

UN MODELO MULTIESTATAL PARA LA FIJACIÓN DE PRECIOS Y RESERVAS CONTRATOS DE SEGURO PRIVADO DE CUIDADOS DE LARGA DURACIÓN EN AUSTRALIA.

por

Eduardo Leung*

* El autor agradece al profesor D. Dickson y a dos evaluadores anónimos cuyos comentarios mejoraron materialmente la exposición de este artículo. Sin embargo, cualquier error u omisión es responsabilidad del autor.

ABSTRACTO

Buscamos desarrollar un modelo para la fijación de precios de los contratos de seguro de cuidados a largo plazo en Australia utilizando las tasas de prevalencia de discapacidad contenidas en la Encuesta sobre discapacidad, envejecimiento y cuidadores de la Oficina Australiana de Estadísticas (ABS) de 1998. Realizamos cálculos de primas y reservas aplicando generalizaciones de la ecuación diferencial de Thiele para un modelo de estados múltiples dentro de un marco de Markov. Se presentan varios conjuntos de resultados que capturan una variedad de posibles escenarios y demuestran la flexibilidad del modelo.

PALABRAS CLAVE

Cuidados a largo plazo; Discapacidad; Modelo de Estados Múltiples; Seguro Privado; Proceso de Markov; Ecuación Diferencial de Thiele.

DIRECCIÓN DE CONTACTO

Dr. E. Leung, B.Com (Hons); LL.B (Hons); Ph.D; AIAA
Tel. +61 407 228 078; Correo electrónico: edward.leung@db.com

1.0 INTRODUCCIÓN

El sistema de cuidados a largo plazo (LTC) en Australia se caracteriza por la ausencia de una agrupación de riesgos o de un mecanismo sofisticado de pago por parte del usuario. Por lo tanto, el sistema se encuentra algo aislado de muchos de sus homólogos en el extranjero, que combinan mecanismos de financiación privados, como el seguro privado de cuidados a largo plazo, con sus respectivos programas de bienestar financiados con fondos públicos y estatales. Con la excepción de un número limitado de pólizas de indemnización por accidentes en las que los cuidados a largo plazo están asegurados si son atribuibles a un accidente, las aseguradoras australianas actualmente no participan en ningún tipo de negocio de seguros de cuidados a largo plazo.

Por lo tanto, el objetivo principal de este trabajo es desarrollar y probar un modelo de múltiples estados para fijar precios y reservar seguros de cuidados a largo plazo utilizando los datos australianos disponibles actualmente. En Leung (2004), se desarrolló un modelo de múltiples estados de tiempo discreto para proyectar las necesidades y los costos de cuidados a largo plazo en Australia. En este trabajo, relajamos el supuesto de tiempo discreto y modelamos el

proceso subyacente en un marco de Markov de tiempo continuo. El propósito de esto es permitir el cálculo de intensidades de transición para su aplicación en la ecuación diferencial de Thiele para precios y reservas. El marco de modelado y los resultados presentados en este documento pueden usarse como punto de partida para el desarrollo de políticas de LTC en Australia.

En este artículo, examinamos los datos relevantes disponibles actualmente en Australia para la fijación de precios y reservas de seguros de cuidados a largo plazo, y luego hacemos una breve revisión de la literatura existente sobre fijación de precios y reservas de seguros de cuidados a largo plazo que surge de Australia y del exterior. A continuación, desarrollamos el modelo de estados múltiples y analizamos la estructura probabilística utilizada para calcular las primas y reservas para un conjunto de productos de seguros de cuidados a largo plazo hipotéticos ilustrativos. Por último, analizamos las sensibilidades del modelo y presentamos otras vías de investigación.

2.0 REVISIÓN DE DATOS

En Australia, el Departamento de Salud y Envejecimiento, la Oficina Australiana de Estadísticas (ABS) y otros organismos gubernamentales administran una serie de conjuntos de datos adecuados para el análisis de cuidados a largo plazo (normalmente datos de residencias de ancianos y albergues). Sin embargo, pocos son adecuados para la metodología de modelado que se ha empleado aquí. En esta sección, describimos los requisitos básicos de datos para nuestra metodología y nuestra justificación para la selección de los datos de la tasa de prevalencia de la ABS (ABS 1998).

2.1 Requisitos de datos

Los datos ideales para la fijación de precios de los seguros de cuidados a largo plazo son un conjunto de datos longitudinales que rastrea tanto los niveles de discapacidad como los patrones de utilización de los cuidados a largo plazo de una gran población representativa. Como lo analiza Meiners (1989), el beneficio de los datos longitudinales para la fijación de precios de los cuidados a largo plazo es principalmente permitir una comprensión de los cambios en la utilización de los cuidados a largo plazo a medida que la cohorte envejece.

Muchos países, incluida Australia, carecen de un programa sistemático de presentación de datos sobre cuidados de larga duración que permita recopilar información completa de todos los sectores de servicios, programas de atención y jurisdicciones (Reif 1985). Dado que Australia actualmente no cuenta con cobertura de seguros privados para cuidados de larga duración, es evidente que existe la necesidad de recopilar datos sobre prácticamente todos los aspectos de la cobertura de cuidados de larga duración, incluidos los costos, la gestión de riesgos, la comercialización y la suscripción de seguros. Desde una perspectiva puramente actuarial de precios y reservas, los datos de utilización/demanda de cuidados de larga duración segregados por edad y sexo junto con los cambios en la utilización/demanda (es decir, cambios funcionales) en función de la edad son esenciales. En las siguientes secciones se analizan y evalúan las distintas opciones para obtener esta información.

2.2 Encuestas de la Oficina Australiana de Estadísticas (1981, 1988, 1993, 1998)

La Oficina de Estadísticas de Australia ha publicado los resultados de una serie de encuestas que detallan datos de la población australiana sobre personas con discapacidad, personas mayores y personas que brindan asistencia a otras personas debido a sus discapacidades. Las encuestas son:

- Encuesta sobre personas discapacitadas (1981)
- Encuesta sobre personas discapacitadas y de edad avanzada (1988)
- Encuesta sobre discapacidad, envejecimiento y cuidadores (1993)
- Encuesta sobre discapacidad, envejecimiento y cuidadores (1998)

Estas encuestas constituyen la única fuente completa de datos sobre las capacidades funcionales de las personas en Australia a escala de población. Los resultados de la Encuesta sobre discapacidad, envejecimiento y cuidadores realizada entre el 16 de marzo y el 29 de mayo de 1998 representan la información más actualizada en el momento de redactarse el presente documento. Los datos incluidos en esas encuestas y utilizados para este documento son los que se relacionan con las restricciones de las actividades básicas, tal como se detalla en Leung (2004).

Cabe señalar que, si bien los resultados de la encuesta no están categorizados según una escala de actividades de la vida diaria (AVD), la categorización de los datos según los diferentes niveles de restricción de la actividad básica (es decir, los diferentes niveles de gravedad de la discapacidad) hace que los resultados sean útiles para los fines de la fijación de precios de los cuidados de larga duración (y, además, fácilmente trasladables a un sistema de AVD). Por ejemplo, se puede conceder una solicitud de cuidados de larga duración en caso de no realizar entre 3 y 6 AVD. Dado que, por definición, solo las personas que tienen una restricción grave o profunda de la actividad básica requieren cuidados de larga duración, se podría inferir que una restricción grave de la actividad básica es equivalente a no realizar 3 o 4 AVD y una restricción profunda de la actividad básica es equivalente a no realizar 5 o 6 AVD.

Como se ha señalado, los datos ideales necesarios para fijar el precio y reservar contratos de seguro de cuidados a largo plazo incluyen tanto el número de personas que requieren cuidados a largo plazo como el cambio en esta demanda a medida que envejece una cohorte de personas. Aunque no son longitudinales, los datos de la encuesta de la ABS pueden utilizarse para determinar esta información de diversas maneras, que se analizarán en la Sección 4.

Reiteramos en esta etapa que los datos sobre la fijación de precios y la reserva de seguros de cuidados a largo plazo en Australia distan mucho de ser ideales, y nos limitan en gran medida a las tasas de prevalencia contenidas en la encuesta de 1998 de la Oficina de Estadísticas de Australia sobre discapacidad, envejecimiento y cuidadores. Estas limitaciones de los datos influyen inevitablemente en muchas de las suposiciones relativas a la metodología de este documento. Hemos tratado de ser lo más realistas posible con los datos.

3.0 REVISIÓN DE LITERATURA

Se puede aplicar una variedad de metodologías para fijar el precio de los seguros de cuidados a largo plazo, incluidos los enfoques de renta vitalicia inicial (Gatenby 1991) o los enfoques de renovación de riesgo (Beekman 1989). La metodología elegida en este artículo es un enfoque de modelado de estados múltiples dentro de un marco de Markov de tiempo continuo con primas y reservas calculadas mediante la aplicación de generalizaciones de las ecuaciones diferenciales de Thiele. Para abreviar, nos referiremos a ellas como ecuación diferencial de Thiele en el resto del artículo. Esta elección está motivada por los beneficios de que el modelado de estados múltiples sea una representación precisa del proceso de seguro subyacente, un mayor grado de flexibilidad y alcance para la prueba de escenarios y la facilidad de monitorear la experiencia real frente a lo esperado a un nivel práctico (Gatenby y Ward 1994, Robinson 1996 y Society of Actuaries Long-Term Care Insurance Valuation Methods Task Force 1995).

Los modelos de estados múltiples son frecuentes en la literatura actuarial en áreas como los seguros de vida (Pitacco 1995), los seguros de salud permanentes (PHI) en el Reino Unido (Waters 1984, Sansom y Waters 1988, Haberman 1993, Renshaw y Haberman 1998, Cordeiro 2001) y los seguros de ingresos por discapacidad (Haberman y Pitacco 1999). Por lo tanto, no es sorprendente que la idoneidad de los modelos de estados múltiples para los seguros de cuidados a largo plazo haya sido ampliamente reconocida y, en consecuencia, aplicada. Por ejemplo, Levikson y Mizrahi (1994) consideran un modelo de estados múltiples "triangular superior" en el marco general de Markov, donde se consideran tres niveles de atención y la vida asegurada avanza a través de las etapas de deterioro de la falla de las AVD hasta la muerte. El cálculo de la prima se realiza posteriormente a través de una representación del valor descontado de los beneficios futuros en un nivel de atención particular como una variable aleatoria. Alegre et al (2002) han estudiado marcos similares, y también consideran un sistema de cuidados a largo plazo sin recuperaciones y cálculos de primas derivados del cálculo de valores de anualidades en tiempo discreto para una vida en estado de reclamación de cuidados a largo plazo. Además, Pitacco (1993) y Czado y Rudolph (2002) han analizado la valoración de las anualidades de cuidados a largo plazo para fijar el precio del seguro de cuidados a largo plazo en tiempo continuo.

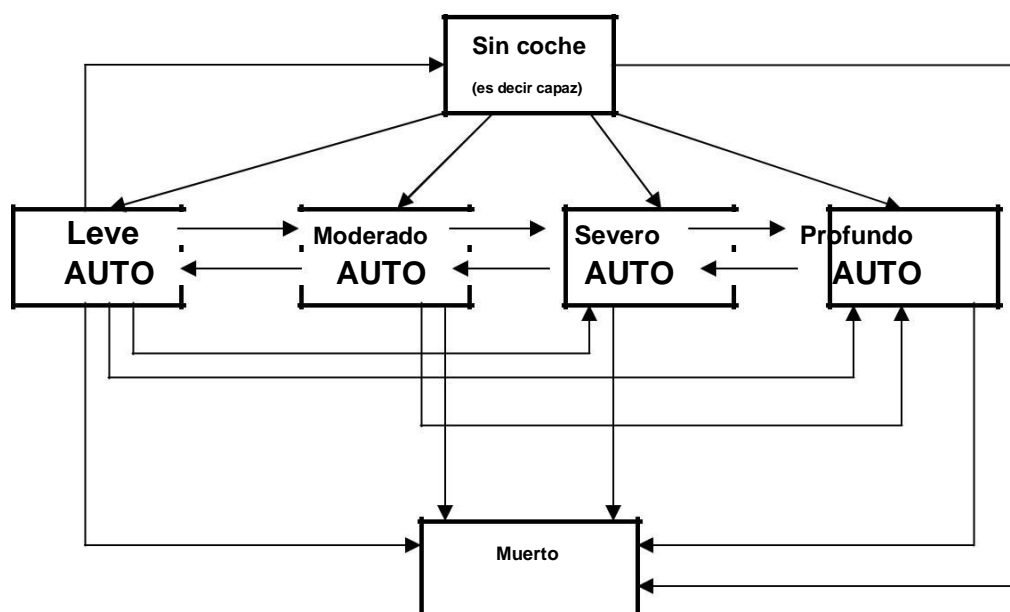
A pesar de la amplia gama de metodologías consideradas en el extranjero, solo se ha publicado literatura limitada sobre la fijación de precios de los contratos de seguro de cuidados a largo plazo en Australia.

En un artículo de Walker (1990) se ofrece una breve introducción a las cuestiones relacionadas con la fijación de precios de los seguros de cuidados a largo plazo y se ofrecen ejemplos de primas netas únicas y anuales renovables para un beneficio de cuidados a largo plazo utilizando tasas de morbilidad ilustrativas para hombres, mujeres y parejas. Walsh y De Ravin (1995) realizan cálculos similares basados en datos obtenidos de la encuesta de 1993 de la ABS sobre discapacidad, envejecimiento y cuidadores y calculan las tasas de primas directamente a partir de los datos de la tasa de prevalencia. Las metodologías matemáticas no se detallan en sus respectivos artículos, pero está claro que en ambos artículos los cálculos se basan en un marco de enfoque de anualidad inicial.

4.0 ESPECIFICACIÓN DEL MODELO Y SUPUESTOS DEFINITIVOS

En Leung (2004), utilizamos un modelo de estados múltiples de tiempo discreto como se muestra en la Figura 1. Aquí, relajamos el supuesto de tiempo discreto y lo aplicamos en un marco de tiempo continuo. La motivación para esto es permitir el cálculo de intensidades de transición con el propósito de aplicación actuarial, es decir, fijación de precios y reservas utilizando ecuaciones diferenciales de Thiele. Tenga en cuenta que podríamos haber persistido con un proceso de tiempo discreto para fijar el precio de la cobertura de LTC utilizando funciones de anualidad como en Alegre et al (2002). Sin embargo, se consideró que la mayor practicidad, flexibilidad y realismo ofrecidos por el uso de un marco de ecuaciones diferenciales de Thiele para la fijación de precios y reservas era una mejor ruta.

Figura 1: Transiciones en el modelo de estados múltiples.



Cabe señalar que el modelo no incluye un estado de absorción de pérdidas. Si bien la inclusión de un estado de absorción adicional para tener en cuenta las pérdidas es preferible a los efectos de la fijación de precios de los seguros, su omisión se debe únicamente a la falta de disponibilidad de datos adecuados.

5.0 ESTIMACIÓN DE PROBABILIDADES DE TRANSICIÓN

Lo ideal sería estimar las intensidades de transición directamente a partir de nuestros datos. Sin embargo, los datos de la encuesta de la ABS de 1998 se presentan en forma de tasas de prevalencia en un momento determinado. Por lo tanto, no tenemos información sobre cuándo se producen las transiciones a las diversas categorías básicas de restricción de actividades. A continuación, esbozamos posibles enfoques para este problema.

5.1 Estimación de máxima verosimilitud

Una posibilidad puede ser comparar las tasas de prevalencia en dos o más encuestas consecutivas de la ABS (por ejemplo, 1993 y 1998) y calcular estimaciones de máxima verosimilitud de la t -

probabilidad $t p_x^{ab}$ de una vida de (x) años haciendo una transición de estado a hacia b usando una ecuación de la forma:

$${}_t p_x^{ab} = \frac{n_{x,x+t}^{ab}}{\sum_j n_{x,x+t}^{aj}} \quad (1)$$

dónde $n_{x,x+t}^{ab}$ es el número de personas en el estado a , en 1993, digamos, y en el estado b , envejecido $x+5$ en 1998. Este tipo de enfoque se ha llevado a cabo utilizando datos de la Encuesta Nacional de Cuidados a Largo Plazo (NLTCs) de EE. UU. en varios estudios, incluidos Manton (1988) y Manton et al (1993).

Tenemos varias reservas sobre la implementación de este enfoque utilizando los datos de la encuesta de la ABS. En primer lugar, los datos de la encuesta de la ABS no son longitudinales, es decir, no se ha hecho un seguimiento individual de las personas, como es el caso de las encuestas de la NLTCs. En segundo lugar, los cambios en el diseño de la encuesta a lo largo de encuestas consecutivas inevitablemente harán que las probabilidades de transición calculadas sean inexactas. Madden y Wen (2001) sostienen que un aumento de la prevalencia entre 1993 y 1998 no refleja un aumento sustancial de la discapacidad subyacente, sino más bien un cambio en el diseño de la encuesta sobre discapacidad. Davis et al (2001) plantean una opinión similar y sugieren que más de la mitad del aumento de la prevalencia entre 1993 y 1998 se debe a cambios en el método de encuesta. Por lo tanto, este enfoque no fue el preferido en este trabajo.

5.2 Aproximación a partir de probabilidades de transición de 1 paso

Por lo tanto, utilizamos las probabilidades de transición de un año calculadas en Leung (2004) para estimar un conjunto de intensidades de transición. En Leung (2004) se ofrece un análisis detallado de la estimación de las probabilidades de transición de un paso en tiempo discreto y los parámetros asociados.

Las probabilidades de transición de 1 paso en intervalos de edad de 10 años se informan en las Tablas 1 y 2 y se ilustran en las Figuras 2 y 3 para hombres y mujeres (desde el estado capaz) respectivamente.

Llegados a este punto conviene hacer varias observaciones.

1. Las probabilidades de transición tanto para hombres como para mujeres generalmente se comportan como se espera y las probabilidades de transición a estados de discapacidad aumentan con la edad.
2. La transición a través de los niveles de discapacidad es razonablemente progresiva. Es decir, dado que se produce una transición para salir del estado de discapacidad, existe una mayor probabilidad de pasar a un nivel de discapacidad menor que directamente a un nivel de discapacidad más grave. Sin embargo, a edades más avanzadas, la transición al estado de restricción profunda de la actividad básica parece superar levemente a otros niveles de discapacidad intermedios. Esto parece razonable debido a los efectos del envejecimiento y la fragilidad crónica.
3. Las probabilidades de salir del estado de discapacidad parecen ser mayores para los hombres que para las mujeres.
4. Dado que se produce una transición para salir del estado de discapacidad, la transición a estados de restricción profunda o severa de la actividad central parece ser mayor en las mujeres que en los hombres.
5. La mortalidad en los estados de restricción profunda o severa de la actividad central es mayor en los hombres que en las mujeres.

