1. Demuestre que el polinomio interpolador es único.

Dem:

Dado $P_n(x)$ que interpola el conjunto soporte Ω tq:
$\Omega = \{(x_0, y_0), (x_1, y_1), \ldots, (x_n, y_n)\}$, Suponga que existe $P_n'(x)$ tq este también interpola Ω.

Por lo tanto tenemos que $P_n(x_i) = y_i \wedge P_n(x_i) = y_i$
$\forall i \in \{1, \ldots, n\}$

y es suficiente con mostrar que $P_n(x_i) = P_n'(x_i)$.

Tome
$$P_n^c(x_i) = P_n(x_i) - P_n'(x_i)$$
$$P_n^c(x_i) = y_i - y_i = 0$$

Por lo tanto $P_n^c(x_i)$ tiene $n+1$ raices, pero por construcción el grado máximo de $P_n^c(x_i)$ es n.

Por Teorema Fundamental del Algebra, si $P_n^c(x_i)$ es de grado máximo n y tiene $n+1$ raices, esto implica que $P_n^c(x_n) = 0$.

Luego
$$P_n^c(x_n) = P_n(x_i) - P_n'(x_i)$$
$$0 = P_n(x_i) - P_n'(x_i)$$
$$P_n'(x_i) = P_n(x_i)$$