ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL
FACULTAD DE INGENIERÍA DE SISTEMAS
MÉTODOS NUMÉRICOS
INGENIERÍA DE CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN

**Nombre:** Moisés Pineda

**Fecha:** 01/05/2025

**Curso:** GR1CC

**Docente:** Jonathan A. Zea

**CONJUNTO DE EJERCICIOS 1**

**Resuelva los siguientes ejercicios, tome en cuenta que debe mostrar el desarrollo completo del ejercicio.**

1. **Calcule los errores absolutos y relativo en las aproximaciones de *p* y *p****

**a.- *p = π, p* = 22/7***

Error absoluto

$$|p - p^*|$$
$$\left|\pi - \frac{22}{7}\right| = 0.00126448926$$

Error relativo

$$\frac{|p - p^*|}{|p|}$$
$$\frac{0.00126448926}{|\pi|} = 0.00040249943$$

**b.- *p = π, p* = 3.1416***

Error absoluto

$$|p - p^*|$$
$$|\pi - 3.1416| = 0.00000734641$$

Error relativo

$$\frac{|p - p^*|}{|p|}$$
$$\frac{0.00000734641}{|\pi|} = 0.00000233843$$

**c.- *p = e, p* = 2.718***

Error absoluto

$$|p - p^*|$$
$$|e - 2.718| = 0.00028182845$$

Error relativo

$$\frac{|p - p^*|}{|p|}$$
$$\frac{0.00028182845}{|e|} = 0.00010367889$$

**d.-** $p = \sqrt{2}$, $p^* = 1.414$

Error absoluto

$$|p - p^*|$$
$$\left|\sqrt{2} - 1.414\right| = 0.00021356237$$

Error relativo

$$\frac{|p - p^*|}{|p|}$$
$$\frac{0.00021356237}{|\sqrt{2}|} = 0.0001510114$$

2. **Calcule los errores absoluto y relativo en las aproximaciones de $p$ y $p^*$**

**a.-** $p = e^{10}$, $p^* = 22000$

Error absoluto

$$|p - p^*|$$
$$|e^{10} - 22000| = 26.46579481$$

Error relativo

$$\frac{|p - p^*|}{|p|}$$
$$\frac{26.46579481}{|e^{10}|} = 0.00120154522$$

**b.-** $p = 10^{\pi}$, $p^* = 1400$

Error absoluto

$$|p - p^*|$$
$$|10^{\pi} - 1400| = 14.54426863$$

Error relativo

$$\frac{|p - p^*|}{|p|}$$
$$\frac{14.54426863}{|10^{\pi}|} = 0.0104978227$$

**c.-** $p = 8!$, $p^* = 39900$

Error absoluto

$$|p - p^*|$$
$$|8! - 39900| = 420$$

Error relativo

$$\frac{|p - p^*|}{|p|}$$
$$\frac{420}{|8!\,|} = 0.01041666667$$

**d.-** $p = 9!$, $p^* = \sqrt{18\pi}\,(\frac{9}{e})^9$

Error absoluto

$$|p - p^*|$$
$$\left|9! - \sqrt{18\pi}\,(\frac{9}{e})^9\right| = 3343.127158$$

Error relativo

$$\frac{|p - p^*|}{|p|}$$
$$\frac{3343.127158}{|9!\,|} = 0.00921276223$$

3. **Encuentre el intervalo más largo en el que se debe encontrar $p^*$ para aproximaciones a $p$ con error relativo máximo de $10^{-4}$ para cada valor de $p$.**

**a.-** $\pi$

Error relativo

$$\frac{|p - p^*|}{|p|}$$
$$\frac{|\pi - p^*|}{|\pi|} = 10^{-4}$$
$$\pi \pm p^* = \pi \text{ x } 10^{-4}$$
$$p^* = \pi \pm \pi \text{ x } 10^{-4}$$
$$p^* \min = 3.141278494$$
$$p^* \max = 3.141906813$$
$$p^* \in [3.141278494, 3.141906813]$$

**b.-** $e$

Error relativo

$$\frac{|p - p^*|}{|p|}$$
$$\frac{|e - p^*|}{|e|} = 10^{-4}$$
$$e \pm p^* = e \text{ x } 10^{-4}$$
$$p^* = e \pm e \text{ x } 10^{-4}$$
$$p^* \min = 2.71801$$
$$p^* \max = 2.718553657$$
$$p^* \in [2.71801, 2.718553657]$$

