ANÁLISIS MATEMÁTICO III

Guía de Trabajos Prácticos

NÚMEROS COMPLEJOS

Calcule la suma, la diferencia, el producto y el cociente de cada par de complejos:

1. $i; 2$ **2.** $(1+i); i$ **3.** $(1+i); (1-i)$

4. $5; 2+i$ **5.** $(3-2i); (4+i)$ **6.** $(4+5i); (1-i)$

Realice las operaciones indicadas y exprese el resultado en forma binómica:

7. $\frac{(1-i)^3}{2-i}$ **8.** $(3-4i)(3-4i)(3+4i)(3+4i)$ **9.** $(1+2i)^4$

10. $(1+i)^{-2}$ **11.** $\left(\sqrt{2}-i\right)-i\left(1-i\sqrt{2}\right)$ **12.** $\frac{5}{(1-i)(2-i)(3-i)}$

Halle todas las raíces de:

13. $z^2-2z+2=0$ **14.** $z^2+2z+2=0$

15. $z^2+iz-1=0$ **16.** $z^2+(3+i)z+4+3i=0$

Calcule el módulo de:

17. $(3+4i)$ **18.** $\frac{(3+4i)(1+i)}{(3-4i)}$ **19.** $\left(\frac{x+iy}{x-iy}\right)^n$, $n>0$ *entero*

Si $z, z_1, z_2 \in \mathbb{C}$, compruebe que:

20. $Re(z)=\frac{1}{2}(z+\bar{z})$ **21.** $Im(z)=\frac{1}{2i}(z-\bar{z})$

22. $Re(z_1+z_2)=Re(z_1)+Re(z_2)$ **23.** $Im(z_1-z_2)=Im(z_1)-Im(z_2)$

24. $\overline{z_1+z_2}=\bar{z}_1+\bar{z}_2$ **25.** $\overline{z_1-z_2}=\bar{z}_1-\bar{z}_2$

26. $\overline{z_1 z_2}=\bar{z}_1\bar{z}_2$ **27.** $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)}=\frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2}$, $z_2 \neq 0$

Represente en forma polar:

28. $\{i, i^2, i^3, i^4, \ldots\}$ **29.** $1 + i$ **30.** $\sqrt{3} + i$

Empleando la forma polar, calcule:

31. $i(1 - i\sqrt{3})(\sqrt{3} + i)$ **32.** $\frac{5}{1+i}$ **33.** $(-1 + i)^7$

34. $\left(-\sqrt{3} + i\right)^3$ **35.** $i^3(1 + i)$ **36.** $\frac{(-3+i\sqrt{3})(2-2i)^2}{2i}$

Halle todos los valores de:

37. $i^{1/2}$ **38.** $i^{2/3}$ **39.** $(-16)^{1/4}$

40. $(1 + i)^{1/2}$ **41.** $(1 - i)^{-1/2}$ **42.** $(-1 + i)^{8/3}$

43. $\left(-1 + i\sqrt{3}\right)^{3/2}$ **44.** $\frac{\left(\sqrt{3}+i\right)^{1/2}}{(1+i)^2}$ **45.** $(-4)^{3/4}$

REGIONES EN EL PLANO Z

Describa geométricamente los siguientes conjuntos, y diga cuáles de ellos constituyen un dominio:

46. $Re(z) = 3Im(z)$ **47.** $-\pi < arg(z) < \pi\,,\ |z| = 2$ **48.** $Im(z^2) > 0$

49. $3 < |z + 1 + i| < 4$ **50.** $|1 + iz| \leq 3$ **51.** $|z - 4| > |z|$

52. $Im(z) < 2|z|$ **53.** $|z - 1| < |z + i|$ **54.** $Re(z) = -2$

55. $|z - 3 + i| < 3$ **56.** $|2z + 3| > 4$ **57.** $Re\left(\frac{1}{z}\right) > \frac{1}{2}$

58. $|z - 3 + 4i| \geq 5$ **59.** $z\bar{z} \geq 2Re(z)$ **60.** $Im\left(\frac{1}{z}\right) \leq \frac{1}{4}$

FUNCIÓN COMPLEJA Y SU DERIVADA

Exprese $w = f(z)$ en forma binómica, es decir como $w = u(x, y) + iv(x, y)$:

61. $w = (z - i)^2$ **62.** $w = |\mathrm{z}|^2 + i$ **63.** $w = z - 1 + i$

64. $w = (\bar{z})^{-2} + i$ **65.** $w = z^3$ **66.** $w = \frac{1}{z} + 1$

Exprese $f(z)$ como función de $z, \bar{z}$ y constantes:

67. $f(z) = -3y + i(x^2 + y^2)$

68. $f(z) = -2xy + i(x^2 + y^2)$

69. $f(z) = x^2 + iy^2$

70. $f(z) = x^2 + y^2$

Dé el dominio de definición de $f(z)$:

71. $f(z) = |z|$

72. $f(z) = \frac{1}{|z|}$

73. $f(z) = z - 1 + i$

74. $f(z) = x^2 - y^2 + i2xy$

75. $f(z) = \frac{z}{z-\bar{z}}$

76. $f(z) = \frac{1}{z^2+1}$

77. $f(z) = (z - i)^2$

78. $f(z) = \frac{z^4-z^2}{z^8+z^5-z^4-z}$

79. $f(z) = z^3 + i2z$

Para las siguientes funciones determine los puntos del plano z donde son derivables, obtenga una expresión de $f'(z)$, y diga cuáles de ellas son analíticas en algún dominio:

80. $f(z) = e^{|z-1|^2}$

81. $f(z) = z\bar{z}$

82. $f(z) = \frac{1}{z}$

83. $f(z) = x^3 - i(y-1)^3$

84. $f(z) = x^2 + iy^2$

85. $f(z) = e^x cos(y) + ie^x sen(y)$

86. $f(z) = zIm(z)$

87. $f(z) = x^2 - y^2 + i(2xy + x^2 - y^2)$

88. $f(z) = C\ (cte\ compleja)$

89. $f(z) = z$

90. $f(z) = 2x + ixy^2$

91. $f(z) = z^2$

92. $f(z) = \frac{1}{\bar{z}}$

93. $f(z) = z^3$

94. $f(z) = |z+1|^2$

95. $f(z) = sen(x)cosh(y) + icos(x)senh(y)$

96. $f(z) = \overline{z^2}$

97. $f(z) = x^3 - 3y^2 + 2x + i(3x^2y - y^3 + 2y)$

98. $f(z) = xy + iy$

99. $f(z) = (z^2 - 2)e^{-z}$

100. $f(z) = 3x + y + i(3y - x)$

101. $f(z) = x^2 - (y+1)^2 + i2xy$

102. $f(z) = (z - 2i)e^{2z}$

103. $f(z) = e^{-x}cos(y) - ie^{-x}sen(y)$

104. $f(z) = x^2 + iy$

105. $f(z) = x^3 + xy^2 - i(x^2y + y^3)$

106. $f(z) = x^2 + iy^3$

107. $f(z) = (1 + i)(z^2 - \bar{z}^2)$

FUNCIONES ARMÓNICAS

¿Para qué valores de z se satisface la ecuación de Laplace?:

108. $\phi(x,y) = x^4 + y^3$ ¿Por qué no es armónica?

Determine si las siguientes funciones son armónicas y en qué dominio:

109. $\phi(x,y) = x + y$

110. $\phi(x,y) = xy$

ARMÓNICAS CONJUGADAS

Compruebe si $u(x,y)$ es armónica en todo el plano. Encuentre (si es posible) su conjugada armónica $v(x,y)$ tal que $w = u + iv$ sea analítica en todo el plano:

111. $u(x,y) = 2x(1-y)$

112. $u(x,y) = senh(x)sen(y)$

113. $u(x,y) = 2x - x^3 + 3xy^2$

114. $u(x,y) = x^3 - 3xy^2$

115. $u(x,y) = x(y+4)$

116. $u(x,y) = e^y sen(x) - e^x sen(y) + \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2}$

FUNCIONES ELEMENTALES

Exprese como $w = u + iv$:

117. $w = e^{3+4i}$

118. $w = e^{4-7i}$

119. $w = e^{i}$

120. $w = e^{i\pi}$

121. $w = e^{i\frac{\pi}{2}}$

122. $w = e^{-i\frac{\pi}{4}}$

123. $w = e^{2+3\pi i}$

124. $w = e^{\frac{2+3\pi i}{4}}$

125. $w = e^{\frac{1}{1-i}}$

Determine todos los valores de z tales que:

126. $e^z = -2$

127. $e^z = 1 - i$

128. $e^{2z-1} = 1$

129. $e^z = 1$

130. $e^z = 1 + i$

131. $e^z = -4i$

132. $e^z = -3$

133. $e^{iz} = 1 + i$

134. $e^z = ie$

Halle todos los valores de z que satisfacen:

135. $cos(z) = 2$

136. $cosh(z) = \frac{1}{2}$

137. $cosh(z) = -1$

138. $senh(z) = i$

139. $cosh(z) = i$

140. $cosh(z) = -2$

141. $sen(z) = cosh(4)$

142. $cos(z) = isenh(4)$

143. $senh(z) = -i$

Halle todos los valores de:

144. $log(1)$

145. $Log(-1)$

146. $log\left(i^{\frac{1}{2}}\right)$

147. $log\left(1 + i\sqrt{3}\right)$

148. $Log(2 - i2)$

149. $log(ie)$

Halle todos los valores z tales que:

150. $log(z) = 1 + i\frac{2\pi}{3}$

151. $log(z) = \frac{\pi}{2}i$

152. $log(z) = \pi i$

Usando logaritmo obtenga todos los valores de z tales que:

153. $e^z = e^{2+i}$

154. $(e^z - 1)^2 = e^{2z}$

155. $e^{(e^z)} = 1$

Halle todos los valores de:

156. i^i

157. 2^{1+i}

158. $(1 + i)^i$

159. $(1 - i)^{4i}$

160. 2^π

161. $(-1)^{\frac{1}{\pi}}$

162. $\left(\sqrt{3} + i\right)^{1+i}$

163. $(ei)^{\frac{1}{\pi}}$

164. $(\pi i)^i$

INTEGRACIÓN EN EL PLANO COMPLEJO

Obtenga el valor de las siguientes integrales de línea complejas:

165. $\int_C (z^2 + 1)\, dz$ donde C es el tramo de la parábola $y = x^2$ que va desde $z = 0$ a $z = 1 + i$.

166. $\int_C (y - x - 3x^2 i)\, dz$ donde C es el segmento de recta que va desde $z = 0$ a $z = 1 + i$.

167. $\int_C (y - x - 3x^2 i)\, dz$ donde C es la poligonal que une los puntos $z = 0$, $z = i$ y $z = 1 + i$.

168. $\int_C \left(x^2 - 2y + i(xy - 3)\right) dz$ donde C es el contorno constituido por la unión del tramo de parábola $y = x^2$ con $-1 \leq x \leq 1$ y del segmento de recta que va de $z = 1 + i$ a $z = 3 + i$.

169. $\int_C e^z\, dz$ siendo C el segmento de recta:

a) $y = 0$ de $z = 0$ a $z = 1$.

b) $x = 1$ de $z = 1$ a $z = 1 + i$.

c) $y = x$ de $z = 0$ a $z = 1 + i$.