Los puntos 4 y 5 anteriores son particularmente interesantes ya que forman la base de una *a priori* expectativa de que la probabilidad de utilización de cuidados a largo plazo por parte de las mujeres será mayor que por parte de los hombres en la población australiana, lo que resultará en primas más caras para las mujeres.

Tabla 1: Probabilidades de transición de 1 paso en hombres.

Capaz	Leve	Moderado	Severo	Profundo	Muerto
-------	------	----------	--------	----------	--------

80

Capaz

20	0,990045	0,005229	0,001793	0,000926	0,000808	0,001199	0,988251
30	0,006233	0,002137	0,001104	0,000963	0,001313	0,983648	726
40	0,002992	0,001545	0,001348	0,001742	0,971556	0,014860	0,005095
50	0,002632	0,002295	0,003562	0,940283	0,029544	0,010130	0,005234
60	0,004564	0,010245	0,897377	0,043650	0,015034	0,007801	0,006833
70	0,029305	0,702715	0,119224	0,046477	0,027297	0,065	0,077222

80

Leve

20	0,15	0,844587	0,002142	0,001107	0,000965	0,001199	0,15
30	0,843664	0,002554	0,001319	0,001150	0,001313	0,15	0,841226
40	0,003575	0,001847	0,001610	0,001742	0,15	0,834462	0,006088
50	0,003145	0,002742	0,003562	0,15	0,815941	0,012106	0,006254
60	0,005454	0,010245	0,15	0,785242	0,017965	0,009322	0,008166
70	0,029305	0,15	0,652276	0,055540	0,032620	0,032342	0,077222

Moderado

20	00,15	0,846325	0,001322	0,001153	0,001199	0,15
30	00,845736	0,001576	0,001375	0,001313	0,15	0,844127
40	00,002207	0,001924	0,15	0,839403	0,003758	0,003277
50	00,003562	0,15	0,825764	0,007474	0,006518	0,010245
60	00,15	0,799797	0,011140	0,009758	0,029305	0,15
70	0	0,695148	0,038981	0,038649	0,077222	
80	0					

Severo

20	0	0	0,1	0,895797	0,001378	0,002825	0,1
30	0	0	0,893162	0,001643	0,005195	0,1	
40	0	0	0,887611	0,002300	0,010090	0,1	
50	0	0	0,877522	0,003916	2	0,1	0,860314
60	0	0	0,007789	0,031897	0,1	0,832916	
70	0	0	0,011661	0,055423	0,1	0,748219	
80	0	0	0,046185	0,105596			

Profundo

20	0	0	0	0,05	0,945549	0,004451
30	0	0	0	0,05	0,940923	0,009077
40	0	0	0	0,05	0,931562	0,018438
50	0	0	0	0,05	0,916438	0,033562
60	0	0	0	0,05	0,896451	0,053549
70	0	0	0	0,05	0,868459	0,081541
80	0	0	0	0,05	0,816030	0,133970

Muerto

20	0	0	0	0	0	1
30	0	0	0	0	0	1
40	0	0	0	0	0	1
50	0	0	0	0	0	1
60	0	0	0	0	0	1
70	0	0	0	0	0	1
80	0	0	0	0	0	1

Tabla 2: Probabilidades de transición de 1 paso en mujeres.

Capaz Leve Moderado Severo Profundo Muerto

Capaz						
20	0,991502	0,004906	0,001299	0,0009463	0,000929	0,000417 0,990264
30	0,005612	0,001486	0,0010826	0,001063	0,000492	0,986776 07486
40	0,001983	0,0014443	0,001418	0,000893	0,977310	0,012414 0,003290
50	0,0023981	0,002357	0,002231	0,952880	0,024985	0,006659 0,0048804
60	0,004823	0,005772	0,920111	0,037427	0,010481	0,0080711 0,008381
70	0,015529	0,745522	0,088349	0,033458	348423	0,048925 0,048903
80						
Leve						
20	0,15	0,845614	0,001624	0,0011830	0,001162	0,000417 0,15
30	0,844967	0,001858	0,0013533	0,001329	0,000492	0,15 0,843050
40	79	0,0018054	0,001773	0,000893	0,15	0,837712 0,004113
50	0,0029977	0,002946	0,002231	0,15	0,823774	0,008324 0,0061008
60	0,006029	0,005772	0,15	0,800804	0,013102	0,0100893 0,010476
70	0,015529	0,15	0,654558	0,041825	0,0435550	0,061159 0,048903
80						
Moderado						
20	00,15	0,846652	0,0014788	0,001452	0,000417	0,15
30	00,846155	0,0016917	0,001661	0,000492	0,15	0,844634
40	00,0022569	0,002217	893	0,15	0,840339	0,0037473
50	00,003683	0,002231	0,15	0,829065	0,0076264	0,007537
60	00,005772	0,15	0,808763	0,0126122	0,013096	0,015529
70	00,15	0,670198	0,0544463	0,076453	0,048903	
80	0					
Severo						
20	0	0	0,1	0,8961415	0,001815	0,002043 0,1
30	0	0	0,8935488	0,002077	0,004374	0,1
40	0	0	0,8879883	0,002771	0,009241	0,1
50	0	0	0,8781655	0,004604	17231	0,1
60	0	0	0,8631546	0,009421	0,027424	0,1
70	0	0	0,8419825	0,016371	0,041647	0,1
80	0	0	0,7271528	0,095570	0,077277	
Profundo						
20	0	0	0	0,05	0,946331	0,003669
30	0	0	0	0,05	0,941744	0,008256
40	0	0	0	0,05	0,932411	0,017589
50	0	0	0	0,05	0,917769	0,032231
60	0	0	0	0,05	0,900924	0,049076
70	0	0	0	0,05	0,882235	0,067765
80	0	0	0	0,05	0,844349	0,105651
Muerto						
20	0	0	0	0	0	1
30	0	0	0	0	0	1
40	0	0	0	0	0	1
50	0	0	0	0	0	1
60	0	0	0	0	0	1
70	0	0	0	0	0	1
80	0	0	0	0	0	1

Figura 2: Probabilidades de transición de 1 paso en hombres.

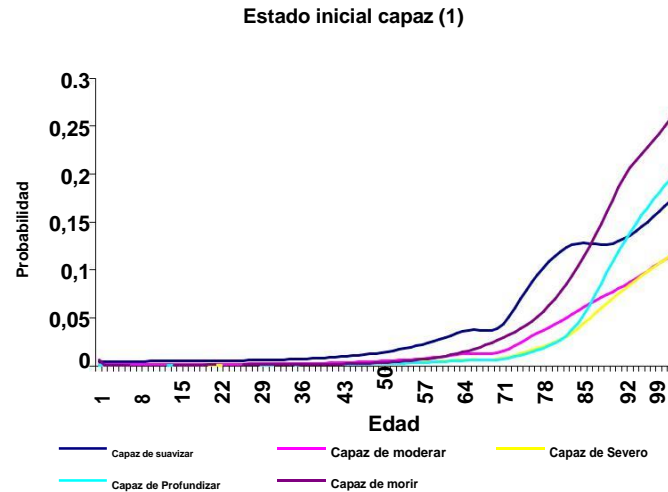
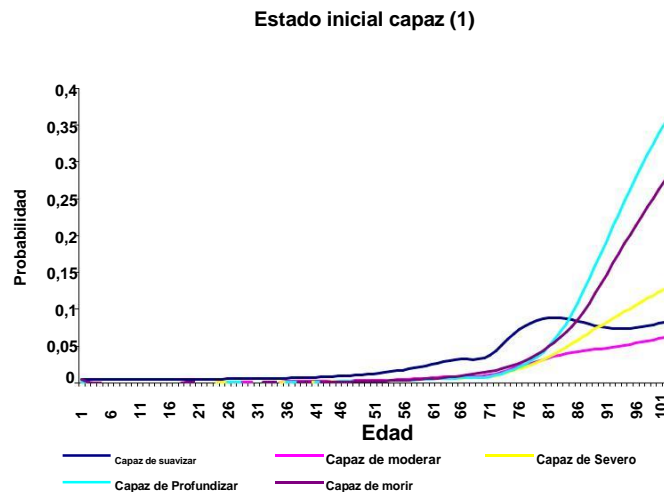


Figura 3: Probabilidades de transición de 1 paso en mujeres.



6.0 ESTIMACIÓN DE LAS INTENSIDADES DE TRANSICIÓN

Dada nuestra incapacidad para estimar intensidades de transición directamente a partir de nuestros datos, calculamos intensidades de transición en el modelo utilizando probabilidades de transición estimadas. Sin embargo, cabe señalar que, dado que hemos aproximado las probabilidades de transición de 1 año utilizando probabilidades de transición de 1 paso del marco de Rickayzen y Walsh (2002), esto crea dificultades al transformar las probabilidades de transición en intensidades de transición. Esto se debe a que el marco de tiempo discreto propuesto por Rickayzen y Walsh (2002) se caracteriza por una comunicación incompleta de todos los estados. Esto conduce inevitablemente a inconsistencias estructurales en nuestra matriz de intensidad de transición, con varias entradas fuera de la diagonal estimadas como valores negativos. Una forma posible de abordar esta dificultad es volver a estimar un conjunto de probabilidades de transición que incluya un conjunto completo de transiciones de recuperación, en consonancia con un marco de Markov. Sin embargo, dadas nuestras limitaciones de datos, esto no fue posible. Optamos por estimar las intensidades de transición a partir de nuestras probabilidades de transición de un paso existentes y combinar esto con un algoritmo restrictivo para obligar a que las intensidades de transición negativas se encuentren en la región factible. Nuestra justificación para esto es doble. Primero, incluso si pudiéramos estimar con precisión un conjunto completo de probabilidades de transición que incluyan todas las transiciones de recuperación, esto no garantiza que se produzca el problema de las intensidades de transición negativas (por ejemplo, Pritchard (2002)). Segundo, es probable que las transiciones de recuperación que no existen en el marco actual sean pequeñas. Para el propósito final de este documento, que es fijar precios y reservar, el impacto de esta

La inconsistencia es mínima y, en cualquier caso, debería quedar encapsulada dentro de los límites de nuestro análisis de sensibilidad.

6.1 Cálculo de intensidades de transición a partir de probabilidades de transición

Imponemos un supuesto de Markov para describir el proceso en nuestro modelo. Es decir, consideramos

un proceso estocástico. $\{S(t), 0 < t < \infty\}$ con espacio de estados $\{1, 2, \dots, 6\}$ donde $S(t)$ representa el

Estado del proceso en el momento t . $\{S(t), 0 < t < \infty\}$ es una cadena de Markov de tiempo continuo si para los estados $g, h \in \{1, 2, \dots, 6\}$ y $x, t \geq 0$,

$$\Pr\{S(x+t) = h \mid S(x) = g, S(r) \text{ for } 0 \leq r \leq x\} = \Pr\{S(x+t) = h \mid S(x) = g\} \quad (2)$$

En otras palabras, el desarrollo futuro $S(t)$ puede determinarse únicamente a partir de su estado actual y sin tener en cuenta el historial del proceso. Denotamos:

$${}_t p_x^{gh} = \Pr\{S(x+t) = h \mid S(x) = g\}$$

${}_t \bar{p}_x^{gh} = \Pr\{S(x+u) = g \mid S(x) = g\} \forall u \in [x, x+t]$ y asumir un espacio cerrado en donde reby

$\sum {}_t p_x^{gh} = 1$ for all $x \geq 0$ and $t \geq 0$. Las probabilidades de transición obedecen las

Ecuaciones de Kolmogorov:

$${}_{t+u} p_x^{gh} = \sum_{l=1}^6 {}_t p_x^{gl} \cdot {}_u p_x^{lh} \quad (3)$$

También se supone la existencia de funciones de intensidad de transición tales que:

$$\mu_x^{gh} = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{{}_t p_x^{gh}}{t} \quad (4)$$

o, alternativamente, que:

$${}_t p_x^{gh} = {}_t \mu_x^{gh} + o(t)$$

Las probabilidades de transición y ocupación están relacionadas para transicionar intensidades a través de las relaciones:

$$\frac{d}{dt} {}_t p_x^{gh} = \sum_{l \neq h} ({}_t p_x^{gl} \mu_{x+t}^{lh} - {}_t p_x^{gh} \mu_{x+t}^{hl}) \quad (5)$$

and

$${}_t \bar{p}_x^{gg} = \exp\left(-\int_0^t \sum_{l \neq g} \mu_{x+r}^{gl} dr\right) \quad (6)$$

donde las ecuaciones (5) son más conocidas como ecuaciones directas de Kolmogorov. Se puede encontrar una discusión más detallada de los procesos de Markov en Cox y Miller (1965).

Además, requerimos la suposición de que las intensidades de transición para cada edad en los datos de la encuesta ABS de 1998 son constantes (es decir, intensidades constantes por partes). En consecuencia, si definimos $P(t)$ ser la matriz de probabilidades de transición sobre años y Q siendo la matriz de intensidades de transición constantes por año, entonces se puede demostrar directamente a partir de las ecuaciones de Chapman-Kolmogorov (Jones (1992)) que:

$$P(t) = \exp(Qt) \quad (7)$$

Por lo tanto, para calcular las intensidades de transición es necesario encontrar el generador infinitesimal Q para la matriz de probabilidad de transición P(t).

Se pueden utilizar varios enfoques numéricos para determinar Q como las técnicas de uniformización (Stewart 1994) o la evaluación de aproximaciones de Pade (Higham 2001, Cheng et al 2001). Elegimos utilizar un método de Schur-Parlett simplemente por su sencilla implementación a través de software como MATLAB, que utilizamos.

El método, que se analiza con mayor detalle en Golub y Van Loan (1983), requiere inicialmente el cálculo de una descomposición de Schur. $P=UTU^*$, dónde U es una matriz unitaria (es decir, sus entradas son complejas y su inversa es la conjugada-transpuesta), U^* es la transpuesta conjugada U, y T una matriz triangular superior. Podemos determinar entonces funciones de matrices (incluidos los logaritmos naturales) utilizando la fórmula:

$$f(P) = Uf(T)U^* \quad (8)$$

Parlett (1974) propone una relación recursiva para determinar la matriz F, definido como F(T), que se deriva de igualar elementos (i,j) dónde $i < j$, (es decir, estrictamente triangular superior) en la relación de conmutatividad $FT=TF$. Los elementos (i,j) en el resultado de conmutatividad se satisface:

$$\sum_{k=i}^j f_{ik} t_{kj} = \sum_{k=i}^j t_{ik} f_{kj} \quad (9)$$

y mientras $t_{ii} \neq t_{jj}$ (es decir, los valores propios son distintos), entonces:

$$f_{ij} = t_{ij} \frac{f_{jj} - f_{ii}}{t_{jj} - t_{ii}} + \frac{\sum_{k=i+1}^{j-1} [t_{ik} f_{kj} - f_{ik} t_{kj}]}{t_{jj} - t_{ii}} \quad (10)$$

Así pues, empezando $f_{ii} = f(t_{ii})$, Todos los demás elementos de F se pueden calcular una superdiagonal a la vez.

Las Tablas 3 y 4 informan las intensidades de transición anuales calculadas a partir de probabilidades de transición de 1 paso en intervalos de edad de 10 años para hombres y mujeres respectivamente. Como se anticipó, hay una serie de intensidades de transición calculadas que son negativas y, por lo tanto, no tienen interpretación física. Sin embargo, siguen siendo útiles como valores iniciales para nuestro algoritmo de restricción en la Sección 6.2. Nos referiremos a estas "estimaciones sin restricciones" como:

$$\tilde{\mu}_x^{ij}$$

para la intensidad de transición a la edad x del estado i al estado j que constituye la matriz generadora:

$$\tilde{Q}_x$$

Observamos que el método Schur-Parlett arroja resultados satisfactorios en la mayoría de los rangos de edad. Sin embargo, observamos que el procedimiento computacional fue inestable en las edades extremadamente altas. Esto tal vez se deba a una o más de las siguientes razones:

1. Los datos de la encuesta ABS de 1998 agrupan las edades superiores a 85 años en un solo estrato, lo que limita nuestra capacidad de comprender el proceso subyacente en edades más altas.
2. Las edades extremadamente altas son la región probable donde la suposición de intensidades constantes es más irrealista.
3. La exposición en las edades más avanzadas es extremadamente baja.

Tabla 3: Intensidades de transición sin restricciones masculinas calculadas a partir de probabilidades de transición de 1 paso en intervalos de edad de 10 años.

	Capaz	Leve	Moderado	Severo	Profundo	Muerto
Capaz						
20		0,005552	0,001896	0,000956	0,000830	0,001198
30		0,002262	0,001141	0,000992	0,001308	0,009315
40		0,001602395	0,001725	0,016034	0,005429	0,002746
50		0,002394	0,003511	0,032798	0,010957	0,005528
60		0,010130	0,050588	0,016731	0,008445	0,007376
70		0,1720250,058298	0,031805	0,030252	0,078928	
80						
Leve						
20	0,163936		0,0023000,001159	0,001007	0,001197	
30	0,164190		0,0027440,001384	0,001203	0,001306	
40	0,164851		0,0038500,001945	0,001693	0,001721	
50	0,166644		0,006599337	0,002910	0,003498	0,013363
60	0,171567		0,0067410,005874	0,010091	0,020487	
70	0,179329		0,0103380,009029	0,029352	0,073590	
80	0,225628		0,0400840,038093	0,078519		
Moderado						
20	- 0,014160	0,177510		0,001384	0,001202	0,001197
30	- 0,014190	0,177686		0,001653	0,001436	0,001305
40	- 0,014290	0,178158		0,002322	0,002022	0,001716
50	- 0,014550	0,179494		0,003986	0,003476	0,003484
60	- 0,015310	0,183309		0,008062	0,007025	0,010051
70	- 0,016590	0,190219		0,012375	0,010808	0,029274
80	- 0,024870	0,227448		0,048401	0,045992	0,078130
Severo						
20	0,001055	- 0,010100	0,114858		0,001432	0,002916
30	0,001061	- 0,010140	0,115073		0,001713	0,005416
40	0,001074	- 0,010210	0,115556		0,002417	0,010587
50	0,001106	- 0,010400	0,116579		0,004174	0,019538
60	0,001188	- 0,010840	0,118786		0,008472	0,033564
70	0,001334	- 0,011640	0,122760		0,013082	0,058420
80	0,002285	- 0,015920	0,139842		0,056202	0,112765
Profundo						
20	- 0,000042	0,000364	- 0,003120	0,054325		0,004500
30	- 0,000043	0,000367	- 0,003140	0,054540		0,009214
40	- 0,000044	0,000373	- 0,003180	0,054988		0,018817
50	- 0,000046	0,000385	- 0,003250	0,055764		0,034521
60	- 0,000050	0,000411	- 0,003380	0,056957		0,055611
70	- 0,000058	0,000456	- 0,003610	0,058828		0,085793
80	- 0,000110	0,000680	- 0,004480	0,064180		0,144751
Muerto						
20		0	0	0	0	0
30		0	0	0	0	0
40		0	0	0	0	0
50		0	0	0	0	0
60		0	0	0	0	0
70		0	0	0	0	0
80		0	0	0	0	0

Tabla 4: Intensidades de transición sin restricciones en mujeres calculadas a partir de probabilidades de transición de 1 paso en intervalos de edad de 10 años.

