Facultad de ingeniería - Universidad Católica de Córdoba -

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA
GUÍA DE ACTIVIDADES PRÁCTICAS

Parte 1

Unidades 1, 2, 3 y 4

2023

Introducción

Esta asignatura se estructura como un curso introductorio, donde esperamos tomar contacto con las problemáticas de la disciplina, comprender sus fundamentos y procedimientos básicos, e iniciar el desarrollo de actitudes que estimulen el empleo de estas herramientas en la solución de problemas reales. El programa incluye los aspectos fundamentales del estudio de una variable sujeta al azar, luego introduce métodos que permiten analizar la relación entre dos o más variables, y se completa analizando aplicaciones en ingeniería.

Programa de la asignatura

Contenidos

UNIDAD 1: ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA Introducción. Definición de Poblaciones y Muestras. Datos Estadísticos. Etapas en la Investigación Científica. Clasificación. Tabulación. Descripción de los resultados. Generalización e Inferencia Final. Datos Estadísticos. Tablas Estadísticas. Distribuciones Unidimensionales. Atributos y Tablas de Contingencia. Representaciones Graficas. Parámetros y Estadísticos de las Distribuciones de Frecuencia Medidas de Posición. Medidas de Dispersión o de Concentración.

UNIDAD 2: ELEMENTOS DEL CÁLCULO DE PROBABILIDADES Experimento aleatorio. Espacio muestral. eventos. enfoque clásico, frecuentita. Definición axiomática de la probabilidad. Regla aditiva y multiplicativa. Eventos complementarios, independientes. Probabilidad condicional. Modelos probabilísticos basados en probabilidades condicionales probabilidades compuesta o total y teorema de Bayes.

UNIDAD 3: VARIABLES ALEATORIAS. FUNCIONES DE PROBABILIDAD Distribución de Probabilidades. Variable Aleatoria. Funciones de Probabilidad. Los Parámetros en las Distribuciones de Probabilidad.

UNIDAD 4: MODELOS DE DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD Distribuciones para variables aleatorias discretas: Binaria, Binomial, Poisson, Hipergeométrica. Distribuciones para variables aleatorias continuas: Normal Uso de tablas.

UNIDAD 5: TEORÍA DEL MUESTREO. ESTIMACIÓN Generalidades del Muestreo. Razones y Bases Teóricas. Procedimientos para la selección de la Muestra: aleatorios simple, estratificado y conglomerado. Distribuciones en el muestreo: Teorema del límite central (distribucion de la media muestral) distribucion t. Chi cuadrado y distribucion F. Estimacion puntual e intervalar. Propiedades de los buenos estimadores, estimación por intervalos para media (solo con distribucion t) y varianza.

UNIDAD 6: PRUEBA DE HIPÓTESIS Introducción al concepto de prueba de hipotesis. Hipotesis nula y alternativa. Decisión. Consecuencias de la toma de decisiones (confianza, potencia EI, EII) Prueba para la media y la varianza de una poblacion y prueba de hipotesis para dif de medias (independientes y apareadas) y cocientes de varianza.

UNIDAD 7: CORRELACIÓN Y REGRESIÓN LINEAL SIMPLE. Correlacion lineal de Pearson y pruebas de hipotesis para el coeficiente correlacional poblacional. Regresion lineal simple. Métodos de minimos cuadrados. Prueba de hipótesis para la pendiente. Supuestos.

Bibliografía

De lectura obligatoria:

WALPOLE, MYERS, MYERS, YE. Probabilidad y Estadísticas para Ingeniería y Ciencias. Octava Edición. Editorial PEARSON Educación. México 2007. Capítulo 1 al capítulo 12.

De consulta:

MILLER, FREUND y JOHNSON. Probabilidad y Estadística para Ingenieros. México. Editorial PrenticeHall. 1997. Capítulos 1 a 12 inclusive. HUNTSBERGER y BILLINGSLEY. Elementos de estadística inferencial. México. Editorial Compañía Editorial Continental. 1983. Capítulos 1 a 12.

MENDENHALL, WACKERLY y SCHEAFFER. Estadística matemática con aplicaciones. México. Grupo Editorial Iberoamérica. 1994.

WILLIARN MENDENHALL, ROBERT J. BEAVER, BARBARA M. BEAVER. Introducción a la Probabilidad y Estadística. México. Editorial THOMSON. Primera edición AÑO 2003.

Metodología de trabajo

Dictado de una clase teórica semanal de 120 minutos. Una clase semanal de trabajos prácticos de 120 minutos de duración. En la clase teórica, se utiliza la exposición dialogada usándose presentaciones en Power Point. Luego de introducirlos en el tema se buscan ejemplos pertinentes dentro del ámbito de la ingeniería. En las clases prácticas se exponen la guía de ejercicios usándose el programa estadístico INFOSTAT. El docente pauta con indicaciones generales como se resuelven y luego se hace la puesta en común.

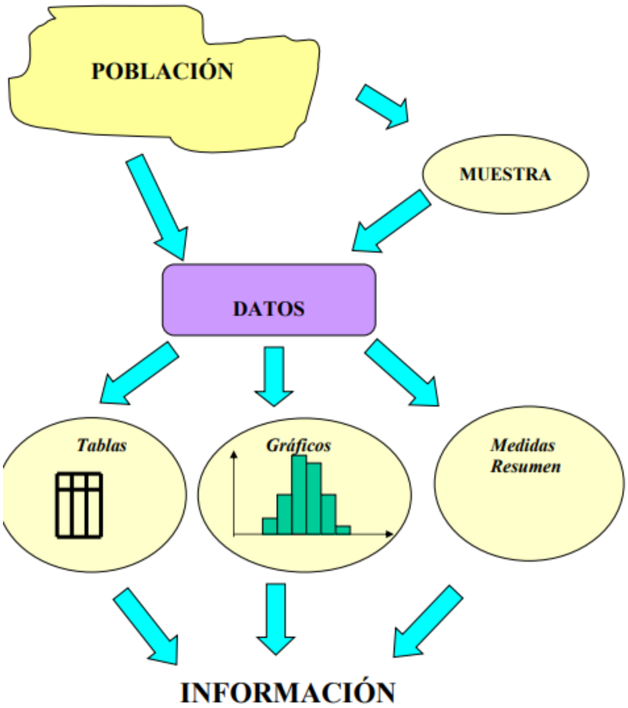
Evaluación

Condicion para obtener la regularidad: Asistencia mínima del 60% a las clases teóricas, y un 80% a las clases prácticas. Aprobar dos parciales con hasta una recuperación (mínimo 4 para aprobar) y con un promedio no inferior a 4 puntos.

