12.7 Superposición de dos MAS: Igual dirección, igual frecuencia.

Consideramos la superposición de dos movimientos armónicos simples que producen un desplazamiento de la partícula a lo largo de la misma línea, el desplazamiento de cada uno está dado por: $x_1 = OP_1 = A_1 \text{ sen } (\omega t + \alpha_1)$ y $x_2 = OP_2 = A_2 \text{ sen } (\omega t + \alpha_2)$.

Y el desplazamiento resultante es:

$$x = OP = x_1 + x_2 = A_1 \text{ sen } (\omega t + \alpha_1) + A_2 \text{ sen } (\omega t + \alpha_2).$$

Como la dirección y la frecuencia son las mismas tenemos la ecuación resultante:

$$x = A \text{ sen } (\omega t + \alpha).$$

Como son vectores rotantes podemos calcular por el teorema del coseno la Amplitud:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \delta}.$$

Tambiénl ángulos dee fase inicial del movimiento:

$$\text{tg } \alpha = \frac{A_1 \text{ sen } \alpha_1 + A_2 \text{ sen } \alpha_2}{A_1 \cos \alpha_2 + A_2 \cos \alpha_2.}$$

12.8 Superposición de dos MAS: Igual dirección, diferente frecuencia.

Consideremos por simplicidad el caso $\alpha_1 = 0$ y $\alpha_2 = 0$; entonces los movimientos están descritos por las ecuaciones $x_1 = A_1 \text{ sen } \omega_1 t$ y $x_2 = A_2 \text{ sen } \omega_2 t$.

El angulo entre los vectores rotantes es ahora $\omega_1 t - \omega_2 t = (\omega_1 - \omega_2)t$, y no es constante. Por lo tanto el vector resultante de la superposición no tiene longitud constante y no rota con velocidad angular constante, así el movimiento resultante es $x = x_1 + x_2$ y no es armónico simple. Sin embargo la Amplitud del movimiento es:

$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos (\omega_1 - \omega_2)t}$, Se dice que la **Amplitud es modulada.**

Una situación interesante ocurre cuando $A_1 = A_2$, esto es cuando las dos amplitudes son iguales. El movimiento resultante queda :

$$\begin{aligned} x = x_1 + x_2 &= A_1(\text{sen } \omega_1 t + \text{sen } \omega_2 t) \\ &= 2A_1 \cos \tfrac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2)t \text{ sen } \tfrac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)t, \end{aligned}$$

12.9 Superposición de dos MAS: direcciones perpendiculares

Una partícula se mueve en un plano de tal modo que sus coordinadas x e y oscilan con movimiento armónico simple.

- Si los dos movimientos tienen la misma frecuencia, para el movimiento a lo largo del eje x tenemos, ***x= A sen ωt*** **(12.30)**

Y para el movimiento en el eje y, ***y= B sen (ωt+δ)*** **(12.31)**

Donde δ es la diferencia de fase entre las oscilaciones *x* e *y*.

Consideramos algunos casos especiales:

- Cuando los dos movimientos están en fase, *δ=0* ó en oposición, *δ=π* combinados con la ecuación **12.30 y 12.31** dan *y=(B/A)x. e y=-(B/A)x* respectivamente.

  El movimiento que resulta es armónico simple con amplitud $\sqrt{A^2+B^2}$

  Entonces la interferencia de los MAS da lugar a una polarización rectilínea.
- Cuando la diferencia de fase es $\delta=\pm\pi/2$, la interferencia de dos MAS da lugar a polarización elíptica, con los ejes de la elipse paralelos a las direcciones de los movimientos. $\frac{x^2}{A^2}+\frac{y^2}{B^2}=1$
- Cuando A =B, la elipse se transforma en un círculo y tenemos polarización circular.

Para un valor arbitrario de la diferencia de fase *δ*, la trayectoria es aún una elipse pero sus ejes están rotados con respecto a los ejes de coordenadas.