	Capaz	Leve	Moderado	Severo	Profundo	Muerto
Capaz						
20		0,005238	0,001357	0,000973	0,000954	0,000415
30		0,005998	0,001553	0,001115	0,001094	0,000486
40		0,008025	0,002075	0,001492	0,001467	0,000875
50		0,013420	0,003457	0,002492	0,002455	0,002177
60		0,027604	0,007069	0,005119	0,005065	0,005620
70		0,042664	0,011330	0,00860	0,008908	0,015295
80		0,123111	0,041157	0,040843	0,053228	0,047905
Leve						
20	0,163707		0,001728	0,001239	0,001215	0,000414
30	0,163882		0,001978	0,001419	0,001393	0,000484
40	0,164386		0,002643	0,001900	0,001868	0,000869
50	0,165780		0,004409	0,003178	0,003131	0,002161
60	0,169510		0,009048	0,006552	0,006483	0,005571
70	0,175197		0,014566	0,011055	0,011451	0,015189
80	0,217371		0,054786	0,054306	0,070644	0,047106
Moderado						
20	- 0,014130	0,177359		0,001547	0,001517	0,000413
30	- 0,014150	0,177491		0,001773	0,001740	0,000482
40	- 0,014230	0,177885		0,002374	0,002334	0,000863
50	- 0,014440	0,178994		0,003971	0,003913	0,002143
60	- 0,015020	0,181963		0,008197	0,008110	0,005517
70	- 0,015970	0,187150		0,013852	0,014349	0,015072
80	- 0,024270	0,230334		0,069226	0,090010	0,046253
Severo						
20	0,001053	- 0,010090	0,114811		0,001888	0,002131
30	0,001057	- 0,010120	0,115016		0,002169	0,004590
40	0,001068	- 0,010190	0,115491		0,002917	0,009727
50	0,001096	- 0,010350	0,116458		0,004910	0,018176
60	0,001160	- 0,010710	0,118329		0,010227	0,028925
70	0,001267	- 0,011310	0,121394		0,018170	0,043837
80	0,002277	- 0,016530	0,144654		0,116279	0,080699
Profundo						
20	- 0,000042	0,000364	- 0,003120	0,054293		0,003715
30	- 0,000043	0,000366	- 0,003130	0,054505		0,008385
40	- 0,000043	0,000372	- 0,003170	0,054952		0,017952
50	- 0,000045	0,000383	- 0,003240	0,055704		0,033144
60	- 0,000049	0,000404	- 0,003350	0,056724		0,050892
70	- 0,000054	0,000436	- 0,003520	0,058059		0,070886
80	- 0,000110	0,000690	- 0,004570	0,064107		0,112549
Muerto						
20	0	0	0	0	0	0
30	0	0	0	0	0	0
40	0	0	0	0	0	0
50	0	0	0	0	0	0
60	0	0	0	0	0	0
70	0	0	0	0	0	0
80	0	0	0	0	0	0

6.2 Limitación de las intensidades de transición a la región no negativa

Es evidente que necesitamos intensidades de transición que sean positivas. Ahora analizamos cómo garantizamos Esta condición produce "estimaciones restringidas",

$$\hat{\mu}_x^{ij}$$

, para la intensidad de transición a la edad x de estado i al estado j . Para el generador de matriz constitutiva \hat{Q}_x .

Determinar un método apropiado para abordar esto requiere cuidado, ya que ajustar las "intensidades de transición" negativas a valores no negativos inevitablemente forzará a otras intensidades de transición, particularmente aquellas complementarias a las intensidades de transición que son negativas, a compensarse en consecuencia.

Este problema ya se ha planteado en la literatura. Por ejemplo, Pritchard (2002) y Stallard y Yee (1999) utilizaron datos de la NLTCs de EE. UU. y calcularon "intensidades de transición" negativas a partir de las probabilidades de transición. En esta sección, describimos cuatro métodos posibles para limitar las intensidades de transición a valores positivos y analizamos el enfoque finalmente adoptado.

El enfoque más sencillo sería simplemente fijar cualquier "intensidad de transición" negativa en cero y compensar en consecuencia en la diagonal negativa para mantener una suma de filas cero. Este fue el enfoque adoptado por Stallard y Yee (1999). Ciertamente, este es el enfoque más eficiente desde el punto de vista computacional. Sin embargo, decidimos no usar este método porque sentimos que nuestras intensidades de transición negativas estimadas no eran lo suficientemente pequeñas como para descartarlas por completo. Además, Stallard y Yee (1999) afirman que sus pequeñas intensidades de transición negativas deberían haberse estimado como valores cero. Sin embargo, no hay una razón intuitiva para esto en este estudio.

Pritchard (2002) se enfrenta de manera similar al problema de las intensidades de transición negativas en su estudio de un modelo de discapacidad para el seguro de cuidados a largo plazo utilizando datos del NLTCs de EE. UU. Pritchard (2002) calcula las probabilidades de transición a dos y cinco años utilizando un enfoque de máxima verosimilitud y las transforma en intensidades de transición utilizando un método invertido de la Sección 6.4.2 de Kulkarni (1995). Pritchard (2002) luego restringe las intensidades de transición para que se encuentren en la región no negativa maximizando la función de verosimilitud logarítmica e introduciendo una función de penalización que garantiza que todas las intensidades de transición permanezcan no negativas durante un procedimiento de maximización computacional. No podemos implementar un enfoque de este tipo en nuestro estudio ya que los datos de la ABS de 1998 no proporcionan ninguna información sobre el número o la naturaleza de las transiciones durante un período determinado y, por lo tanto, no permiten un enfoque de máxima verosimilitud para estimar las probabilidades de transición o las intensidades de transición.

Por lo tanto, limitamos nuestra atención a dos enfoques posibles. El primero se origina en la literatura financiera matemática relacionada con la búsqueda de generadores válidos para matrices de calificación crediticia. Israel et al (2001) desarrollan un algoritmo para encontrar generadores utilizando la interpolación de Lagrange.

Implementamos este enfoque revisando la relación en (7) y estimando \hat{Q} utilizando el algoritmo de Israel et al (2001) en lugar de nuestro método original de Schur-Parlett. Israel et al (2001) advierten que el algoritmo es inadecuado cuando los valores propios $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$ de P están 'cerca'. Nosotros encontramos que esta deficiencia causaba que el algoritmo fallara para la gran mayoría de nuestro rango de edad, en particular los rangos de edad jóvenes y medianos. Las Tablas 5 y 6 muestran los valores propios para las matrices de probabilidad de transición estimadas a partir de los datos de la encuesta ABS de 1998 en intervalos de edad de 10 años para hombres y mujeres respectivamente. Sospechamos que los valores propios "cercanos" Las causas del fallo del algoritmo para la mayoría de las edades son los pares (θ_1, θ_6) y (θ_2, θ_3) para ambos Hombres y mujeres. Incluso obligar al algoritmo a considerar hasta 20 decimales no produjo ninguna mejora.

Tabla 5. Valores propios masculinos para matrices de probabilidad de transición estimadas a partir de datos de la encuesta ABS de 1998 en intervalos de edad de 10 años.

Edad	Valor propio					
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6
10	0,999821	0,838121	0,848222	0,896817	0,948796	1
20	0,998724	0,836277	0,846855	0,894568	0,945879	1
30	0,998483	0,834203	0,845930	0,891629	0,941491	1
40	0,997715	0,828986	0,843431	0,885246	0,932796	1
50	0,995003	0,815660	0,836371	0,872998	0,919348	1
60	0,986077	0,782183	0,816708	0,851791	0,901994	1
70	0,964480	0,737629	0,784764	0,821292	0,875627	1
80	0,534709	0,646476	0,721884	0,899341	0,811978	1

Cuadro 6. Valores propios femeninos para matrices de probabilidad de transición estimadas a partir de datos de la encuesta ABS de 1998 en intervalos de edad de 10 años.

Edad	Valor propio					
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6
10	0,999838	0,839261	0,847249	0,895964	0,949215	1
20	0,999496	0,838461	0,846717	0,894471	0,947096	1
30	0,999287	0,837030	0,845997	0,891524	0,942841	1
40	0,998546	0,833052	0,843896	0,884956	0,934408	1
50	0,996327	0,822450	0,838032	0,872459	0,922028	1
60	0,990413	0,795729	0,821848	0,852858	0,908950	1
70	0,977043	0,760464	0,795421	0,828059	0,892909	1
80	0,567567	0,624489	0,706487	0,827405	0,915832	1

De hecho, sería posible modificar el algoritmo para el caso de valores propios cercanos o repetidos (Singer y Spillerman (1976, Sección 3.3b)). Sin embargo, esta búsqueda sería mucho más compleja y más difícil de implementar.

En cambio, optamos por implementar un algoritmo de restricción simple para limitar las intensidades de transición a la región no negativa. Es decir, estimamos Q usando

$$\hat{Q} = \min_{Q_i} (P - \exp(Q_i)) \quad (11)$$

dónde $\{Q_1, Q_2, \dots\}$ son un conjunto de matrices tales que los elementos (i, j) , $i \neq j$, de \hat{Q} son no negativos.

La matriz Q_1 es seleccionada usando Solver de Excel, utilizando las intensidades de transición sin restricciones como valores iniciales. Además, $\exp(Q_i)$ se evalúa utilizando una ecuación de Taylor.

expansión en serie (Moler y Van Loan (1978) para cálculos en serie de exponenciales matriciales):

$$\exp(Q_i) = \sum_{z=0}^{\infty} \frac{1}{z!} Q_i^z = I_n + Q_i + \frac{1}{2!} Q_i^2 + \dots + \frac{1}{z!} Q_i^z + \dots \quad (12)$$

Dónde I_n es la matriz de identidad $n \times n$. Un procedimiento iterativo integrado en Excel genera Q_2 , luego Q_3 y así sucesivamente hasta obtener un mínimo adecuado.

Las tablas 7 y 8 muestran las intensidades de transición restringida anuales calculadas utilizando el algoritmo anterior en intervalos de edad de 10 años para hombres y mujeres respectivamente.

El procedimiento de restricción da como resultado \hat{Q} tener las entradas no negativas fuera de la diagonal estimadas como cero y las transiciones de recuperación solo ocurren progresivamente en un estado, una característica probable de

estimación de intensidades de transición a partir de probabilidades de transición estimadas utilizando el marco de Rickayzen y Walsh (2002).

Tabla 7: Intensidades de transición restringidas masculinas en intervalos de edad de 10 años.

	Capaz	Leve	Moderado	Severo	Profundo	Muerto
Capaz						
20		0,005535	0,001894	0,000956	0,000829	0,001198 0,006611
30		0,002262	0,001141	0,000991	0,001307	0,009299 0,003174
40		0,001603395	0,001725	0,016017	0,005431	0,002749
50		0,002399	0,003514	0,032777	0,010964	0,005540 0,004831
60		0,010139	0,050562	0,016749	0,008463	0,007401 0,029442
70		0,1719420,058377	0,031924	0,030370	0,079030	
80						
Leve						
20	0,162740		0,0026540,001267	0,001100	0,001293	
30	0,162984		0,0030720,001516	0,001317	0,001412	
40	0,163619		0,0041120,002139	0,001862	0,001864	
50	0,165353		0,006806566	0,003138	0,003710	0,013593
60	0,170124		0,0070010,006132	0,010323	0,020748	
70	0,177647		0,0106460,009331	0,029616	0,074159	
80	0,221915		0,0407520,038714	0,079062		
Moderado						
20	0	0,171054		0,000100	0,000100	0,000100
30	0	0,171502		0,000100	0,000100	0,000100
40	0	0,172716		0,000100	0,000100	0,000100
50	0	0,174649		0,001486	0,000970	0,001143
60	0	0,178058		0,005464	0,004424	0,007668
70	0	0,184316		0,009604	0,008040	0,026776
80	0	0,216654		0,044712	0,042458	0,075000
Severo						
20	0	0	0,111617		0,000100	0,000713
30	0	0	0,111888		0,000100	0,003300
40	0	0	0,112424		0,000368	0,008625
50	0	0	0,113317		0,002108	0,017608
60	0	0	0,115347		0,006328	0,031601
70	0	0	0,119016		0,010805	0,056369
80	0	0	0,134330		0,053389	0,110323
Profundo						
20	0	0	0	0,053249		0,003661
30	0	0	0	0,053453		0,008374
40	0	0	0	0,053877		0,017969
50	0	0	0	0,054621		0,033667
60	0	0	0	0,055759		0,054741
70	0	0	0	0,057540		0,084883
80	0	0	0	0,062538		0,143705
Muerto						
20	0	0	0	0	0	0
30	0	0	0	0	0	0
40	0	0	0	0	0	0
50	0	0	0	0	0	0
60	0	0	0	0	0	0

70	0	0	0	0	0
80	0	0	0	0	0

Tabla 8: Intensidades de transición restringida en mujeres en intervalos de edad de 10 años.

	Capaz	Leve	Moderado	Severo	Profundo	Muerto
Capaz						
20		0,005219	0,001353	0,000973	0,000954	0,000416
30		0,005978	0,001551	0,001115	0,001094	0,000487
40		0,008004	0,002078	0,001491	0,001466	0,000875
50		0,013394	0,003471	0,002490	0,002454	0,002177
60		0,027578	0,007069	0,005126	0,005074	0,005631
70		0,042624	0,011333	0,008613	0,008928	0,015317
80		0,122889	0,041199	0,040990	0,053354	0,048004
Leve						
20	0,162520		0,002092	0,001359	0,001336	0,000444
30	0,162691		0,002321	0,001562	0,001536	0,000522
40	0,163172		0,002919	0,002096	0,002062	0,000939
50	0,164520		0,004610	0,003409	0,003360	0,002345
60	0,168141		0,009264	0,006800	0,006728	0,005796
70	0,173658		0,014801	0,011343	0,011731	0,015443
80	0,214095		0,055272	0,055001	0,071246	0,047636
Moderado						
20	0	0,170766		0,000100	0,000100	0,000100
30	0	0,171140		0,000100	0,000100	0,000100
40	0	0,172247		0,000100	0,000100	0,000100
50	0	0,174135		0,001411	0,001344	0,000100
60	0	0,176850		0,005633	0,005546	0,003165
70	0	0,181535		0,011159	0,011670	0,012649
80	0	0,219895		0,065519	0,086646	0,043193
Severo						
20	0	0	0,111722		0,000100	0,000100
30	0	0	0,111999		0,000138	0,002566
40	0	0	0,112391		0,000892	0,007726
50	0	0	0,113222		0,002850	0,016234
60	0	0	0,114942		0,008102	0,026980
70	0	0	0,117768		0,015949	0,041836
80	0	0	0,138745		0,113418	0,078230
Profundo						
20	0	0	0	0,053218		0,002867
30	0	0	0	0,053417		0,007542
40	0	0	0	0,053842		0,017105
50	0	0	0	0,054561		0,032294
60	0	0	0	0,055536		0,050029
70	0	0	0	0,056803		0,069999
80	0	0	0	0,062390		0,111520
Muerto						
20	0	0	0	0	0	0
30	0	0	0	0	0	0
40	0	0	0	0	0	0
50	0	0	0	0	0	0
60	0	0	0	0	0	0

70	0	0	0	0	0
80	0	0	0	0	0

Ilustramos en las Figuras 4 y 5 las intensidades de transición restringidas tanto para hombres como para mujeres desde el estado capaz estimadas utilizando el algoritmo de restricción simple descrito anteriormente.

Aquí se pueden hacer varias observaciones importantes.

1. Claramente \hat{Q}_x ya no contiene ninguna 'intensidad de transición negativa.
2. El procedimiento de restricción no afecta a las intensidades negativas no restringidas de forma aislada. Todos los elementos de la matriz de intensidad de transición se verán afectados. Sin embargo, una comparación de las intensidades de transición no restringidas con las intensidades de transición restringidas resultantes tanto para hombres como para mujeres revela solo diferencias marginales con otros elementos como resultado del procedimiento de restricción.
3. También observamos que varias intensidades de transición tienen tendencia a cambiar de dirección abruptamente en edades extremadamente altas (por ejemplo, μ_x^{25} y μ_x^{34} para las mujeres).
4. Las intensidades de recuperación parecen aumentar en función de la edad, tanto en hombres como en mujeres. En un principio, esto parece contradictorio. Sin embargo, si consideramos la probabilidad condicional de que se produzca una transición de recuperación dada una desviación del estado de vida actual, es fácil verificar que esta cantidad está disminuyendo en función de la edad, lo que es coherente con el proceso de recuperación subyacente. Otra razón reside en la característica de Rickayzen y Walsh (2002) de las probabilidades de transición de recuperación, que son constantes para cada edad.

Finalmente, observamos que aunque el procedimiento de restricción produce una matriz \hat{Q} que tiene fila-suma cero y entradas no negativas fuera de la diagonal, ya no satisface $P(1) = \exp(Q)$ exactamente. Sin embargo, estamos seguros de que nuestro procedimiento de restricción que minimiza forzosamente la

diferencia entre $P(1)$ y $\exp(Q)$ produce una matriz de intensidad de transición \hat{Q} más cercano al verdadero generador Q .

