

Astrofísica Computacional

Ecuaciones Diferenciales Elípticas. La Ecuación de Poisson.

A. Solución de la ecuación de Poisson 2D.

La ecuación de Poisson en un espacio 2-dimensional para una función $\phi = \phi(x, y)$ es

$$\nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \rho, \quad (1)$$

donde $\rho = \rho(x, y)$ representa la función fuente.

1. Utilice el método de relajación SOR para resolver la ecuación de Poisson 2D en la región entre $0 \leq x \leq 1$ y $0 \leq y \leq 1$, utilizando la función de fuente

$$\rho(x, y) = 10 [(x - 0.5)^2 + (y - 0.5)^2]. \quad (2)$$

Las condiciones de frontera (tipo Dirichlet) serán

$$\begin{cases} \phi(x, 0) = 0 \\ \phi(0, y) = 0 \\ \phi(1, y) = \sin^2(4\pi y) \\ \phi(x, 1) = \sin^2(4\pi x). \end{cases} \quad (3)$$

Utilice el parámetro $\omega = 1.4$, una tolerancia del orden de 10^{-8} y una malla con al menos 100 nodos en cada dirección.