170. $\int_C \bar{z}\, dz$ siendo C el contorno que va desde $z = i$ a $z = 1$ sobre las siguientes curvas:

a) $y = 1 - x$.

b) $y = (1 - x)^2$.

c) $y = 1 - x^2$.

d) $x^2 + y^2 = 1$.

171. $\int_C \frac{z+2}{z}\, dz$ siendo C:

a) la semicircunferencia $z = 2e^{i\theta}$ con $-\pi \leq \theta \leq 0$.

b) la semicircunferencia $z = 2e^{i\theta}$ con $0 \leq \theta \leq \pi$.

c) la semicircunferencia $z = 2e^{i\theta}$ con $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$.

172. $\int_C (z - 1)\, dz$ siendo C:

a) la semicircunferencia $z - 1 = e^{i\theta}$ con $-\pi \leq \theta \leq 0$.

b) el segmento de recta $y = 0$ con $0 \leq x \leq 2$.

FÓRMULAS INTEGRALES DE CAUCHY

Empleando la fórmula integral de Cauchy y/ó la fórmula integral de la n-derivada, obtenga el valor de las siguientes integrales:

173. $\oint_C \frac{z}{z-1} dz, \ con \ C: |z| = 2$

174. $\oint_C \frac{sen\,(z)}{(z-1)(z-i)} dz, \ con \ C: |z| = 2$

175. $\oint_C \frac{e^{iz}}{z^4} dz, \ con \ C: |z| = 1$

176. $\oint_C \frac{cos\,h(z)}{z^2-z-2} dz, \ con \ C: |z-1| = 4$

177. $\oint_C \frac{cos\,(z)}{z^2+9} dz, \ con \ C: |z-i| = 3$

178. $\oint_C \frac{tg\left(\frac{z}{2}\right)}{(z-z_0)^2} dz, con\ |z_0| < 3 \ y \ C: |z| = 3$

179. $\oint_C \frac{1}{z^3-i2z^2-z} dz, con \ C: |z-i| = \sqrt{2}$

180. $\oint_C \frac{z-1}{z(2z^2-18)} dz, \ con \ C: |z-2| = 3$

181. $\oint_C \frac{z^2}{z-3} dz, \ con \ C: |z| = 4$

182. $\oint_C \frac{e^z}{z(1-z)^3} dz, \ con \ C: |z-1| = 2$

183. $\oint_C \frac{e^{-z}}{z-i\frac{\pi}{2}} dz, \ con \ C: |z| = \pi$

184. $\oint_C \frac{1}{(z^2+4)^2} dz, \ con \ C: |z-i| = 2$

185. $\oint_C \frac{z}{e^z(z-1)} dz, \ con \ C: |z| = 2$

186. $\oint_C \frac{cos\,(z)}{z^2(z-1)^3} dz, \ con \ C: |z-1| = 2$

187. $\oint_C \frac{sen\,(z)}{z^2+4} dz, \ con \ C: |z| = 3$

188. $\oint_C \frac{cos\,(z)}{z^2+8} dz, \ con \ C: |z| = 3$

189. $\oint_C \frac{cos\,(z)}{z(z^2+8)} dz, \ con \ C: |z| = 1$

190. $\oint_C \frac{cos\,(z)}{z(z^2+8)} dz, \ con \ C: |z-3i| = 4$

191. $\oint_C \frac{ze^z}{(z-i)^3} dz, \ con \ C: |z| = 3$

192. $\oint_C \frac{sen\,h(z)}{z^2(2z-4)^3} dz, \ con \ C: |z-1-i| = 2$

193. $\oint_C \frac{e^z}{z(1-z)^3} dz, \ con \ C: |z-1| = \frac{1}{2}$

194. $\oint_C \frac{1}{(z^2+1)(z^2+iz)} dz, \ con \ C: |z+i| = \frac{3}{2}$

195. $\oint_C \frac{4}{(2z^2+2)^2} dz, \ con \ C: |z-i| = 1$

196. $\oint_C \frac{1}{z-z^3} dz, \ con \ C: |z| = 2$

197. $\oint_C \frac{1}{z^4+4z^2} dz, \ con \ C: |z+3i| = 4$

198. $\oint_C \frac{1}{(z-i)^2(z+i)} dz, \ con \ C: |z-i| = 1$

SERIES DE TAYLOR Y LAURENT

Obtenga la serie de Taylor de las siguientes funciones en potencias de $z - z_0$ e indique la región de convergencia:

199. $f(z) = cos(z)$; $z_0 = \frac{\pi}{2}$

200. $f(z) = \frac{1}{z}$; $z_0 = 1$

201. $f(z) = \frac{1}{z}$; $z_0 = -2$

202. $f(z) = \frac{1}{z^2}$; $z_0 = 1$

203. $f(z) = z^2$; $z_0 = 1$

204. $f(z) = senh(z)$; $z_0 = \pi i$

Para cada una de las siguientes funciones, obtenga la serie de Laurent alrededor de la singularidad indicada, clasifique el tipo de singularidad, dé la región de convergencia de la serie y determine el residuo:

205. $f(z) = \frac{sen\,(z)}{z}$; $z_0 = 0$

206. $f(z) = \frac{sen\,(z)}{z^2}$; $z_0 = 0$

207. $f(z) = e^{3/z}$; $z_0 = 0$

208. $f(z) = \frac{z}{(z+1)(z+2)}$; $z_0 = -2$

209. $f(z) = \frac{1}{z(z-3)^2}$; $z_0 = 3$

210. $f(z) = \frac{e^{2z}}{(z-1)^3}$; $z_0 = 1$

211. $f(z) = \frac{z-sen\,(z)}{z^3}$; $z_0 = 0$

212. $f(z) = (z-3)sen\left(\frac{1}{z+2}\right)$; $z_0 = -2$

213. $f(z) = \frac{e^z-1}{z}$; $z_0 = 0$

214. $f(z) = \frac{sen\,(z)-(z-1)^2}{z^3}$; $z_0 = 0$

Exprese $f(z)$ en una serie de Taylor o Laurent, según corresponda, válida para la región indicada:

215. $f(z) = \frac{1}{(z+1)(z+3)}$

a) $1 < |z| < 3$

b) $|z| > 3$

c) $0 < |z+1| < 2$

d) $|z| < 1$

216. $f(z) = \frac{1}{z(z-1)}$

a) $0 < |z| < 1$

b) $|z| > 1$

c) $0 < |z-1| < 1$

d) $|z-1| > 1$

e) $1 < |z-2| < 2$

217. $f(z) = \frac{1}{z(z-3)}$

a) $0 < |z| < 3$
b) $0 < |z-3| < 3$
c) $1 < |z-4| < 4$

218. $f(z) = \frac{1}{(z-1)(z-2)}$

a) $1 < |z| < 2$
b) $0 < |z-1| < 1$

219. $f(z) = \frac{z}{(z+1)(z-2)}$

a) $0 < |z+1| < 3$
b) $1 < |z| < 2$

220. $f(z) = \frac{1}{z+1}$

a) $|z-i| < \sqrt{2}$
b) $|z-i| > \sqrt{2}$

221. $f(z) = \frac{z}{(z-1)(z-2)}$

a) $|z| < 1$
b) $1 < |z| < 2$
c) $|z| > 2$

222. $f(z) = \frac{1}{(z-1)^2(z-3)}$; $0 < |z-1| < 2$

223. $f(z) = \frac{8z+1}{z(1-z)}$; $0 < |z| < 1$

224. $f(z) = \frac{7z-3}{z(z-1)}$; $0 < |z| < 1$

CEROS, POLOS Y RESIDUOS

Encuentre la posición y el orden de los ceros de las siguientes funciones:

225. $f(z) = cos(z)$

226. $f(z) = \frac{e^z-1}{z}$

227. $f(z) = z^3 sen(z)$

228. $f(z) = Log(z)$

229. $f(z) = (z-1)^3(z-i)^2 Log(z)$

230. $f(z) = (z-1)^3 sen^2(z)$

Encuentre la posición y el orden de los polos de las siguientes funciones:

231. $f(z) = \frac{(z-1)^2}{(z-3)(z-2)^2(z-1)}$

232. $f(z) = \frac{e^{2z}}{z^2-z+1}$

233. $f(z) = \frac{1}{sen^2(z)}$

234. $f(z) = \frac{z}{z-sen(z)}$

235. $f(z) = \frac{cosh(z)-1}{senh(z)-sen(z)}$

236. $f(z) = \frac{tg(z)}{sen(z)-z+\frac{z^3}{6}}$

Calcule los residuos de las siguientes funciones en todos sus polos:

237. $f(z) = \frac{z-1}{z+1}$

238. $f(z) = tg(z)$

239. $f(z) = \frac{1}{(z^2-1)^2}$

240. $f(z) = \frac{1}{z^3-i}$

241. $f(z) = \frac{e^z}{e^z-1}$

242. $f(z) = \frac{z}{cos(z)}$

243. $f(z) = \frac{3e^{2z}}{z^4}$

244. $f(z) = \frac{1-cosh(z)}{z^3}$

245. $f(z) = \frac{z^2}{z-sen(z)}$

246. $f(z) = \frac{1}{(z^2+1)Log(z)}$

CÁLCULO DE INTEGRALES APLICANDO EL MÉTODO DE LOS RESIDUOS

Empleando el teorema de los residuos obtenga el valor de las siguientes integrales:

247. $\oint_C \frac{z}{z-1}\,dz,\ con\ \ C: |z| = 2$

248. $\oint_C \frac{1}{sen(z)}\,dz,\ con\ \ C: |z-6| = 4$

249. $\oint_C \frac{(z-1)e^{1/z}}{z}\,dz,\ con\ \ C: |z| = \frac{1}{2}$

250. $\oint_C \frac{1}{e^z(z^2-1)}\,dz,\ con\ \ C: |z-1| = \frac{3}{2}$

251. $\oint_C z^2e^{1/z}\,dz,\ con\ \ C: |z| = \frac{1}{2}$

252. $\oint_C \frac{1}{e^{z-1}(z-1)^2}dz,\ con\ \ C: |z-1| = 1$

253. $\oint_C \frac{1}{z^3(z-1)}dz,\ con\ \ C: |z-1| = 2$

254. $\oint_C \frac{e^z}{cosh(z)}dz,\ con\ \ C: |z| = 5$

255. $\oint_C \frac{e^z}{z^2cos(z)}dz,\ con\ \ C: |z+1| = 2$

256. $\oint_C \frac{1-cos(z)}{z^3(z-1)}dz,\ con\ \ C: |z| = \frac{1}{2}$

257. $\oint_C \frac{1}{(z-i)(z+i)^2}\,dz,\ con\ \ C: |z+i| = 1$

258. $\oint_C \frac{1}{z(e^z-1)}\,dz,\ con\ \ C: |z-1-i| = 6$

259. $\oint_C tg(z)\,dz,\ con\ \ C: |z| = 2$

260. $\oint_C \frac{1}{senh(2z)}\,dz,\ con\ \ C: |z| = 2$

Empleando residuos obtenga el valor de las siguientes integrales reales:

261. $\int_0^{2\pi} \frac{1}{5-4cos(\theta)}d\theta$

262. $\int_0^{\pi} \frac{1}{3+2cos(\theta)}d\theta$

263. $\int_0^{2\pi} \frac{1}{5-4sen(\theta)}\, d\theta$

264. $\int_0^{\pi} \frac{cos^2(\theta)}{13-5cos(2\theta)}\, d\theta$

265. $\int_0^{2\pi} \frac{1}{3+sen(\theta)}\, d\theta$

266. $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{1+sen^2(\theta)}\, d\theta$

