ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL
FACULTAD DE INGENIERÍA DE SISTEMAS
MÉTODOS NUMÉRICOS
INGENIERÍA DE CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN

Nombre: Moisés Pineda

Fecha: 16/07/2025

Curso: GR1CC

Docente: Jonathan A. Zea

Repositorio: Metodos Numericos GRCC1/Tareas/[Tarea 10] Ejercicios Unidad 04-C Descomposición LU at main · SantiagoTmg/Metodos Numericos GRCC1

CONJUNTO DE EJERCICIOS

1. **Realice las siguientes multiplicaciones matriz-matriz:**

a. $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ **b.** $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 5 & -4 \\ -3 & 2 & 0 \end{bmatrix}$

c. $\begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & 3 & 0 \\ 5 & 2 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & -2 \end{bmatrix}$ **d.** $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 0 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -4 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

Resultado de a):
[[-4 10]
[1 15]]

Resultado de b):
[[11 4 -8]
[6 13 -12]]

Resultado de c):
[[1 3 3 -3]
[7 0 1 -11]
[-1 -12 11 -4]]

Resultado de d):
[[-2 1]
[-14 7]
[6 1]]

2. **Determine cuáles de las siguientes matrices son no singulares y calcule la inversa de esas matrices:**

a. $\begin{bmatrix} 4 & 2 & 6 \\ 3 & 0 & 7 \\ -2 & -1 & -3 \end{bmatrix}$ **b.** $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

c. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -4 & -2 \\ 2 & 1 & 1 & 5 \\ -1 & 0 & -2 & -4 \end{bmatrix}$ **d.** $\begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 7 & 0 & 0 \\ 9 & 11 & 1 & 0 \\ 5 & 4 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

La matriz a es singular (determinante = 0).

La matriz b es no singular.

Inversa de b:
[[-0.25   0.25   0.25]
 [0.625 -0.125 -0.125]
 [0.125 -0.625 0.375]]

La matriz c es singular (determinante = 0).

La matriz d es no singular.

Inversa de d:
[[0.25   0.   0.   0.   ]
 [-0.21428571 0.14285714 -0.   -0.   ]
 [0.10714286 -1.57142857 1.   -0.   ]
 [-0.5   1.   -1.   1.   ]]

3. **Resuelva los sistemas lineales 4 x 4 que tienen la misma matriz de coeficientes:**

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 &= 6, \\ x_1 \quad - x_3 + x_4 &= 4, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 - 4x_4 &= -2, \\ -x_2 + x_3 - x_4 &= 5; \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 &= 1, \\ x_1 \quad - x_3 + x_4 &= 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 - 4x_4 &= 2, \\ -x_2 + x_3 - x_4 &= -1. \end{aligned}$$

Solución del primer sistema:
[3. -6. -2. -1.]

Solución del segundo sistema:
[1. 1. 1. 1.]

4. **Encuentre los valores de A que hacen que la siguiente matriz sea singular.**

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & \alpha \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & \alpha & -\frac{3}{2} \end{bmatrix}.$$

Determinante de A: 2*alpha**2 - alpha - 6.0
Valores de alpha que hacen que A sea singular: [-1.50000000000000, 2.00000000000000]

5. **Resuelva los siguientes sistemas lineales**

a. $$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

b. $$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Solución del sistema a: {x1: -3, x2: 3, x3: 1}
Solución del sistema b: {x1: 1/2, x2: -9/2, x3: 7/2}

6. **Factorice las siguientes matrices en la descomposición LU mediante el algoritmo de factorización LU con $l_{ii} = 1$ para todas las i.**

a. $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 3 & 9 \\ 3 & 3 & 5 \end{bmatrix}$ **b.** $\begin{bmatrix} 1.012 & -2.132 & 3.104 \\ -2.132 & 4.096 & -7.013 \\ 3.104 & -7.013 & 0.014 \end{bmatrix}$

c. $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1.5 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0.5 & 0 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ **d.** $\begin{bmatrix} 2.1756 & 4.0231 & -2.1732 & 5.1967 \\ -4.0231 & 6.0000 & 0 & 1.1973 \\ -1.0000 & -5.2107 & 1.1111 & 0 \\ 6.0235 & 7.0000 & 0 & -4.1561 \end{bmatrix}$

Factorización LU de la matriz a:

L: Matrix([[1, 0, 0], [3/2, 1, 0], [3/2, 1, 1]])

U: Matrix([[2, -1, 1], [0, 9/2, 15/2], [0, 0, -4]])

Factorización LU de la matriz b:

L: Matrix([[1, 0, 0], [-2.10671936758893, 1, 0], [3.06719367588933, 1.19775552624215, 1]])

U: Matrix([[1.01200000000000, -2.13200000000000, 3.10400000000000], [0, -0.395525691699605, -0.473743083003951], [0, 0, -8.93914077427350]])

Factorización LU de la matriz c:

L: Matrix([[1, 0, 0, 0], [1/2, 1, 0, 0], [0, -2.00000000000000, 1, 0], [1, -1.33333333333333, 2.00000000000000, 1]])

U: Matrix([[2, 0, 0, 0], [0, 1.50000000000000, 0, 0], [0, 0, 0.500000000000000, 0], [0, 0, 0, 1]])

Factorización LU de la matriz d:

L: Matrix([[1, 0, 0, 0], [-1.84919102776246, 1, 0, 0], [-0.459643316786174, -0.250121944170316, 1, 0], [2.76866151866152, -0.307943612790330, -5.35228302043569, 1]])

U: Matrix([[2.17560000000000, 4.02310000000000, -2.17320000000000, 5.19670000000000], [0, 13.4394804237911, -4.01866194153337, 10.8069910139732], [0, 4.44089209850063e-16, -0.892952393819297, 5.09169402738881], [0, 2.37689113743919e-15, 0, 12.0361280302542]])

7. Modifique el algoritmo de eliminación gaussiana de tal forma que se pueda utilizar para resolver un sistema lineal usando la descomposición LU y, a continuación, resuelva los siguientes sistemas lineales.

a.
$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 + x_3 &= -1, \\ 3x_1 + 3x_2 + 9x_3 &= 0, \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 &= 4. \end{aligned}$$

b.
$$\begin{aligned} 1.012x_1 - 2.132x_2 + 3.104x_3 &= 1.984, \\ -2.132x_1 + 4.096x_2 - 7.013x_3 &= -5.049, \\ 3.104x_1 - 7.013x_2 + 0.014x_3 &= -3.895. \end{aligned}$$

c.
$$\begin{aligned} 2x_1 &= 3, \\ x_1 + 1.5x_2 &= 4.5, \\ -3x_2 + 0.5x_3 &= -6.6, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 &= 0.8. \end{aligned}$$

d.
$$\begin{aligned} 2.1756x_1 + 4.0231x_2 - 2.1732x_3 + 5.1967x_4 &= 17.102, \\ -4.0231x_1 + 6.0000x_2 + 1.1973x_4 &= -6.1593, \\ -1.0000x_1 - 5.2107x_2 + 1.1111x_3 &= 3.0004, \\ 6.0235x_1 + 7.0000x_2 - 4.1561x_4 &= 0.0000. \end{aligned}$$

Solución del sistema a: [1. 2. -1.]

Solución del sistema b: [1. 1. 1.]

Solución del sistema c: [1.5 2. -1.2 6.]

Solución del sistema d: [2.9398512 0.0706777 5.67773512 4.37981223]