En general, el método que utilizamos aquí para restringir las intensidades de transición no es crítico ya que estas intensidades deben graduarse en última instancia para poder aplicar el enfoque de ecuación diferencial de Thiele, como se analizará en la siguiente sección.

Figura 4: Intensidades de transición restringidas en hombres.

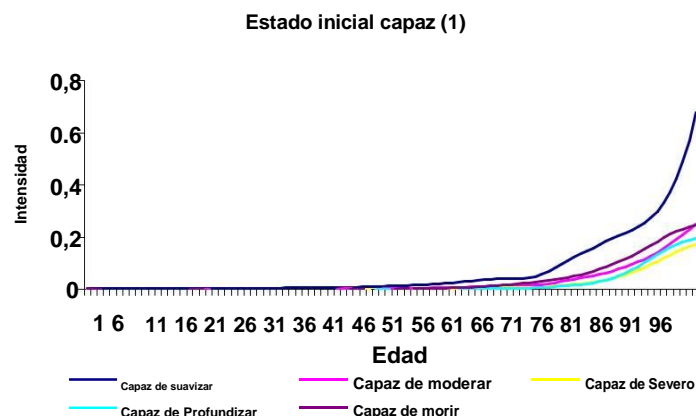
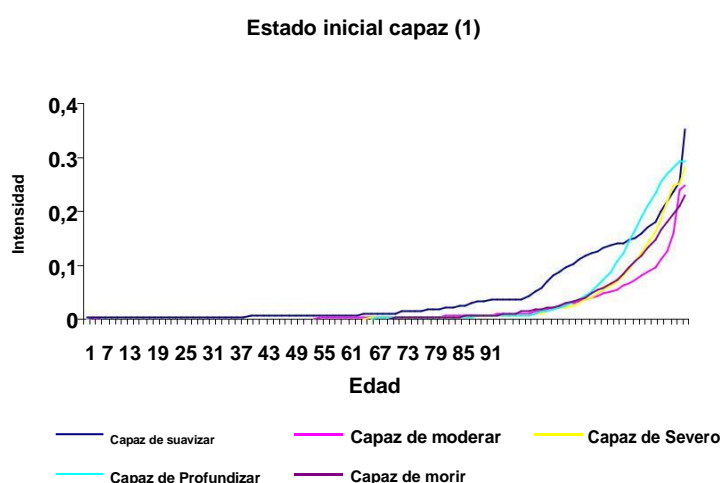


Figura 5: Intensidades de transición restringidas en mujeres.



7.0 GRADUACIÓN DE LAS INTENSIDADES DE TRANSICIÓN

En esta sección, graduamos las intensidades de transición restringidas calculadas en la Sección 6. Estamos limitados por nuestra elección de la técnica de graduación dados nuestros propósitos aquí. Por lo tanto, la graduación por fórmulas matemáticas se persigue simplemente debido a la necesidad de formas funcionales para las intensidades de transición restringidas para su uso en el marco de fijación de precios y reservas de ecuaciones diferenciales de Thiele. La graduación por fórmulas matemáticas se analiza en detalle en Benjamin y Pollard (1980), London (1985) y Forfar et al (1988). La graduación de las intensidades de transición se discutirá aquí en tres partes. Comenzamos graduando las intensidades de transición a estados de restricción de actividad central, luego graduamos las intensidades de transición de recuperación y finalmente graduamos las intensidades de transición de mortalidad. Además, aquí se discuten los criterios de suavidad y bondad de ajuste en relación con la ausencia de información sobre la exposición al riesgo.

7.1 Graduación de las intensidades de transición hacia estados de restricción de la actividad central

Las intensidades de transición consideradas aquí son μ_{12} , μ_{13} , μ_{14} , μ_{15} , μ_{23} , μ_{24} , μ_{25} , μ_{34} , μ_{35} , μ_{45} . Tanto para hombres como para mujeres. Nuestra elección de fórmulas estuvo directamente influenciada por la Formas funcionales utilizadas para estimar las probabilidades de transición originales de un paso en tiempo discreto de las cuales se derivaron estas intensidades, como se discutió en las Secciones 5 y 6. Estimamos las probabilidades de transición a estados de restricción de actividad central de acuerdo con una función de tipo logístico motivada por Perks (1932) (Leung (2004)). Por lo tanto, elegimos utilizar una fórmula de Perks.

especificación, *hacha*), para graduar las intensidades de transición a estados de restricción de actividad central. Además, incluimos un parámetro adicional, *Yo*, para lograr un ajuste más adecuado.

$$a(\text{incógnita}) = \frac{A + \text{Antes de Cristo} \cdot \text{incógnita}}{1 + \text{Corriente continua} \cdot \text{incógnita} + K \cdot \text{incógnita}} + y_o \quad (13)$$

Como era de esperar, la especificación de la fórmula de beneficios no se ajustaba adecuadamente a todo el rango de edad. Por lo tanto, combinamos una función adicional para edades más altas utilizando un 5^o orden polinomio de $b(x)$. Encontramos un 5^o orden polinomio lo suficientemente flexible para capturar la dinámica en la información bruta en las edades altas, manteniendo al mismo tiempo suficientes grados de libertad en la especificación. Tenga en cuenta que en el Informe de investigación continua sobre la mortalidad (CMIR) 7 (1984) se ha descubierto que el uso de una función polinomial simple no necesariamente da como resultado graduaciones inferiores en comparación con fórmulas más especializadas. Elegimos combinar la fórmula de Perks y la 5^o orden polinomial a los 65 años. Sin embargo, hubo varios casos en los que la especificación de Perks era adecuada para edades más altas. En esos casos, combinamos los 5^o orden polinomio de orden a los 90 años. Aquí analizamos nuestros métodos suponiendo que la combinación se produce a los 65 años. La alternativa es una modificación trivial. Como:

$$\frac{1}{a(\text{incógnita})} = \frac{b(65) + \alpha_1 (\text{incógnita} - 65) + \alpha_2 (\text{incógnita} - 65)^2 + \alpha_3 (\text{incógnita} - 65)^3 + \alpha_4 (\text{incógnita} - 65)^4 + \alpha_5 (\text{incógnita} - 65)^5}{1} \quad (14)$$

Las intensidades de transición graduadas a los estados de restricción de la actividad central se especifican como:

$$y_o = \frac{A + Bcx}{1 + \frac{Dcx + Kc}{Kc}} \quad \text{incógnita} \leq 65 \quad (15)$$

$$a(\text{incógnita}) = \alpha_1 (\text{incógnita} - 65) + \alpha_2 (\text{incógnita} - 65)^2 + \alpha_3 (\text{incógnita} - 65)^3 + \alpha_4 (\text{incógnita} - 65)^4 + \alpha_5 (\text{incógnita} - 65)^5 + \alpha_6 (\text{incógnita} - 65)^6 \quad \text{incógnita} \geq 65$$

Se aseguró que la suavidad fuera adecuada en el momento de la mezcla dejando $a(65) = b(65)$ y $a'(65) = b'(65)$. Tenga en cuenta que una ventaja de nuestra especificación polinomial de $b(x)$ es que nos permite satisfacer estos requisitos de suavidad fácilmente. Se ve fácilmente que $b(65)$ y $b'(65)$ es igual a las estimaciones de los parámetros de α_1 y α_2 respectivamente.

Esto nos lleva al siguiente problema de estimación de parámetros. Los parámetros se calcularon para la función Perks utilizando una estimación de mínimos cuadrados no lineal no ponderada para minimizar la suma de los errores al cuadrado. *S.E.*, entre las intensidades observadas y ajustadas

$$SS = \sum_{\text{micras}} \left(y_o - \frac{a(\text{incógnita})}{\text{micras}} \right)^2 \quad (16)$$

La estimación de los parámetros del polinomio se convierte ahora en un ejercicio sencillo de mínimos cuadrados. Dado que α_1 y α_2 ya están determinados desde $un'(65)$ y $un(65)$ respectivamente, tomando derivadas parciales de *Espartano* con respecto a $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$ y al igualar a cero se obtienen ecuaciones normales a partir de las cuales se pueden obtener estimaciones de parámetros. Es decir:

$$Espartano = \sum_{\text{incógnita}} \left[\mu - \alpha_1 (\text{incógnita} - 65) - \alpha_2 (\text{incógnita} - 65)^2 - \alpha_3 (\text{incógnita} - 65)^3 - \alpha_4 (\text{incógnita} - 65)^4 - \alpha_5 (\text{incógnita} - 65)^5 \right] \quad (17)$$

y

$$\frac{d}{da_y} \text{Espartano} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{(incógnita - 65)^4}{-y} - \alpha \sum_{i=1}^n \frac{(incógnita - 65)^2}{-y} - \alpha \sum_{i=1}^n \frac{(incógnita - 65)}{-y} - \alpha \sum_{i=1}^n \frac{(incógnita - 65)}{-y} \right) = 0$$

(18)

para $y=1,2,3,4$.

Hubiéramos preferido utilizar un método de mínimos cuadrados ponderados, pero no es posible porque no hay información sobre la exposición en nuestros datos.

Observamos anteriormente que varias intensidades de transición tienen la tendencia a cambiar de dirección.

abruptamente a edades extremadamente altas (por ejemplo $micras_{25}$ $incógnita$ y $micras_{incógnita}$ para mujeres). Para estas intensidades de transición,

Descubrimos que la curva graduada se comportaba mal en las edades extremadamente altas, a veces produciendo valores negativos y, por lo tanto, mostrando inestabilidad en la graduación. Esto ocurrió muy raramente y solo afectó a las últimas edades en el rango de edad. Por lo tanto, simplemente descartamos estas tasas graduadas. Nuevamente, este fenómeno y el tratamiento posterior no son infrecuentes en los datos relacionados con la salud (CMIR 7 (1984)). Una opción alternativa era graduar sobre un rango de edad estable y extrapolar para otras edades. Elegimos no seguir esto, sino atenernos a nuestros datos observados. En cualquier caso, para nuestro propósito final de cálculos de precios y reservas, anticipamos que el impacto de un puñado de intensidades de transición en las edades extremadamente altas será mínimo. Esto se confirmará una vez que probemos la sensibilidad del modelo (Sección 9).

Las estimaciones de los parámetros para graduar las intensidades de transición a estados de restricción de actividad central tanto para hombres como para mujeres mediante la fórmula matemática especificada en la ecuación (14) se presentan en las Tablas 9 y 10 respectivamente.

Tabla 9. Estimaciones de los parámetros masculinos para graduar las intensidades de transición a estados de restricción de actividad central utilizando un Perks combinado y 5E Especificación de polinomio de orden.

Parámetros	Transición Intensidad			
	σ_{12} <i>micras</i> _{incógnita}	σ_{13} <i>micras</i> _{incógnita}	σ_{14} <i>micras</i> _{incógnita}	σ_{15} <i>micras</i> _{incógnita}
A	0,001716	0,001192	- 0,001740	0,001849
B	0,000112	0,000042	0,000032	0,000018
do	1.097952	1.093898	1.090271	1.097587
D	0,000127	- 0,000048	- 0,000190	0,000811
K	110.000000	110.000000	110.000000	110.000000
yo	0,006186	0,002114	0,001342	0,000711
Punto de mezcla	90.000000	90.000000	90.000000	65.000000
α_{11}	- 0,000022	0,000141	- 0,000002	- 0.000000
α_{12}	0,000214	- 0,001990	- 0,000150	0,000003
α_{13}	- 0,001560	0,009249	0,001942	- 0,000041
α_{14}	0,015836	- 0,013430	- 0,007880	0,000191
α_{15}	0,019260	0,016841	0,019748	0,000402
α_{16}	0,321477	0,157799	0,124831	0,006495
Parámetros	σ_{23} <i>micras</i> _{incógnita}	σ_{24} <i>micras</i> _{incógnita}	σ_{25} <i>micras</i> _{incógnita}	σ_{34} <i>micras</i> _{incógnita}
	σ_{23} <i>micras</i> _{incógnita}	σ_{24} <i>micras</i> _{incógnita}	σ_{25} <i>micras</i> _{incógnita}	σ_{34} <i>micras</i> _{incógnita}
A	0,001762	0,002586	0,002470	- 0,002080
B	0,000053	0,000027	0,000022	0,000045
do	1.093061	1.097779	1.097779	1.098795
D	- 0,000100	0,001027	0,000907	0,002346
K	110.000000	110.000000	110.000000	110.000000

yo	0,002894	0,001114	0,000945	0,000185
Punto de mezcla	90.000000	65.000000	65.000000	65.000000
<i>alfa</i> ₁	- 0,000053	0.000000	- 0.000000	0.000000
<i>alfa</i> ₂	0,000467	- 0,000008	0,000001	- 0.000000
<i>alfa</i> ₃	- 0,000810	0,000175	0,000003	0,000012
<i>alfa</i> ₄	0,002509	- 0,001050	- 0,000008	- 0,000038
<i>alfa</i> ₅	0,029229	0,000541	0,000478	0,000564
<i>alfa</i> ₆	0,225823	0,009338	0,008153	0,008121
	o35	o45		
	<i>micras</i> _{incógnita}	<i>micras</i> _{incógnita}		
A	- 0,002170	- 0,001010		
B	0,000036	0,000048		
do	1.098811	1.099158		
D	0,002054	0,002476		
K	110.000000	110.000000		
yo	0,000203	0,000119		
Punto de mezcla	65.000000	65.000000		
<i>alfa</i> ₁	- 0.000000	- 0.000000		
<i>alfa</i> ₂	0,000002	0,000003		
<i>alfa</i> ₃	- 0,000018	- 0,000035		
<i>alfa</i> ₄	0,000039	0,000136		
<i>alfa</i> ₅	0,000513	0,000559		
<i>alfa</i> ₆	0,006751	0,009038		

Tabla 10. Estimaciones de los parámetros femeninos para graduar las intensidades de transición a estados de restricción de actividad central utilizando un Perks combinado y 5^{ta} Especificación de polinomio de orden.

Parámetros	Transición			
	Intensidad			
	o12	o13	o14	o15
	<i>micras</i> _{incógnita}	<i>micras</i> _{incógnita}	<i>micras</i> _{incógnita}	<i>micras</i> _{incógnita}
A	0,005823	0,001667	0,001234	0,001233
B	0,000125	0,000031	0,000022	0,000022
do	1.097723	1.097345	1.097263	1.097267
D	0,001315	0,001196	0,001006	0,000978
K	110.000000	110.000000	110.000000	110.000000
yo	0,004864	0,001246	0,000901	0,000878
Punto de mezcla	65.000000	65.000000	65.000000	65.000000
<i>alfa</i> ₁	0.000000	0.000000	0.000000	- 0.000000
<i>alfa</i> ₂	- 0,000003	- 0,000001	- 0,000005	0,000011
<i>alfa</i> ₃	0,000031	0,000013	0,000095	- 0,000180
<i>alfa</i> ₄	0,000230	0,000085	- 0,000520	0,001033
<i>alfa</i> ₅	0,002226	0,000586	0,000452	0,000454
<i>alfa</i> ₆	0,037427	0,009632	0,007070	0,007036
	o23	o24	o25	o34
	<i>micras</i> _{incógnita}	<i>micras</i> _{incógnita}	<i>micras</i> _{incógnita}	<i>micras</i> _{incógnita}
A	0,000832	- 0,006700	- 0,019850	- 0,010280
B	0,000041	0,000053	0,000080	0,000069
do	1.092977	1.090209	1.091327	1.089583
D	- 0,000066	- 0,000240	- 0,000200	- 0,000270
K	110.000000	110.000000	110.000000	110.000000

yo	0,002054	0,002363	0,003899	0,001207
Punto de mezcla	90.000000	90.000000	90.000000	90.000000
alfa ₁	- 0,000180	0,000342	- 0,000065	- 0,000350
alfa ₂	0,003599	- 0,008100	0,001607	0,008423
alfa ₃	- 0,021610	0,057726	- 0,010930	- 0,064790
alfa ₄	0,031538	- 0,090740	0,003431	0,142047
alfa ₅	0,016561	0,050926	0,066463	0,075410
alfa ₆	0,148599	0,253975	0,359350	0,338601
	o35	o45		
	micras _{incógnita}	micras _{incógnita}		
A	- 0,002310	0,000922		
B	0,000044	0,000047		
do	1.098456	1.098481		
D	0,001818	0,001304		
K	110.000000	110.000000		
yo	0,000196	0,000039		
Punto de mezcla	65.000000	65.000000		
alfa ₁	0.000000	- 0.000000		
alfa ₂	- 0,000020	0,000024		
alfa ₃	0,000372	- 0,000500		
alfa ₄	- 0,001890	0,003365		
alfa ₅	0,000681	0,000871		
alfa ₆	0,008664	0,012035		

7.2 Graduación de las transiciones de recuperación

Las intensidades de transición consideradas aquí son las relativas a la recuperación -*micras*₂₁

*micras*₅₄. Graduaciones utilizando la fórmula Gompertz-Makeham y Logit Gompertz-Makeham de

tipo (r,s) se han investigado previamente utilizando datos relacionados con la salud y la discapacidad (por ejemplo, CMIR 6 (1983) y CMIR 17 (1991)). En general, la fórmula Logit Gompertz-Makeham se expresa como:

$$\frac{LGM_{\beta,2}(inc\acute{o}gnita)}{\beta} = \frac{\frac{Director\ General_{\beta,2}(inc\acute{o}gnita)}{\beta}}{1 + \frac{Director\ General_{\beta,2}(inc\acute{o}gnita)}{\beta}} \quad (19)$$

dónde:

$$\text{Director General}(\beta^{\text{incógnita},s}) = \sum_{i=1}^a \beta^{\text{incógnita},s} \text{episodio}_{\text{incógnita},s}^{a+s-i} \quad (20)$$

es la fórmula de Gompertz-Makeham del tipo $((r,s)$ (Forfar y otros 1985).

