice de Tablas

1. Parámetros ajustados en el fito de las velocidades para cada modelo. . . . .	6
---	---

# 1. Curva de rotación

## 1.1. Marco Teórico

Como se mencionó anteriormente, los cuerpos en la galaxia rotan a una velocidad  $V_{LSR}$  relativa a la velocidad del sol, en particular la velocidad de rotación para un cuerpo más cercano al centro de la galaxia es menor que para un cuerpo más alejado.

La ecuación maestra de la curva de rotación de la galaxia en torno al Radio viene dada por:

$$V(R = R_0 \sin(l)) = \frac{V_{LSR}^{Max} |\sin(l)|}{\sin(l)} + V(R_0) |\sin(l)| \quad (1)$$

Donde,  $V_{LSR}^{Max}$  corresponde a la máxima velocidad para cada  $l$ ,  $V(R_0)$  es la velocidad con la que se mueve el sol  $\approx 240$  [km/s].

Como las velocidades  $V_{LSR}$  son negativas y se está trabajando en el cuarto cuadrante  $l \in (300^\circ, 348^\circ)$  el signo negativo proveniente del seno y el signo de la velocidad se anulan, para dar paso a una expresión positiva.

## 1.2. Detalle del algoritmo

Inicialmente se extraen los datos del archivo *southgal\_fixbadc.fits* y se crea una matriz para poder recorrerla fácilmente. Luego utilizando la función **velocidad\_min**, la cual, para un valor de longitud fijo recorre las velocidades en las distintas latitudes, calcula el rms de cada espectro para poder descartar las señales del ruido instrumental. Posteriormente, para cada latitud se extrae el primer valor de la velocidad en el espectro que supere 5 veces el parámetro rms, a continuación la función **arreglos\_** devuelve 3 arreglos, el primero contiene el Radio en las unidades de [kpc], el segundo posee las velocidades de mayor módulo para cada longitud ( $V_{LSR}^{Max}$ ) y finalmente el tercer arreglo contiene la latitud  $b$  en donde se encuentra la velocidad de mayor módulo. Finalmente usando la función **velocidad\_galaxia**, la cual implementa la ecuación maestra (1) para los distintos valores de  $V_{LSR}^{Max}$  y el Radio, calculados anteriormente.

### 1.3. Curva de rotación

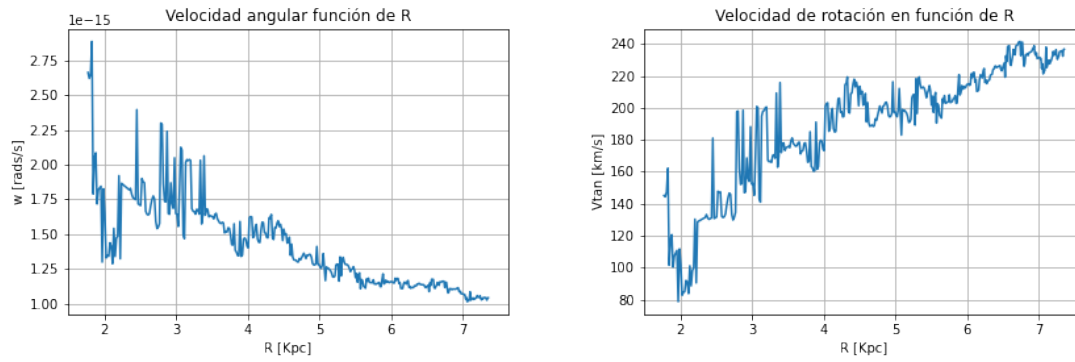


Figura 1: Curva de rotación de la galaxia

## 2. Corrugación del plano

### 2.1. Marco Teórico

El disco galáctico, tal como un objeto en 3 dimensiones no es completamente plano, tiene una pequeña corrugación de aproximadamente un 1 % con respecto a su extensión máxima de la galaxia. En particular, esta corrugación tiene forma ondulatoria y depende del radio y del ángulo. Se define la posición de densidad máxima para cada longitud como, la latitud  $b^{max}$  en donde se encuentra la máxima velocidad tangencial  $V(l, b) = V^{Max}(l)$ . Teniendo esto, es posible calcular Z como la coordenada cilíndrica que separa el punto donde la densidad es máxima con el ecuador galáctico. Así Z viene dado por:

$$Z(l) = R_0 \cos(l) * b^{max} \frac{\pi}{180^\circ} \quad (2)$$

### 2.2. Detalles algoritmo

la función `arreglos_` mencionada en la sección (1.2) retorna una lista `bvmin`, en la cual se encuentran los valores de la latitud donde la velocidad es máxima, por lo tanto con este arreglo se utiliza la función `corrugacion_plano` la cual utiliza la ecuación (2) itera sobre `bvmin` y longitud, para así finalmente obtener la coordenada Z.