267. $\int_0^{\pi} \frac{1}{(5-4cos(\theta))^2}\, d\theta$

268. $\int_0^{2\pi} \frac{cos^2(\theta)}{10-6sen(2\theta)}\, d\theta$

269. $\int_0^{2\pi} \frac{1}{2+sen(\theta)}\, d\theta$

270. $\int_0^{2\pi} \frac{cos^2(3\theta)}{5-4cos(2\theta)}\, d\theta$

271. $\int_0^{2\pi} \frac{1}{3-2cos(\theta)+sen(\theta)}\, d\theta$

272. $\int_0^{2\pi} \frac{1}{(5-3sen(\theta))^2}\, d\theta$

273. $\int_0^{\infty} \frac{1}{(1+x^2)^2}\, dx$

274. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{(x^2-2x+2)^2}\, dx$

275. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{(x^2-2x+2)^2}\, dx$

276. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1+x^2}{1+x^4}\, dx$

277. $\int_0^{\infty} \frac{1}{(1+x^2)(4+x^2)}\, dx$

278. $\int_0^{\infty} \frac{x^2}{(x^2+9)(x^2+4)^2}\, dx$

279. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2+1}{x^4+8x^2+16}\, dx$

280. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{(x^2+1)(x^2+2x+2)}\, dx$

281. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{cos(3x)}{x^2+4}\, dx$

282. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x\, sen(3x)}{(x^2+4)^2}\, dx$

283. $\int_0^{\infty} \frac{cos(x)}{(x^2+1)^2}\, dx$

284. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x\, cos(\pi x)}{x^2+2x+5}\, dx$

285. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{sen(x)}{x^2+x+1}\, dx$

286. $\int_0^{\infty} \frac{x\, sen(x)}{x^4+1}\, dx$

287. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{cos(2x)}{x^4+16}\, dx$

288. $\int_0^{\infty} \frac{x\, sen(4x)}{x^2+25}\, dx$

289. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^3 sen(3x)}{x^6+1}\, dx$

290. $\int_0^{\infty} \frac{(x^2+3)cos(x)}{(x^2+1)^2}\, dx$

291. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{cos(\sqrt{3}x)}{(x^2-4x+7)^2}\, dx$

292. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x\, sen(\pi x)}{x^2+2x+5}\, dx$

SERIES TRIGONOMÉTRICAS DE FOURIER

Obtenga la serie trigonométrica de Fourier de las siguientes funciones:

293. $f(x) = \begin{cases} 1, & si \; -\pi < x < 0 \\ \frac{1}{2}, & si \quad 0 \le x < \pi \end{cases}$

294. $f(x) = |x|, \; -\pi < x < \pi$

295. $f(x) = \begin{cases} -1, & si \; -\pi < x < 0 \\ 1, & si \quad 0 \le x < \pi \end{cases}$

296. $f(x) = |sen(x)|, \; -\pi < x < \pi$

297. $f(x) = x, \; -\pi < x < \pi$

298. $f(x) = e^x, \; -\pi < x < \pi$

299. $f(x) = \begin{cases} -2, & si \; -3 < x < 0 \\ 4, & si \quad 0 \le x < 3 \end{cases}$

300. $f(x) = \begin{cases} -1, & si \; -3 < x < -1 \\ 2, & si \; -1 \le x < 1 \\ 1, & si \quad 1 \le x < 3 \end{cases}$

301. $f(x) = \begin{cases} 5, & si \; -1 < x < -\frac{1}{4} \\ -3, & si \; -\frac{1}{4} \le x < \frac{1}{4} \\ 5, & si \quad \frac{1}{4} \le x < 1 \end{cases}$

302. $f(x) = \begin{cases} -1, & si \; -\pi < x < -\frac{\pi}{2} \\ 0, & si \; -\frac{\pi}{2} \le x < \frac{\pi}{2} \\ 1, & si \quad \frac{\pi}{2} \le x < \pi \end{cases}$

303. $f(x) = \begin{cases} x + \pi, & si \; -\pi < x < 0 \\ \pi - x, & si \quad 0 \le x < \pi \end{cases}$

304. $f(x) = \begin{cases} 1, & si \; -2 < x < -1 \\ |x|, & si \; -1 \le x < 1 \\ 1, & si \quad 1 \le x < 2 \end{cases}$

305. $f(x) = \begin{cases} -\pi, & si \; -2\pi < x < -\pi \\ x, & si \; -\pi \le x < \pi \\ \pi, & si \quad \pi \le x < 2\pi \end{cases}$

306. $f(x) = cos(x), \; -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$

307. $f(x) = \begin{cases} x + 2, & si \; -2 < x < -1 \\ 1, & si \; -1 \le x < 1 \\ 2 - x, & si \quad 1 \le x < 2 \end{cases}$

308. $f(x) = x^2, \; -1 < x < 1$

309. $f(x) = \begin{cases} -\pi - x, & si \; -\pi < x < 0 \\ x, & si \quad 0 \le x < \pi \end{cases}$

310. $f(x) = x|x|, \; -4 < x < 4$

311. $f(x) = \begin{cases} -\frac{\pi}{2}, & si \; -\pi < x < -\frac{\pi}{2} \\ |x|, & si \; -\frac{\pi}{2} \le x < \frac{\pi}{2} \\ -\frac{\pi}{2}, & si \quad \frac{\pi}{2} \le x < \pi \end{cases}$

312. $f(x) = \pi^2 - x^2, \; -\pi < x < \pi$

313. $f(x) = \begin{cases} 0, & si \quad -4 < x < -2 \\ -x, & si \quad -2 \le x < 2 \\ 0, & si \quad 2 \le x < 4 \end{cases}$

314. $f(x) = \begin{cases} x-2, & si \quad -\pi < x < 0 \\ x+2, & si \quad 0 \le x < \pi \end{cases}$

315. $f(x) = \begin{cases} -\frac{\pi}{2}, & si \quad -2\pi < x < -\pi \\ -\pi - x, & si \quad -\pi \le x < 0 \\ \pi - x, & si \quad 0 \le x < \pi \\ \frac{\pi}{2}, & si \quad \pi \le x < 2\pi \end{cases}$

316. $f(x) = x^3, \ -1 < x < 1$

317. $f(x) = \begin{cases} \pi, & si \quad -\pi < x < -\frac{\pi}{2} \\ -\pi, & si \quad -\frac{\pi}{2} \le x < -\frac{\pi}{4} \\ -2\pi, & si \quad -\frac{\pi}{4} \le x < 0 \\ 2\pi, & si \quad 0 \le x < \frac{\pi}{4} \\ \pi, & si \quad \frac{\pi}{4} \le x < \frac{\pi}{2} \\ -\pi, & si \quad \frac{\pi}{2} \le x < \pi \end{cases}$

318. $f(x) = 1 - |x|, \ -1 < x < 1$

TRANSFORMADA DE LAPLACE

Aplicando el método de la transformada de Laplace obtenga la solución de las siguientes ecuaciones diferenciales, con las condiciones iniciales fijadas:

319. $y''(t) - 4y(t) = 0 \quad ; \quad y(0) = 0, \ y'(0) = -6$

320. $y''(t) + y(t) = 2 \quad ; \quad y(0) = 0, \ y'(0) = 3$

321. $y''(t) + 2y'(t) + y(t) = e^t \quad ; \quad y(0) = -1, \ y'(0) = 1$

322. $9y''(t) - 6y'(t) + y(t) = 0 \quad ; \quad y(0) = 3, \ y'(0) = 1$

323. $y''(t) - y(t) = sen(3t) \quad ; \quad y(0) = 0, \ y'(0) = 0$

324. $y''(t) - y(t) = cos(2t) \quad ; \quad y(0) = 0, \ y'(0) = 0$

325. $y''(t) - 4y(t) = e^{3t} + 3e^{-t} \quad ; \quad y(0) = 0, \ y'(0) = 0$

326. $y''(t) + y(t) = t + 1 \quad ; \quad y(0) = 0, \ y'(0) = 0$

327. $y''(t) + y(t) = 4te^t \quad ; \quad y(0) = 0, \ y'(0) = 0$

328. $y''(t) - 6y'(t) + 9y(t) = t \quad ; \quad y(0) = 0, \ y'(0) = 1$

329. $y''(t) - y(t) = e^{-5t}$; $y(0) = 0,\ y'(0) = 2$

330. $y''(t) - 3y'(t) + 2y(t) = 4t + 12e^{-t}$; $y(0) = 6,\ y'(0) = -1$

331. $y''(t) - y'(t) = e^{\frac{t}{2}}\, sen(2t)$; $y(0) = 0,\ y'(0) = 0$

332. $y''(t) - 4y(t) = t^2$; $y(0) = 0,\ y'(0) = 0$

333. $y''(t) - 4y'(t) = e^{2t}\cos(3t)$; $y(0) = 0,\ y'(0) = 0$

334. $y''(t) - y(t) = e^{2t}\, sen(3t) + 1$; $y(0) = 0,\ y'(0) = 0$

335. $y''(t) - 3y'(t) + 2y(t) = 4e^{2t}$; $y(0) = -3,\ y'(0) = 5$

336. $y''(t) + 9y(t) = 6e^{3t} + 1$; $y(0) = 0,\ y'(0) = 0$

337. $y''(t) - 2y(t) = \cos(3t) + 2$; $y(0) = 0,\ y'(0) = 0$

338. $y''(t) + 2y'(t) - 3y(t) = 3te^{-2t}$; $y(0) = 0\,,\ y'(0) = 0$

339. $y''(t) - y(t) = e^{t}\left(sen(t) + \cos(t)\right)$; $y(0) = 0,\ y'(0) = -1$

340. $y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = t + sen(2t)$; $y(0) = -1,\ y'(0) = 0$

341. $y''(t) - y(t) = 5sen(-3t)$; $y(0) = 1,\ y'(0) = -2$

342. $y''(t) + 2y'(t) = 4t + 4$; $y(0) = 0,\ y'(0) = 1$

$f(t)$	$F(s)$
1	$\frac{1}{s}$
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
e^{at}	$\frac{1}{s-a}$
$t^n e^{at}$	$\frac{n!}{(s-a)^{n+1}}$
$\cos(bt)$	$\frac{s}{s^2+b^2}$
$sen(bt)$	$\frac{b}{s^2+b^2}$
$e^{at}\cos(bt)$	$\frac{s-a}{(s-a)^2+b^2}$
$e^{at}sen(bt)$	$\frac{b}{(s-a)^2+b^2}$

$$\mathcal{L}\{y(t)\} = Y(s)$$

$$\mathcal{L}\{y'(t)\} = sY(s) - y(0)$$

$$\mathcal{L}\{y''(t)\} = s^2Y(s) - sy(0) - y'(0)$$

RESPUESTAS A LOS EJERCICIOS

NÚMEROS COMPLEJOS

1. $2+i,\ -2+i,\ 2i,\ \frac{1}{2}\,i$

2. $1+2i, 1, -1+i, 1-i$

3. $2,\ 2i,\ 2,\ i$

4. $7+i, 3-i, 10+5i, 2-i$

5. $7-i,\ -1-3i,\ 14-5i,\ \frac{10}{17}-\frac{11}{17}i$

6. $5+4i, 3+6i, 9+i, -\frac{1}{2}+\frac{9}{2}i$

7. $-\frac{2}{5}-\frac{6}{5}i$

8. $625+0i$

9. $-7-24i$

10. $0-\frac{1}{2}i$

11. $0-2i$

12. $0+\frac{1}{2}i$

13. $1+i,\ 1-i$

14. $-1+i,\ -1-i$

15. $\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i,\ -\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$