Una fórmula Logit Gompertz-Makeham, $LG M(1,2)$, se ajustó suficientemente bien aquí para las intensidades de recuperación, es decir:

$$\frac{Oh, j_i}{micras} = \frac{\beta_1 + \exp(\beta_2 + \beta) \text{ incógnita}}{1 + \beta_1 + \exp(\beta_2 + \beta_3 \text{ incógnita})} \quad (21)$$

Las intensidades de transición de la recuperación femenina tendían a cambiar de dirección abruptamente a edades extremadamente altas, como se analiza en la Sección 7.1. Sin embargo, cabe señalar que las intensidades de transición de la recuperación masculina no tuvieron este problema. Optamos por extrapolar a edades más altas para las graduaciones femeninas. Esto se eligió únicamente para mantener la coherencia con las fórmulas utilizadas para graduar las intensidades de la recuperación masculina. En cualquier caso, para nuestro propósito final de cálculos de precios y reservas, anticipamos que el impacto de esta suposición será mínimo.

Los parámetros $\{\beta_1, \beta_2, \beta_3\}$ se estimaron utilizando mínimos cuadrados no ponderados. El parámetro Las estimaciones para la graduación de las intensidades de transición de recuperación tanto para hombres como para mujeres mediante la fórmula matemática especificada en la ecuación (21) se presentan en las Tablas 11 y 12 respectivamente.

Tabla 11. Estimaciones de los parámetros masculinos para graduar las intensidades de transición de recuperación utilizando un $LGM(1,2)$ especificación.

Parámetro	α_{21} <i>micras</i> incógnita	Transición α_{32} <i>micras</i> incógnita	Intensidad α_{43} <i>micras</i> incógnita	α_{54} <i>micras</i> incógnita
β_1	0,207171	0,215534	0,127122	0,056404
β_2	- 30.050040	- 26.272630	- 17.137030	- 11.934600
β_3	0,326204	0,282975	0,169227	0,094258

Tabla 12. Estimaciones de los parámetros femeninos para graduar las intensidades de transición de recuperación utilizando un $LGM(1,2)$ especificación.

Parámetro	α_{21} <i>micras</i> incógnita	Transición α_{32} <i>micras</i> incógnita	Intensidad α_{43} <i>micras</i> incógnita	α_{54} <i>micras</i> incógnita
β_1	0,196390	0,223901	0,126574	0,055755
β_2	- 19.623700	- 67.149700	- 25.843700	- 13.576200
β_3	0,211458	0,744763	0,277626	0,118830

7.3 Graduación de las intensidades de transición de la mortalidad

El último conjunto de intensidades de transición que se deben considerar son las relacionadas con la mortalidad:

$\frac{micras_{16}}{26}, \frac{micras_{36}}{46}, \frac{micras_{56}}{incógnita}$ *Director General* (Se encontró que el modelo 2,2) encajaba suficientemente bien aquí,

es:

$$\frac{micras_{incógnita}}{gamma_1 + gamma_2 incógnita} = \exp(gamma_3 + gamma_4 incógnita) \quad (22)$$

De nuevo, los parámetros $\{\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4\}$ se estimaron utilizando mínimos cuadrados no ponderados.

Las estimaciones de los parámetros para la graduación de las intensidades de transición de la mortalidad tanto para hombres como para mujeres mediante la fórmula matemática especificada en la ecuación (22) se presentan en las Tablas 13 y 14 respectivamente.

Tabla 13. Estimaciones de los parámetros masculinos para graduar las intensidades de transición de la mortalidad utilizando un *Director General* (2,2) especificación.

Intensidad de transición

Parámetro	o16	o26	o36	o46	o56
<i>micraSincógnita</i>				<i>micraSincógnita</i>	<i>micraSincógnita</i>
<i>gamma</i> ₁	0,006600	0,007678	0,007857	0,001235	- 0,002113
<i>gamma</i> ₂	- 0,000378	- 0,000451	- 0,000467	- 0,000413	- 0,000300
<i>gamma</i> ₃	- 7.189564	- 6.869178	- 6.750137	- 5.894103	- 5.705457
<i>gamma</i> ₄	0,062122	0,058743	0,056746	0,050027	0,048946

Cuadro 14. Estimaciones de los parámetros femeninos para graduar las intensidades de transición de la mortalidad utilizando un *Director General*(2,2)especificación.

Parámetro	o16	o26	Transición o36	Intensidad o46	o56
<i>micraSincógnita</i>				<i>micraSincógnita</i>	<i>micraSincógnita</i>
<i>gamma</i> ₁	0,002798	0,000394	0,004367	0,000805	- 0,000210
<i>gamma</i> ₂	- 0,000100	- 0,000031	- 0,000240	- 0,000110	0,000378
<i>gamma</i> ₃	- 10.388900	- 10.127900	- 7.660230	- 7.069370	- 8.447000
<i>gamma</i> ₄	0,094146	0,089905	0,061344	0,059315	0,075388

7.4 Criterios de suavidad y bondad de ajuste

Una de las principales ventajas de la graduación mediante fórmulas matemáticas es que las graduaciones resultantes son suaves. Por lo tanto, no hay ningún problema en cuanto a la suavidad en este caso, excepto en el caso en que se hayan combinado dos curvas para graduar las transiciones a los estados de restricción de la actividad principal. Como ya se ha comentado, nos hemos esforzado por garantizar una transición suave en ambas curvas forzando a que los puntos finales de ambas curvas se encuentren y a que las primeras derivadas en los puntos finales sean iguales.

Debido a la inexistencia de datos de exposición al riesgo para nuestro estudio, no pudimos utilizar muchos de los criterios convencionales de bondad de ajuste, como el χ^2 -prueba. Por lo tanto, necesitábamos algunos

Forma de medida no paramétrica de bondad de ajuste. Elegimos utilizar el coeficiente de desigualdad de Theil (TIC) (Theil 1958), que es una estadística invariante de escala que se utiliza normalmente para evaluar muestras de pronósticos econométricos. Se expresa como:

$$TIC = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \mu_i^2}{n}}}{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \mu_i^2}{n}}} \quad (23)$$

y se encuentra entre 0 y 1, siendo 0 un ajuste perfecto. Aceptamos curvas graduadas con un coeficiente del 10 % o menos. La Tabla 15 informa la TIC para las intensidades de transición graduadas tanto para hombres como para mujeres, mientras que la Figura 6 ilustra la calidad de las graduaciones para una transición indicativa.

En general, los TIC informados son generalmente bajos, lo que sugiere que las curvas graduadas se ajustan bien a las intensidades de transición observadas. Además, es interesante observar que

Los coeficientes de desigualdad de los hombres parecen ser mejores que los de sus contrapartes femeninas a pesar de que no hay una razón intuitiva de por qué debería ocurrir esto. Tres coeficientes de desigualdad informados

o23 o32 o36

para mujeres (*micras*^{incógnita}, *micras*^{incógnita} y *micras*^{incógnita}) son ligeramente superiores al 10%, lo que sugiere que la fórmula

La especificación de estas intensidades de transición no era óptima. Optamos por no cambiar la especificación de la fórmula para estas tres intensidades de transición y por mantener la coherencia con las otras intensidades, ya que los coeficientes informados fueron apenas superiores al 10 %.

Figura 6: Graduación ilustrativa y TIC asociadas.

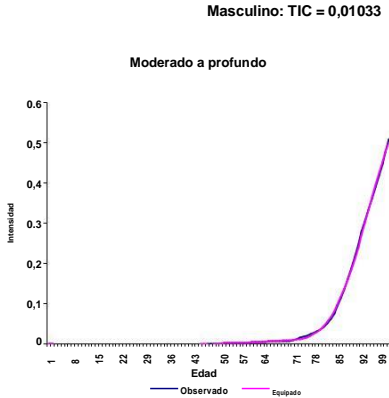


Tabla 15: Coeficiente de desigualdad de Theil (TIC) para intensidades de transición graduadas.

	Masculino	Femenino
Intensidades de transición al núcleo	TIC	TIC
Estados con restricción de actividad		
o12		
<i>micras</i> ^{incógnita}	0,015170	0,034338
o13		
<i>micras</i> ^{incógnita}	0,008610	0,031603
o14		
<i>micras</i> ^{incógnita}	0,015140	0,023870
o15		
<i>micras</i> ^{incógnita}	0,014060	0,025370
o23		
<i>micras</i> ^{incógnita}	0,007220	0,106270
o24		
<i>micras</i> ^{incógnita}	0,037410	0,020840
o25		
<i>micras</i> ^{incógnita}	0,016320	0,053860
o34		
<i>micras</i> ^{incógnita}	0,007250	0,091050
o35		
<i>micras</i> ^{incógnita}	0,010330	0,010327
o45		
<i>micras</i> ^{incógnita}	0,009110	0,031060
Transición de recuperación		
Intensidades		
o21		
<i>micras</i> ^{incógnita}	0,062290	0,070650
o32		
<i>micras</i> ^{incógnita}	0,040520	0,115090

o43		
<i>micraSincógnita</i>	0,013620	0,090540
o54		
<i>micraSincógnita</i>	0,007280	0,076640
Transición de la mortalidad		
Intensidades		
o16		
<i>micraSincógnita</i>	0,044690	0,017870
o26		
<i>micraSincógnita</i>	0,050630	0,043320
o36		
<i>micraSincógnita</i>	0,058010	0,111780
o46		
<i>micraSincógnita</i>	0,036310	0,065970
o56		
<i>micraSincógnita</i>	0.047450	0,022870

8.0 EL MARCO DE PRECIOS Y RESERVAS

En esta sección, nos centramos en la fijación de precios y la reserva de pólizas de cuidados a largo plazo. Analizamos los tipos de prestaciones de cuidados a largo plazo y sus desencadenantes, y la aplicación de las ecuaciones diferenciales de Thiele como marco para la fijación de precios y la reserva de pólizas de cuidados a largo plazo en Australia.

8.1 Tipos de beneficios de atención a largo plazo

Haberman y Pitacco (1999) describen cuatro categorías genéricas de productos de cuidados a largo plazo, que son las siguientes:

1. Anualidades de monto fijo (dependiendo del nivel de discapacidad) vendidas a personas sanas.
2. Rentas vitalicias de monto fijo (dependiendo del nivel de discapacidad) vendidas a personas mayores que ingresan o ya residen en centros de atención residencial.
3. Reembolso de gastos médicos y de enfermería.
4. Elección entre renta vitalicia de monto fijo o servicio de atención adecuado.

En este artículo, sólo se consideran los beneficios del tipo 1. El marco de fijación de precios y reservas para otros tipos de beneficios, desde una perspectiva técnica, se vuelve sencillo una vez que se logra comprender los beneficios del tipo 1. Haberman y Pitacco (1999) describen además varios ejemplos de productos que pertenecen a esta categoría, entre ellos:

1. Póliza independiente, que proporciona una renta vitalicia de monto fijo (posiblemente dependiendo del nivel de fragilidad) para personas que requieren cuidados a largo plazo.
2. Cobertura de LTC como beneficio adicional, que proporciona una anualidad de monto fijo (posiblemente dependiendo del nivel de fragilidad) para personas que requieren LTC además de una cobertura de vida entera.

En este artículo analizamos tanto la política independiente como la política de beneficios adicionales.

8.2 Activadores de beneficios de LTC

Un desafío notable asociado con los productos de LTC es la dificultad inherente de definir de manera inequívoca un desencadenante de beneficio adecuado para las reclamaciones de LTC.

Cowley (1992) describe dos conjuntos distintos de criterios de elegibilidad para solicitar beneficios de cuidados a largo plazo. En el "enfoque del seguro de salud", la elegibilidad para recibir beneficios puede ser activada por la necesidad médica certificada por un médico o por períodos prescritos de prehospitalización. Deficiencias de este enfoque

Sin embargo, el enfoque es que los criterios son subjetivos y excluyen ciertos deterioros cognitivos crónicos que generalmente no requieren períodos de prehospitalización antes de que se requiera atención a largo plazo.

El "enfoque alternativo del seguro por discapacidad" está diseñado para ser más objetivo, basándose en la incapacidad de una persona para realizar ciertas actividades de la vida diaria como desencadenante de la prestación. Este enfoque también se puede extender fácilmente para incluir deterioros cognitivos y otras enfermedades crónicas. Este enfoque es más útil para nuestros propósitos, ya que el uso de fallas en las actividades de la vida diaria se puede trasladar fácilmente a una escala de restricción de actividades básicas. Por ejemplo, una prestación de cuidados a largo plazo se paga típicamente por fallas en 3 o 4 actividades de la vida diaria. Esto puede ser aproximadamente equivalente a una restricción grave de la actividad básica.

La encuesta de la ABS de 1998 define las restricciones graves y profundas de la actividad básica como niveles de discapacidad que requieren la asistencia de otra persona. La asistencia de otra persona también es un aspecto clave de la definición de cuidados a largo plazo. Por lo tanto, en nuestro marco de precios y reservas exigimos que una vida esté severa o profundamente restringida antes de poder solicitar un beneficio de cuidados a largo plazo.

8.3 Implementación de la ecuación diferencial de Thiele

La metodología de fijación de precios y reservas que se ha adoptado en este trabajo es, en esencia, una aplicación de las ecuaciones diferenciales de Thiele para derivar fórmulas relativas al desarrollo esperado de la reserva matemática para una cartera de seguros de dependencia cerrada. La aplicación de las ecuaciones diferenciales de Thiele a las contingencias de vida (pero no a las de dependencia) se puede encontrar en Hoem (1969), Hoem (1988), Linnemann (1993) y Norberg (1995).

Introducimos alguna notación de la siguiente manera. Sea $V(a, t; u)$ denota el valor actual esperado (VPE) de los beneficios de LTC en el intervalo de tiempo (t, u) , dado que el asegurado se encuentra en estado i en el momento a con una fuerza de interés predominante de δ durante el período $(a, t; u)$.

En general, para un modelo de múltiples estados con n estados, dejar $B_{es\ broma}(a)$ denotan el beneficio pagadero en tiempo a al pasar del estado y a a . Para indicar y , y dejar $b_{yo}(a)$ denota la tasa de pago del beneficio en el momento a si el asegurado se encuentra en estado y .

Entonces $V(a, t; u)$ puede expresarse como:

$$V(a, t; u) = \int_a^t \pi(a, t; u) e^{-\delta(t-s)} \sum_{y \neq i} \mu_{i \rightarrow y}(s) (B_{es\ broma}(a) + V(a, t; u)) ds + \int_t^u \pi(a, t; u) e^{-\delta(t-s)} b_{yo}(s) ds \quad (24)$$

lo que conduce a las generalizaciones de las ecuaciones diferenciales de Thiele:

$$\frac{d}{dr} V(a, t; u) = \delta V(a, t; u) - b(a) - \sum_{y \neq i} \mu_{i \rightarrow y}(a) (B_{yo}(a) + V(a, t; u) - V(a, t; u)) \quad (25)$$

para $y = 1, 2, \dots, n$ (1969).

Pasamos ahora a fijar el precio de algunos productos LTC ilustrativos.

8.4 Precios ilustrativos de productos LTC

Por lo tanto, consideremos primero el caso en el que:

Así tenemos las siguientes ecuaciones:

a pesar de ello que nos permite calcular el VPE de un pago unitario mientras el individuo se encuentra en el estado de restricción profunda de la actividad central, digamos VPE_5 .

Utilizando el principio de equivalencia, la prima anual neta, P , puede calcularse como:

$$PAG \times VPE_1 = A \times (VPE_4 + VPE_5) \quad (27)$$

Tenga en cuenta que el sistema de ecuaciones diferenciales de Thiele no se puede resolver analíticamente. Por lo tanto, lo resolvemos numéricamente. Tenga en cuenta también que t se requiere que sea lo suficientemente grande como para imitar un seguro de vida completo.

Además, A_y de S son flexibles y pueden modificarse fácilmente. Ofrecemos aquí un ejemplo numérico (a modo de ilustración y con fines comparativos) utilizando las bases empleadas por Walsh y De Ravin (1995) y Walker (1990), quienes analizaron la fijación de precios de los productos de cuidados a largo plazo en Australia utilizando diferentes metodologías de modelado.

En estos estudios, se supone una tasa de interés nominal del 8% anual, en la que las primas aumentan a una tasa de inflación supuesta del 4% anual y los beneficios aumentan de manera similar en un 4% anual, independientemente de si el asegurado presenta una reclamación o no. Por lo tanto, una tasa de interés neta efectiva del 4% anual es adecuada para fines comparativos. También se supuso un nivel de beneficio de \$400 por semana una vez en un estado que solicita cuidados a largo plazo para facilitar la comparación con Walsh y De Ravin (1995) y Walker (1990). La Tabla 16 informa la prima anual neta para una póliza de cuidados a largo plazo independiente de por vida calculada en intervalos de edad de 5 años junto con los resultados publicados por Walker (1990) y Walsh y De Ravin (1995).

Tabla 16: Primas netas anuales de hombres y mujeres para una póliza de cuidados a largo plazo independiente de por vida calculadas utilizando las ecuaciones diferenciales de Thiele en comparación con otros estudios.

Prima anual neta (\$ por año): \$400 por semana Beneficio de LTC						
Edad	Leung		Caminante		Walsh y De Ravin	
	Masculino	Femenino	Masculino	Femenino	Masculino	Femenino
20	740	909	-	-	580	835
25	825	1043	-	-	706	971
30	937	1220	413	1030	850	1140
35	1084	1456	520	1314	978	1358
40	1283	1771	567	1702	1123	1648
45	1555	2200	834	2244	1349	2053
50	1931	2788	1090	3056	1706	2645
55	2457	3603	1516	4461	2306	3609
60	3212	4758	2399	7487	3557	5667

Se pueden hacer varios comentarios generales sobre la comparación de los resultados producidos por este modelo y los de Walker (1990) y Walsh y De Ravin (1995).

1. Nuestros resultados son consistentes con estudios previos en el sentido de que las tasas de prima para hombres son uniformemente menores que las tasas de prima para mujeres, lo que no es sorprendente dadas las mayores tasas de utilización de LTC por parte de las mujeres.
2. Nuestros resultados parecen estar más en línea con los de Walsh y De Ravin (1995). Esto no es sorprendente dada la similitud en la fuente de datos. Walsh y De Ravin (1995) basan sus tarifas de primas en los datos de la encuesta ABS de 1993, la encuesta inmediatamente anterior a la encuesta ABS de 1998 utilizada en este documento. Dado que nuestras tarifas son más altas tanto para hombres como para mujeres en comparación con Walsh y De Ravin (1995), parece *prima facie* que nuestra tasa de prima más alta se puede atribuir a una tendencia creciente en la discapacidad. Sin embargo, cabe señalar que un cambio en el diseño de la encuesta de 1993 a 1998 está bien documentado y no hay

El cambio en la tendencia de discapacidad es evidente (Madden y Wen 2001). La diferencia en nuestras tasas de primas es más probablemente atribuible a que Walsh y De Ravin (1995) sólo consideraron la categoría de restricción profunda de la actividad básica como un estado de solicitud de cuidados a largo plazo, mientras que nosotros consideramos tanto la categoría de restricción profunda como la de restricción severa de la actividad básica. Otro factor contribuyente, aunque menos significativo, también puede ser una mejora en la mortalidad entre 1993 y 1998.