### 2.3. Corrugación del plano

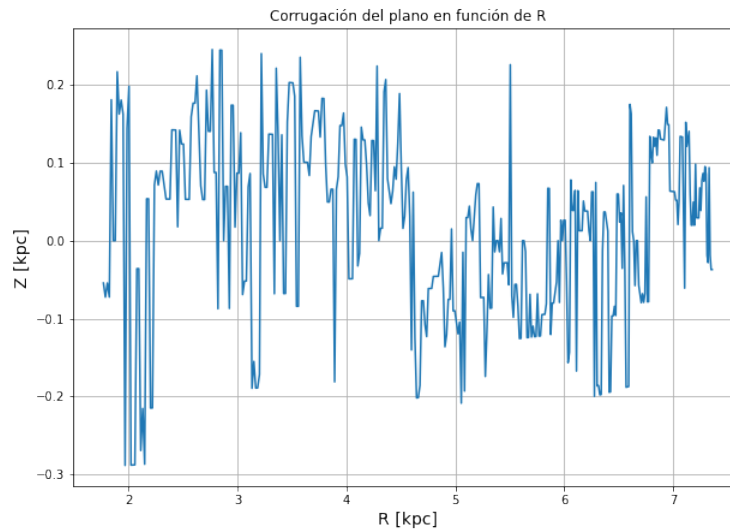


Figura 2: Corrugación del plano.

### 3. Ajuste de modelo de masa

#### 3.1. Marco Teórico

En esta sección se discutirá el modelo de masa que mejor se adapte para la curva de rotación de la galaxia, considerando distintas geometrías y distribuciones. Para ello se considera la velocidad descrita por una partícula sometida a una fuerza gravitacional de la forma:

$$m \frac{v^2(R)}{R} = \frac{GmM(R)}{R^2} \quad (3)$$

$$v(R) = \sqrt{\frac{GM(R)}{R}} \quad (4)$$

Donde,  $v(R)$  es la velocidad en función del radio y  $M(R)$  la masa encerrada en un radio  $R$  y  $G$  la constante gravitacional.

Los modelos teóricos a utilizar son los siguientes:

$$\begin{aligned} M(R) &= M_0 & M(R) &= \pi R^2 S_0 \\ M(R) &= \pi R^2 S_0 + M_0 & M(R) &= \frac{4}{3} \pi R^3 p_0 \\ M(R) &= \frac{4}{3} \pi R^3 p_0 + M_0 \end{aligned}$$

En estricto rigor, la velocidad debería comportarse de forma similar a la de la curva de rotación para cierta distribución de masa. Por lo tanto, al tener la curva de rotación se fitearan curvas para la velocidad de cada modelo utilizando la ecuación (4).

#### 3.2. Detalle del algoritmo.

Se definen funciones que dado un radio retornan la velocidad utilizando la expresión (4), reemplazando la masa descrita para cada modelo, donde  $M_0$ ,  $S_0$  y  $p_0$  son parámetros libres. Se fitea la curva utilizando la función `curve_fit` del paquete `scipy.optimize` entregándole los arreglos calculados en la sección (1.3) como datos y la función para cada modelo. Posteriormente se gráfica cada fiteo con la curva original calculada en la sección (1.3).

### 3.3. Ajuste de los modelos de masa.

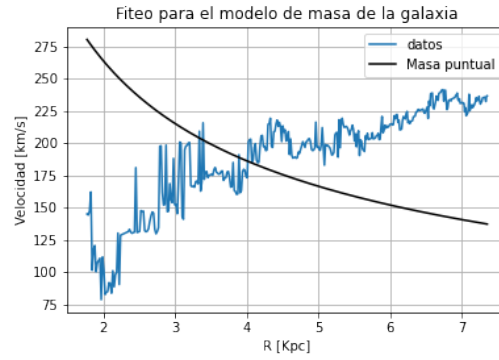


Figura 3: Masa puntual.