16. $-1-2i, -2+i$

17. 5

18. $\sqrt{2}$

19. 1

28. $1\measuredangle\frac{\pi}{2}, 1\measuredangle\pi, 1\measuredangle-\frac{\pi}{2}, 1\measuredangle 0, \cdots$

29. $\sqrt{2}\measuredangle\frac{\pi}{4}$

30. $2\measuredangle\frac{\pi}{6}$

31. $4\measuredangle\frac{\pi}{3}$

32. $\frac{5}{\sqrt{2}}\measuredangle-\frac{\pi}{4}$

33. $8\sqrt{2}\measuredangle\frac{21}{4}\pi$

34. $8\measuredangle\frac{5}{2}\pi$

35. $\sqrt{2}\measuredangle\frac{7\pi}{4}$

36. $8\sqrt{3}\measuredangle-\frac{\pi}{6}$

37. $e^{i\frac{\pi}{4}},\ e^{i\frac{5\pi}{4}}$

38. $e^{i\frac{\pi}{3}},\ e^{i\frac{5\pi}{3}}, e^{i3\pi}$

39. $2e^{i\frac{\pi}{4}}, 2e^{i\frac{3\pi}{4}}, 2e^{i\frac{5\pi}{4}}, 2e^{i\frac{7\pi}{4}}$

40. $\sqrt[4]{2}e^{i\frac{\pi}{8}}, \sqrt[4]{2}e^{i\frac{9\pi}{8}}$

41. $\frac{1}{\sqrt[4]{2}}e^{i\frac{\pi}{8}},\ \frac{1}{\sqrt[4]{2}}e^{-i\frac{7\pi}{8}}$

42. $\sqrt[3]{16}e^{i2\pi},\ \sqrt[3]{16}e^{i\frac{22\pi}{3}}, \sqrt[3]{16}e^{i\frac{38\pi}{3}}$

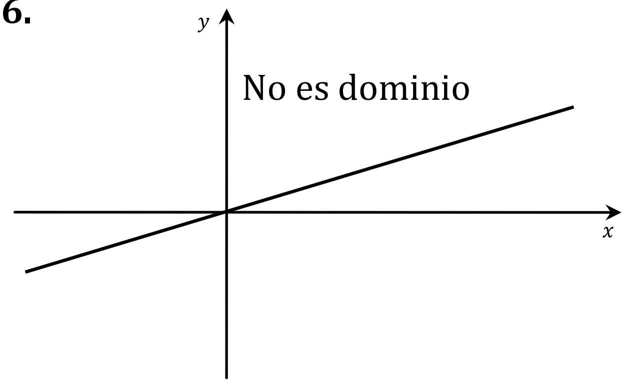
43. $2\sqrt{2}e^{i\pi},\ \ 2\sqrt{2}e^{i4\pi}$

44. $\frac{\sqrt{2}}{2}e^{-i\frac{5\pi}{12}},\ \ \frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{7\pi}{12}}$

45. $2\sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}, 2\sqrt{2}e^{i\frac{9\pi}{4}}, 2\sqrt{2}e^{i\frac{15\pi}{4}}, 2\sqrt{2}e^{i\frac{21\pi}{4}}$

REGIONES EN EL PLANO Z

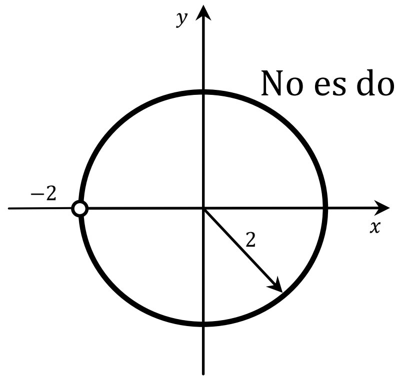
46.



No es dominio

$$y = \frac{1}{3}x$$

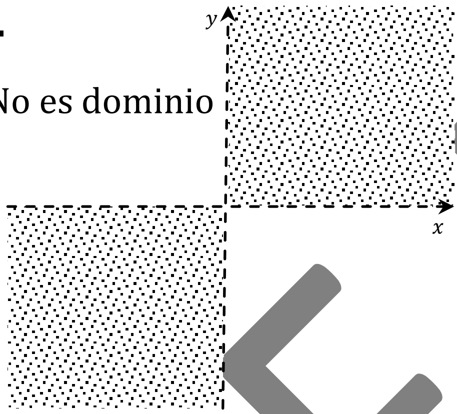
47.



No es dominio

$$x^2 + y^2 = 2^2, (x, y) \neq (-2,0)$$

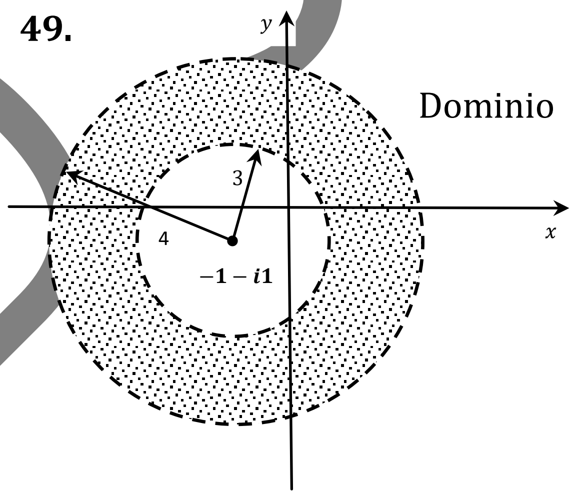
48.



No es dominio

$$xy > 0$$

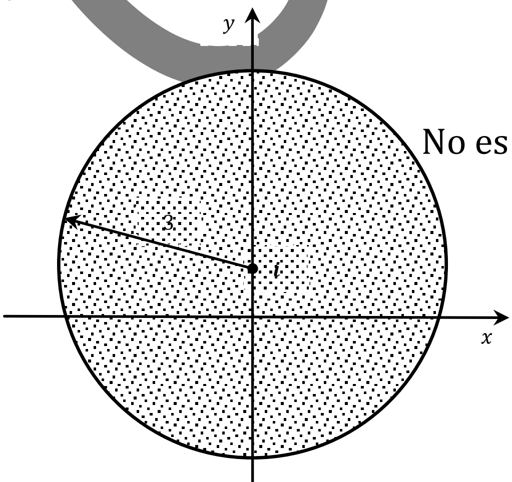
49.



Dominio

$$3^2 < (x+1)^2 + (y+1)^2 < 4^2$$

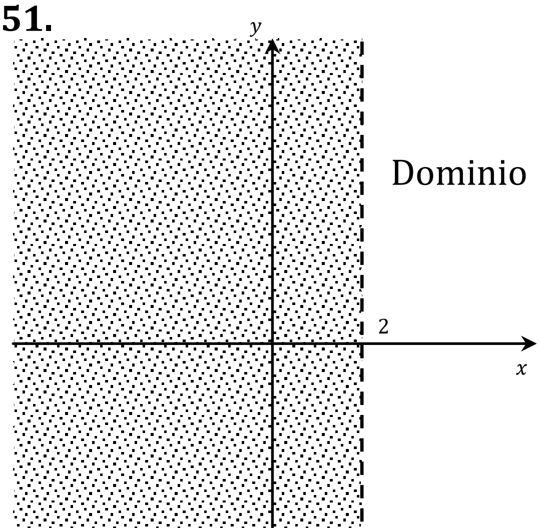
50.



No es dominio

$$x^2 + (y-1)^2 \leq 3^2$$

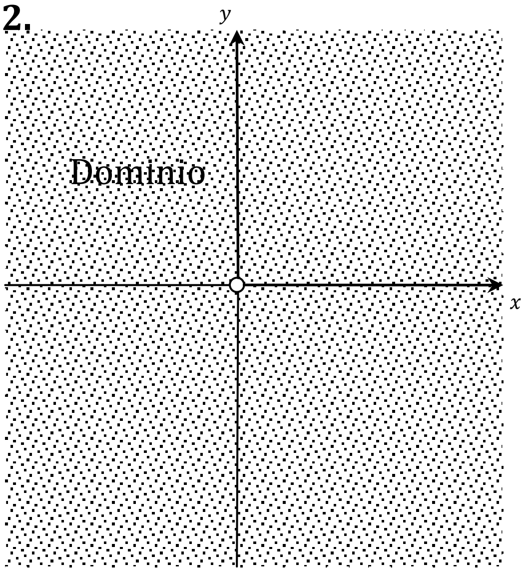
51.



Dominio

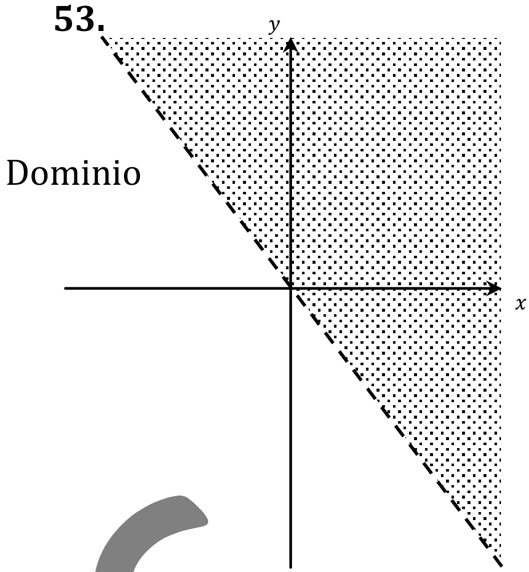
$$x < 2$$

52.



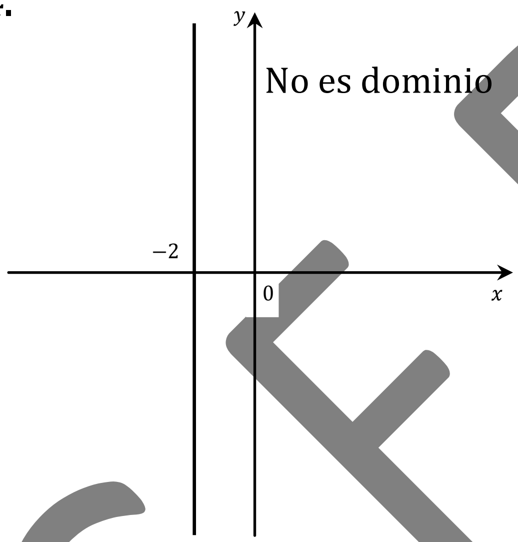
$$4x^2 + 3y^2 > 0$$

53.



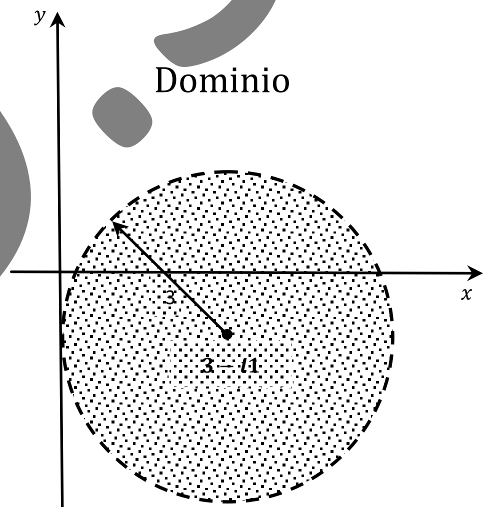
$$y > -x$$

54.