Condiciones para obtener la promoción: Asistencia mínima del 60% a las clases teóricas, y un 80% a las clases prácticas. Promedio de 7 con un mínimo de 6 en cada parcial sin recuperar.

Unidad 1: ESTADISTICA DESCRIPTIVA

Esquema Conceptual.



Objetivos:

- Diferenciar los conceptos de población y muestra, e identificar los elementos que la componen.
- Reconocer los diferentes tipos de datos estadísticos, y seleccionar las herramientas de análisis pertinentes en cada caso.
- Describir el comportamiento de los datos: elaborar tablas de frecuencias y gráficos, calcular cantidades estadísticas que describan las principales propiedades de los datos.
- Interpretar la utilidad de las herramientas descriptivas.
- Analizar los resultados del análisis e identificar patrones de comportamiento en los datos.
- Elaborar conclusiones sobre la población en estudio.
- Emplear la información estadística para la toma de decisiones.

Contenidos:

- Conceptos de población y muestra.
- Unidades de observación.
- Datos cualitativos y cuantitativos.
- Agrupamiento de datos en tablas de frecuencias.
- Gráficos: tipos, elaboración, interpretación.
- Medidas analíticas: cálculo e interpretación.

Actividades

Cuestionario Teórico

1. En estadística se manejan los conceptos de población y de muestra. ¿Qué se entiende por población? ¿Qué elementos pueden formar parte de una población?
2. ¿Qué es una muestra? ¿Cómo se pueden armar muestras representativas de la población en estudio? ¿Qué propiedades debe reunir una muestra?
3. Resuma los tipos de datos con que se pueden trabajar. Especificar cuál es la diferencia entre ellos.
4. ¿Cómo se pueden organizar los datos cualitativos? ¿Qué tipo de análisis estadístico se puede realizar con este tipo de datos? ¿Cuáles son las limitaciones en el tratamiento de este tipo de datos?
5. ¿Cómo se pueden organizar los datos cuantitativos? ¿Cuál es el procesamiento posible para este tipo de datos? ¿Qué diferencias se pueden encontrar entre el tratamiento de variables discretas y continuas?
6. En el procesamiento de datos cuantitativos se pueden utilizar medidas de ubicación, de dispersión o de forma. Explicar qué tipo de información brinda cada una.

Ejercicios prácticos

1. En el proceso de control final de tanques de combustible para automóviles, se realiza una prueba para verificar la estanqueidad del recipiente. Suponga que estas observaciones se organizan del siguiente modo: se observan cien tanques consecutivos y se registra la cantidad de depósitos que pierden; luego se observan otras cien unidades y nuevamente se registra el número de tanques con pérdidas. De este modo, se inspeccionan sesenta muestras aleatorias y se obtienen los siguientes valores.

4	2	1	7	2	0	5	4	3	5
2	4	4	1	1	2	4	1	5	4
3	2	3	4	4	6	5	5	2	2
3	4	4	4	2	6	2	5	6	4
1	2	0	4	5	3	1	3	5	4
2	3	3	5	5	9	4	5	4	3

   a. Analizar qué tipos de datos son estos.
   b. Construir una Tabla de Frecuencias y elaborar un gráfico adecuado que permita visualizar esta información.
   c. Calcular las principales medidas que resuman toda la información contenida en estos datos

2. Mediante un muestreo aleatorio simple se registran las siguientes mediciones para el tiempo de secado (en horas) de cierta marca de pintura esmaltada.

   3.4; 2.5; 4.8; 2.9; 3.6; 2.8; 3.3; 5.6; 3.7; 2.8; 4.4; 4.0; 5.2; 3.0; 4.8

   a. ¿Qué tipo de datos se analizan?
   b. ¿Cuál es el tamaño de la muestra anterior?
   c. Calcule la media de la muestra para estos datos.

- **d.** Calcule la mediana de la muestra.
- **e.** Represente estos datos gráficamente

3. En un estudio realizado por el Departamento de Ingeniería Mecánica se compararon las varillas de acero que abastecen dos compañías diferentes y se registraron sus medidas de flexibilidad. Los datos son los siguientes:

Compañía A: 9.3; 8.8; 6.8; 8.7; 8.5; 6.7; 8.0; 6.5; 9.2; 7.0

Compañía B: 11.0; 9.8; 9.9; 10.2; 10.1; 9.7; 11.0; 11.1; 10.2; 9.6

- **a.** Realice una tabla comparativa con las medidas de resumen para cada compañía
- **b.** Grafique los datos para las dos compañías en la misma línea y explique su conclusión respecto de las diferencias entre las compañías.

4. Se desea comparar el rendimiento alcanzado en un curso de capacitación por los operarios de los turnos Mañana y Tarde de una cierta empresa constructora. Para ello se dispone de un sistema de puntuación de 0 a 100. Para cada operario se obtienen las siguientes puntuaciones. Utilice **infostat** para el análisis de estos datos.

Turno Mañana							Turno Tarde						
63	55	68	83	71	65	56	76	79	54	91	72	48	47
54	47	55	75	81	73	69	53	79	67	56	62	57	49
68	69	73	34	76	61	69	54	48	58	59	59	56	47
59	59	66	46	43	72	64	51	52	69	62	69	52	71
79	54	92	69	57	75	73	38	59	66	60	71	71	73
72	82	48	67	71	64	65	64	69	60	67	57	95	53
36	49	89	59	66	62	49	81	79	64	62	83	64	59
55							45						

- **a.** Calcular las principales medidas que resuman toda la información contenida en estos datos
- **b.** Represente gráficamente esta información

5. Los siguientes datos son las mediciones del diámetro de 36 cabezas de remache en milímetros, utilice **infostat** para resumir y representar gráficamente la información contenida en estos datos:

6.72; 6.77; 6.82; 6.70; 6.78; 6.70; 6.62; 6.75; 6.66; 6.66; 6.64; 6.76; 6.73; 6.80; 6.72; 6.76; 6.76; 6.68; 6.66; 6.62; 6.72; 6.76; 6.70; 6.78; 6.76; 6.67; 6.70; 6.72; 6.74; 6.81; 6.79; 6.78; 6.66; 6.76; 6.76; 6.72

- **a.** Calcule la media y la desviación estándar de la muestra.
- **b.** Construya un histograma de frecuencias relativas para estos datos.

