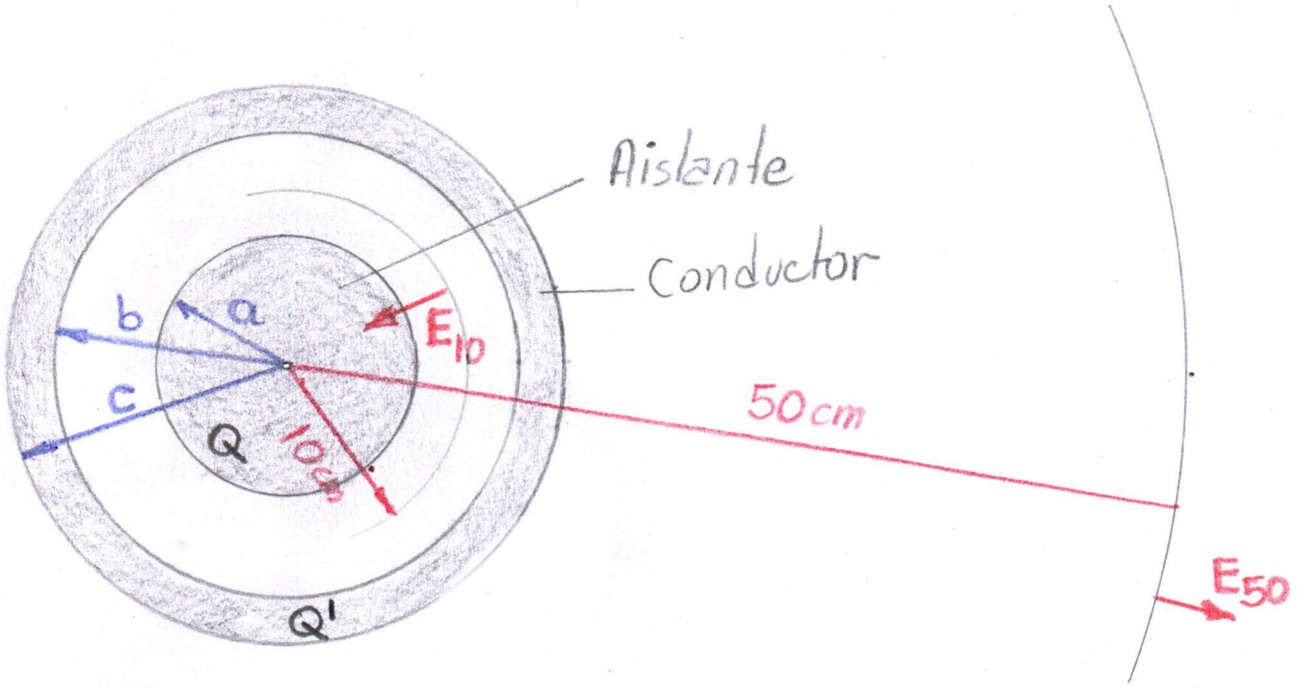
1) Un cascarón esférico conductor de radio interno **b=20 (cm)** y radio externo **c=25 (cm)** es concéntrico con una esfera sólida aislante de radio **a=5 (cm)**. Suponga que un campo eléctrico en un punto a **10 (cm)** del centro tiene una magnitud de **3600 (N/C) radialmente hacia adentro,** mientras que el campo en un punto **a 50 (cm)** del centro tiene una magnitud de **200 (N/C) radialmente hacia afuera**. Encuentre

a) la carga sobre la esfera aislante

b) la carga neta sobre la esfera conductora hueca

c) la carga total en las superficies internas y externas, respectivamente, de la esfera conductora hueco



$$\phi_c = \oiint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \|\vec{E}\| \cdot \oiint \|d\vec{A}\| \cos\theta = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$\oiint \|d\vec{A}\| = \text{Area} = 4\pi R^2$$

$\vec{E}_{10}$ $\vec{A}_{10}$ $\qquad \theta = 180^\circ \qquad \cos\theta = -1$

$\vec{E}_{50}$ $\vec{A}_{50}$ $\qquad \theta = 0^\circ \qquad \cos\theta = 1$

$R = 0{,}10\,(m)$

$$\|\vec{E}_{10}\| \cdot 4\pi \cdot 0{,}10^2 \cdot \cancel{\cos 180}^{-1} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$Q = -4\pi\, 0{,}10^2 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 3600 =$$

$$Q = -4 \cdot 10^{-9}\,(C)$$

$R = 0{,}50\,(m)$ $\qquad \|\vec{E}_{50}\| \cdot 4\pi \cdot 0{,}50^2 \cdot \cancel{\cos}\, 0 = \dfrac{Q+Q'}{\varepsilon_0}$

$$Q + Q' = 4\pi\, 0{,}50^2\ 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 200$$

$$Q' = 5{,}56 \cdot 10^{-9} - Q$$

$$= 5{,}56\ 10^{-9} - (-4 \cdot 10^{-9})$$

$$Q' = 9{,}56 \cdot 10^{-9}\,(C)$$

$0 < R < a$ $\qquad$ Ya se demostro en el problema 3.8

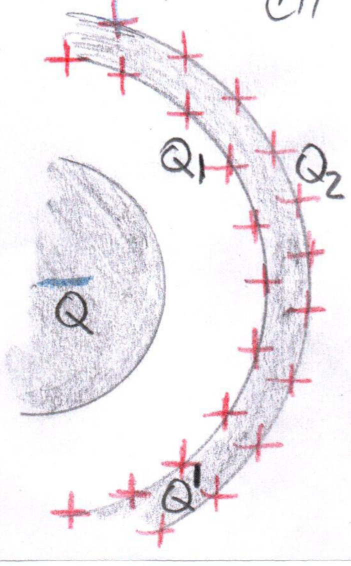
$$\|\vec{E}\| = \frac{|\rho| \cdot R}{3\,\varepsilon_0} = \frac{|Q| \cdot R}{\frac{4}{\cancel{3}}\pi \cdot 0{,}05^3 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot \cancel{3}}$$

