ME ENCANTAS ☆

26) Punto Teorico de Suma de Riemman

$$\int_0^2 x^3\,dx \qquad (a=0,\ b=2)$$

(a) Cada subintervalo Δx tiene el mismo tamaño, se calculan como:

$$\Delta x = \frac{(b-a)}{n} = \frac{2-0}{n}$$, siendo n el número de subintervalos

$$= \frac{2}{n}$$

(b) Escribamos los puntos nodales que dividen el intervalo $[0,2]$:

$$x_i = a + i\Delta x \Rightarrow x_0 = 0,\ x_1 = \frac{2}{n},\ x_2 = \frac{4}{n} \ \dots \ \dots$$

$$x_{n-2} = \frac{2n-4}{n},\ x_{n-1} = \frac{2n-2}{n}$$

☆ Cada $\{x_1, x_2 \dots x_{n-1}\}$ son los puntos nodales.

(c) Calculemos los valores de f en cada x_i:

$$f(x_0) = 0,\ f(x_1) = \frac{8}{n^3},\ f(x_2) = \frac{64}{n^3},\ \dots,\ f(x_{n-1}) = \frac{(2n-2)^3}{n^3}$$

(d) Hagamos la suma de Riemman:

Tener en cuenta:

$$\boxed{\sum_{i=0}^{n-1} i^3 = \frac{(n(n-1))^2}{4}}$$

$$\cdot\ S = \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i)\Delta x$$

$$= \sum_{i=0}^{n} (i\Delta x)^3 \Delta x$$

$$= \sum_{i=0}^{n-1} i^3 \Delta x^4 = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{(n(n-1))^2}{4} \cdot \frac{16}{n^4} = \sum_{i=0}^{n-1} 4\left(\frac{n^4 - 2n^3 + n^2}{n^4}\right)$$

$$= \sum_{i=0}^{n-1} 4\left(1 - \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}\right)$$

, De esta forma vemos como la sumatoria que aproxima la integral termina viendose como esta expresion.

$$\blacktriangleright \int_0^2 x^3\,dx \approx \sum_{i=0}^{n-1} 4\left(1 - \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}\right)$$

Scribe

Scanned with CamScanner