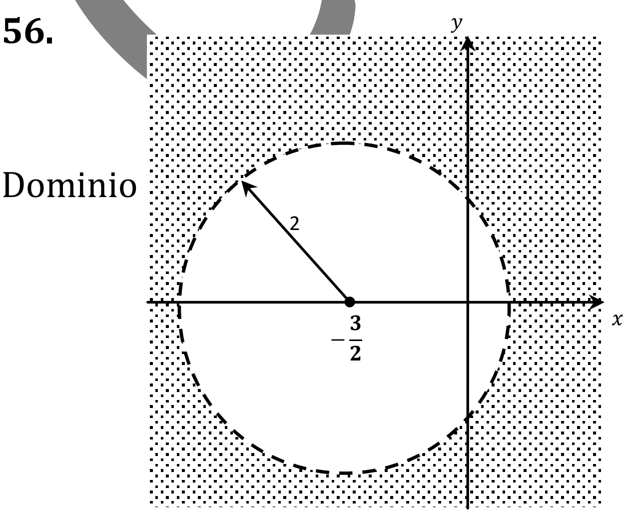
$$x = -2$$

55.



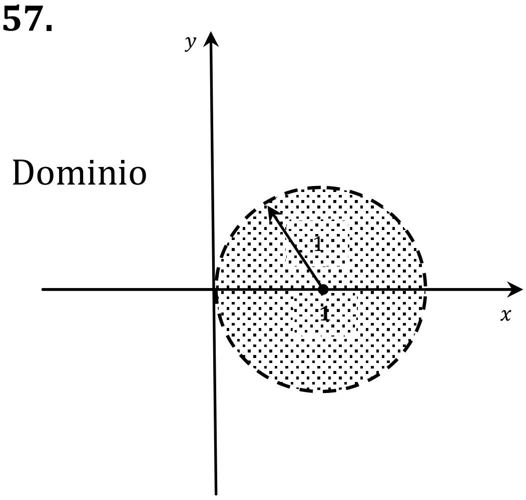
$$(x-3)^2 + (y+1)^2 < 3^2$$

56.



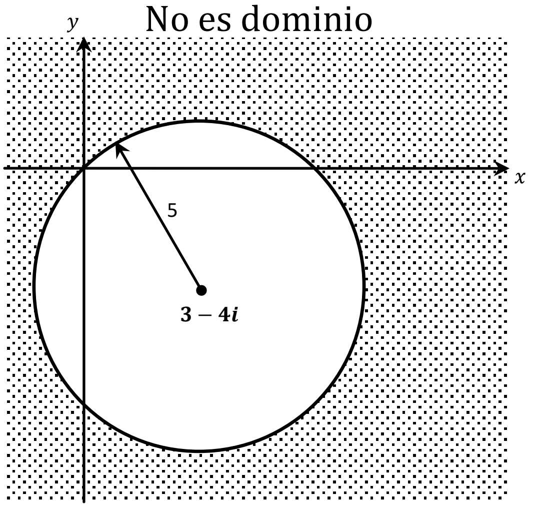
$$\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + y^2 > 2^2$$

57.



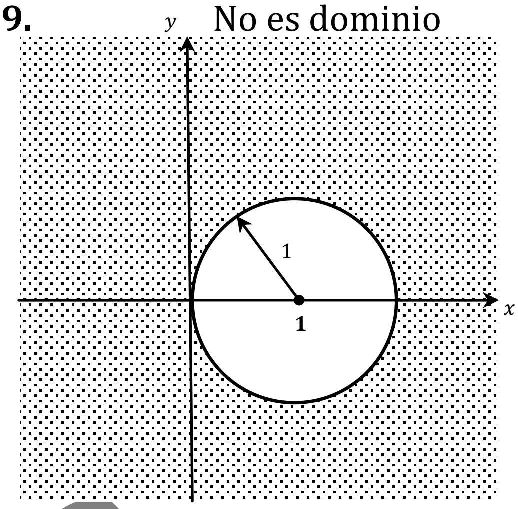
$$(x-1)^2 + y^2 < 1$$

58. No es dominio



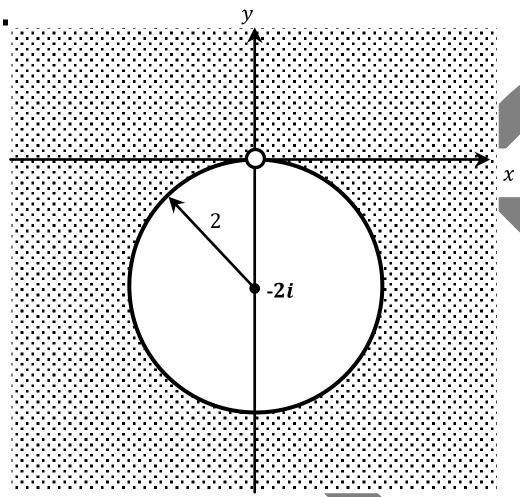
$$(x-3)^2+(y+4)^2 \geq 5^2$$

59. No es dominio



$$(x-1)^2+y^2 \geq 1^2$$

60.



No es dominio

$$x^2+(y+2)^2 \geq 2^2, (x,y) \neq (0,0)$$

FUNCIÓN COMPLEJA Y SU DERIVADA

61. $w = \underbrace{x^2-(y-1)^2}_{u(x,y)} + i\, \underbrace{2x(y-1)}_{v(x,y)}$

62. $w = \underbrace{x^2+y^2}_{u(x,y)} + i\, \underbrace{1}_{v(x,y)}$

63. $w = \underbrace{x-1}_{u(x,y)} + i\, \underbrace{(y+1)}_{v(x,y)}$

64. $w = \underbrace{\frac{x^2-y^2}{(x^2+y^2)^2}}_{u(x,y)} + i\, \underbrace{\left(\frac{2xy}{(x^2+y^2)^2}+1\right)}_{v(x,y)}$

65. $w = \underbrace{x^3-3xy^2}_{u(x,y)} + i\, \underbrace{(3x^2y-y^3)}_{v(x,y)}$

66. $w = \underbrace{\frac{x}{x^2+y^2}+1}_{u(x,y)} + i\, \underbrace{\left(\frac{-y}{x^2+y^2}\right)}_{v(x,y)}$

67. $f(z) = f^*(z,\bar{z}) = \left[\frac{3}{2}(z-\bar{z}) + z\bar{z}\right] i$

68. $f(z) = f^*(z,\bar{z}) = \left(\frac{z^2-\bar{z}^2}{2} + z\bar{z}\right) i$

69. $f(z) = f^*(z,\bar{z}) = \frac{1}{4}\left[(z+\bar{z})^2 - i\,(z-\bar{z})^2\right]$

70. $f(z) = f^*(z,\bar{z}) = z\bar{z}$

71. $D_f = \mathbb{C}$ **72.** $D_f = \mathbb{C} - \{0\}$ **73.** $D_f = \mathbb{C}$

74. $D_f = \mathbb{C}$ **75.** $D_f = \{z \in \mathbb{C} \mid Im(z) \neq 0\}$ **76.** $D_f = \mathbb{C} - \{i, -i\}$

77. $D_f = \mathbb{C}$ **78.** $D_f = \mathbb{C} - \left\{0,1,-1, i, -i, \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\, i, \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\, i\right\}$ **79.** $D_f = \mathbb{C}$

80. f *es derivable sólo en* $z = 1$.

$f^{'}(z) = u_x + iv_x = 2(x-1)e^{(x-1)^2+y^2} + i\,0$ *(válida sólo para* $z = 1 + i0 = 1$*).*

$f^{'}(1) = 0$.

f *no es analítica en ningún dominio ni en punto alguno del plano* z.

81. f *es derivable sólo en* $z = 0$.

$f^{'}(z) = u_x + iv_x = 2x + i\,0$ *(válida sólo para* $z = 0$*)* ; $f^{'}(0) = 0$.

f *no es analítica en ningún dominio ni en punto alguno del plano* z.

82. f *es derivable* en: $\{z \in \mathbb{C} \mid z \neq 0\}$.

$$f^{'}(z) = u_x + iv_x = \frac{y^2 - x^2}{(x^2+y^2)^2} + i\,\frac{2xy}{(x^2+y^2)^2} \quad (\text{válida para } \forall z \neq 0).$$

f *es analítica en el dominio:* $\{z \in \mathbb{C} \mid z \neq 0\}$.

83. f *es derivable sólo en* $z = i$.

$f^{'}(z) = u_x + iv_x = 3x^2 + i\,0$ *(válida sólo para* $z = i$*)* ; $f^{'}(i) = 0$.

f *no es analítica en ningún dominio ni en punto alguno del plano* z.

84. f *es derivable en* $\{z \in \mathbb{C} \mid Re(z) = Im(z)\}$.

$f^{'}(z) = u_x + iv_x = 2x + i\,0$ *(válida sólo para* $\{z \in \mathbb{C} \mid Re(z) = Im(z)\}$*).*

f *no es analítica en ningún dominio ni en punto alguno del plano* z.

85. f *es derivable en* $\mathbb{C}$.

$f^{'}(z) = u_x + iv_x = e^x cos(y) + i\, e^x sen(y) = e^z$ *(válida* $\forall z$*).*

f *es entera (anlítica en todo el plano* z*).*

86. f *es derivable sólo en* $z = 0$.

$f'(z) = u_x + iv_x = y + i\,0$ (*válida sólo para* $z = 0$) ; $f'(0) = 0$.

f *no es analítica en ningún dominio ni en punto alguno del plano* z.

87. f *es derivable sólo en* $z = 0$.

$f'(z) = u_x + iv_x = 2x + i\,2(x + y)$ (*válida sólo para* $z = 0$) ; $f'(0) = 0$.

f *no es analítica en ningún dominio ni en punto alguno del plano* z.

88. f *es derivable en* $\mathbb{C}$.

$f'(z) = u_x + iv_x = 0 + i\,0 = 0$ (*válida* $\forall z$).

f *es entera* (*anlítica en todo el plano* z).

89. f *es derivable en* $\mathbb{C}$.

$f'(z) = u_x + iv_x = 1 + i\,0 = 1$ (*válida* $\forall z$).

f *es entera* (*anlítica en todo el plano* z).

90. f *no es derivable en punto alguno del plano* z.

f *no es analítica en ningún dominio ni en punto alguno del plano* z.

91. f *es derivable en* $\mathbb{C}$.

$f'(z) = u_x + iv_x = 2x + i\,2y = 2(x + iy) = 2z$ (*válida* $\forall z$).

f *es entera* (*anlítica en todo el plano* z).

92. f *no es derivable en punto alguno del plano* z.

f *no es analítica en ningún dominio ni en punto alguno del plano* z.

93. f *es derivable en* $\mathbb{C}$.

$f'(z) = u_x + iv_x = 3x^2 - 3y^2 + i\,6xy = 3(x^2 - y^2 + i2xy) = 3z^2$ (*válida* $\forall z$).

f *es entera* (*anlítica en todo el plano* z).

94. f *es derivable sólo en* $z = -1$.