$$= 287{,}738 \cdot 10^3 \cdot R = 287{,}738 \cdot 10^3 \cdot 0{,}05 =$$

$$\|\vec{E}\|\Big|_{R=0{,}05\,m} = 14{,}387 \cdot 10^3\,(N/C)$$

$b < R < c$ $\qquad q_{int} = 0\,(C) \iff \|\vec{E}\| = 0\,(N/C)$

cascarón esférico : es un conductor en equilibrio

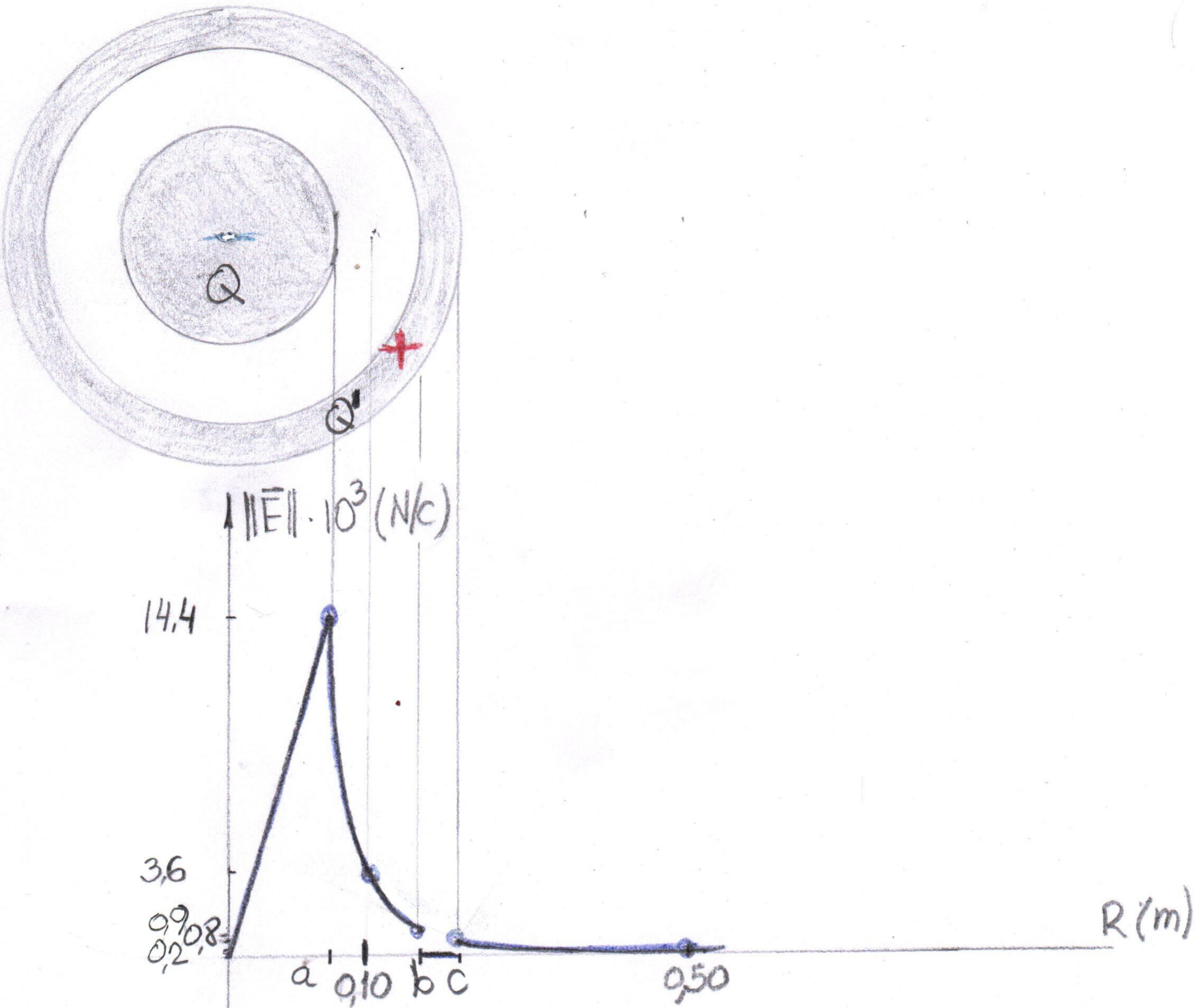


$$Q_1 = -Q = -(-4 \cdot 10^{-9}) = 4 \cdot 10^{-9}\,(C)$$

$$Q_1 + Q_2 = Q'$$

$$Q_2 = Q' - Q_1 = 9{,}56 \cdot 10^{-9} - 4 \cdot 10^{-9} =$$

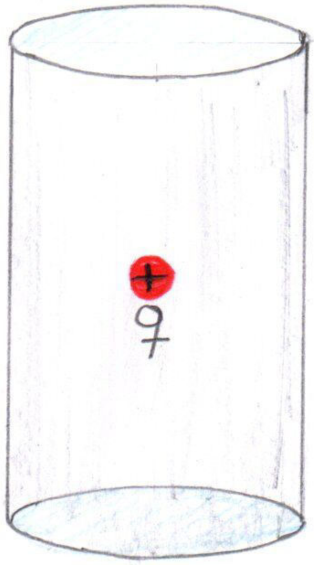
$$Q_2 = 5{,}56 \cdot 10^{-9}\,(C)$$



$$\|\vec{E}\|_b = \frac{K|Q|}{b^2} = \frac{9.10^9 \cdot |-4.10^{-9}|}{0{,}20^2} = 0{,}9 \cdot 10^3\ (N/C)$$

$$\|\vec{E}\|_c = \frac{K|Q+Q'|}{c^2} = \frac{9.10^9 \cdot |-4.10^{-9} + 9{,}56.10^{-9}|}{0{,}25^2} = 0{,}8.10^3\ (N/C)$$

2) El flujo eléctrico total a través de una superficie cerrada de forma cilíndrica es de $8{,}60 \cdot 10^4$ (Nm^2/C). **a)** ¿Cuál es la carga neta dentro del cilindro? **b)** ¿De la información dada, qué puede decirse de la carga encerrada dentro del cilindro? **c)** ¿Qué cambios habría en sus respuestas para **a)** y **b)** si el flujo neto fuera $-8{,}60 \cdot 10^4$ (Nm^2/C)?



$$\Phi_c = +8{,}60 \cdot 10^4 \left(\frac{N m^2}{C}\right)$$

a) $$\Phi_c = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0} \longrightarrow q_{int} = \Phi_c \cdot \varepsilon_0$$
$$= 8{,}60 \cdot 10^4 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} =$$
$$= +761{,}6 \cdot 10^{-9} \ (C)$$

b) Dado que el flujo neto es positivo, la carga neta debe ser positiva. Puede tener cualquier distribución

c) La carga neta tendría la misma magnitud pero sería negativa

$$\Phi_c = -8{,}60 \cdot 10^4 \left(\frac{N \cdot m^2}{C}\right)$$

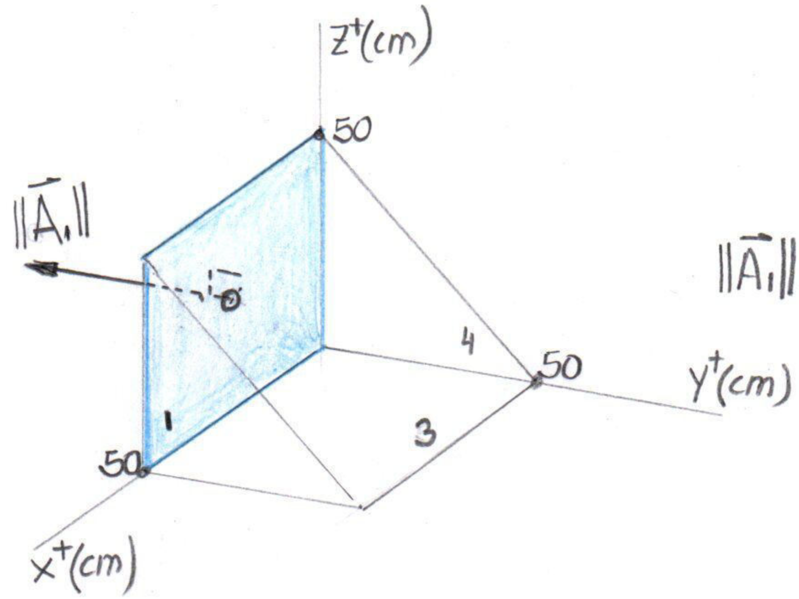
3) Considere una caja triangular en un campo eléctrico **E = (0 i + 700 j +0 k) (N/C)** como se muestra en la figura. Calcule el flujo eléctrico a través de:

a) la superficie cuadrada vertical A_1

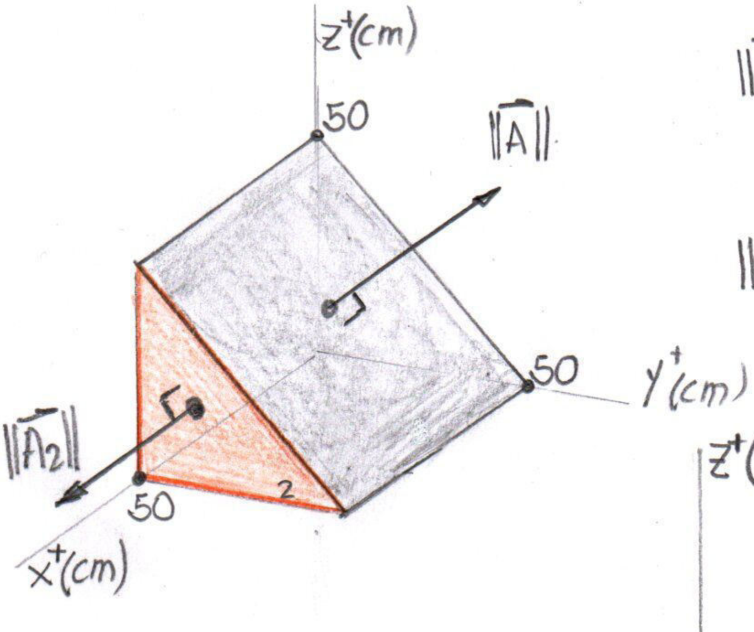
b) la superficie cuadrada inclinada A

c) la superficie triangular vertical A_2

d) toda la superficie de la caja

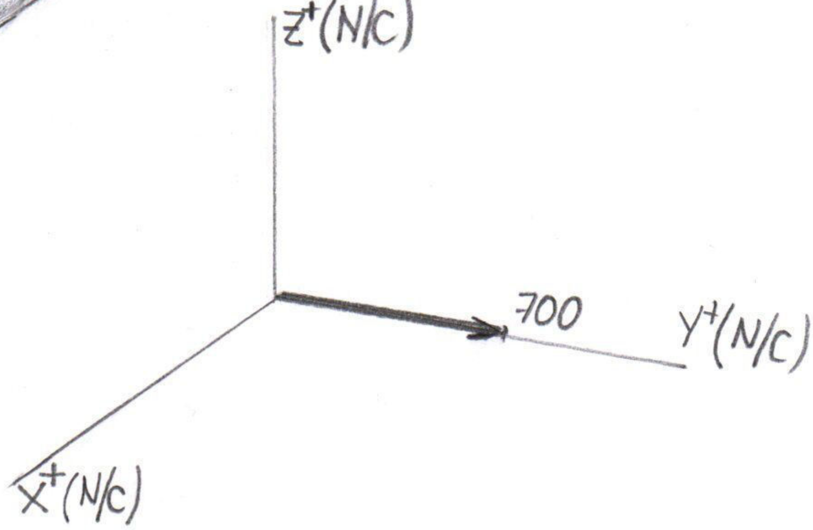


$$\|\vec{A}_1\| = 0{,}50 \cdot 0{,}50 = 0{,}2500\,(m^2)$$



$$\|\vec{A}\| = \sqrt{0{,}5^2 + 0{,}5^2} \cdot 0{,}5 = $$
$$= 0.3536\,(m^2)$$

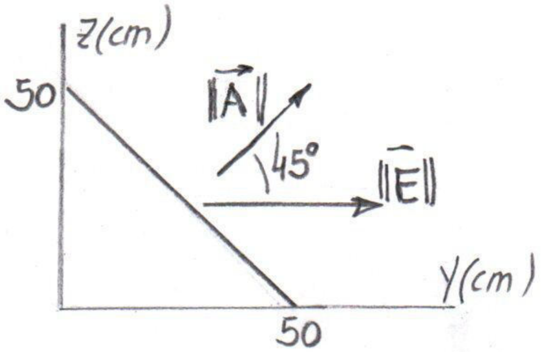
$$\|\vec{A}_2\| = \frac{0{,}5 \cdot 0{,}5}{2} = 0{,}1250\,(m^2)$$



$$\phi = \oint \vec{E_y} \cdot d\vec{A} = \oint \|\vec{E_y}\| \cdot \|d\vec{A}\| \cos\theta = \frac{\sum q_{int}}{\varepsilon_0}$$

a) $\phi_{A_1} = 700 \cdot 0{,}2500 \cdot \overset{-1}{\cancel{\cos}}\, 180 = -175 \left(\frac{N}{C} \cdot m^2\right)$

b) $\phi_A = 700 \cdot 0{,}3536 \cdot \cos 45^\circ = 175 \left(\frac{N}{C}\, m^2\right)$



c) $\phi_{A_2} = 700 \cdot 0{,}1250 \cdot \overset{0}{\cancel{\cos}}\, 90 = 0 \left(\frac{N}{C}\, m^2\right)$

d) $\phi_C = \phi_A + \phi_{A1} + \phi_{A2} + \phi_{A3} + \phi_{A4}$

$= 175 + (-175) + 0 + 0 + 0 = 0 \left(\frac{N}{C} \cdot m^2\right)$

$\phi_C = 0 \left(\frac{N m^2}{C}\right)$ $\qquad \sum q_{int} = 0\,(C)$

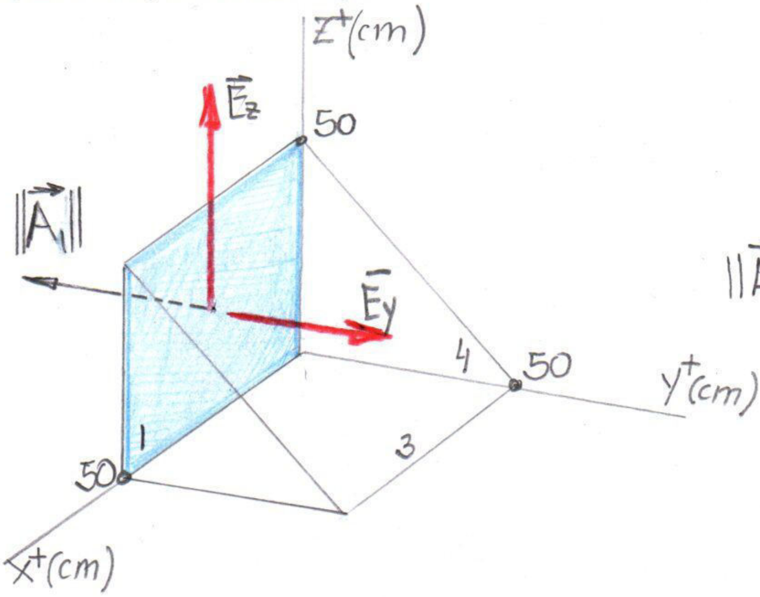
4) Considere una caja triangular en un campo eléctrico **E = (0 i + 300 j +400 k)** (N/C) como se muestra en la figura. Calcule el flujo eléctrico a través de:

a) la superficie cuadrada vertical A_1

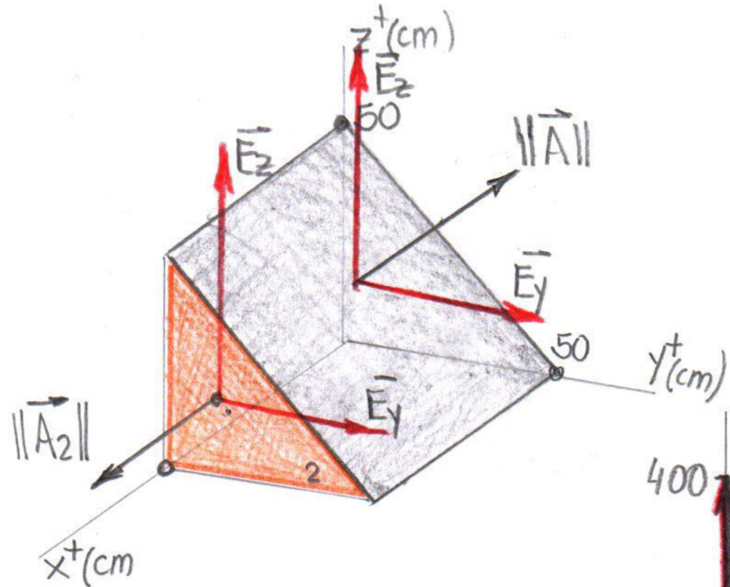
b) la superficie cuadrada inclinada A

c) la superficie triangular vertical A_2

d) toda la superficie de la caja

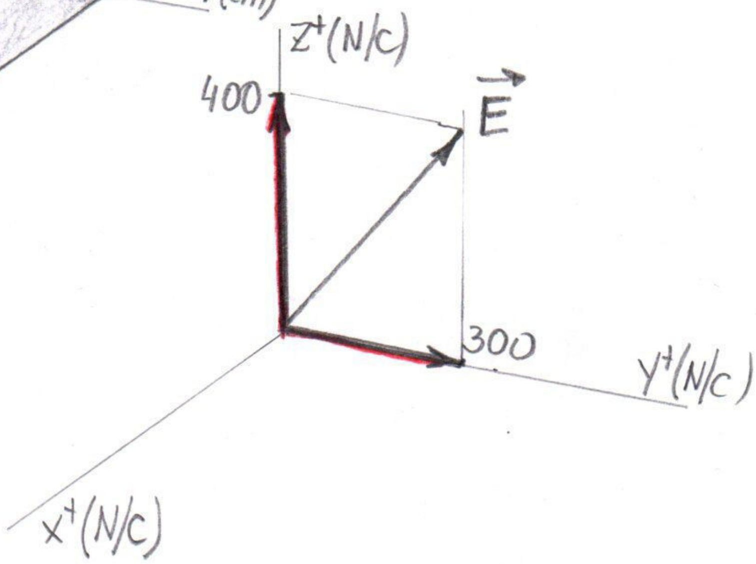


$$\|\vec{A}_1\| = 0{,}50 \cdot 0{,}50 = 0{,}2500\,(m^2)$$



$$\|\vec{A}\| = \sqrt{0{,}5^2 + 0{,}5^2} \cdot 0{,}5 = $$
$$= 0{,}3536\,(m^2)$$

$$\|\vec{A}_2\| = \frac{0{,}5 \cdot 0{,}5}{2} = 0{,}1250\,(m^2)$$

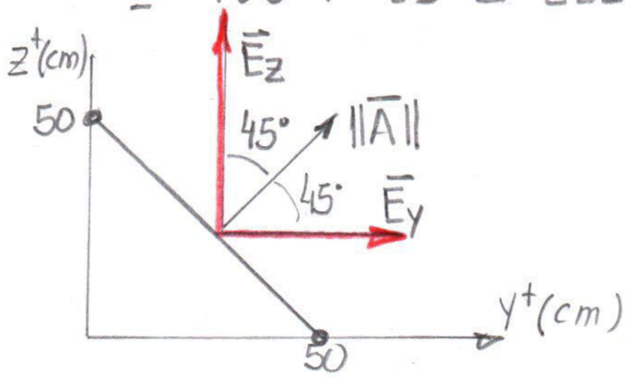


$$\phi = \oint \vec{E_y} \cdot d\vec{A} + \oint \vec{E_z} \cdot d\vec{A} =$$

$$= \oint \|\vec{E_y}\| \cdot \|d\vec{A}\| \cdot \cos\theta + \oint \|\vec{E_z}\| \cdot \|d\vec{A}\| \cdot \cos\theta = \frac{\sum q_{int}}{\varepsilon_0}$$

a) $$\phi_{A1} = 400 \cdot 0{,}250 \cdot \cancelto{-1}{\cos 180} + 500 \cdot 0{,}250 \cdot \cancelto{0}{\cos 90} =$$
$$= -100 \left(\frac{Nm^2}{C}\right)$$

b) $$\phi_A = 400 \cdot 0{,}3536 \cdot \cos 45 + 500 \cdot 0{,}3536 \cdot \cos 45 =$$
$$= 100 + 125 = 225 \left(\frac{Nm^2}{C}\right)$$



c) $$\phi_{A2} = 400 \cdot 0{,}125 \cdot \cos 90^\circ + 500 \cdot 0{,}125 \cdot \cos 90^\circ = 0 \left(\frac{Nm^2}{C}\right)$$
$$\phi_{A2} = \phi_{A3} = 0 \left(\frac{Nm^2}{C}\right)$$
$$\phi_{A4} = 400 \cdot 0{,}250 \cdot \cancelto{0}{\cos 90^\circ} + 500 \cdot 0{,}250 \cdot \cancelto{-1}{\cos 180}$$
$$\phi_{A4} = -125 \left(\frac{Nm^2}{C}\right)$$

d) $$\phi_C = \phi_{A1} + \phi_A + \phi_{A2} + \phi_{A3} + \phi_{A4}$$
$$\phi_C = -100 + 225 + 0 + 0 + (-125) = 0 \left(\frac{Nm^2}{C}\right)$$
$$\phi_C = 0 \left(\frac{Nm^2}{C}\right) \longrightarrow \sum q_{int} = 0 (C)$$