6. Los siguientes datos muestran 80 mediciones de la emisión diaria (en toneladas) de óxido de azufre de una planta industrial:

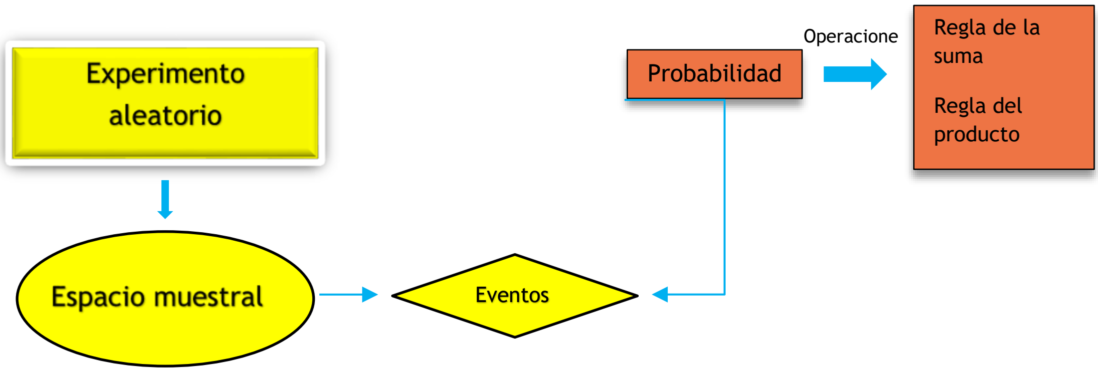
15.8 ; 26.4 ; 17.3 ; 11.2 ; 23.9 ; 24.8 ; 18.7 ; 13.9 ; 9.0 ; 13.2 22.7 ; 9.8 ; 6.2 ; 14.7 ; 17.5 ; 26.1 ; 12.8 ; 28.6 ; 17.6 ; 23.7 26.8 ; 22.7 ; 18.0 ; 20.5 ; 11.0 ; 20.9 ; 15.5 ; 19.4 ; 16.7 ; 10.7 19.1 ; 15.2 ; 22.9 ; 26.6 ; 20.4 ; 21.4 ; 19.2 ; 21.6 ; 16.9 ; 19.0 18.5 ; 23.0 ; 24.6 ; 20.1 ; 16.2 ; 18.0 ; 7.7 ; 13.5 ; 23.5 ; 14.5 14.4 ; 29.6 ; 19.4 ; 17.0 ; 20.8 ; 24.3 ; 22.5 ; 24.6 ; 18.4 ; 18.1 8.3 ; 21.9

; 12.3 ; 22.3 ; 13.3 ; 11.8 ; 19.3 ; 20.0 ; 25.7 ; 31.8 25.9 ; 10.5 ; 15.9 ; 27.5 ; 18.1 ; 17.9 ; 9.4 ; 24.1 ; 20.1 ; 28.5

Describir la muestra utilizando convenientemente los conceptos estudiados. Utilice **Infostat**

UNIDAD 2: PROBABILIDAD

Esquema conceptual



Objetivos:

- Definir e interpretar los conceptos de experimento aleatorio, espacio muestral y eventos.
- Interpretar el concepto de probabilidad.
- Reconocer las formas de asignación y las propiedades de la probabilidad.
- Operar aritméticamente con probabilidades para resolver situaciones problemáticas.
- Aplicar esos conocimientos y habilidades para el análisis de problemas reales.

Contenidos:

- Conceptos de experimento aleatorio, espacio muestral y eventos.
- Definición de probabilidad.
- Propiedades y axiomas de probabilidad.
- Asignación de probabilidades.
- Operaciones con probabilidades.

Actividades

Cuestionario teórico

1. ¿Qué se entiende por experimento aleatorio? Explique en qué consiste el espacio muestral de un experimento aleatorio. ¿Qué es un suceso (o evento)?
2. ¿Cómo se puede definir el concepto de probabilidad? ¿Cuáles son sus propiedades?
3. Explique de qué manera se pueden asignar probabilidades, y cuál es la regla general de asignación.
4. Explique qué significa afirmar que dos sucesos sean:
   - Excluyentes
   - Independientes
   - Complementarios
5. ¿En qué consisten las reglas de la suma y del producto de probabilidades? ¿Para qué se utilizan?

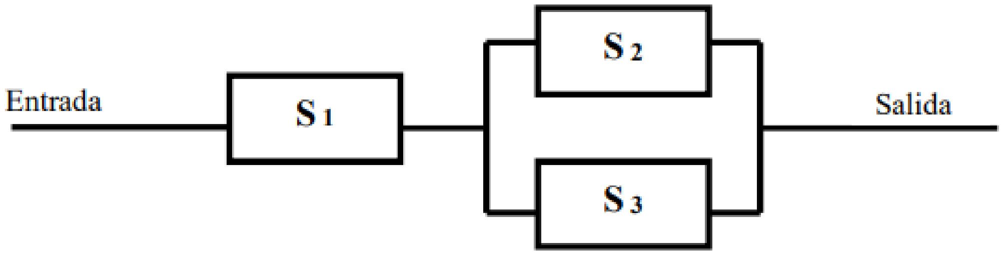
6. ¿Cómo afecta la regla de la suma el hecho de que los eventos sean excluyentes o no excluyentes?
7. ¿Cómo afecta la regla de la multiplicación el hecho de que los eventos sean dependientes o independientes?
8. Elabore una definición de probabilidad condicional, y explique cómo se calcula.