$f^{'}(z) = u_x + iv_x = 2(x+1) + i\,0$ (*válida sólo para* $z = -1$) ; $\quad f^{'}(-1) = 0$.

f *no es analítica en ningún dominio ni en punto alguno del plano* z.

95. f *es derivable en* $\mathbb{C}$.

$f^{'}(z) = u_x + iv_x = cos(x)cosh(y) - i\,sen(x)senh(y)$ (*válida* $\forall z$).

f *es entera* (*anlítica en todo el plano* z).

96. f *es derivable sólo en* $z = 0$.

$f^{'}(z) = u_x + iv_x = 2x - i\,2y$ (*válida sólo para* $z = 0$) ; $\quad f^{'}(0) = 0$.

f *no es analítica en ningún dominio ni en punto alguno del plano* z.

97. f *es derivable en* $\{z \in \mathbb{C} \mid Im(z) = 0\}$.

$f^{'}(z) = u_x + iv_x = 3x^2 + 2 + i\,6xy$ (*válida sólo para* $\{z \in \mathbb{C} \mid Im(z) = 0\}$).

$f^{'}(x + i0) = 3x^2 + 2$.

f *no es analítica en ningún dominio ni en punto alguno del plano* z.

98. f *es derivable sólo en* $z = i$.

$f^{'}(z) = u_x + iv_x = y + i0$ (*válida sólo para* $z = i$) ; $\quad f^{'}(i) = 1$.

f *no es analítica en ningún dominio ni en punto alguno del plano* z.

99. f *es derivable en* $\mathbb{C}$.

$f^{'}(z) = 2ze^{-z} - (z^2 - 2)e^{-z} = e^{-z}(2 + 2z - z^2)$ (*válida* $\forall z$).

f *es entera* (*anlítica en todo el plano* z).

100. f *es derivable en* $\mathbb{C}$.

$f^{'}(z) = u_x + iv_x = 3 - i1$ (*válida* $\forall z$).

f *es entera* (*anlítica en todo el plano* z).

101. f *no es derivable en punto alguno del plano* z.

f *no es analítica en ningún dominio ni en punto alguno del plano* z.

102. f *es derivable en* $\mathbb{C}$.

$$f'(z) = e^{2z} + 2(z-2i)e^{2z} = (2z+1-4i)e^{2z} \ \ (\text{válida } \forall z).$$

f *es entera (anlítica en todo el plano* z*).*

103. f *es derivable en* $\mathbb{C}$.

$$f'(z) = u_x + iv_x = -e^{-x}\cos(y) + i\, e^{-x}\operatorname{sen}(y) = -e^{-z} \ \ \ (\text{válida } \forall z).$$

f *es entera (anlítica en todo el plano* z*).*

104. f *es derivable en* $\left\{ z \in \mathbb{C} \,\middle|\, Re(z) = \frac{1}{2} \right\}$.

$$f'(z) = u_x + iv_x = 2x + i\,0 \ \ \left(\text{válida sólo para } \left\{ z \in \mathbb{C} \,\middle|\, Re(z) = \frac{1}{2} \right\}\right).$$

$$f'\left(\frac{1}{2} + iy\right) = 1$$

f *no es analítica en ningún dominio ni en punto alguno del plano* z.

105. f *es derivable sólo en* $z = 0$.

$$f'(z) = u_x + iv_x = 3x^2 + y^2 - i\,2xy \ \ (\text{válida sólo para } z = 0)\,; \qquad f'(0) = 0.$$

f *no es analítica en ningún dominio ni en punto alguno del plano* z.

106. f *es derivable en* $\left\{ z \in \mathbb{C} \,\middle|\, Re(z) = \frac{3}{2} Im^2(z) \right\}$.

$$f'(z) = u_x + iv_x = 2x + i\,0 \ \ \left(\text{válida sólo para } \left\{ z \in \mathbb{C} \,\middle|\, Re(z) = \frac{3}{2} Im^2(z) \right\}\right).$$

f *no es analítica en ningún dominio ni en punto alguno del plano* z.

107. f *es derivable sólo en* $z = 0$.

$$f'(z) = u_x + iv_x = -4y + i\,4y \ \ (\text{válida sólo para } z = 0)\,; \qquad f'(0) = 0.$$

f *no es analítica en ningún dominio ni en punto alguno del plano* z.

FUNCIONES ARMÓNICAS

108. Las derivadas parciales de segundo orden de ϕ son continuas en todo el plano pero la ecuación de Laplace se satisface sólo en el conjunto: $\{z \in \mathbb{C} \mid Im(z) = -2Re^2(z)\}$, el cual no constituye un domino, por lo tanto $\phi(x, y)$ no es armónica.

109. ϕ es armónica en todo el plano.

110. ϕ es armónica en todo el plano.

ARMÓNICAS CONJUGADAS

111. u es armónica en todo el plano, $v(x, y) = x^2 + 2y - y^2 + c$.

112. u es armónica en todo el plano, $v(x, y) = -cosh(x)cos(y) + c$.

113. u es armónica en todo el plano, $v(x, y) = -3x^2y + 2y + y^3 + c$.

114. u es armónica en todo el plano, $v(x, y) = 3x^2y - y^3 + c$.

115. u es armónica en todo el plano, $v(x, y) = -\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} + 4y + c$.

116. u es armónica en todo el plano, $v(x, y) = e^x cos(y) + e^y cos(x) + xy + c$.

FUNCIONES ELEMENTALES

117. $w = \underbrace{e^3 \cos(4)}_{u} + i\, \underbrace{e^3 sen(4)}_{v}$

118. $w = \underbrace{e^4 \cos(7)}_{u} + i\left(\underbrace{-e^4 sen(7)}_{v}\right)$

119. $w = \underbrace{\cos(1)}_{u} + i\, \underbrace{sen(1)}_{v}$

120. $w = \underbrace{-1}_{u} + i\, \underbrace{0}_{v}$

121. $w = \underbrace{0}_{u} + i\, \underbrace{1}_{v}$

122. $w = \underbrace{\frac{\sqrt{2}}{2}}_{u} + i\left(\underbrace{-\frac{\sqrt{2}}{2}}_{v}\right)$

123. $w = \underbrace{-e^2}_{u} + i\, \underbrace{0}_{v}$

124. $w = \underbrace{-\frac{\sqrt{2e}}{2}}_{u} + i\, \underbrace{\frac{\sqrt{2e}}{2}}_{v}$

125. $w = \underbrace{\sqrt{e}\, cos\left(\frac{1}{2}\right)}_{u} + i\, \underbrace{\sqrt{e}\, sen\left(\frac{1}{2}\right)}_{v}$

126. $z = \underbrace{ln(2)}_{x} + i\left(\underbrace{\pi + 2k\pi}_{y}\right);\ k \in \mathbb{Z}$

127. $z = \underbrace{ln(\sqrt{2})}_{x} + i\left(\underbrace{-\frac{\pi}{4} + 2k\pi}_{y}\right);\ k \in \mathbb{Z}$

128. $z=\underbrace{\frac{1}{2}}_{x}+i\,\underbrace{k\pi}_{y};\ k\in\mathbb{Z}$

129. $z=\underbrace{0}_{x}+i\,\underbrace{2k\pi}_{y};\ k\in\mathbb{Z}$

130. $z=\underbrace{ln\left(\sqrt{2}\right)}_{x}+i\left(\underbrace{\frac{\pi}{4}+2k\pi}_{y}\right);\ k\in\mathbb{Z}$

131. $z=\underbrace{ln(4)}_{x}+i\left(\underbrace{-\frac{\pi}{2}+2k\pi}_{y}\right);\ k\in\mathbb{Z}$

132. $z=\underbrace{ln(3)}_{x}+i\left(\underbrace{\pi+2k\pi}_{y}\right);\ k\in\mathbb{Z}$

133. $z=\underbrace{\frac{\pi}{4}+2k\pi}_{x}+i\left(\underbrace{-ln\left(\sqrt{2}\right)}_{y}\right);\ k\in\mathbb{Z}$

134. $z=\underbrace{1}_{x}+i\left(\underbrace{\frac{\pi}{2}+2k\pi}_{y}\right);\ k\in\mathbb{Z}$

135. $z=\underbrace{2k\pi}_{x}+i\left(\underbrace{-ln\left(2\pm\sqrt{3}\right)}_{y}\right)=\underbrace{2k\pi}_{x}+i\left(\underbrace{\pm ln\left(2-\sqrt{3}\right)}_{y}\right);\ k\in\mathbb{Z}$

136. $z=\underbrace{0}_{x}+i\left(\underbrace{\pm\frac{\pi}{3}+2k\pi}_{y}\right);\quad k\in\mathbb{Z}$

137. $z=\underbrace{0}_{x}+i\left(\underbrace{\pi+2k\pi}_{y}\right);\ k\in\mathbb{Z}$

138. $z=\underbrace{0}_{x}+i\left(\underbrace{\frac{\pi}{2}+2k\pi}_{y}\right);\ k\in\mathbb{Z}$

139. $z=\underbrace{\pm ln\left(\sqrt{2}+1\right)}_{x}+i\left(\underbrace{\pm\frac{\pi}{2}+2k\pi}_{y}\right);k\in\mathbb{Z}$

140. $z=\underbrace{\pm ln\left(2+\sqrt{3}\right)}_{x}+i\left(\underbrace{\pi+2k\pi}_{y}\right);\ k\in\mathbb{Z}$

141. $z=\underbrace{\frac{\pi}{2}+2k\pi}_{x}+i\left(\underbrace{\pm 4}_{y}\right);\ k\in\mathbb{Z}$

142. $z=\underbrace{\pm\frac{\pi}{2}+2k\pi}_{x}+i\left(\underbrace{\mp 4}_{y}\right);k\in\mathbb{Z}$

143. $z=\underbrace{0}_{x}+i\left(\underbrace{-\frac{\pi}{2}+2k\pi}_{y}\right);k\in\mathbb{Z}$

144. $2k\pi i;\ k\in\mathbb{Z}$

145. πi

146. $\left(k+\frac{1}{4}\right)\pi i;\ k\in\mathbb{Z}$

147. $ln(2)+\left(\frac{\pi}{3}+2k\pi\right)i;\ k\in\mathbb{Z}$

148. $ln\left(2\sqrt{2}\right)-\frac{\pi}{4}i$

149. $1+\left(\frac{\pi}{2}+2k\pi\right)i;\ k\in\mathbb{Z}$

150. $z = \underbrace{-\frac{e}{2}}_{x} + i\underbrace{\frac{e\sqrt{3}}{3}}_{y}$

151. $z = \underbrace{0}_{x} + i\underbrace{1}_{y}$

152. $z = \underbrace{-1}_{x} + i\underbrace{0}_{y}$

153. $z = \underbrace{2}_{x} + i\left(\underbrace{1 + 2k\pi}_{y}\right); k \in \mathbb{Z}$

154. $z = \underbrace{ln\left(\frac{1}{2}\right)}_{x} + i\underbrace{2k\pi}_{y}; k \in \mathbb{Z}$

155. $z = \underbrace{ln|2k\pi|}_{x} + i\left(\underbrace{\frac{k}{|k|}\frac{\pi}{2} + 2n\pi}_{y}\right), k = \pm 1, \pm 2, \cdots; \ n \in \mathbb{Z}$

156. $e^{-\left(\frac{1}{2}+2k\right)\pi} + i0; \ k \in \mathbb{Z}$

157. $2e^{-2k\pi}cos\big(ln(2)\big) + i2e^{-2k\pi}sen\big(ln(2)\big); \ k \in \mathbb{Z}$