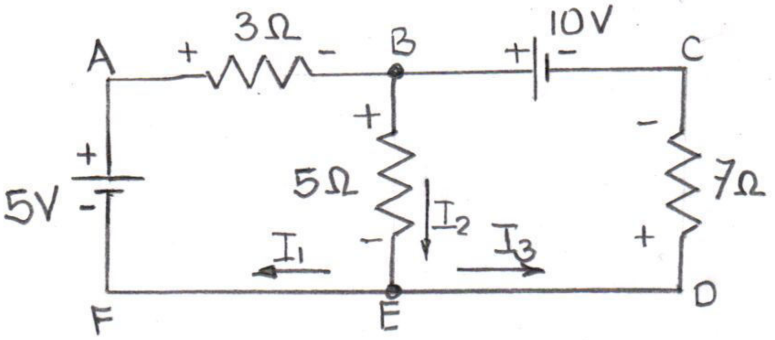
5) En el circuito de la figura calcular:

a) las corrientes **(I_1, I_2, I_3)**

b) la diferencia de potencial entre los puntos **A** y**C** indicar el potencial más alto

c) la **potencia eléctrica** en la resistencia de **3Ω**

d) la **energía eléctrica** suministrada a la resistencia de **3Ω** al cabo de 1 hora



Nodo E

$$I_2 - I_1 - I_3 = 0$$

$$-I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

ABEFA: $-3I_1 - 5I_2 + 5 = 0 \longrightarrow 3I_1 + 5I_2 = 5$

BCDEB: $-10 + 7I_3 + 5I_2 = 0 \longrightarrow 5I_2 + 7I_3 = 10$

$$\begin{cases} -I_1 + I_2 - I_3 = 0 \\ 3I_1 + 5I_2 = 5 \\ 5I_2 + 7I_3 = 10 \end{cases}$$

a) $I_1 = 10/71 = 0{,}1408\,(A)$

$I_2 = 65/71 = 0{,}9155\,(A)$

$I_3 = 55/71 = 0{,}7747\,(A)$

b) AFEDC : $V_{AC} = \underset{\text{Final}}{V_C} - \underset{\text{Inicial}}{V_A}$

$$V_C = V_A - 5 - 7I_3$$

$$V_C - V_A = -5 - 7\frac{55}{71} = -10{,}42\,(V)$$

$V_A > V_C$

c) $P_{3\Omega} = 3 \cdot I_1^2 = 3 \cdot \left(\frac{10}{71}\right)^2 = 0{,}0595\,(W)$

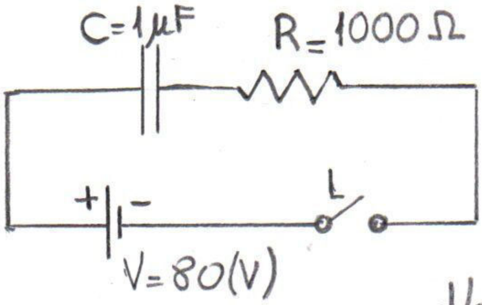
d) $U_{3\Omega}\Big|_{1\,\text{hora}} = P_{3\Omega} \cdot \Delta t = 0{,}0595 \cdot 3600 = 214{,}24\,(J)$

6) El capacitor está ***descargado*** antes de cerrar el interruptor **L**. La diferencia de potencial de la fuente es **V = 80(V)**. Calcular:

a) la constante de tiempo **τ** del circuito

b) el tiempo que tardaría en llegar a un tercio de la diferencia de potencial final en el capacitor

c) la diferencia de potencial en el capacitor al cabo de un tiempo de **3 τ**



a) $\tau = RC = 1000 . 1 . 10^{-6} = 1 . 10^{-3} (s)$

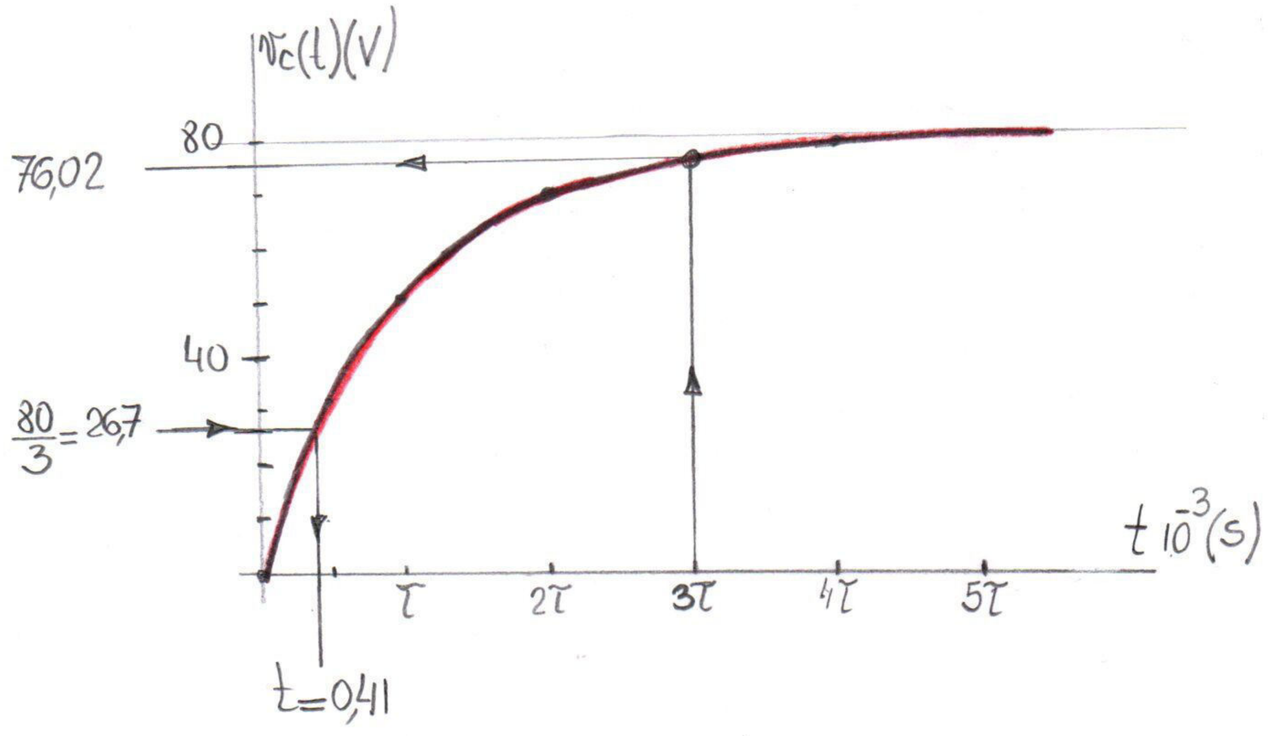
b) $v_c(t) = V\left(1 - e^{-t/RC}\right)$

$$\frac{1}{3}\cancel{V} = \cancel{V}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

$$-\frac{t}{\tau} = \ln\left(1 - \frac{1}{3}\right) = -0,4055$$

$$t = 0,4055 . 10^{-3} (s)$$

c) $v_c(t) = 80\left(1 - e^{-3\tau/\tau}\right) = 80\left(1 - e^{-3}\right) = 76,02 (V)$