3. Nuestros resultados son superiores a los de Walker (1990). La diferencia está indudablemente relacionada con las fuentes de datos utilizadas. Walker (1990) limita su atención a los datos de los asilos de ancianos. Por lo tanto, cabría esperar que las tasas de incidencia utilizadas en los cálculos de primas de Walker (1990) ignoren en gran medida las reclamaciones de cuidados a largo plazo derivadas de cuidados a largo plazo no institucionales y, por lo tanto, den como resultado una prima más baja.

En general, las tasas de primas anuales netas para hombres y mujeres calculadas utilizando las ecuaciones diferenciales de Thiele dentro de un marco de modelo de múltiples estados parecen razonables y consistentes con estudios australianos anteriores.

Este marco de precios se puede extender fácilmente a otros tipos de productos de cuidados a largo plazo. Por ejemplo, considere una póliza de seguro de vida completa con beneficio adicional de cuidados a largo plazo donde las primas se pagan de manera continua a una tasa PAG por año mientras esté disponible (es decir, sin restricción de actividad principal) y se paga una anualidad al asegurado a una tasa A por año mientras se soportan restricciones severas o profundas de la actividad principal. Además, una suma asegurada, S , se paga inmediatamente en caso de fallecimiento, independientemente de si se encuentra vivo o no.

Es decir, debemos considerar el caso en el que $b_i(a) = 0$ para $i=1,2,\dots,5$ y $b_{yos}(a) = 1$ para $j=1,2,\dots,5$ lo que nos permite calcular el VPE de un pago unitario cuando el individuo transita al estado muerto, digamos VPE_6 .

Nuevamente, utilizando el principio de equivalencia, el cálculo de la prima anual neta para esta póliza de beneficios adicionales puede calcularse como:

$$PAG \times VPE_1 = A \times (VPE_4 + VPE_5) + S \times VPE_6 \quad (28)$$

El cuadro 17 presenta la prima anual neta para una póliza de seguro de vida entera con un beneficio adicional de cuidados a largo plazo, calculada en intervalos de edad de 5 años utilizando la misma base que la póliza independiente con una suma asegurada, S , de 25.000 dólares.

Tabla 17: Primas anuales netas para hombres y mujeres de una póliza de seguro de vida entera con beneficio adicional de cuidados a largo plazo calculadas utilizando las ecuaciones diferenciales de Thiele.

Prima anual neta (\$ por año): \$400 por semana, beneficio de cuidado a largo plazo, \$25 000, beneficio por muerte

Edad	Masculino	Femenino
20	917	1050
25	1041	1216
30	1211	1437
35	1442	1733
40	1758	2134
45	2193	2683
50	2800	3442
55	3658	4506
60	4897	6030
65	6767	8346

Las primas de la póliza de seguro de vida completa con beneficio adicional de cuidados a largo plazo son claramente más elevadas que las de la póliza de cuidados a largo plazo independiente, lo que refleja la incorporación del beneficio por fallecimiento. Además, son proporcionalmente más altas en las edades más avanzadas, como se esperaba.

A diferencia de las primas anuales netas, la prima única para una póliza de seguro de vida entera con beneficio adicional de cuidados a largo plazo, donde las primas se pagan de manera continua a una tasa PAG por año mientras pueda (es decir, sin restricción de actividad principal) y una anualidad pagadera al asegurado a una tasa A por año mientras se soportan restricciones severas o profundas de la actividad principal con suma asegurada S , pagadero inmediatamente en caso de muerte de cualquier persona viva, puede calcularse directamente incluyendo todos los pagos de beneficios y las sumas aseguradas simultáneamente.

En el cuadro 18 se presenta la prima única tanto para una póliza independiente de LTC como para una póliza de seguro de vida entera con beneficio adicional de LTC, calculada en intervalos de edad de 5 años utilizando las mismas bases que los cálculos para las primas anuales netas.

Tabla 18: Primas individuales para hombres y mujeres para una póliza de seguro de vida entera con beneficio adicional de cuidados de larga duración y una póliza independiente de cuidados de larga duración calculadas utilizando las ecuaciones diferenciales de Thiele.

Prima única (\$): \$400 por semana, beneficio de LTC, la póliza de vida entera incluye una suma asegurada de \$25 000

Edad	Ser único		Toda la vida con jinete	
	Masculino	Femenino	Masculino	Femenino
20	14457	18215	17570	20700
25	15492	20142	19136	23054
30	16646	22437	21103	25908
35	17930	25131	23258	29311
40	19346	28234	25803	33285
45	20874	31714	28616	37808
50	22464	35484	31603	42789
55	24039	39390	34635	48067
60	25560	43266	37609	53453
65	27222	47178	46661	58986

Dados los continuos avances en la tecnología médica y la disminución de las tasas de mortalidad, la fijación de precios de un seguro de prima única implica un riesgo significativo para la aseguradora. En términos prácticos, se podría imaginar que los contratos de cuidados a largo plazo anuales con tarifas ajustables según la experiencia encontrarían más aceptación entre las aseguradoras y reaseguradoras australianas que podrían buscar protegerse contra la mejora de la experiencia de morbilidad.

8.5 Reservas para productos LTC ilustrativos

Habiendo resuelto la prima anual neta, PAG , Podemos calcular el desarrollo de la reserva para cada estado - $V_1(a, t_u)$, $V_2(a, t_u)$, $V_3(a, t_u)$, $V_4(a, t_u)$ y $V_5(a, t_u)$. Todo lo que necesitamos especificar Las condiciones de contorno se dan como:

$$V_1(t_u, t_u) = V_2(t_u, t_u) = V_3(t_u, t_u) = V_4(t_u, t_u) = V_5(t_u, t_u) = 0 \quad (29)$$

Con fines ilustrativos, presentamos los resultados del perfil de reserva para un asegurado masculino de 20 años de edad bajo una póliza independiente de cuidados de larga duración en la Figura 6.

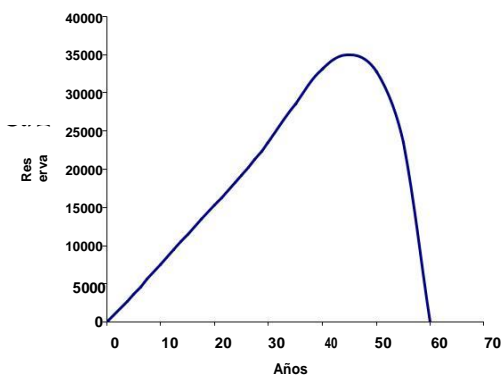
En general, los resultados de la Figura 7 muestran que el comportamiento de $V(a, t_u)$ es en gran medida como se esperaba.

Reservas para estados que no reclaman LTC ($V_1(a, t_u)$, $V_2(a, t_u)$ y $V_3(a, t_u)$) comienzan en cero (estado 1) o un nivel bajo (estados 2 y 3) y aumentar gradualmente antes de caer y, en última instancia, liberar toda la reserva al final del plazo de la póliza. Sin embargo, las reservas en los estados que reclaman LTC comienzan en niveles muy altos y caen gradualmente a cero al final del plazo de la póliza.

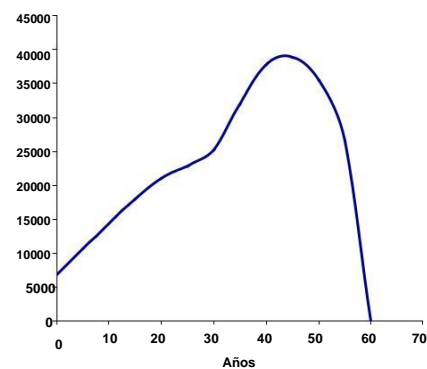
Es probable que las aseguradoras estén más preocupadas por $V_1(a,tú)$ ya que la gran mayoría de las políticas de cuidados a largo plazo normalmente se verían afectadas mientras el individuo se encuentre en el estado de restricción de actividades no esenciales. En cada uno de los perfiles de reserva calculados aquí, $V_1(a,tú)$ tiene una reserva cero en ambos contratos de emisión y la terminación que es directamente atribuible al principio de equivalencia. Un punto interesante a destacar es que los niveles de reserva tanto para la restricción de la actividad básica leve como para la moderada Estados ($V_2(a,tú)$ y $V_3(a,tú)$) comienzan en un nivel positivo distinto de cero a pesar de no ser un beneficio. Estado de reclamación. Esto es el resultado de nuestros diseños de políticas hipotéticos en este documento que no requieren que se paguen primas mientras el asegurado se encuentre en estados de restricción de actividad básica leve o moderada a pesar de que la probabilidad de transición a un estado de reclamación de LTC es mayor que desde el estado sin restricción de actividad básica.

Figura 7: Perfil de reserva para un asegurado masculino de 40 años de edad bajo una póliza independiente de cuidados de larga duración.

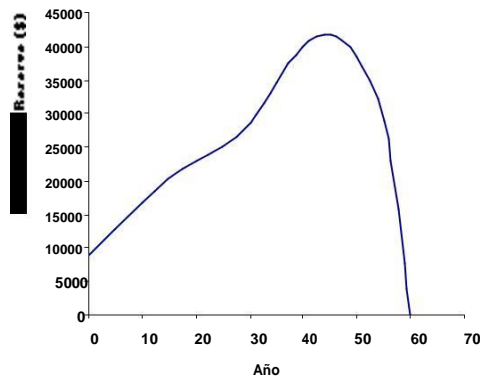
$V_1(a,tú)$



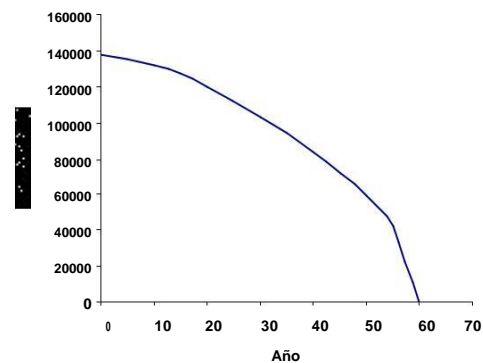
$V_2(a,tú)$



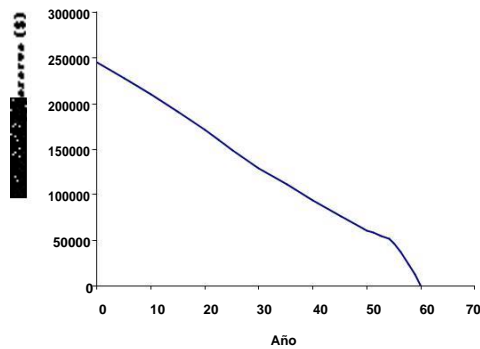
$V_3(a,tú)$



$V_4(a,tú)$



$V_5(a,tú)$



9.0 PRUEBA DE SENSIBILIDAD DEL MODELO

Además de los propósitos diagnósticos generales de las pruebas de sensibilidad de nuestro modelo, hay dos factores motivadores adicionales importantes.

1. El procedimiento de restricción de la Sección 6.2 para garantizar que las entradas fuera de la diagonal de las matrices de intensidad de transición no sean negativas provoca implícitamente una desviación de las probabilidades de transición estimadas a partir de los datos. Por lo tanto, nos gustaría determinar el impacto de intensidades de transición uniformemente más altas o más bajas en nuestros cálculos financieros.
2. El cálculo de las intensidades de transición a partir de las probabilidades de transición requiere la suposición de intensidades constantes por partes para cada edad. Sospechamos que esta suposición es quizás cuestionable en las edades extremadamente altas, como se puede ver en varias funciones de intensidad de transición que cambian abruptamente de dirección en las últimas edades (consulte la Sección 7). Anticipamos que esto tendría un impacto mínimo en nuestros cálculos financieros. Nos gustaría determinar si este es generalmente el caso ajustando uniformemente las intensidades de transición en las edades más altas.

El enfoque de esta sección consiste en construir dieciséis escenarios tanto para hombres como para mujeres, y cada uno de ellos requiere una modificación de las funciones de intensidad de transición seleccionadas. A continuación, se realizan los cálculos de las primas y se comparan con nuestras "mejores estimaciones", tal como se determinó en la Sección 8. Para abreviar, aquí nos centraremos en la prima anual neta calculada para la póliza de cuidados a largo plazo independiente.

Los dieciséis escenarios, A a P, son los siguientes:

A. Aumento uniforme del 10 % para todas las edades para las intensidades de transición a los estados que reclaman LTC (es decir,