**c.-** $\sqrt{2}$

Error relativo

$$\frac{|p - p^*|}{|p|}$$

$$\frac{|\sqrt{2}-p^*|}{|\sqrt{2}|} = 10^{-4}$$
$$\sqrt{2} \pm p^* = \sqrt{2} \text{ x } 10^{-4}$$
$$p^* = \sqrt{2} \pm \sqrt{2} \text{ x } 10^{-4}$$
$$p^* \text{ min} = 1.414072141$$
$$p^* \text{ max} = 1.414354984$$
$$p^* \in [1.414072141, 1.414354984]$$

**d.-** $\sqrt[3]{7}$

Error relativo

$$\frac{|p-p^*|}{|p|}$$
$$\frac{|\sqrt[3]{7}-p^*|}{|\sqrt[3]{7}|} = 10^{-4}$$
$$\sqrt[3]{7} \pm p^* = \sqrt[3]{7} \text{ x } 10^{-4}$$
$$p^* = \sqrt[3]{7} \pm \sqrt[3]{7} \text{x } 10^{-4}$$
$$p^* \text{ min} = 1.91273989$$
$$p^* \text{ max} = 1.913122476$$
$$p^* \in [1.91273989, 1.913122476]$$

4. **Use la aritmética de redondeo de tres dígitos para realizar lo siguiente. Calcule los errores absoluto y relativo con el valor exacto determinado para por lo menos cinco dígitos.**

a.- $\frac{\frac{13}{14}-\frac{5}{7}}{2e-5.4}$

Aritmética de redondeo: $p^* = 5.86$

Error absoluto

$$|p-p^*|$$
$$\left|\frac{\frac{13}{14}-\frac{5}{7}}{2e-5.4} - 5.86\right| = 0.00062041785$$

Error relativo

$$\frac{|p-p^*|}{|p|}$$
$$\frac{0.00062041785}{\left|\frac{\frac{13}{14}-\frac{5}{7}}{2e-5.4}\right|} = 0.00010586214$$

**b.- -10π + 6e -** $\frac{3}{61}$

Aritmética de redondeo: *p* = -15.2*

Error absoluto

$$|p - p^*|$$

$$\left|-10\pi + 6e - \frac{3}{61} - (-15.2)\right| = 0.04458410699$$

Error relativo

$$\frac{|p - p^*|}{|p|}$$

$$\frac{0.04458410699}{|-10\pi + 6e - \frac{3}{61}|} = 0.0029417937$$

**c.-** $\left(\frac{2}{9}\right) * \left(\frac{9}{11}\right)$

Aritmética de redondeo: *p* = 0.182*

Error absoluto

$$|p - p^*|$$

$$\left|\left(\frac{2}{9}\right) * \left(\frac{9}{11}\right) - 0.182\right| = 0.00018181818$$

Error relativo

$$\frac{|p - p^*|}{|p|}$$

$$\frac{0.00018181818}{\left|\left(\frac{2}{9}\right) * \left(\frac{9}{11}\right)\right|} = 0.0009999999$$

**d.-** $\frac{\sqrt{13}+\sqrt{11}}{\sqrt{13}-\sqrt{11}}$

Aritmética de redondeo: *p* = 24.0*

Error absoluto

$$|p - p^*|$$

$$\left|\frac{\sqrt{13}+\sqrt{11}}{\sqrt{13}-\sqrt{11}} - 24.0\right| = 0.0417392569$$

Error relativo

$$\frac{|p - p^*|}{|p|}$$

$$\frac{0.0417392569}{\left|\frac{\sqrt{13}+\sqrt{11}}{\sqrt{13}-\sqrt{11}}\right|} = 0.00174216556$$

**5. Los primeros tres términos diferentes a cero de la serie de Maclaurin para la función arcotangente son: $x - \left(\frac{1}{3}\right)x^3 + \left({}^{1}/_{5}\right)x^5$. Calcule los errores absoluto y relativo en las siguientes aproximaciones de $\pi$ mediante el polinomio en lugar del arcotangente:**

**a.- $4\left[\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)\right]$**

Para $x = \frac{1}{2}$

$$x - \left(\frac{1}{3}\right)x^3 + \left({}^{1}/_{5}\right)x^5$$

$$\frac{1}{2} - \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left({}^{1}/_{5}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^5 = 0.46458$$

Para $x = \frac{1}{3}$

$$x - \left(\frac{1}{3}\right)x^3 + \left({}^{1}/_{5}\right)x^5$$

$$\frac{1}{3} - \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^3 + \left({}^{1}/_{5}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^5 = 0.32181$$