Ejercicios prácticos

1. Liste los elementos de cada uno de los siguientes espacios muestrales:
   a. el conjunto de números enteros entre 1 y 50 que son divisibles entre 8
   b. el conjunto S = {x | x2 + 4x – 5 = 0}
   c. el conjunto de resultados cuando se lanza una moneda al aire hasta que aparecen una cruz o tres caras
   d. el conjunto S = (x | x es un continente)
   e. el conjunto S = {x | 2x – 4 ≥ 0 y x < 1}
2. Luego de la instalación de dos ascensores A y B en una nueva edificación, la probabilidad que en un cierto momento funcione el ascensor A es de 0,90, la probabilidad de que funcione B es de 0,80; la probabilidad que funcionen los dos de manera independiente es 0,72. ¿Cuál es la probabilidad de que un día cualquiera no se deba subir por la escalera?
3. En una caja hay diez piezas, de las cuales siete son Buenas (B) y las restantes son Defectuosas (D). Se extraen dos piezas, sucesivamente y sin reposición. Determinar la Probabilidad de que:
   a. las dos sean buenas.
   b. la 1º sea buena y la 2º defectuosa.
   c. la 1º sea defectuosa y la 2º buena.
   d. las dos sean defectuosas.
   e. Listar todos los eventos compuestos del punto anterior y verificar que la suma de sus probabilidades sea uno.
   f. Calcular la Probabilidad de que la primera pieza sea Buena y comparar con la Probabilidad Marginal del resultado Buena.
   g. Calcular la Probabilidad de que la segunda pieza sea Buena y comparar con la Probabilidad Marginal del resultado Buena.
4. En muchas áreas industriales es común que se utilicen máquinas para llenar las cajas de productos. Esto ocurre tanto en la industria de comestibles como en otras que fabrican productos de uso doméstico, como los detergentes. Dichas máquinas no son perfectas y, de hecho, podrían cumplir las especificaciones de llenado de las cajas (A), llenarlas por debajo del nivel especificado (B) o rebasar el límite de llenado (C). Por lo general, lo que se busca evitar es la práctica del llenado insuficiente. Sea P(B) = 0.001, mientras que P(A) = 0.990. Determine:
   a. La P(C).
   b. ¿Cuál es la probabilidad de que la máquina no llene de manera suficiente?
   c. ¿Cuál es la probabilidad de que la máquina llene de más o de menos?
5. Una fábrica se abastece de dos fuentes de energía, denominadas A y B. La probabilidad de que la fuente A funcione es de 0.97, que funcione B es 0.985, y que funcionen ambas simultáneamente es de 0.965. Responder:
   a. ¿Son independientes ambas fuentes de abastecimiento? Justificar.

   b. ¿Cuál es la probabilidad de que funcione la fuente B sabiendo que está funcionando A?

6. La confiabilidad o fiabilidad (R) se define como la probabilidad de que un sistema funcione adecuadamente durante un período dado en su aplicación prevista. La siguiente figura esquematiza un sistema constituido por tres componentes tales que, el sistema cumple adecuadamente con su objetivo si funciona el dispositivo S1 y alguno de los dispositivos S2 o S3. Con base en lo anterior y los valores de fiabilidad de cada dispositivo, calcule la fiabilidad del sistema de la figura sabiendo que: R(S1) = 0.8 R(S2) = 0.6 R(S3) = 0.9

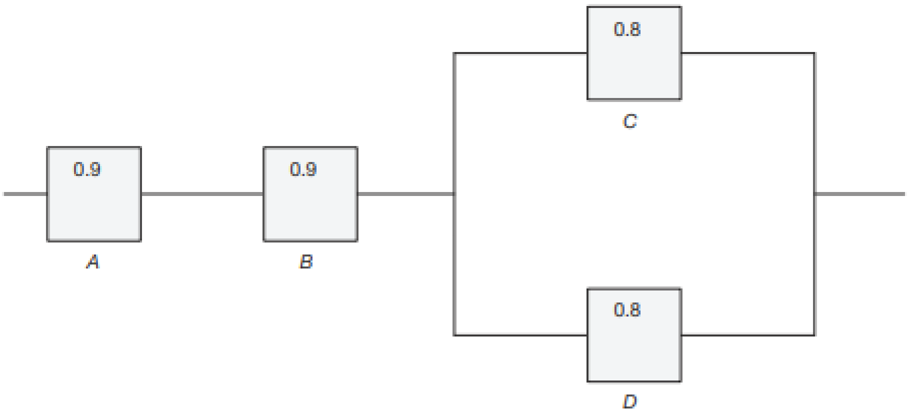


7. Sean A y B dos eventos asociados con la calidad de una aleación de polímetros utilizados como aislantes térmicos. Se sabe que P(A) = 0.4 y que P(A∪B) = 0.7. Calcular la probabilidad del suceso B, bajo las siguientes condiciones:

   a. Los sucesos son excluyentes.

   b. Los sucesos son independientes.

8. Un sistema eléctrico consta de cuatro componentes, como se ilustra en la fi gura El sistema funciona si los componentes A y B funcionan, y si funciona cualquiera de los componentes C o D. La confiabilidad (probabilidad de que funcionen) de cada uno de los componentes también se muestra en la figura.



Calcule:

a. la probabilidad de que el sistema completo funcione

b. La probabilidad de que el componente C no funcione, dado que el sistema completo funciona. Suponga que los cuatro componentes funcionan de manera independiente

9. Tres máquinas de cierta planta de ensamble, B1, B2 y B3, montan 30%, 45% y 25% de los productos, respectivamente. Se sabe por experiencia que 2%, 3% y 2% de los productos ensamblados por cada máquina, respectivamente, tienen defectos. Ahora bien, suponga que se selecciona de forma aleatoria un producto terminado. ¿Cuál es la probabilidad de que esté defectuoso?

10. Con referencia al ejemplo 9, si se elige al azar un producto y se encuentra que está defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido ensamblado con la máquina B3?

11. La siguiente es una clasificación, según el género y el nivel de escolaridad, de una muestra aleatoria de 200 adultos.

Escolaridad	Hombre	Mujer
Primaria	38	45
Secundaria	28	50
Universidad	22	17

Si se elige una persona al azar de este grupo, ¿cuál es la probabilidad de que:

- **a.** la persona sea hombre, dado que su escolaridad es de secundaria?
- **b.** la persona no tenga un grado universitario, dado que es mujer?

12. En un experimento para estudiar la relación que existe entre el hábito de fumar y la hipertensión arterial se reúnen los siguientes datos para 180 individuos:

	No fumadores	Fumadores moderados	Fumadores empedernidos
H	21	36	30
SH	48	26	19

donde las letras H y SH de la tabla representan Hipertensión y Sin hipertensión, respectivamente. Si se selecciona uno de estos individuos al azar, calcule la probabilidad de que la persona:

- **a.** sufra hipertensión, dado que es una fumadora empedernida
- **b.** no fume, dado que no padece hipertensión.

13. Para parejas casadas que viven en cierto suburbio, la probabilidad de que el esposo vote en un referéndum es 0.21, la probabilidad de que vote la esposa es 0.28 y la probabilidad de que ambos voten es 0.15. ¿Cuál es la probabilidad de que:

- a. al menos uno de los miembros de la pareja casada vote?
- b. una esposa vote, dado que su esposo vota?
- c. un esposo vote, dado que su esposa no vota?