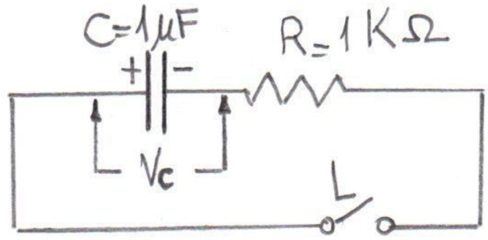


7) El capacitor está ***cargado*** antes de cerrar el interruptor **L.** La diferencia de potencial sobre el capacitor es **Vc = 100(V)**. Calcular:

a) la constante de tiempo **τ** del circuito

b) el tiempo que tardaría en llegar a un tercios de la diferencia de potencial inicial en capacitor

c) la diferencia de potencial en el capacitor al cabo de un tiempo de **2τ**



a) $\tau = RC = 1000 . 1 . 10^{-6} = 1 . 10^{-3} (s)$

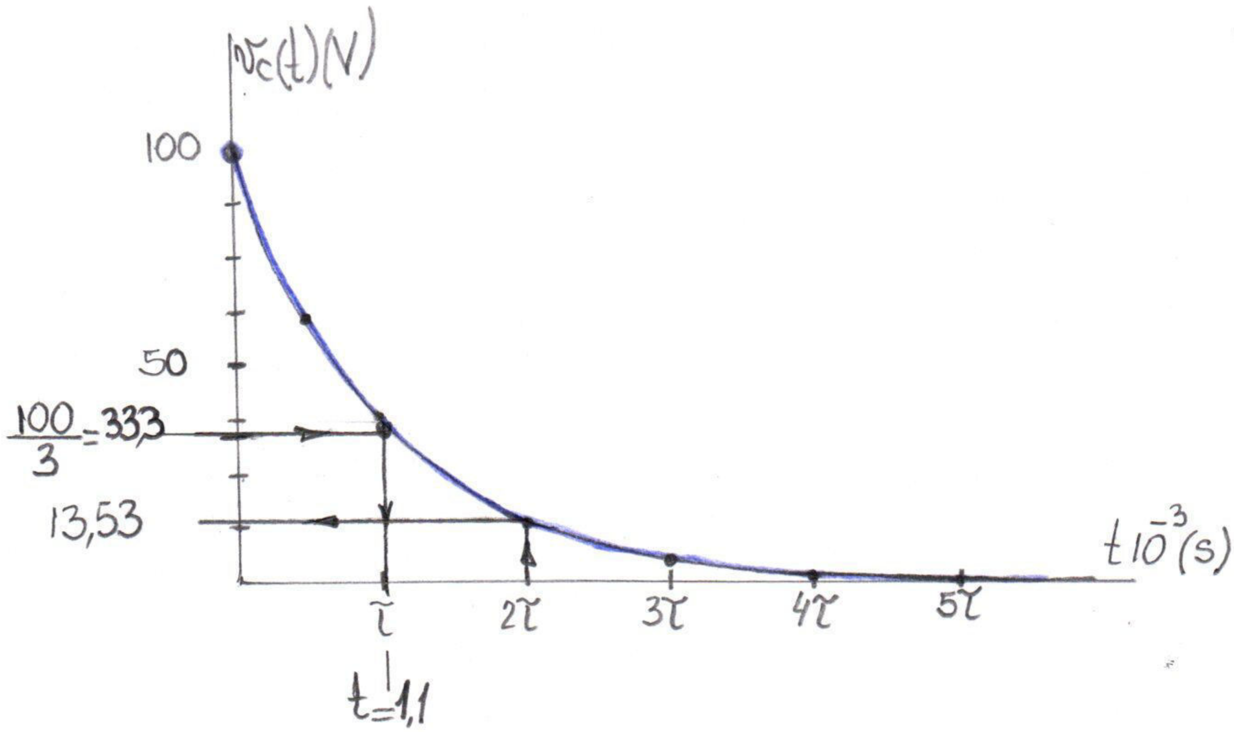
b) $v_c(t) = V_c \cdot e^{-t/\tau}$

$$\frac{\cancel{V_c}}{3} = \cancel{V_c}\, e^{-t/\tau}$$

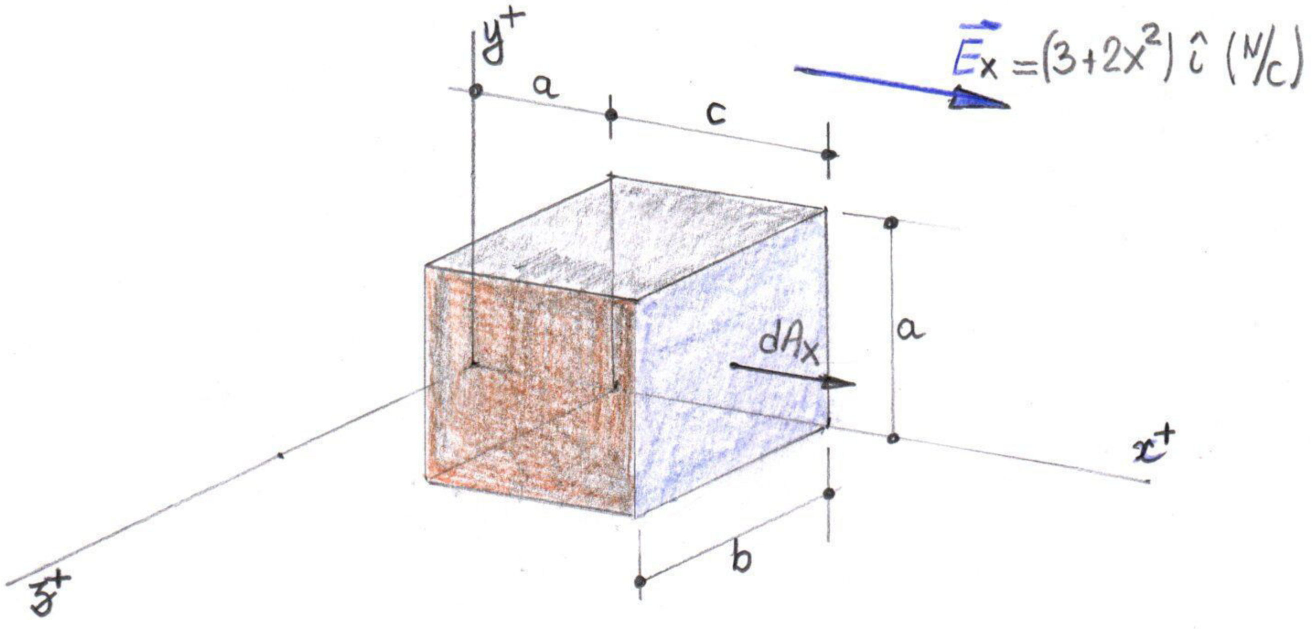
$$-\frac{t}{\tau} = \ln \frac{1}{3}$$

$$t = 1,1\ 10^{3} (s)$$

c) $v_c(t) = 100 . e^{-2\tau/\tau} = 100 . e^{-2} = 13,53 (V)$



8) Una superficies cerrada con dimensiones *a* = b = 0,4(m) y c = 0,6(m) está localizada como se muestra en la figura. El campo eléctrico a través de la región no es uniforme y está dado por la expresión: **E** = $(3 + 2x^2)\hat{\imath}$(N/C) donde x está en metros. Calcule el flujo eléctrico neto que sale de la superficie cerrada. ¿Qué carga neta está encerrada por la superficie?