Remplazando en la expresión principal

$$4[0.46458 + 0.32181] = 3.14556$$

Error absoluto

$$|p - p^*|$$

$$|\pi - 3.14556| = 0.00396734641$$

Error relativo

$$\frac{|p - p^*|}{|p|}$$

$$\frac{0.00396734641}{|\pi|} = 0.00126284558$$

**b.- $16\tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right) - 4\tan^{-1}\left(\frac{1}{239}\right)$**

Para $x = \frac{1}{5}$

$$x - \left(\frac{1}{3}\right)x^3 + \left({}^{1}/_{5}\right)x^5$$

$$\frac{1}{5} - \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{5}\right)^3 + \left({}^{1}/_{5}\right)\left(\frac{1}{5}\right)^5 = 0.1973973333$$

Para $x = \frac{1}{239}$

$$x - \left(\frac{1}{3}\right)x^3 + \left({}^{1}/_{5}\right)x^5$$

$$\frac{1}{239} - \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{239}\right)^3 + \left({}^{1}/_{5}\right)\left(\frac{1}{239}\right)^5 = 0.004184076$$

Remplazando en la expresión principal

$$16(0.1973973333) - 4(0.004184076) = 3.14162$$

Error absoluto

$$|p - p^*|$$
$$|\pi - 3.14162| = 0.00002734641$$

Error relativo

$$\frac{|p - p^*|}{|p|}$$
$$\frac{0.00002734641}{|\pi|} = 0.00000870463$$

6. **El número *e* se puede definir por medio de $e = \sum_{n=0}^{\infty}(1/_{n!})$, donde *n! =n(n-1)···2·1* para *n ≠ 0* y *0! = 1.* Calcule los errores absoluto y relativo en la siguiente aproximación de *e*:**

**a.-** $\sum_{n=0}^{5}(1/_{n!})$

Calculando $p*$:

$$\sum_{n=0}^{5}(1/_{n!}) = 2.716666667$$

Error absoluto

$$|p - p^*|$$
$$|e - 2.716666667| = 0.00161516145$$

Error relativo

$$\frac{|p - p^*|}{|p|}$$
$$\frac{0.00161516145}{|e|} = 0.00059418469$$

**b.-** $\sum_{n=0}^{10}(1/_{n!})$

Calculando $p*$:

$$\sum_{n=0}^{10}(1/_{n!}) = 2.718281801$$

Error absoluto

$$|p - p^*|$$
$$|e - 2.718281801| = 0.00000002745$$

Error relativo

$$\frac{|p - p^*|}{|p|}$$
$$\frac{0.00000002745}{|e|} = 0.0000000101$$

**7. Suponga que dos puntos $(x_0, y_0)$ y $(x_1, y_1)$ se encuentran en línea recta con $y_1 \neq y_0$. Existen dos formulas para encontrar la intersección $x$ de la línea:**

$$x = \frac{x_0 y_1 - x_1 y_0}{y_1 - y_0} \;\; y \;\; x = x_0 - \frac{(x_1 - x_0) y_0}{y_1 - y_0}$$

**a.- Use los datos $(x_0, y_0) = (1.31, 3.24)$ y $(x_1, y_1) = (1.93, 5.76)$ y la aritmética de redondeo de tres dígitos para calcular la intersección con $x$ de ambas maneras. ¿Cuál método es mejor y por qué?**

**PRIMER MÉTODO:**

$$x = \frac{x_0 y_1 - x_1 y_0}{y_1 - y_0}$$
$$x = \frac{(1.31)(5.76) - (1.93)(3.24)}{5.76 - 3.24}$$
$$x = \frac{7.55 - 6.25}{2.52}$$
$$x = \frac{1.3}{2.52} = 0.516$$

Error absoluto

$$|p - p^*|$$
$$|0.5128571429 - 0.516| = 0.00314285714$$

Error relativo

$$\frac{|p - p^*|}{|p|}$$
$$\frac{0.00314285714}{|0.5128571429|} = 0.00612813369$$

**SEGUNDO MÉTODO:**

$$x = x_0 - \frac{(x_1 - x_0) y_0}{y_1 - y_0}$$
$$x = 1.31 - \frac{(1.93 - 1.31)(3.24)}{5.76 - 3.24}$$
$$x = 1.31 - \frac{(0.62)(3.24)}{2.52}$$
$$x = 1.31 - \frac{2.01}{2.52} = 0.512$$

Error absoluto

$$|p - p^*|$$
$$|0.5128571429 - 0.512| = 0.0008571429$$

Error relativo

$$\frac{|p - p^*|}{|p|}$$

$$\frac{0.0008571429}{|0.5128571429|} = 0.00167130927$$

Respuesta: Con la aritmética de redondeo a tres dígitos, se puede observar que el segundo método presenta un menor error absoluto. Por esa razón, el mejor método es el segundo.