14. La probabilidad de que el jefe de familia esté en casa cuando llame el representante de marketing de una empresa es 0.4. Dado que el jefe de familia está en casa, la probabilidad de que la empresa le venda un producto es 0.3. Encuentre la probabilidad de que el jefe de familia esté en casa y compre productos de la empresa.

15. La probabilidad de que un doctor diagnostique de manera correcta una enfermedad específica es 0.7. Dado que el doctor hace un diagnóstico incorrecto, la probabilidad de que el paciente entable una demanda legal es 0.9. ¿Cuál es la probabilidad de que el doctor haga un diagnóstico incorrecto y el paciente lo demande?

16. En la producción de la corona de una caja de cambio para automóvil, las operaciones fundamentales son:

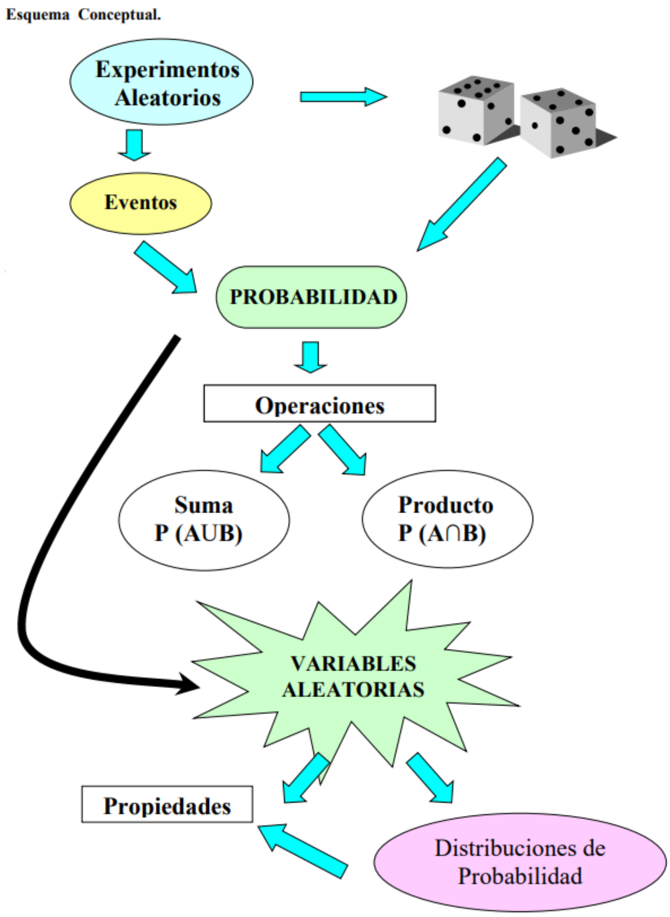
- Dentado: en la cual se crean los dientes cortando el acero;

- Afeitado: donde se logra la terminación de la pieza, asegurando características como diámetro, hélice, envolvente, separación entre dientes, excentricidad, etc.

La probabilidad de encontrar una pieza que no cumpla con las especificaciones técnicas (No conformidad (NC) como consecuencia de problemas en el dentado es 0,05, en tanto que por fallas de afeitado asciende a 0,12. Por otra parte, la probabilidad que la pieza presente defectos en las dos operaciones es de 0,03.

a. Determinar la probabilidad que una pieza se considere No Conforme por alguno de esos dos motivos.
b. Determinar la probabilidad que falle el afeitado, dado que ha fallado el dentado.
c. ¿Son independientes los dos tipos de no conformidad?

UNIDAD 3: VARIABLES ALEATORIAS



Objetivos:

- Definir e interpretar el concepto de variable aleatoria.
- Identificar la distribución de probabilidades de una variable aleatoria.
- Determinar esperanza y varianza de una variable aleatoria.
- Aplicar esos conocimientos y habilidades para el análisis de problemas reales.

Contenidos:

- Conceptos de variable aleatoria, distribución de probabilidades y propiedades de la misma.
- Variables aleatorias discretas y continuas.
- Esperanza y varianza de una variable aleatoria.

Actividad

Cuestionario Teórico

1. ¿Qué es una variable aleatoria? ¿Qué representa la distribución de probabilidades de una variable aleatoria?
2. ¿Cuál es la diferencia entre las variables aleatorias discretas y continuas? ¿Cómo es la representación gráfica de c/u?

3. ¿Cuáles son las propiedades de una función de probabilidad? ¿Y de una función de densidad de probabilidad?
4. ¿Qué es la función de distribución acumulada? ¿Para qué se utiliza? ¿Cómo se la calcula?
5. ¿De qué manera se puede caracterizar el comportamiento de una variable aleatoria (o de su distribución de probabilidades)?
6. Explique cómo se calcula el valor esperado y la varianza de una variable aleatoria. Indique qué significado tiene cada una de esas cantidades estadísticas. Analice, además, las propiedades de la esperanza y la varianza.