$$\phi = \int_a^{a+c} \vec{E}_x \cdot d\vec{A}_x = \int_a^{a+c} \|\vec{E}_x\| \cdot \|d\vec{A}_x\| \cdot \cancel{\cos 0}^{\,1} =$$

$$= (3+2x^2)\cdot a \cdot b \Big|_a^{a+c} = (3+2\cdot(a+c)^2)\cdot a\cdot b - (3+2a^2)a\cdot b =$$

$$= (3+2a^2+4ac+2c^2)a\cdot b - 3 - 2a^3 b =$$

$$= \cancel{3ab} + \cancel{2a^3b} + 4a^2bc + 2abc^2 - \cancel{3ab} - \cancel{2a^3b} =$$

$$= 2abc(2a+c) = 0{,}269 \left(\frac{Nm^2}{C}\right)$$

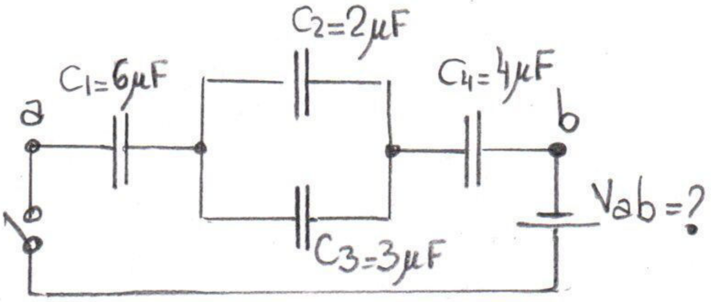
$$\phi = \frac{Q}{\varepsilon_0} \longrightarrow Q = \phi \cdot \varepsilon_0 = 2{,}38 \cdot 10^{-12}\ (C)$$

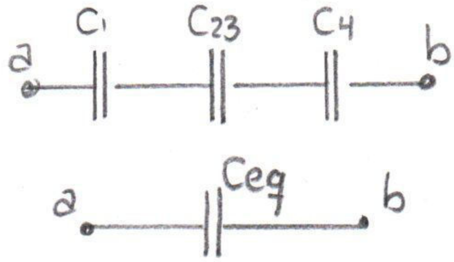
9) Cuatro capacitores como se muestran en la figura se conectan a una fuente de diferencia de potencial $\mathbf{V_{ab}}$. Si el capacitor $\mathbf{C_1=6(\mu F)}$ después de cerrar la llave **L** almacena una energía $\mathbf{U_1=15(mJ)}$. Calcular:

a) la capacidad equivalente del circuito $\mathbf{C_{eq}}$

b) la diferencia de potencial de la fuente $\mathbf{V_{ab}}$

c) la carga $\mathbf{Q_2}$ sobre el capacitor $\mathbf{C_2}$





$$C_{23}=C_2+C_3=5\mu F \qquad \frac{1}{C_{eq}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_{23}}+\frac{1}{C_4} \qquad a)\ \underline{C_{eq}=1{,}62\mu F}$$

$$U_1=\frac{Q_1^2}{2C_1} \longrightarrow Q_1=\sqrt{2U_1C_1}=\sqrt{2.15.10^{-3}.6.10^{-6}}=$$

$$Q_1=Q_{23}=Q_4=0{,}4243\cdot 10^{-3}(C)=Q_{1234}=Q_{eq}$$

$$b) \quad \underline{V_{ab}}=V_{1234}=\frac{Q_{eq}}{C_{eq}}=\frac{0{,}4243.10^{-3}}{1{,}62.10^{-6}}=\underline{261{,}9(V)}$$

$$V_2=V_3=V_{23}=\frac{Q_{23}}{C_{23}}=\frac{0{,}4243\cdot 10^{-3}}{5\cdot 10^{-6}}=84{,}86(V)$$

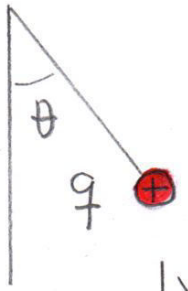
$$c) \quad \underline{Q_2}=C_2V_2=2\,10^{-6}.84{,}86=\underline{169{,}72\,10^{-6}(C)}$$

10) Una esfera cargada de masa **m= 10(g)** está suspendida de una cuerda ligera en presencia de un campo eléctrico **$\bar{E} = (7\hat{\imath} + 2\hat{\jmath}).10^3(N/C)$**. La esfera esta en equilibrio con **Θ= 33°**

Calcular:

a) la carga en la esfera

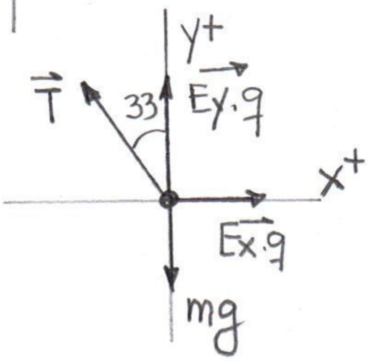
b) la tensión de la cuerda



$\theta = 33°$

$\vec{E} = (7\hat{\imath} + 2\hat{\jmath})\, 10^{3} \,(N/C)$

$m = 10 \cdot 10^{-3} \,(Kg)$



$\Sigma Fx: \; Ex\, q - T \,sen\, 33 = 0$

$\Sigma Fy: \; Ey\, q + T \cos 33 - mg = 0$

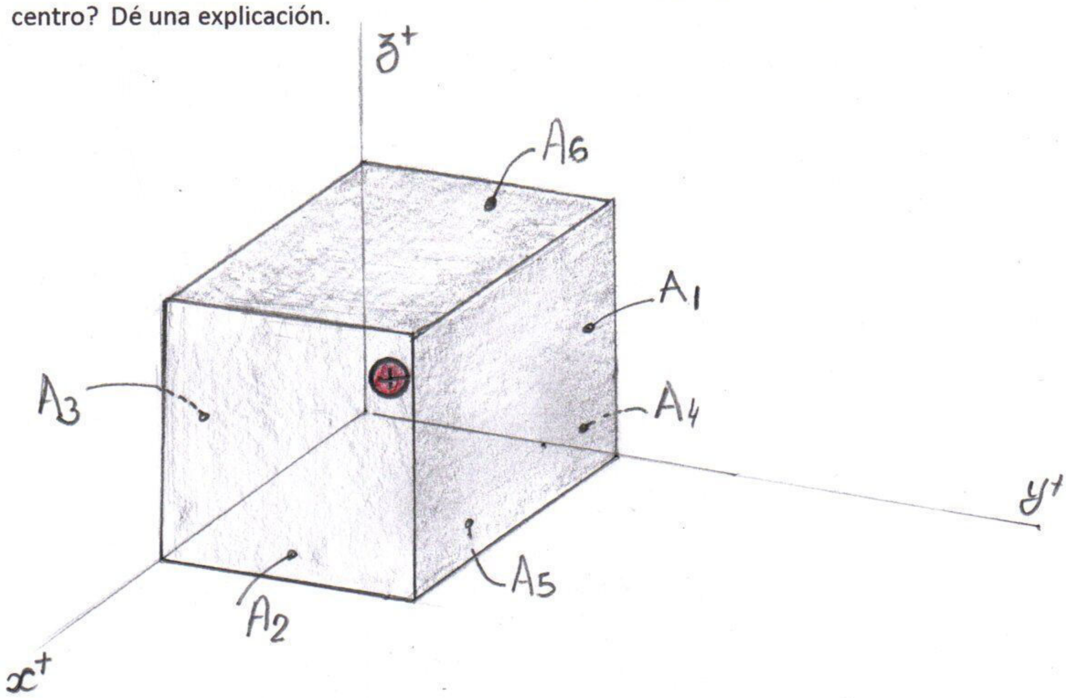
$$\begin{cases} Ex \cdot q - sen33\, T = 0 \\ Ey \cdot q + \cos 33\, T = mg \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{cc|c} 7 \cdot 10^{3} & -sen\,33 & 0 \\ 2 \cdot 10^{3} & \cos 33 & 0{,}1 \\ \hline 1 & 0 & 7{,}8253 \cdot 10^{-6} (C) \\ 0 & 1 & 100{,}6 \; 10^{-3} (N) \end{array}\right]$$