Aumento del 10% $amicras_{14}$ $micras_{15}$ $micras_{25}$ $micras_{34}$ $micras_{35}$ $micras_{45}$ $micras_{56}$ $micras_{67}$ $micras_{78}$ $micras_{89}$ $micras_{90}$ $micras_{91}$ $micras_{92}$ $micras_{93}$ $micras_{94}$ $micras_{95}$ $micras_{96}$ $micras_{97}$ $micras_{98}$ $micras_{99}$ $micras_{100}$ $micras_{101}$ $micras_{102}$ $micras_{103}$ $micras_{104}$ $micras_{105}$ $micras_{106}$ $micras_{107}$ $micras_{108}$ $micras_{109}$ $micras_{110}$ $micras_{111}$ $micras_{112}$ $micras_{113}$ $micras_{114}$ $micras_{115}$ $micras_{116}$ $micras_{117}$ $micras_{118}$ $micras_{119}$ $micras_{120}$ $micras_{121}$ $micras_{122}$ $micras_{123}$ $micras_{124}$ $micras_{125}$ $micras_{126}$ $micras_{127}$ $micras_{128}$ $micras_{129}$ $micras_{130}$ $micras_{131}$ $micras_{132}$ $micras_{133}$ $micras_{134}$ $micras_{135}$ $micras_{136}$ $micras_{137}$ $micras_{138}$ $micras_{139}$ $micras_{140}$ $micras_{141}$ $micras_{142}$ $micras_{143}$ $micras_{144}$ $micras_{145}$ $micras_{146}$ $micras_{147}$ $micras_{148}$ $micras_{149}$ $micras_{150}$ $micras_{151}$ $micras_{152}$ $micras_{153}$ $micras_{154}$ $micras_{155}$ $micras_{156}$ $micras_{157}$ $micras_{158}$ $micras_{159}$ $micras_{160}$ $micras_{161}$ $micras_{162}$ $micras_{163}$ $micras_{164}$ $micras_{165}$ $micras_{166}$ $micras_{167}$ $micras_{168}$ $micras_{169}$ $micras_{170}$ $micras_{171}$ $micras_{172}$ $micras_{173}$ $micras_{174}$ $micras_{175}$ $micras_{176}$ $micras_{177}$ $micras_{178}$ $micras_{179}$ $micras_{180}$ $micras_{181}$ $micras_{182}$ $micras_{183}$ $micras_{184}$ $micras_{185}$ $micras_{186}$ $micras_{187}$ $micras_{188}$ $micras_{189}$ $micras_{190}$ $micras_{191}$ $micras_{192}$ $micras_{193}$ $micras_{194}$ $micras_{195}$ $micras_{196}$ $micras_{197}$ $micras_{198}$ $micras_{199}$ $micras_{200}$ $micras_{201}$ $micras_{202}$ $micras_{203}$ $micras_{204}$ $micras_{205}$ $micras_{206}$ $micras_{207}$ $micras_{208}$ $micras_{209}$ $micras_{210}$ $micras_{211}$ $micras_{212}$ $micras_{213}$ $micras_{214}$ $micras_{215}$ $micras_{216}$ $micras_{217}$ $micras_{218}$ $micras_{219}$ $micras_{220}$ $micras_{221}$ $micras_{222}$ $micras_{223}$ $micras_{224}$ $micras_{225}$ $micras_{226}$ $micras_{227}$ $micras_{228}$ $micras_{229}$ $micras_{230}$ $micras_{231}$ $micras_{232}$ $micras_{233}$ $micras_{234}$ $micras_{235}$ $micras_{236}$ $micras_{237}$ $micras_{238}$ $micras_{239}$ $micras_{240}$ $micras_{241}$ $micras_{242}$ $micras_{243}$ $micras_{244}$ $micras_{245}$ $micras_{246}$ $micras_{247}$ $micras_{248}$ $micras_{249}$ $micras_{250}$ $micras_{251}$ $micras_{252}$ $micras_{253}$ $micras_{254}$ $micras_{255}$ $micras_{256}$ $micras_{257}$ $micras_{258}$ $micras_{259}$ $micras_{260}$ $micras_{261}$ $micras_{262}$ $micras_{263}$ $micras_{264}$ $micras_{265}$ $micras_{266}$ $micras_{267}$ $micras_{268}$ $micras_{269}$ $micras_{270}$ $micras_{271}$ $micras_{272}$ $micras_{273}$ $micras_{274}$ $micras_{275}$ $micras_{276}$ $micras_{277}$ $micras_{278}$ $micras_{279}$ $micras_{280}$ $micras_{281}$ $micras_{282}$ $micras_{283}$ $micras_{284}$ $micras_{285}$ $micras_{286}$ $micras_{287}$ $micras_{288}$ $micras_{289}$ $micras_{290}$ $micras_{291}$ $micras_{292}$ $micras_{293}$ $micras_{294}$ $micras_{295}$ $micras_{296}$ $micras_{297}$ $micras_{298}$ $micras_{299}$ $micras_{300}$ $micras_{301}$ $micras_{302}$ $micras_{303}$ $micras_{304}$ $micras_{305}$ $micras_{306}$ $micras_{307}$ $micras_{308}$ $micras_{309}$ $micras_{310}$ $micras_{311}$ $micras_{312}$ $micras_{313}$ $micras_{314}$ $micras_{315}$ $micras_{316}$ $micras_{317}$ $micras_{318}$ $micras_{319}$ $micras_{320}$ $micras_{321}$ $micras_{322}$ $micras_{323}$ $micras_{324}$ $micras_{325}$ $micras_{326}$ $micras_{327}$ $micras_{328}$ $micras_{329}$ $micras_{330}$ $micras_{331}$ $micras_{332}$ $micras_{333}$ $micras_{334}$ $micras_{335}$ $micras_{336}$ $micras_{337}$ $micras_{338}$ $micras_{339}$ $micras_{340}$ $micras_{341}$ $micras_{342}$ $micras_{343}$ $micras_{344}$ $micras_{345}$ $micras_{346}$ $micras_{347}$ $micras_{348}$ $micras_{349}$ $micras_{350}$ $micras_{351}$ $micras_{352}$ $micras_{353}$ $micras_{354}$ $micras_{355}$ $micras_{356}$ $micras_{357}$ $micras_{358}$ $micras_{359}$ $micras_{360}$ $micras_{361}$ $micras_{362}$ $micras_{363}$ $micras_{364}$ $micras_{365}$ $micras_{366}$ $micras_{367}$ $micras_{368}$ $micras_{369}$ $micras_{370}$ $micras_{371}$ $micras_{372}$ $micras_{373}$ $micras_{374}$ $micras_{375}$ $micras_{376}$ $micras_{377}$ $micras_{378}$ $micras_{379}$ $micras_{380}$ $micras_{381}$ $micras_{382}$ $micras_{383}$ $micras_{384}$ $micras_{385}$ $micras_{386}$ $micras_{387}$ $micras_{388}$ $micras_{389}$ $micras_{390}$ $micras_{391}$ $micras_{392}$ $micras_{393}$ $micras_{394}$ $micras_{395}$ $micras_{396}$ $micras_{397}$ $micras_{398}$ $micras_{399}$ $micras_{400}$ $micras_{401}$ $micras_{402}$ $micras_{403}$ $micras_{404}$ $micras_{405}$ $micras_{406}$ $micras_{407}$ $micras_{408}$ $micras_{409}$ $micras_{410}$ $micras_{411}$ $micras_{412}$ $micras_{413}$ $micras_{414}$ $micras_{415}$ $micras_{416}$ $micras_{417}$ $micras_{418}$ $micras_{419}$ $micras_{420}$ $micras_{421}$ $micras_{422}$ $micras_{423}$ $micras_{424}$ $micras_{425}$ $micras_{426}$ $micras_{427}$ $micras_{428}$ $micras_{429}$ $micras_{430}$ $micras_{431}$ $micras_{432}$ $micras_{433}$ $micras_{434}$ $micras_{435}$ $micras_{436}$ $micras_{437}$ $micras_{438}$ $micras_{439}$ $micras_{440}$ $micras_{441}$ $micras_{442}$ $micras_{443}$ $micras_{444}$ $micras_{445}$ $micras_{446}$ $micras_{447}$ $micras_{448}$ $micras_{449}$ $micras_{450}$ $micras_{451}$ $micras_{452}$ $micras_{453}$ $micras_{454}$ $micras_{455}$ $micras_{456}$ $micras_{457}$ $micras_{458}$ $micras_{459}$ $micras_{460}$ $micras_{461}$ $micras_{462}$ $micras_{463}$ $micras_{464}$ $micras_{465}$ $micras_{466}$ $micras_{467}$ $micras_{468}$ $micras_{469}$ $micras_{470}$ $micras_{471}$ $micras_{472}$ $micras_{473}$ $micras_{474}$ $micras_{475}$ $micras_{476}$ $micras_{477}$ $micras_{478}$ $micras_{479}$ $micras_{480}$ $micras_{481}$ $micras_{482}$ $micras_{483}$ $micras_{484}$ $micras_{485}$ $micras_{486}$ $micras_{487}$ $micras_{488}$ $micras_{489}$ $micras_{490}$ $micras_{491}$ $micras_{492}$ $micras_{493}$ $micras_{494}$ $micras_{495}$ $micras_{496}$ $micras_{497}$ $micras_{498}$ $micras_{499}$ $micras_{500}$ $micras_{501}$ $micras_{502}$ $micras_{503}$ $micras_{504}$ $micras_{505}$ $micras_{506}$ $micras_{507}$ $micras_{508}$ $micras_{509}$ $micras_{510}$ $micras_{511}$ $micras_{512}$ $micras_{513}$ $micras_{514}$ $micras_{515}$ $micras_{516}$ $micras_{517}$ $micras_{518}$ $micras_{519}$ $micras_{520}$ $micras_{521}$ $micras_{522}$ $micras_{523}$ $micras_{524}$ $micras_{525}$ $micras_{526}$ $micras_{527}$ $micras_{528}$ $micras_{529}$ $micras_{530}$ $micras_{531}$ $micras_{532}$ $micras_{533}$ $micras_{534}$ $micras_{535}$ $micras_{536}$ $micras_{537}$ $micras_{538}$ $micras_{539}$ $micras_{540}$ $micras_{541}$ $micras_{542}$ $micras_{543}$ $micras_{544}$ $micras_{545}$ $micras_{546}$ $micras_{547}$ $micras_{548}$ $micras_{549}$ $micras_{550}$ $micras_{551}$ $micras_{552}$ $micras_{553}$ $micras_{554}$ $micras_{555}$ $micras_{556}$ $micras_{557}$ $micras_{558}$ $micras_{559}$ $micras_{560}$ $micras_{561}$ $micras_{562}$ $micras_{563}$ $micras_{564}$ $micras_{565}$ $micras_{566}$ $micras_{567}$ $micras_{568}$ $micras_{569}$ $micras_{570}$ $micras_{571}$ $micras_{572}$ $micras_{573}$ $micras_{574}$ $micras_{575}$ $micras_{576}$ $micras_{577}$ $micras_{578}$ $micras_{579}$ $micras_{580}$ $micras_{581}$ $micras_{582}$ $micras_{583}$ $micras_{584}$ $micras_{585}$ $micras_{586}$ $micras_{587}$ $micras_{588}$ $micras_{589}$ $micras_{590}$ $micras_{591}$ $micras_{592}$ $micras_{593}$ $micras_{594}$ $micras_{595}$ $micras_{596}$ $micras_{597}$ $micras_{598}$ $micras_{599}$ $micras_{600}$ $micras_{601}$ $micras_{602}$ $micras_{603}$ $micras_{604}$ $micras_{605}$ $micras_{606}$ $micras_{607}$ $micras_{608}$ $micras_{609}$ $micras_{610}$ $micras_{611}$ $micras_{612}$ $micras_{613}$ $micras_{614}$ $micras_{615}$ $micras_{616}$ $micras_{617}$ $micras_{618}$ $micras_{619}$ $micras_{620}$ $micras_{621}$ $micras_{622}$ $micras_{623}$ $micras_{624}$ $micras_{625}$ $micras_{626}$ $micras_{627}$ $micras_{628}$ $micras_{629}$ $micras_{630}$ $micras_{631}$ $micras_{632}$ $micras_{633}$ $micras_{634}$ $micras_{635}$ $micras_{636}$ $micras_{637}$ $micras_{638}$ $micras_{639}$ $micras_{640}$ $micras_{641}$ $micras_{642}$ $micras_{643}$ $micras_{644}$ $micras_{645}$ $micras_{646}$ $micras_{647}$ $micras_{648}$ $micras_{649}$ $micras_{650}$ $micras_{651}$ $micras_{652}$ $micras_{653}$ $micras_{654}$ $micras_{655}$ $micras_{656}$ $micras_{657}$ $micras_{658}$ $micras_{659}$ $micras_{660}$ $micras_{661}$ $micras_{662}$ $micras_{663}$ $micras_{664}$ $micras_{665}$ $micras_{666}$ $micras_{667}$ $micras_{668}$ $micras_{669}$ $micras_{670}$ $micras_{671}$ $micras_{672}$ $micras_{673}$ $micras_{674}$ $micras_{675}$ $micras_{676}$ $micras_{677}$ $micras_{678}$ $micras_{679}$ $micras_{680}$ $micras_{681}$ $micras_{682}$ $micras_{683}$ $micras_{684}$ $micras_{685}$ $micras_{686}$ $micras_{687}$ $micras_{688}$ $micras_{689}$ $micras_{690}$ $micras_{691}$ $micras_{692}$ $micras_{693}$ $micras_{694}$ $micras_{695}$ $micras_{696}$ $micras_{697}$ $micras_{698}$ $micras_{699}$ $micras_{700}$ $micras_{701}$ $micras_{702}$ $micras_{703}$ $micras_{704}$ $micras_{705}$ $micras_{706}$ $micras_{707}$ $micras_{708}$ $micras_{709}$ $micras_{710}$ $micras_{711}$ $micras_{712}$ $micras_{713}$ $micras_{714}$ $micras_{715}$ $micras_{716}$ $micras_{717}$ $micras_{718}$ $micras_{719}$ $micras_{720}$ $micras_{721}$ $micras_{722}$ $micras_{723}$ $micras_{724}$ $micras_{725}$ $micras_{726}$ $micras_{727}$ $micras_{728}$ $micras_{729}$ $micras_{730}$ $micras_{731}$ $micras_{732}$ $micras_{733}$ $micras_{734}$ $micras_{735}$ $micras_{736}$ $micras_{737}$ $micras_{738}$ $micras_{739}$ $micras_{740}$ $micras_{741}$ $micras_{742}$ $micras_{743}$ $micras_{744}$ $micras_{745}$ $micras_{746}$ $micras_{747}$ $micras_{748}$ $micras_{749}$ $micras_{750}$ $micras_{751}$ $micras_{752}$ $micras_{753}$ $micras_{754}$ $micras_{755}$ $micras_{756}$ $micras_{757}$ $micras_{758}$ $micras_{759}$ $micras_{760}$ $micras_{761}$ $micras_{762}$ $micras_{763}$ $micras_{764}$ $micras_{765}$ $micras_{766}$ $micras_{767}$ $micras_{768}$ $micras_{769}$ $micras_{770}$ $micras_{771}$ $micras_{772}$ $micras_{773}$ $micras_{774}$ $micras_{775}$ $micras_{776}$ $micras_{777}$ $micras_{778}$ $micras_{779}$ $micras_{780}$ $micras_{781}$ $micras_{782}$ $micras_{783}$ $micras_{784}$ $micras_{785}$ $micras_{786}$ $micras_{787}$ $micras_{788}$ $micras_{789}$ $micras_{790}$ $micras_{791}$ $micras_{792}$ $micras_{793}$ $micras_{794}$ $micras_{795}$ $micras_{796}$ $micras_{797}$ $micras_{798}$ $micras_{799}$ $micras_{800}$ $micras_{801}$ $micras_{802}$ $micras_{803}$ $micras_{804}$ $micras_{805}$ $micras_{806}$ $micras_{807}$ $micras_{808}$ $micras_{809}$ $micras_{810}$ $micras_{811}$ $micras_{812}$ $micras_{813}$ $micras_{814}$ $micras_{815}$ $micras_{816}$ $micras_{817}$ $micras_{818}$ $micras_{819}$ $micras_{820}$ $micras_{821}$ $micras_{822}$ $micras_{823}$ $micras_{824}$ $micras_{825}$ $micras_{826}$ $micras_{827}$ $micras_{828}$ $micras_{829}$ $micras_{830}$ $micras_{831}$ $micras_{832}$ $micras_{833}$ $micras_{834}$ $micras_{835}$ $micras_{836}$ $micras_{837}$ $micras_{838}$ $micras_{839}$ $micras_{840}$ $micras_{841}$ $micras_{842}$ $micras_{843}$ $micras_{844}$ $micras_{845}$ $micras_{846}$ $micras_{847}$ $micras_{848}$ $micras_{849}$ $micras_{850}$ $micras_{851}$ $micras_{852}$ $micras_{853}$ $micras_{854}$ $micras_{855}$ $micras_{856}$ $micras_{857}$ $micras_{858}$ $micras_{859}$ $micras_{860}$ $micras_{861}$ $micras_{862}$ $micras_{863}$ $micras_{864}$ $micras_{865}$ $micras_{866}$ $micras_{867}$ $micras_{868}$ $micras_{869}$ $micras_{870}$ $micras_{871}$ $micras_{872}$ $micras_{873}$ $micras_{874}$ $micras_{875}$ $micras_{876}$ $micras_{877}$ $micras_{878}$ $micras_{879}$ $micras_{880}$ $micras_{881}$ $micras_{882}$ $micras_{883}$ $micras_{884}$ $micras_{885}$ $micras_{886}$ $micras_{887}$ $micras_{888}$ $micras_{889}$ $micras_{890}$ $micras_{891}$ $micras_{892}$ $micras_{893}$ $micras_{894}$ $micras_{895}$ $micras_{896}$ $micras_{897}$ $micras_{898}$ $micras_{899}$ $micras_{900}$ $micras_{901}$ $micras_{902}$ $micras_{903}$ $micras_{904}$ $micras_{905}$ $micras_{906}$ $micras_{907}$ $micras_{908}$ $micras_{909}$ $micras_{910}$ $micras_{911}$ $micras_{912}$ $micras_{913}$ $micras_{914}$ $micras_{915}$ $micras_{916}$ $micras_{917}$ $micras_{918}$ $micras_{919}$ $micras_{920}$ $micras_{921}$ $micras_{922}$ $micras_{923}$ $micras_{924}$ $micras_{925}$ $micras_{926}$ $micras_{927}$ $micras_{928}$ $micras_{929}$ $micras_{930}$ $micras_{931}$ $micras_{932}$ $micras_{933}$ $micras_{934}$ $micras_{935}$ $micras_{936}$ $micras_{937}$ $micras_{938}$ $micras_{939}$ $micras_{940}$ $micras_{941}$ $micras_{942}$ $micras_{943}$ $micras_{944}$ $micras_{945}$ $micras_{946}$ $micras_{947}$ $micras_{948}$ $micras_{949}$ $micras_{950}$ $micras_{951}$ $micras_{952}$ $micras_{953}$ $micras_{954}$ $micras_{955}$ $micras_{956}$ $micras_{957}$ $micras_{958}$ $micras_{959}$ $micras_{960}$ $micras_{961}$ $micras_{962}$ $micras_{963}$ $micras_{964}$ $micras_{965}$ $micras_{966}$ $micras_{967}$ $micras_{968}$ $micras_{969}$ $micras_{970}$ $micras_{971}$ $micras_{972}$ $micras_{973}$ $micras_{974}$ $micras_{975}$ $micras_{976}$ $micras_{977}$ $micras_{978}$ $micras_{979}$ $micras_{980}$ $micras_{981}$ $micras_{982}$ $micras_{983}$ $micras_{984}$ $micras_{985}$ $micras_{986}$ $micras_{987}$ $micras_{988}$ $micras_{989}$ $micras_{990}$ $micras_{991}$ $micras_{992}$ $micras_{993}$ $micras_{994}$ $micras_{995}$ $micras_{996}$ $micras_{997}$ $micras_{998}$ $micras_{999}$ $micras_{1000}$ $micras_{1001}$ $micras_{1002}$ $micras_{1003}$ $micras_{1004}$ $micras_{1005}$ $micras_{1006}$ $micras_{1007}$ $micras_{1008}$ $micras_{1009}$ $micras_{1010}$ $micras_{1011}$ $micras_{1012}$ $micras_{1013}$ $micras_{1014}$ $micras_{1015}$ $micras_{1016}$ $micras_{1017}$ $micras_{1018}$ $micras_{1019}$ $micras_{1020}$ $micras_{1021}$ $micras_{1022}$ $micras_{1023}$ $micras_{1024}$ $micras_{1025}$ $micras_{1026}$ $micras_{1027}$ $micras_{1028}$ $micras_{1029}$ $micras_{1030}$ $micras_{1031}$ $micras_{1032}$ $micras_{1033}$ $micras_{1034}$ $micras_{1035}$ $micras_{1036}$ $micras_{1037}$ $micras_{1038}$ $micras_{1039}$ $micras_{1040}$ $micras_{1041}$ $micras_{1042}$ $micras_{10$

G. Aumento uniforme del 10 % en las intensidades de transición para los estados que reclaman cuidados a largo plazo para las personas mayores de 18 años.

65 años y más (es decir, aumento del 10 % $\text{amicras}_{14,15,24,25}$), donde $\text{incógnita} \geq 65$).
H. Disminución uniforme del 10 % en las intensidades de transición para los estados que solicitan cuidados a largo plazo para las personas mayores de 18 años.
65 años y más (es decir, una reducción del 10%) $\text{micras}_{14,15,24,25}$, donde $\text{incógnita} \geq 65$).

I. Aumento uniforme del 10% en las intensidades de transición de mortalidad de los estados que solicitan cuidados a largo plazo para las vidas de personas de 65 años o más (es decir, un aumento del 10% para micras_{46}), donde $\text{incógnita} \geq 65$).

J. Disminución uniforme del 10% en las intensidades de transición de mortalidad de los estados que solicitan cuidados a largo plazo para las vidas de personas de 65 años o más (es decir, una disminución del 10% para micras_{46}), donde $\text{incógnita} \geq 65$).

K. Aumento uniforme del 10 % en las intensidades de transición de recuperación de los estados que solicitan cuidados a largo plazo para personas de 65 años o más (es decir, un aumento del 10 % para micras_{54}), donde $\text{incógnita} \geq 65$).

L. Disminución uniforme del 10 % en las intensidades de transición de recuperación de los estados que solicitan cuidados a largo plazo para personas de 65 años o más (es decir, una disminución del 10 % para micras_{54}), donde $\text{incógnita} \geq 65$).

M. Aumento uniforme del 10 % para todas las edades en las intensidades de transición a los estados que reclaman LTC (es decir, Aumento del 10% $\text{amicras}_{14,15,24,25}$), Disminución uniforme del 10% para todos

edades en intensidades de transición de mortalidad de estados que solicitan LTC (es decir, una disminución del 10% a

micras_{46} y micras_{56}) y una disminución uniforme del 10% para todas las edades en las intensidades de transición de recuperación

de los estados que reclaman LTC (es decir, una reducción del 10 % amicras_{54} y micras_{43}).

N. Aumento uniforme del 10 % en las intensidades de transición para los estados que reclaman cuidados a largo plazo para las vidas de personas mayores de 18 años.
65 años y más (es decir, aumento del 10 % $\text{amicras}_{14,15,24,25}$), donde $\text{incógnita} \geq 65$),

Disminución uniforme del 10% en las intensidades de transición de mortalidad de los estados que solicitan cuidados a largo plazo para las personas de 65 años o más (es decir, una disminución del 10% a micras_{46}), donde $\text{incógnita} \geq 65$) y uniforme

Disminución del 10 % en las intensidades de transición de recuperación de los estados que solicitan cuidados a largo plazo para personas de 65 años o más (es decir, una disminución del 10 % para micras_{54} y micras_{43}), donde $\text{incógnita} \geq 65$).