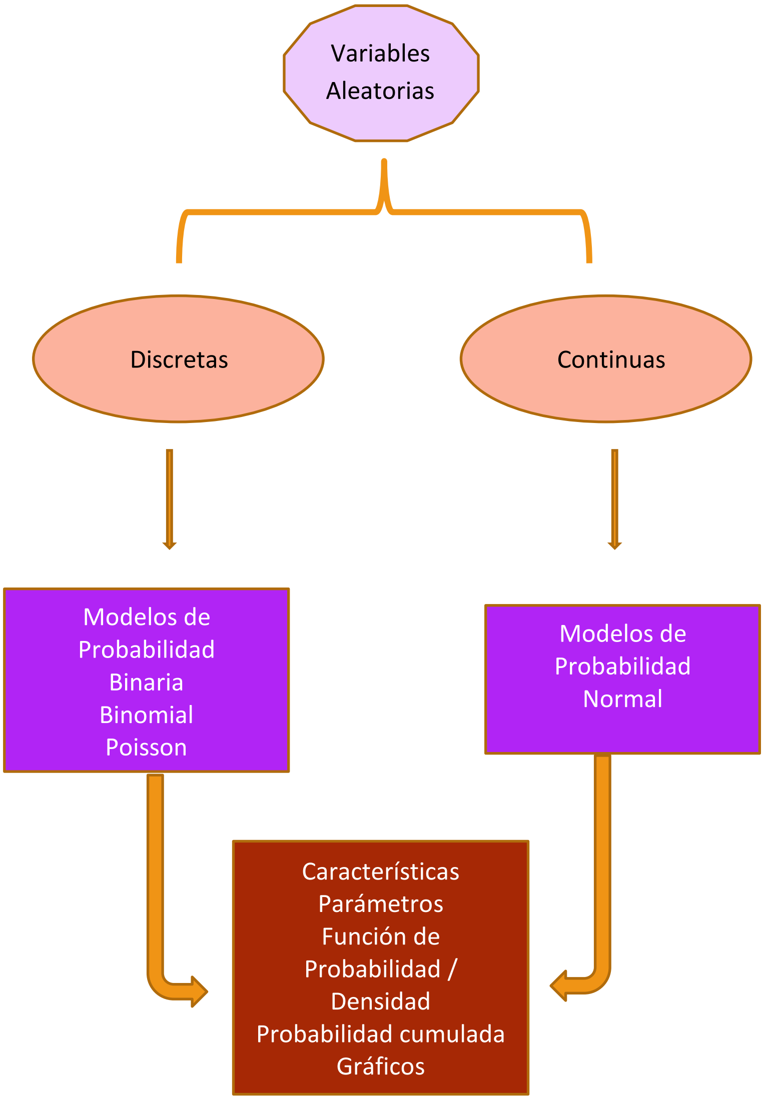
Ejercicios Prácticos

1. En cierto distrito de la ciudad se establece que la causa del 75% de todos los robos es la necesidad de dinero para comprar drogas. Calcule la probabilidad de que entre los siguientes cinco casos de robo que se reporten en este distrito,
   a. exactamente 2 sean resultado de la necesidad de dinero para comprar drogas
   b. a lo sumo 3 resulten de la necesidad de dinero para comprar drogas.
2. Un destacado médico afirma que el 70% de las personas con cáncer de pulmón son fumadores empedernidos. Si su aseveración es correcta,
   a. calcule la probabilidad de que, de 10 de estos pacientes, que ingresaron recientemente a un hospital, menos de la mitad sean fumadores empedernidos.
   b. Calcule la probabilidad de que, de 20 de estos pacientes, que ingresaron recientemente a un hospital, menos de la mitad sean fumadores empedernidos.
3. De acuerdo con un estudio publicado por un grupo de sociólogos de la Universidad de Massachusetts, aproximadamente 60% de los consumidores de Valium en el estado de Massachusetts empezaron a consumirlo a causa de problemas psicológicos. Calcule la probabilidad de que, entre los siguientes 8 consumidores entrevistados de este estado,
   a. exactamente 3 comenzaron a consumir Valium por problemas psicológicos
   b. al menos 5 comenzaron a consumir Valium por problemas que no fueron psicológicos.
4. Al probar cierta clase de neumático para camión en un terreno accidentado, se encuentra que el 25% de los camiones no completan la prueba de recorrido sin pinchaduras. De los siguientes 15 camiones probados, calcule la probabilidad de que:
   a. de 3 a 6 tengan pinchaduras
   b. menos de 4 tengan pinchaduras
   c. más de 5 tengan pinchaduras.
5. La probabilidad de que un paciente se recupere de una delicada operación de corazón es 0.9. ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente 5 de los siguientes 7 pacientes intervenidos sobrevivan?
6. Sea el experimento consistente en arrojar dos monedas y ver la cara expuesta. Especifique el espacio muestral de este experimento. Se define la variable aleatoria X: Número de caras en dos lanzamientos. Determinar la distribución de probabilidades de X y confeccionar el gráfico de la función de probabilidad.

7. Calcular la Función de Distribución Acumulada para la variable aleatoria del ejercicio anterior. Calcular la probabilidad de que se obtengan menos de dos caras en los dos lanzamientos de la moneda, y que se obtenga al menos 1 cara.
8. Tres máquinas funcionan en paralelo. La probabilidad de que una máquina cualquiera no funcione es de 0,30. Se define la variable aleatoria X: Nº de máquinas paradas en un instante dado. a. Determinar la distribución de probabilidades de dicha variable y calcular las probabilidades de que en un instante cualquiera haya paradas menos de dos máquinas. que haya paradas dos ó más máquinas; que haya paradas una ó dos máquinas. b. Calcular el valor esperado y la varianza de la variable. Interpretar resultados.
9. Se desea usar la función f(x)=a.x2 definida para $0 \leq x \leq 1$ como función de densidad de probabilidad. Determinar el valor de la constante a y calcular la función de distribución acumulada.
10. Una compañía que realiza perforaciones para agua, evalúa los resultados obtenidos para los pozos realizados con una calificación que va entre cero (fracaso total) y uno (éxito total). En base a experiencias previas se ha determinado que la v.a. “X: calificación asignada a un pozo” se puede modelar mediante la siguiente f.d.p.: f(x) = 2x para $0 \leq x \leq 1$.
    - **a.** Determinar si f(x) cumple con las condiciones de una función de densidad de probabilidad.
    - **b.** En caso afirmativo, dibujar e interpretar la forma de dicha función.
    - **c.** Determinar la función de distribución acumulada.
    - **d.** Calcular la probabilidad de que una calificación sea menor a 0,9, que sea mayor a 0,9, y que esté entre 0,6 y 0,9. e. Calcular el valor esperado y la varianza de la variable. Interpretar

UNIDAD 4: MODELOS DE PROBABILIDAD

Esquema Conceptual



Objetivos:

- Identificar la variable aleatoria en los distintos problemas
- Identificar el modelo de probabilidades más adecuado y sus parametros
- Calcular Esperanza y Varianza de las variables aleatorias según el modelo de probabilidad seleccionado
- Emplear los modelos para calcular probabilidades a la variable en estudiada

Contenidos:

- Distribuciones especiales de probabilidades
- Modelos para variables discretas: Binomial y Poisson
- Modelos para variables continuas: Normal
- Teorema del límite central.

Actividades

Cuestionario Teórico

1. ¿Qué se entiende por modelo o distribución de probabilidad de una variable aleatoria? Elaborar una opinión sobre los motivos por los cuáles se trabaja con modelos y no con las verdaderas distribuciones de las variables.
2. Elabore una tabla que resuma las principales características de los modelos Binomial, Poisson, Hipergeométrico y Normal
3. ¿Qué es la funcion de distribucion de probabilidad? ¿En qué tipo de variables aleatorias se utiliza? Mencione ejemplos
4. ¿Qué es una función de probabilidad acumulada? ¿Qué propiedades debe cumplir?
5. ¿Qué es una funcion de densidad? ¿En qué tipo de variables aleatorias se utiliza? Mencione ejemplos
6. ¿Qué es una funcion de densidad acumulada? ¿Qué propiedades debe cumplir?