158. $e^{-\left(\frac{1}{4}+2k\right)\pi}cos\left(ln(\sqrt{2})\right) + ie^{-\left(\frac{1}{4}+2k\right)\pi}sen\left(ln(\sqrt{2})\right); \ k \in \mathbb{Z}$

159. $e^{(1-8k)\pi}cos\big(ln(4)\big) + ie^{(1-8k)\pi}sen\big(ln(4)\big); \ k \in \mathbb{Z}$

160. $2^{\pi}cos(2k\pi^2) + i2^{\pi}sen(2k\pi^2); \ k \in \mathbb{Z}$

161. $cos(1 + 2k) + isen(1 + 2k); \ k \in \mathbb{Z}$

162. $2e^{-\left(\frac{1}{6}+2k\right)\pi}cos\left(\frac{\pi}{6} + ln(2)\right) + i2e^{-\left(\frac{1}{6}+2k\right)\pi}sen\left(\frac{\pi}{6} + ln(2)\right); \ k \in \mathbb{Z}$

163. $e^{\frac{1}{\pi}}cos\left(\frac{1}{2} + 2k\right) + ie^{\frac{1}{\pi}}sen\left(\frac{1}{2} + 2k\right); \ k \in \mathbb{Z}$

164. $e^{-\left(\frac{1}{2}+2k\right)\pi}cos\big(ln(\pi)\big) + ie^{-\left(\frac{1}{2}+2k\right)\pi}sen\big(ln(\pi)\big); \ k \in \mathbb{Z}$

INTEGRACIÓN EN EL PLANO COMPLEJO

165. $\frac{1}{3} + \frac{5}{3}i$ **166.** $1 - i$ **167.** $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$ **168.** $\frac{16}{5} - 8i$

169. a) $e - 1$ **b)** $e\ cos(1) - e + e\ sen(1)i$ **c)** $e\ cos(1) - 1 + e\ sen(1)i$

170. a) $-i$ **b)** $-\frac{2}{3}i$ **c)** $-\frac{4}{3}i$ **d)** $-\frac{\pi}{2}i$

171. a) $4 + 2\pi i$ **b)** $-4 + 2\pi i$ **c)** $(4 + 2\pi)i$

172. a) 0 **b)** 0

173. $2\pi i$

174. $\pi\big(senh(1) - sen(1)\big) + \pi\big(senh(1) + sen(1)\big)i$

175. $\frac{\pi}{3}$

176. $\frac{2\pi}{3}\big(cosh(2) - cosh(1)\big)i$

177. $\frac{\pi}{3}cosh(3)$

178. $\pi\ sec^2\left(\frac{z_0}{2}\right)i$

179. 0

180. $\frac{2}{9}\pi i$

181. $18\pi i$

182. $-(e-2)\pi i$

183. 2π

184. $\frac{\pi}{16}$

185. $\frac{2\pi}{e}i$

186. $(5cos(1)+4sen(1)-6)\pi i$

187. $\pi senh(2)i$

188. 0

189. $\frac{\pi}{4}i$

190. $\left(\frac{1}{4}-\frac{cosh\left(2\sqrt{2}\right)}{8}\right)\pi i$

191. $-\big(cos(1)+2sen(1)\big)\pi+\big(2cos(1)-sen(1)\big)\pi i$

192. $\left(\frac{1}{128}(e^{2}-9e^{-2})-\frac{1}{32}\right)\pi i$

193. $-e\pi i$

194. $\frac{\pi}{2}$

195. $\frac{\pi}{2}$

196. 0

197. $\frac{\pi}{8}$

198. $\frac{\pi}{2}i$

SERIES DE TAYLOR Y LAURENT

199. $\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^{k+1}}{(2k+1)!}\left(z-\frac{\pi}{2}\right)^{2k+1}$, *válida para* $\left|z-\frac{\pi}{2}\right|<\infty$

200. $\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^{k}\,(z-1)^{k}$, *válida para* $|z-1|<1$

201. $\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)}{2^{k+1}}(z+2)^{k}$, *válida para* $|z+2|<2$

202. $\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^{k}(k+1)\,(z-1)^{k}$, *válida para* $|z-1|<1$

203. $1+2(z-1)+(z-1)^{2}$, *válida* $\forall z\in\mathbb{C}$

204. $\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)}{(2k+1)!}(z-\pi i)^{2k+1}$, *válida para* $|z-\pi i|<\infty$

205. $\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^{k}}{(2k+1)!}z^{2k}$, *válida para* $|z|>0$; $z_0=0$ *punto singular evitable*

$Res\,(f(z),0)=0$

206. $\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^{k}}{(2k+1)!}z^{2k-1}$, *válida para* $|z|>0$; $z_0=0$ *polo de orden* 1

$Res\,(f(z),0)=1$

207. $\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{k!}\left(\frac{3}{z}\right)^{k}$, *válida para* $|z|>0$; $z_0=0$ *punto singular esencial*

$Res\,(f(z),0)=3$

208. $\frac{2}{z+2}+\sum_{k=0}^{\infty}(z+2)^{k}$, *válida para* $0<|z+2|<1$; $z_0=-2$ *polo de orden* 1

$Res\,(f(z),-2)=2$

209. $\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k}{3^{k+1}}(z-3)^{k-2}$, *válida para* $0<|z-3|<3$; $\quad z_0=3$ *polo de orden* 2

$Res\,(f(z),3)=-\frac{1}{9}$

210. $\sum_{k=0}^{\infty}\frac{2^k e^2}{k!}(z-1)^{k-3}$, *válida* $\forall z\neq 1$; $\quad z_0=1$ *polo de orden* 3

$Res\,(f(z),1)=2e^2$

211. $\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k}{(2k+3)!}z^{2k}$, *válida para* $|z|>0$; $z_0=0$ *punto singular evitable*

$Res\,(f(z),0)=0$

212. $\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k}{(2k+1)!}(z+2)^{-2k}+\sum_{k=0}^{\infty}\frac{5(-1)^{k+1}}{(2k+1)!}(z+2)^{-(2k+1)}$, *válida* $\forall z\neq -2$

$z_0=-2$ *punto singular esencial*

$Res\,(f(z),-2)=-5$

213. $\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{(k+1)!}z^k$, *válida para* $|z|>0$; $\quad z_0=0$ *punto singular evitable*

$Res\,(f(z),0)=0$

214. $-\frac{1}{z^3}+\frac{3}{z^2}-\frac{1}{z}+\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^{k+1}}{(2k+3)!}z^{2k}$, *válida para* $|z|>0$; $z_0=0$ *polo de orden* 3

$Res\,(f(z),0)=-1$

215. a) $\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{3}\right)^{k+1}z^k+\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^{k+1}}{2}\frac{1}{z^k}$, *serie de Laurent válida para*

$1<|z|<3$

b) $\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^k(3^{k-1}-1)}{2}\frac{1}{z^k}$, *serie de Laurent válida para* $|z|>3$

c) $\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k}{2^{k+1}}(z+1)^{k-1}$, *serie de Laurent válida para* $0<|z+1|<2$

d) $\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k}{2}\left(1-\frac{1}{3^{k+1}}\right)z^k$, *serie de Taylor válida para* $|z|<1$

216. a) $\sum_{k=0}^{\infty}(-1)z^{k-1}$, *serie de Laurent válida para* $0<|z|<1$

b) $\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{z^{k+2}}$, *serie de Laurent válida para* $|z|>1$

c) $\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k(z-1)^{k-1}$, *serie de Laurent válida para* $0<|z-1|<1$

d) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(z-1)^{k+2}}$, *serie de Laurent válida para* $|z-1| > 1$

e) $\sum_{k=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^{k+1} (z-2)^k + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{(z-2)^k}$, *serie de Laurent válida para* $1 < |z-2| < 2$

217. a) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)}{3^{k+1}} z^{k-1}$, *serie de Laurent válida para* $0 < |z| < 3$

b) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{3^{k+1}} (z-3)^{k-1}$, *serie de Laurent válida para* $0 < |z-3| < 3$

c) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{3}\left(-\frac{1}{4}\right)^{k+1} (z-4)^k + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{3} \frac{1}{(z-4)^k}$, *serie de Laurent válida para* $1 < |z-4| < 4$

218. a) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)}{2^{k+1}} z^k + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)}{z^k}$, *serie de Laurent válida para* $1 < |z| < 2$

b) $\sum_{k=0}^{\infty} (-1)(z-1)^{k-1}$, *serie de Laurent válida para* $0 < |z-1| < 1$

219. a) $\frac{1}{3(z+1)} + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-2)}{3^{k+2}} (z+1)^k$, *serie de Laurent válida para* $0 < |z+1| < 3$

b) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)}{3(2^k)} z^k + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{3z^k}$, *serie de Laurent válida para* $1 < |z| < 2$

220. a) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(1+i)^{k+1}} (z-i)^k$, *serie de Taylor válida para* $|z-i| < \sqrt{2}$

b) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1-i)^k}{(z-i)^{k+1}}$, *serie de Laurent válida para* $|z-i| > \sqrt{2}$

221. a) $\sum_{k=0}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{2^k}\right) z^k$, *serie de Taylor válida para* $|z| < 1$

b) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)}{2^k} z^k + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)}{z^k}$, *serie de Laurent válida para* $1 < |z| < 2$

c) $\sum_{k=0}^{\infty} (2^k - 1) z^{-k}$, *serie de Laurent válida para* $|z| > 2$

222. $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)}{2^{k+1}} (z-1)^{k-2}$, *serie de Laurent válida para* $0 < |z-1| < 2$

223. $\frac{1}{z} + \sum_{k=0}^{\infty} 9z^k$, *serie de Laurent válida para* $0 < |z| < 1$

224. $\frac{3}{z}+\sum_{k=0}^{\infty}(-4)z^k$ *, serie de Laurent válida para* $0<|z|<1$

CEROS, POLOS Y RESIDUOS

225. f tiene ceros de orden $n=1$ en $z=\dfrac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

226. f tiene ceros de orden $n=1$ en $z=i2k\pi, k=\pm1,\pm2,\ldots$

227. f tiene un cero de orden $n=4$ en $z=0$, y tiene ceros de orden $n=1$ en $z=k\pi$, $k=\pm1,\pm2,\ldots$

228. f tiene un cero de orden $n=1$ en $z=1$.

229. f tiene un cero de orden $n=4$ en $z=1$, y un cero de orden $n=2$ en $z=i$.

230. f tiene un cero de orden $n=3$ en $z=1$ y ceros de orden $n=2$ en $z=k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

231. f tiene un polo de orden $n=2$ en $z=2$ y un polo de orden $n=1$ en $z=3$.

232. f tiene polos de orden $n=1$ en $z=\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ y en $z=\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

233. f tiene polos de orden $n=2$ en $z=k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

234. f tiene un polo de orden $n=2$ en $z=0$.

235. f tiene un polo de orden $n=1$ en $z=0$.