O. Disminución uniforme del 10 % para todas las edades en las intensidades de transición a los estados que solicitan LTC (es decir, Disminución del 10% $\text{amicras}_{14,15,24,25}$), Aumento uniforme del 10% para todos

edades en intensidades de transición de mortalidad de estados que solicitan LTC (es decir, aumento del 10% a

micras_{46} y micras_{56}) y un aumento uniforme del 10% para todas las edades en las intensidades de transición de recuperación

de los estados que reclaman LTC (es decir, un aumento del 10 % amicras_{54} y micras_{43}).

P. Disminución uniforme del 10% en las intensidades de transición para los estados que reclaman cuidados a largo plazo para las personas mayores de 18 años.
65 años y más (es decir, una reducción del 10%) $\text{micras}_{14,15,24,25}$, donde $\text{incógnita} \geq 65$),

aumento uniforme del 10% en las intensidades de transición de mortalidad de los estados que solicitan cuidados a largo plazo para las vidas de personas de 65 años o más (es decir, un aumento del 10% a micras_{46}), donde $\text{incógnita} \geq 65$) y uniforme

Aumento del 10 % en las intensidades de transición de recuperación de los estados que solicitan cuidados a largo plazo para personas de 65 años o más (es decir, un aumento del 10 % para micras_{54} y micras_{43}), donde $\text{incógnita} \geq 65$).

Todos los escenarios implican modificaciones de las funciones de intensidad de transición en relación con los estados de reclamación de cuidados a largo plazo (severos y profundos). Los escenarios A a L incluyen modificaciones de las intensidades de transición a los estados de reclamación de cuidados a largo plazo, las intensidades de transición de mortalidad de los estados de reclamación de cuidados a largo plazo o las intensidades de transición de recuperación de los estados de reclamación de cuidados a largo plazo. Los escenarios M a P implican una combinación de modificaciones. Desde la perspectiva de una aseguradora, los escenarios M y N pueden considerarse como el escenario del "peor caso" y los escenarios O y P como el escenario del "mejor caso".

Las figuras 8 y 9 ilustran los resultados de los cálculos de las primas para la póliza independiente de LTC utilizando las mismas bases que en la Sección 8 en cada uno de los escenarios anteriores para hombres y mujeres respectivamente.

Figura 8: Escenarios masculinos A a P.

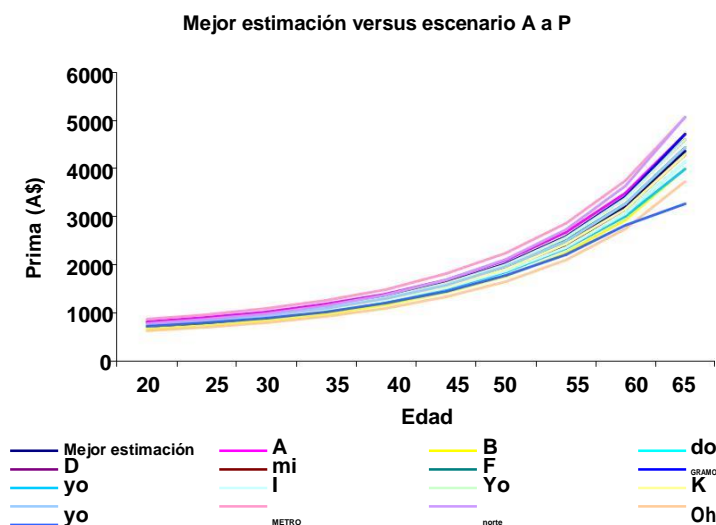
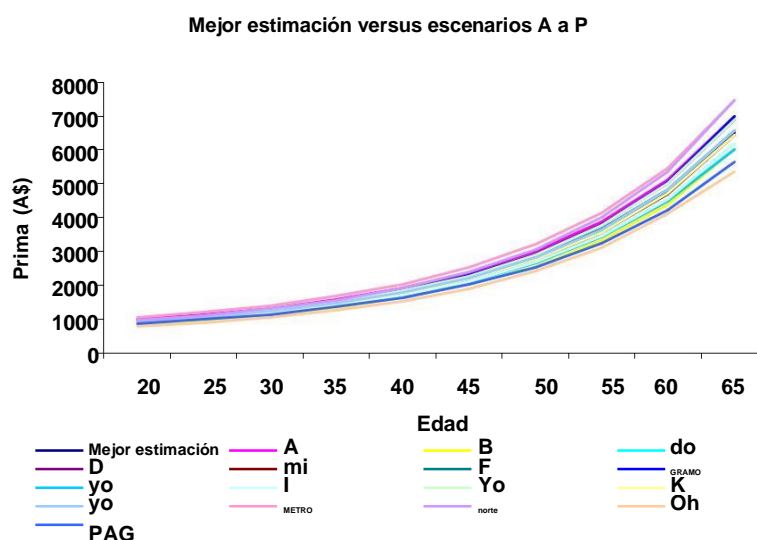


Figura 9: Escenarios femeninos A a P.



Los resultados de las figuras 8 y 9 muestran un rango razonablemente estrecho de niveles de prima en cada edad para los 16 escenarios. Esto sugiere que el impacto de intensidades de transición ligeramente diferentes a las intensidades calculadas como resultado del procedimiento de restricción de la sección 6.2 sobre los cálculos de primas y reservas es relativamente mínimo. Otra observación interesante son los resultados para los escenarios G a L en relación con las modificaciones de las intensidades de transición en las edades más altas. Una vez más, el rango de niveles de prima en cada edad para estos escenarios es razonablemente estrecho. Por lo tanto, la suposición cuestionable de intensidades constantes por partes en las edades más altas parece tener un impacto mínimo en nuestros cálculos financieros.

10. CONCLUSIONES E INVESTIGACIONES FUTURAS

En este artículo, desarrollamos un modelo para la fijación de precios y la reserva de seguros de cuidados a largo plazo utilizando los datos actualmente disponibles en Australia: la Encuesta sobre discapacidad, envejecimiento y cuidadores de la Oficina de Estadísticas de Australia de 1998. Lo hacemos mediante la aplicación de las ecuaciones diferenciales de Thiele para un modelo de múltiples estados. Este modelo, a pesar de su complejidad, ofrece un grado significativo de flexibilidad de modelado y

Robustez que lo hace preferible a los enfoques tradicionales de creación de rentas vitalicias. Este estudio, hasta donde sabemos, representa el primer modelo estocástico desarrollado con el propósito de fijar precios y reservar LTC en Australia.

Sin embargo, existen varias limitaciones. En particular, reconocemos la inconsistencia de una cadena de Markov de tiempo continuo con el marco de modelo discreto de Rickayzen y Walsh (2002). Sin embargo, hemos logrado construir un modelo que evita en gran medida las dificultades introducidas aquí junto con un conjunto de escenarios de sensibilidad en respuesta a esta restricción. En gran medida, en este artículo nos hemos centrado en el desarrollo de un modelo que, cuando se disponga de datos adecuados, produzca resultados cada vez más precisos.

Además, una vez que se disponga de datos específicos de LTC adecuados para Australia, se podrían realizar las siguientes ampliaciones de este estudio:

1. Permitir todos los modos posibles de recuperación en el modelo de estados múltiples;
2. Permitir lagunas en el modelo de estados múltiples.
3. Permitir la duración en el modelo de estados múltiples mediante la implementación de un supuesto semimarkoviano en lugar de un supuesto markoviano. Es decir, permitir que las intensidades de transición dependan tanto de la edad como de la duración de la permanencia en el estado actual.

A efectos comparativos, las bases actuariales técnicas utilizadas para fijar el precio y reservar varios productos de cuidados a largo plazo ilustrativos provienen de un estudio de la literatura australiana pertinente anterior. Sin embargo, las bases del modelo que se utilizan en este caso pueden modificarse fácilmente a discreción de la aseguradora.

11.0 REFERENCIAS

Alegre, A., Pociello, E., Pons, M., Sarrasi, J., Varea, J. y Vicente, A., 2002, 'Valoración actuarial de rentas vitalicias de cuidados de larga duración', *Ponencia presentada a 6^o Seguros: Congreso de Matemáticas y Economía*, Lisboa.

Oficina Australiana de Estadísticas (ABS), *Discapacidad, envejecimiento y cuidadores: resumen de los resultados*, ABS Cat. N.º 4430.0, Canberra

Beekman, JA, 1989 'Un método alternativo de cálculo de primas para ciertas coberturas de atención a largo plazo', *Centro de intercambio de información sobre investigación actuarial*(ARQUE), Vol. II.

Cheng, SH, Higham, NJ, Kenney, CS y Laub, AJ, 2001 'Aproximación del logaritmo de una matriz con una precisión especificada', *Revista de la Sociedad de Matemáticas Industriales y Aplicadas: Matrix Anal. Appl.*, Vol 22, No.4, 1112-1125.

Informe de Investigación Continua sobre Mortalidad (CMIR) 6, 1983, 'Graduación de la experiencia de mortalidad de las vidas aseguradas de mujeres 1975-78', Comité CMI, Reino Unido.

Informe de investigación continua sobre mortalidad (CMIR) 7, 1984, 'Experiencia de enfermedad 1975-78 para pólizas de PHI individuales', Comité CMI, Reino Unido.

Informe de Investigación de Mortalidad Continua (CMIR) 17, 1991, 'El análisis de los datos del seguro de salud permanente', Comité CMI, Reino Unido.

Cordeiro, FMI, 2001, 'Intensidades de transición para un modelo de seguro de salud permanente', *Documento de Trabajo No 4-2001*, Centro de Matemática Aplicada a Previsao e Decisao Economica, Lisboa.

- Cowley, A., 1992, *Seguro de cuidados a largo plazo: perspectiva internacional y consideraciones actuariales*, Publicaciones de la revista Cologne Re, número 22.
- Cox, DR y Miller, HD, 1965, *La teoría de los procesos estocásticos*, Chapman y Hall, Londres.
- Czado, C. y Rudolph, F., 2002, 'Aplicación de métodos de análisis de supervivencia al seguro de cuidados a largo plazo' *Seguros: Matemáticas y Economía*, 31, 395-413.
- Davies, PI y Higham, NJ, 2002, 'Un algoritmo de Schur-Parlett para calcular funciones matriciales' *Informe de análisis numérico 404*, Centro de Matemática Computacional de Manchester.
- Davis, E., Beer, J., Cligora, C. y Thorn, A., 2001, 'Contabilización del cambio en discapacidad y restricción severa, 1981-1998', *Documentos de trabajo sobre estadísticas sociales y laborales*, Documento de trabajo de la ABS n.º 2001/1, Canberra.
- Gatenby, P., 1991, 'Atención a largo plazo', Trabajo presentado en la Staple Inn Actuarial Society.
- Gatenby, P. y Ward, N., 1994 'Modelado de estados múltiples', Trabajo presentado en la Staple Inn Actuarial Society.
- Golub, GH y Van Loan, CF, 1983, *Cálculos matriciales*, Prensa de la Universidad Johns Hopkins, Baltimore, MD.
- Haberman, S., 1993, 'VIH, SIDA, cadenas de Markov y PHI', *Documento de investigación actuarial n.º 52*, Departamento de Ciencias Actuariales y Estadística, City University, Londres.
- Haberman, S. y Pitacco, E., 1999, *Modelos actuariales para el seguro de invalidez*, Chapman & Hall/ CRC Press, Boca Raton, Florida.
- Higham, NJ, 'Evaluación de aproximaciones de pade del logaritmo matricial', *Revista de la Sociedad de Matemáticas Industriales y Aplicadas: Matrix Anal. Appl.*, Vol 22, No.4, 1126-1135.
- Hoem, J. M., 1969 Modelos de cadenas de Markov en seguros de vida, *Blatter der Deutschen Gesellschaft fur Versicherungsmathematik*9, 91-107.
- Hoem, JM, 1988, 'La versatilidad de la cadena de Markov como herramienta en las matemáticas del seguro de vida', *Transacciones del 23^{er} Congreso Internacional de Actuarios*, Helsinki, 171-202.
- Israel, RB, Rosenthal, JS y Wei, JZ, 2001, 'Búsqueda de generadores para cadenas de Markov a través de matrices de transición empíricas, con aplicaciones a las calificaciones crediticias' *Finanzas matemáticas*, Vol.11, No.2, 245-265.
- Jones, BL, 1992, *Modelos estocásticos para cuidados a largo plazo*, Tesis de doctorado, Universidad de Waterloo, Canadá.
- Kulkarni, V. G., 1995, *Modelado y análisis de sistemas estocásticos*, Chapman y Hall, Londres.
- Leung, E., 2004, 'Proyección de las necesidades y los costos de la atención a largo plazo en Australia', *Revista Actuarial Australiana*, Vol. 10, No.2, 301-342.
- Levikson, B. y Mizrahi, G., 1994, 'Fijación de precios de los contratos de seguro de atención a largo plazo' *Seguros: Matemáticas y Economía*, 14, 1-18.

Linnemann, P., 1993, 'Sobre la aplicación de la ecuación diferencial de Thiele en seguros de vida' *Seguros: Matemáticas y Economía*, 13, 63-74.

Londres, D., 1985, *Graduación: La revisión de las estimaciones*, Publicaciones ACTEX, Winsted, Connecticut.

Madden, R. y Wen, X., 2001, 'El costo de la salud a medida que envejecemos: ¿es un riesgo para la salud?', Instituto Australiano de Salud y Bienestar, documento presentado en el Instituto de Actuarios de Australia, Sydney.

Manton, KG, 1988, 'Un estudio longitudinal del cambio funcional y la mortalidad en los Estados Unidos', *Revista de Gerontología: Ciencias Sociales*, Vol. 43 No. 5, 153-161.

Meiners, MR, 1989, *Requisitos de datos para el seguro de atención a largo plazo*, Centro Nacional de Investigación de Servicios de Salud y Evaluación de Tecnología de Atención Sanitaria, Departamento de Salud y Servicios Humanos de EE. UU., EE. UU.

Moler, C. y Van Loan, C., 1978, 'Diecinueve formas dudosas de calcular la exponencial de una matriz', *Revista de la Sociedad de Matemáticas Industriales y Aplicadas*, Vol. 20, No. 4, 801-836.

Norberg, R., 1995, 'Ecuaciones diferenciales para momentos de valores presentes en seguros de vida' *Seguros: Matemáticas y Economía*, Vol 17, 1995, 171-180.

Parlett, BN, 1974, *Cálculo de funciones de matrices triangulares*, Memorándum n.º ERL-M481, Laboratorio de investigación electrónica, Facultad de Ingeniería, Universidad de California, Berkeley.

Perks, W., 1932, 'Sobre algunos experimentos en la graduación de las estadísticas de mortalidad', *Revista del Instituto de Actuarios*, Vol. 63, 12-40.

Pitaco, E., 1995, *Indexación de seguros de vida colectivos: un enfoque multiestatal* Congreso Internacional de Actuarios, Bruselas.

Pitacco, E., 1993, 'Modelos de riesgo de discapacidad: Hacia un enfoque unificador', *Documento de investigación actuarial n.º 59*, Departamento de Ciencias Actariales y Estadística, City University, Londres.

Pritchard, Doctor en Derecho, 2002, *La genética de la enfermedad de Alzheimer: modelado de la discapacidad y la selección adversa en el mercado de seguros de atención a largo plazo* Tesis de doctorado, Universidad Heriot-Watt, Escocia.

Reif, L., 1985, 'Atención a largo plazo. Algunas lecciones de las comparaciones transnacionales' *Servicios de atención médica domiciliaria trimestrales*, vol. 5, 329-341.

Renshaw, AE y Haberman, S., 1998, 'Modelado de las tendencias temporales recientes en la recuperación del seguro de salud permanente del Reino Unido, la mortalidad y las intensidades de transición del inicio de las reclamaciones', *Documento de investigación actuarial n.º 113*, Departamento de Ciencias Actariales y Estadística, City University, Londres.

Robinson, J., 1996, *Un modelo de transición del estatus de atención a largo plazo*, La crisis de la vejez: oportunidades actuariales: el simposio Bowles, 72-79.

Robinson, R., 1992, 'Modelado multiestado', *El Actuario*, 16 y 17 de septiembre.

Rickayzen, BD y Walsh, DEP, 2002, 'Un modelo multiestatal de discapacidad para el Reino Unido: implicaciones para la futura necesidad de atención a largo plazo para los ancianos', *Revista actuarial británica*, Vol. 8, Núm. 2: 341-393.

Sansom, RJ y Waters, HR, 1988, 'Seguro de salud permanente en el Reino Unido: el modelo matemático y el análisis estadístico de los datos', *Actas del Congreso Internacional de Actuarios*, Helsinki, vol. 3, 323-339.

Singer, B. y Spillerman, S., 1976, 'La representación de los procesos sociales mediante modelos de Markov', *Revista Americana de Sociología*, 82, 1-54.

Grupo de trabajo sobre métodos de valoración de seguros de cuidados a largo plazo de la Sociedad de Actuarios, 1995, *Métodos de valoración de seguros de cuidados a largo plazo*, Transacción de la Sociedad de Actuarios, Vol 47, 599-767.

Stallard, E y Yee, RKW, 1999, *Tablas de incidencia y continuidad de cuidados a largo plazo en hogares y comunidades no asegurados* Informe preparado para el Subcomité de Experiencia en Hogares y Comunidades de Personas No Aseguradas del Comité de Experiencia en Cuidados a Largo Plazo, Sociedad de Actuarios, EE. UU.

Stewart, W. J., 1994, *Introducción a la solución numérica de cadenas de Markov*, Princeton University Press, Princeton, Nueva Jersey.

Teil, H., 1958, *Previsiones económicas y políticas*, Compañía Editorial de Holanda Septentrional, Ámsterdam.

Walker, B. W., 1990, *Seguros Geronth* Reunión de sesiones del Instituto de Actuarios de Australia.

Walsh J. y De Ravin JW, 1995, *Atención a largo plazo: discapacidad y envejecimiento* Reunión de sesiones, Instituto de Actuarios de Australia.

Waters, HR, 1984, 'Un enfoque para el estudio de modelos de estados múltiples', *Revista del Instituto de Actuarios* 111, 363-374.