Ejercicios Prácticos

1. El 10% de las llantas que produce una fábrica resultan con defectos. Si de la producción se forma un lote de diez unidades seleccionadas al azar. Encontrar respuestas a las siguientes cuestiones:
   a. ¿Cuál es la variable de interés?
   b. ¿Puede ser representada mediante el modelo Binomial? Justifique su respuesta.
   c. Indicar a que se considera "éxito" y cuál es su probabilidad. d) Calcular es la probabilidad que:
   - Haya exactamente dos llantas defectuosas.
   - Ninguna esté defectuosa.
   - Haya más de 2 defectuosas.

   d. Determinar la esperanza y varianza de la variable
   e. Analizar si la asimetría es positiva o negativa
2. Una empresa fabricante de neumáticos para automóvil reporta que el 20% de las piezas que le compra a su distribuidor están ligeramente manchadas. Si se compran al azar 10 de estos neumáticos al distribuidor,
   a. ¿Cuál es la variable aleatoria para esta situación? ¿Qué valores puede tomar?
   b. ¿cuál es la probabilidad de que exactamente 3 estén manchados?
   c. ¿Cuál es la probabilidad de que haya entre 2 y 5 piezas manchadas
   d. Calcule esperanza y varianza para la variable aleatoria definida en a.
3. Una máquina sufre, en promedio, 3 desperfectos por mes que obligan a su detención para realizar reparaciones.
   a. Especificar cuál es la variable en estudio y proponer un modelo de probabilidades que permita representarla. Justifique claramente su elección.
   b. Calcular:
   - La probabilidad de que durante un mes cualquiera no sufra ninguna detención.
   - La probabilidad de que durante un mes cualquiera sufra al menos una detención.
   - La probabilidad de que durante un mes cualquiera sufra entre 1 y 3 detenciones (ambos valores incluidos).

- La probabilidad de que en dos meses sufra 5 detenciones

4. Al probar cierta clase de neumático para camión en un terreno accidentado, se encuentra que el 25% de los camiones no completan la prueba de recorrido sin pinchaduras. De los siguientes 15 camiones probados, defina la variable aleatoria en estudio y calcule la probabilidad de que:
   a. de 3 a 6 tengan pinchaduras
   b. menos de 4 tengan pinchaduras
   c. más de 5 tengan pinchaduras
   d. calcule esperanza y varianza para esta variable aleatoria
5. Un estudio de un inventario determina que, en promedio, el número de veces al día que se solicita un artículo específico en un almacén es 5. ¿Cuál es la probabilidad de que en un día determinado este artículo se pida
   a. más de 5 veces?
   b. ninguna vez?
6. En cierto cruce ocurren, en promedio, 3 accidentes de tránsito al mes.
   a. ¿Cuál es la variable aleatoria en estudio?
   b. ¿Cuál es la probabilidad de que en cualquier determinado mes en este crucero ocurran exactamente
   - 5 accidentes?
   - menos de 3 accidentes?
   - al menos 2 accidentes?

   c. ¿Cuál es la esperanza y la varianza de esta variable aleatoria?
7. Un software procesador de texto comete, en promedio, dos errores de procesamiento por página.
   a. ¿Cuál es la probabilidad encontrar 4 o más errores en 4 paginas?
   b. ¿Cuál es la probabilidad de ningún error en 4 paginas?
8. En un precinto policial, se estudian las llamadas recibidas por hora y se tienen los siguientes datos promedios:
   - Promedio por hora: 180 llamadas
   - Promedio por minuto: 3 llamadas
   - Promedio por segundo: 1/20 llamadas

   a. Establecer qué tipo de variable se estudia, qué mide y cuál es su recorrido.
   b. Proponer un modelo de probabilidades que permita representar esta variable. Justificar detalladamente la elección.
   c. Proponer valores adecuados para los parámetros del modelo.
   d. Determinar la probabilidad que se reciban exactamente 2 llamadas en 1 minuto.
   e. Determinar la probabilidad que se reciban más de 2 llamadas en un minuto.
   f. Hallar E(X) y V(X).
   g. Determinar la probabilidad que se reciban exactamente 2 llamadas en 4 minutos.
9. Un fabricante de automóviles se preocupa por una falla en el mecanismo de freno de un modelo específico. En raras ocasiones la falla puede causar una catástrofe al manejarlo a alta velocidad. La distribución del número de automóviles por año que experimentará la catástrofe es una variable aleatoria de Poisson con $\lambda = 5$.
   a. ¿Cuál es la probabilidad de que, a lo sumo, 3 automóviles por año de ese modelo específico sufran una catástrofe?
   b. ¿Cuál es la probabilidad de que más de un automóvil por año experimente una catástrofe?