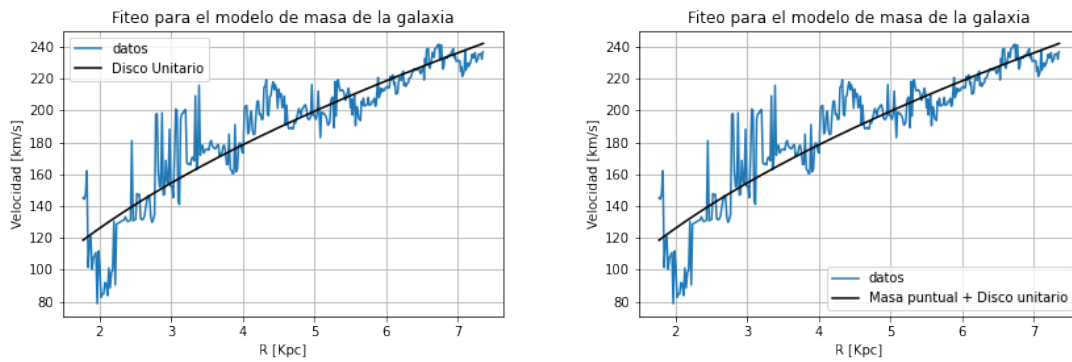


Figura 4: Disco unitario + Masa puntual

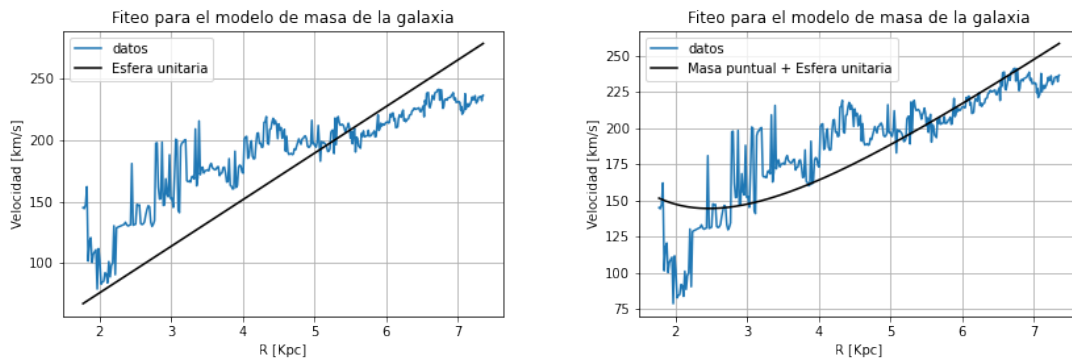


Figura 5: Esfera unitaria + Masa puntual



Tabla 1: Parámetros ajustados en el fiteo de las velocidades para cada modelo.

<b>Modelo de masa</b>	<b>Parámetros ajustados</b>
Masa puntual	$M_0 = 3.22e + 10$
Disco unitario	$S_0 = 5.88e + 10$
Disco unitario + Masa puntual	$S_0 = 5.88e + 10$ , $M_0 = 1.5e - 7$
Esfera unitaria	$p_0 = 79644445.0$
Esfera unitario + Masa puntual	$p_0 = 6.37e + 7$ , $M_0 = 7.9e + 9$

## 4. Conclusiones

En el presente informe se realizó el cálculo de la velocidad de rotación de la galaxia, utilizando las velocidades observadas en el cuadrante IV, la corrugación del plano galáctico, en función del radio, y un ajuste de diferentes modelos de masa para el comportamiento de la velocidad.

En cuanto a la velocidad de rotación es posible ver esta aumenta con el radio medido desde el centro de la galaxia, es decir, los objetos más exteriores rotan con una velocidad mayor. Sin embargo, esto no ocurre con la velocidad angular, en la cual sucede lo contrario.

En la corrugación del plano se obtiene un gráfico similar a una forma sinusoidal, la cual concuerda con la expresión (2). Las magnitudes de  $Z$  en la figura (2) son pequeñas en comparación con el diámetro de la galaxia, esto sugiere que la galaxia tiene una forma de disco en el cual es mas aplanado que esférico.

Por último, en el modelamiento de la velocidad utilizando la ecuación (4) para los distintos modelos de masa, se puede apreciar que, para la masa puntual la curva es totalmente distinta a la de las velocidades de rotación, lo cual sugiere que la distribución de masa tiene cierta relación con el radio, y no depende solamente de una masa puntual uniforme. Para los modelos esféricos, si bien la curva se asemeja mejor que para la masa puntual, esta sigue obteniendo una diferencia significativa respecto a la curva de rotación real, esto quiere decir que la masa total de la galaxia no esta distribuida en una esfera. Por otro lado para la distribución de masa de disco uniforme y disco uniforme + Masa puntual, se ajustan mejor para la curva de velocidad calculada en la sección (1.3), y se explicaría de mejor forma la geometría y distribución de masa en la galaxia, en particular según lo calculado en el ítem (2) la corrugación del plano galáctico, si bien existe es significativamente menor en comparación al diámetro galáctico, por lo tanto tiene sentido con que los modelos de disco sean mas precisos. Finalmente, los parámetros ajustados sugieren que, la distribución de masa para un disco unitario + una masa puntual en cuanto a magnitud de la densidad de masa del disco ( $S_0$ ) es mas superior a la de la masa puntual, lo cual explicaría que la mayor concentración de masa de toda la galaxia esta distribuida en el disco.

# Referencias

- [1] Archivos Tarea 1 .  
<https://github.com/SantiagoRios21/Tarea-2-experimental>