$q = 7{,}825 \cdot 10^{-6} (C)$

$T = 100{,}6 \cdot 10^{-3} (N)$

11) Una carga de 170(μC) está en el centro de un cubo de lado 80(cm). **a)** Encuentre el flujo eléctrico a través de cada cara del cubo. **b)** Encuentre el flujo eléctrico a través de toda la superficie del cubo. **c)** ¿Cambiarían sus respuestas para **a)** y **b)** si la carga no la estuviera en el centro? Dé una explicación.



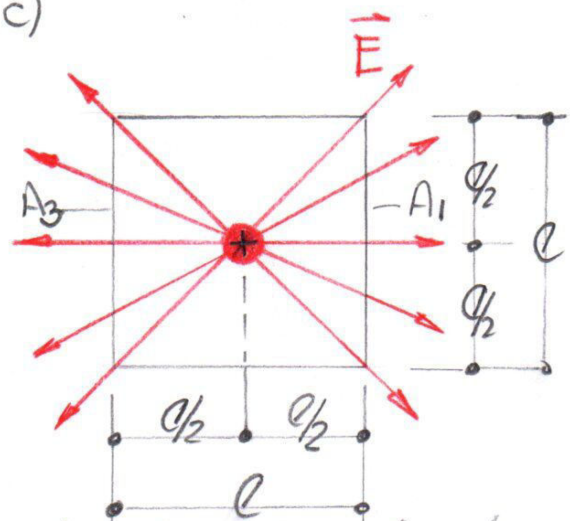
b) $$\phi_c = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0} = \frac{170 \cdot 10^{-6}}{8{,}85 \cdot 10^{-12}} = 19{,}21 \cdot 10^{6} \left(\frac{Nm^2}{C}\right)$$

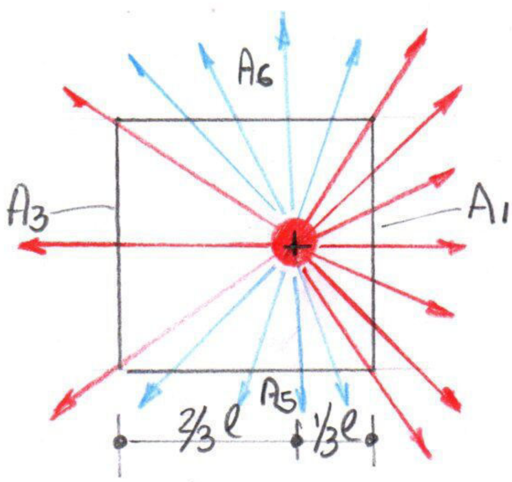
Un cubo tiene 6 caras.

a) $$\phi = \frac{\phi_c}{6} = 3{,}20 \cdot 10^{6} \left(\frac{Nm^2}{C}\right)$$

$\phi_5 = \phi_6$

c)

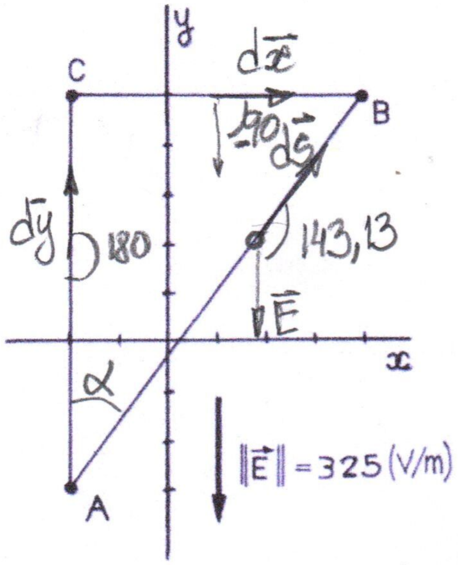




$\phi_1 = \phi_2 = \phi_3 = \phi_4 = \phi_5 = \phi_6$

$\phi_1 > \phi_3$

12) Un campo eléctrico uniforme de magnitude **325 (V/m)** está dirigido en dirección negativa de la **y.** Las coodenadas del punto **A** son **(-0.2 , -0,3) (m),** y las del punto **B** son **(0.4 , 0.5) (m).** Calcule la diferencia de potencial $V_B - V_A$.



$\vec{A} = (-0,2\hat{i} - 0,3\hat{j})\,(m)$

$\vec{B} = (0,4\hat{i} + 0,5\hat{j})\,(m)$

$\vec{C} = (0,2\hat{i} + 0,5\hat{j})\,(m)$

$\vec{AC} = \vec{C} - \vec{A} = (-2\hat{i} - 0,5\hat{j}) - (-0,2\hat{i} - 0,3\hat{j}) = (0\hat{i} + 0,8\hat{j})\,(m)$

$\vec{CB} = \vec{B} - \vec{C} = (0,4\hat{i} + 0,5\hat{j}) - (-0,2\hat{i} + 0,5\hat{j}) = (0,6\hat{i} + 0\hat{j})\,(m)$

$\vec{AB} = \vec{B} - \vec{A} = (0,4\hat{i} + 0,5\hat{j}) - (-0,2\hat{i} - 0,3\hat{j}) = (0,6\hat{i} + 0,8\hat{j})\,(m)$

$\|\vec{AC}\| = 0,8\,(m) \qquad \|\vec{CB}\| = 0,6\,(m) \qquad \|\vec{AB}\| = 1\,(m)$

$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\|\vec{E}\|\int_A^B \|d\vec{s}\|\cos\theta =$$

$\alpha = \text{arctg}\,\frac{0,6}{0,8} = 36,87^\circ \qquad \theta = 180 - 36,87 = 143,13^\circ$

$$= -325\cdot(1)\cdot\cos 143,13^\circ \cong 260\,(V)$$

$$V_B - V_A = -\int_A^C \vec{E}\cdot d\vec{y} - \int_C^B \vec{E}\cdot d\vec{x} = -\|\vec{E}\|\int_A^C \|d\vec{y}\|\cos 180 - \|\vec{E}\|\int_C^B \|d\vec{x}\|\cos 0 =$$

$$= -325\cdot(0,8)\cdot(-1) - 325(0,6)\cdot(0) = 260\,(V)$$