10. Los cambios en los procedimientos de los aeropuertos requieren una planeación considerable. Los índices de llegadas de los aviones son factores importantes que deben tomarse en cuenta. Suponga que los aviones pequeños llegan a cierto aeropuerto, de acuerdo con un proceso de Poisson, con una frecuencia de 6 por hora. De esta manera, el parámetro de Poisson para las llegadas en un periodo de horas es $\mu = 6t$.
    - **a.** ¿Cuál es la probabilidad de que lleguen exacta¤mente 4 aviones pequeños durante un periodo de una hora?
    - **b.** ¿Cuál es la probabilidad de que lleguen al menos 4 durante un periodo de una hora?
    - **c.** Si definimos un día laboral como de 12 horas, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 75 aviones pequeños lleguen durante un día laboral?
11. Se supone que el número de clientes que llegan por hora a ciertas instalaciones de servicio automotriz sigue una distribución de Poisson con media $\lambda = 7$.
    - **a.** Calcule la probabilidad de que lleguen más de 10 clientes en un periodo de dos horas.
    - **b.** ¿Cuál es el número medio de llegadas durante un periodo de 2 horas?
12. Se selecciona al azar un comité de 3 personas a partir de 4 Ingenieros civiles y 2 ingenieros mecánicos. Escriba una fórmula para la distribución de probabilidad de la variable aleatoria X que representa el número de ingenieros civiles en el comité. Calcule $P(2 \leq X \leq 3)$.
13. De un lote de 10 misiles, se seleccionan 4 al azar y se disparan. Si el lote contiene 3 misiles defectuosos que no pueden dispararse, ¿cuál es la probabilidad de que
    - **a.** los 4 puedan dispararse?
    - **b.** a lo sumo fallen 2?
14. Una empresa está interesada en evaluar su procedimiento de inspección actual para embarques de 50 artículos idénticos. El procedimiento consiste en tomar una muestra de 5 artículos y aceptar el embarque si no se encuentran más de 2 defectuosos. ¿Qué proporción de embarques con 20% de artículos defectuosos se aceptará?
15. Dada una distribución normal estándar, calcule el área bajo la curva que está
    - **a.** a la izquierda de $z = -1.39$
    - **b.** a la derecha de $z = 1.96$
    - **c.** entre $z = -2.16$ y $z = -0.65$
    - **d.** a la izquierda de $z = 1.43$
    - **e.** a la derecha de $z = -0.89$
    - **f.** entre $z = -0.48$ y $z = 1.74$
16. Calcule el valor de z si el área bajo una curva normal estándar,
    - **a.** a la derecha de z es 0.3622
    - **b.** a la izquierda de z es 0.1131
    - **c.** entre 0 y z, con $z > 0$, es 0.4838
    - **d.** entre $-z$ y z, con $z > 0$, es 0.9500
17. Dada una distribución normal con $\mu = 30$ y $\sigma = 6$, calcule,
    - **a.** el área de la curva normal a la derecha de $x = 17$
    - **b.** el área de la curva normal a la izquierda de $x = 22$
    - **c.** el área de la curva normal entre $x = 32$ y $x = 41$
    - **d.** el valor de x que tiene 80% del área de la curva normal a la izquierda
    - **e.** los dos valores de x que contienen 75% central del área de la curva normal.

18. Dada la variable X normalmente distribuida con una media de 18 y una desviación estándar de 2.5, calcule:
   a. $P(X < 15)$
   b. el valor de k tal que $P(X < k) = 0.2236$
   c. el valor de k tal que $P(X > k) = 0.1814$
   d. $P(17 < X < 21)$.

19. De acuerdo con el teorema de Chebyshev, la probabilidad de que cualquier variable aleatoria tome un valor dentro de 3 desviaciones estándar de la media es de al menos 8/9. Si se sabe que la distribución de probabilidad de una variable aleatoria X es normal con media μ y varianza σ^2 ¿cuál es el valor exacto de $P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma)$?

20. Una máquina expendedora de bebidas gaseosas se regula para que sirva un promedio de 200 mililitros por vaso. Si la cantidad de bebida se distribuye normalmente con una desviación estándar igual a 15 mililitros,
   a. ¿qué fracción de los vasos contendrá más de 224 mililitros?
   b. ¿cuál es la probabilidad de que un vaso contenga entre 191 y 209 mililitros?
   c. ¿cuántos vasos probablemente se derramarán si se utilizan vasos de 230 mililitros para las siguientes 1000 bebidas?
   d. ¿por debajo de qué valor obtendremos el 25% más bajo en el llenado de las bebidas?

21. El diámetro interior del anillo de un pistón terminado se distribuye normalmente con una media de 10 centímetros y una desviación estándar de 0.03 centímetros.
   a. ¿Qué proporción de anillos tendrá diámetros interiores que excedan 10.075 centímetros?
   b. ¿Cuál es la probabilidad de que el anillo de un pistón tenga un diámetro interior de entre 9.97 y 10.03 centímetros?
   c. ¿Por debajo de qué valor del diámetro interior caerá el 15% de los anillos de pistón?

22. Un estudio analiza el porcentaje de pureza del oxígeno de cierto proveedor. Suponga que la media fue de 99.61, con una desviación estándar de 0.08. Suponga que la distribución del porcentaje de pureza es normal.
   a. ¿Qué porcentaje de los valores de pureza esperaría que estuvieran entre 99.5 y 99.7?
   b. ¿Qué valor de pureza esperaría que excediera exactamente 5% de la población?

23. En un Laboratorio se controla un espesante celulósico para ello, se prepara una solución al 1% del espesante en agua y se le agregan unas gotas de amoníaco ya que su pH óptimo es mayor a 8. Luego se procede a medir su viscosidad en un roto-viscosímetro, la cual tiene distribución Normal con una media de 20 poises y un desvío de 2 poises. No se aprueba el espesante celulósico si su viscosidad es inferior a 18 poises o superior a 22 poises ya que no cumpliría con los parámetros considerados aceptables. Determine la probabilidad de aceptar el espesante.

24. Se regula una máquina despachadora de refrescos para que el contenido de cada vaso tenga distribución Normal con media 200 ml. y con un desvío de 15 ml. Determinar:
   a. ¿Qué proporción de vasos tendrán más de 224 ml.?
   b. ¿Qué proporción de vasos tendrán más de 195 ml.?
   c. ¿Cuál es la probabilidad de que un vaso contenga entre 191 y 215 ml.?
   d. ¿Cuál es la probabilidad de que un vaso contenga entre 180 y 195 ml.?

- **e.** Si se utilizan vasos de 230 ml. ¿Cuántos vasos se derramarán en los próximos 1000 despachos?
- **f.** Determinar un contenido x1 tal que el 80% de los vasos contengan más de esa cantidad.
- **g.** Determinar un contenido x2 tal que el 99% de los vasos contengan menos de esa cantidad. h) Determinemos dos valores de contenido x1 y x2 (simétricos respecto a la media) tal que el 95% de los vasos están comprendidos entre esos extremos.

25. Se estudia una máquina que llena bolsas de cemento y para ello se define la variable aleatoria X: contenido de una bolsa. Sabiendo que X tiene distribución Normal, con media 50 Kg. y desvío 0.5 Kg. Determinar:

- **a.** La probabilidad de que una bolsa contenga menos de 51 Kg.
- **b.** La probabilidad de que una bolsa contenga más de 51 Kg.
- **c.** La probabilidad de que una bolsa contenga entre 49.25 y 49.75 Kg.
- **d.** La probabilidad de que una bolsa contenga entre 49 y 51 Kg.
- **e.** Si un 20 % de las bolsas contienen más de x1 Kg. Hallar el valor de x1.
- **f.** Calcular los contenidos x2 y x3, valores simétricos con respecto a la media que encierran un 50 % de la distribución.