236. f tiene un polo de orden $n=4$ en $z=0$ y polos de orden $n=1$ en $z=\frac{\pi}{2}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

237. $Res(f(z),-1)=-2\ \ (polo\ de\ orden\ 1)$

238. $Res\left(f(z),\dfrac{\pi}{2}+k\pi\right)=-1, k\in\mathbb{Z}\ \ (polos\ de\ orden\ 1)$

239. $Res(f(z),-1)=\dfrac{1}{4},\quad Res(f(z),1)=-\dfrac{1}{4}\quad (polos\ de\ orden\ 2)$

240. $Res\left(f(z),e^{i\frac{\pi}{6}}\right)=\dfrac{1}{6}-i\dfrac{\sqrt{3}}{6}, Res\left(f(z),e^{i\frac{5\pi}{6}}\right)=\dfrac{1}{6}+i\dfrac{\sqrt{3}}{6}, Res\left(f(z),e^{i\frac{3\pi}{2}}\right)=-\dfrac{1}{3}$ $(polos\ de\ orden\ 1)$

241. $Res(f(z),i2k\pi)=1,\ k\in\mathbb{Z}\ \ (polos\ de\ orden\ 1)$

242. $Res\left(f(z),\frac{\pi}{2}+k\pi\right)=(-1)^{k+1}\left(\frac{\pi}{2}+k\pi\right),\ k\in\mathbb{Z}\ \ (polos\ de\ orden\ 1)$

243. $Res(f(z),0)=4 \quad (polo\ de\ orden\ 4)$

244. $Res(f(z),0)=-\frac{1}{2} \quad (polo\ de\ orden\ 1)$

245. $Res(f(z),0)=6 \quad (polo\ de\ orden\ 1)$

246. $Res(f(z),\pm i)=-\frac{1}{\pi}\ \ (polos\ de\ orden\ 1),\ \ Res(f(z),1)=\frac{1}{2}\ \ (polo\ de\ orden\ 1)$

CÁLCULO DE INTEGRALES APLICANDO EL MÉTODO DE LOS RESIDUOS

247. $2\pi i$ **248.** $-2\pi i$ **249.** 0 **250.** $\frac{\pi}{e}i$

251. $\frac{\pi}{3}i$ **252.** $-2\pi i$ **253.** 0 **254.** $8\pi i$

255. $\left(2\pi+\frac{8}{\pi}e^{-\frac{\pi}{2}}\right)i$ **256.** $-\pi i$ **257.** $\frac{\pi}{2}i$ **258.** $1-\pi i$

259. $-4\pi i$ **260.** $-\pi i$ **261.** $\frac{2}{3}\pi$ **262.** $\frac{\sqrt{5}}{5}\pi$

263. $\frac{2}{3}\pi$ **264.** $\frac{\pi}{20}$ **265.** $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$ **266.** $\sqrt{2}\pi$

267. $\frac{5}{27}\pi$ **268.** $\frac{\pi}{8}$ **269.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi$ **270.** $\frac{3}{8}\pi$

271. π **272.** $\frac{5}{32}\pi$ **273.** $\frac{\pi}{4}$ **274.** $\frac{\pi}{2}$

275. π **276.** $\sqrt{2}\pi$ **277.** $\frac{\pi}{12}$ **278.** $\frac{\pi}{200}$

279. $\frac{5}{16}\pi$ **280.** $-\frac{\pi}{5}$ **281.** $\frac{\pi}{2}e^{-6}$ **282.** $\frac{3}{4}\pi e^{-6}$

283. $\frac{\pi}{2}e^{-1}$ **284.** $\frac{\pi}{2}e^{-2\pi}$ **285.** $-\frac{2\pi\sqrt{3}}{3}e^{-\frac{\sqrt{3}}{2}}sen\left(\frac{1}{2}\right)$

286. $\frac{\pi}{2}e^{-\frac{\sqrt{2}}{2}}sen\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ **287.** $\frac{\sqrt{2}\pi}{16}e^{-2\sqrt{2}}\left(cos(2\sqrt{2})+sen(2\sqrt{2})\right)$ **288.** $\frac{\pi}{2}e^{-20}$

289. $\frac{\pi}{3}e^{-3}\left(e^{\frac{3}{2}}cos\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)+\sqrt{3}e^{\frac{3}{2}}sen\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)-1\right)$ **290.** $\frac{3\pi}{2}e^{-1}$

291. $\frac{2\sqrt{3}\pi}{9}e^{-3}cos(2\sqrt{3})$ **292.** $-\pi e^{-2\pi}$

SERIES TRIGONOMÉTRICAS DE FOURIER

293. $f(x)\sim\frac{3}{4}+\frac{1}{2\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{(-1)^n-1}{n}\right)sen(nx)$

294. $f(x)\sim\frac{\pi}{2}+\frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{(-1)^n-1}{n^2}\right)cos(nx)$

295. $f(x) \sim \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1-(-1)^n}{n}\right) sen(nx)$

296. $f(x) \sim \frac{2}{\pi}+\frac{2}{\pi}\sum_{n=2}^{\infty}\left(\frac{1+(-1)^n}{1-n^2}\right) cos(nx)$

297. $f(x) \sim 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n} sen(nx)$

298. $f(x) \sim \frac{2senh(\pi)}{\pi}\left[\frac{1}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^2+1}\left(cos(nx)-nsen(nx)\right)\right]$

299. $f(x) \sim 1+\frac{6}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1-(-1)^n}{n}\right) sen\left(\frac{n\pi}{3}x\right)$

300. $f(x) \sim \frac{2}{3}+\frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\left[2sen\left(\frac{n\pi}{3}\right)cos\left(\frac{n\pi}{3}x\right)+\left(cos\left(\frac{n\pi}{3}\right)-(-1)^n\right)sen\left(\frac{n\pi}{3}x\right)\right]$

301. $f(x) \sim 3-\frac{16}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}sen\left(\frac{n\pi}{4}\right)cos(n\pi x)$

302. $f(x) \sim \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\left(cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)-(-1)^n\right)sen(nx)$

303. $f(x) \sim \frac{\pi}{2}+\frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1-(-1)^n}{n^2}\right)cos(nx)$

304. $f(x) \sim \frac{3}{4}+\frac{4}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)-1}{n^2}\right)cos\left(\frac{n\pi}{2}x\right)$

305. $f(x) \sim \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2sen\left(\frac{n\pi}{2}\right)-(-1)^n n\pi}{n^2}\right)sen\left(\frac{n}{2}x\right)$

306. $f(x) \sim \frac{2}{\pi}+\frac{4}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{(-1)^n}{1-4n^2}\right)cos(2nx)$

$$\textbf{307.}\ f(x)\sim\frac{3}{4}+\frac{4}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)-(-1)^n}{n^2}\right)cos\left(\frac{n\pi}{2}x\right)$$

$$\textbf{308.}\ f(x)\sim\frac{1}{3}+\frac{4}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^2}cos(n\pi x)$$

$$\textbf{309.}\ f(x)\sim\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2((-1)^n-1)}{\pi n^2}\right)cos(nx)+\left(\frac{1-(-1)^n}{n}\right)sen(nx)$$

$$\textbf{310.}\ f(x)\sim\frac{32}{\pi^3}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{(-1)^n(2-n^2\pi^2)-2}{n^3}\right)sen\left(\frac{n\pi}{4}x\right)$$

$$\textbf{311.}\ f(x)\sim-\frac{\pi}{8}+\frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)+n\pi sen\left(\frac{n\pi}{2}\right)-1}{n^2}\right)cos(nx)$$

$$\textbf{312.}\ f(x)\sim\frac{2\pi^2}{3}+4\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{(-1)^{n+1}}{n^2}\right)cos(nx)$$

$$\textbf{313.}\ f(x)\sim\frac{4}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n\pi cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)-2sen\left(\frac{n\pi}{2}\right)}{n^2}\right)sen\left(\frac{n\pi}{4}x\right)$$

$$\textbf{314.}\ f(x)\sim\frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2-(-1)^n(\pi+2)}{n}\right)sen(nx)$$

$$\textbf{315.}\ f(x)\sim\frac{1}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n\pi cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)-4sen\left(\frac{n\pi}{2}\right)-n\pi((-1)^n-2)}{n^2}\right)sen\left(\frac{n}{2}x\right)$$

$$\textbf{316.}\ f(x)\sim\frac{2}{\pi^3}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{(6-n^2\pi^2)(-1)^n}{n^3}\right)sen(n\pi x)$$

$$\textbf{317.}\ f(x)\sim2\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2+(-1)^n-2cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)-cos\left(\frac{n\pi}{4}\right)}{n}\right)sen(nx)$$

$$\textbf{318.}\ f(x)\sim\frac{1}{2}+\frac{2}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1-(-1)^n}{n^2}\right)cos(n\pi x)$$

TRANSFORMADA DE LAPLACE

319. $y(t) = -3senh(2t)$

320. $y(t) = 2 - 2cos(t) + 3sen(t)$

321. $y(t) = \left(-\frac{1}{2}t - \frac{5}{4}\right)e^{-t} + \frac{1}{4}e^{t}$

322. $y(t) = 3e^{\frac{1}{3}t}$

323. $y(t) = \frac{3}{10}senh(t) - \frac{1}{10}sen(3t)$

324. $y(t) = \frac{1}{5}cosh(t) - \frac{1}{5}cos(2t)$

325. $y(t) = \frac{1}{5}e^{3t} - e^{-t} + \frac{4}{5}e^{-2t}$

326. $y(t) = 1 + t - cos(t) - sen(t)$

327. $y(t) = 2cos(t) + 2(t-1)e^{t}$

328. $y(t) = \left(\frac{10}{9}t - \frac{2}{27}\right)e^{3t} + \frac{1}{9}t + \frac{2}{27}$

329. $y(t) = \frac{13}{12}e^{t} - \frac{9}{8}e^{-t} + \frac{1}{24}e^{-5t}$

330. $y(t) = 3e^{t} + 2e^{-t} - 2e^{2t} + 2t + 3$

331. $y(t) = -\frac{4}{17}e^{\frac{t}{2}}sen(2t) + \frac{8}{17}e^{t} - \frac{8}{17}$

332. $y(t) = \frac{1}{8}cosh(2t) - \frac{1}{4}t^{2} - \frac{1}{8}$

333. $y(t) = \frac{1}{26}e^{4t} - \frac{1}{13}e^{2t}cos(3t) + \frac{1}{26}$

334. $y(t) = -\frac{1}{15}e^{2t}cos(3t) - \frac{1}{30}e^{2t}sen(3t) + \frac{5}{12}e^{-t} + \frac{13}{20}e^{t} - 1$

335. $y(t) = (4t+4)e^{2t} - 7e^{t}$

336. $y(t) = \frac{1}{9} + \frac{1}{3}e^{3t} - \frac{4}{9}cos(3t) - \frac{1}{3}sen(3t)$

337. $y(t) = \frac{12}{11} cosh\left(\sqrt{2}\, t\right) - \frac{1}{11} cos(3t) - 1$

338. $y(t) = \left(\frac{2}{3} - t\right) e^{-2t} - \frac{3}{4} e^{-3t} + \frac{1}{12} e^{t}$

339. $y(t) = \frac{3}{5} e^{-t} + \frac{1}{5} e^{t} sen(t) - \frac{3}{5} e^{t} cos(t)$

340. $y(t) = -\frac{3}{20} cos(2t) - \frac{1}{20} sen(2t) - \frac{3}{5} e^{-t} + \frac{1}{2} e^{-2t} + \frac{1}{2} t - \frac{3}{4}$

341. $y(t) = \frac{1}{2} sen(3t) + \frac{9}{4} e^{-t} - \frac{5}{4} e^{t}$

342. $y(t) = t^2 + t$