

Integraalilaskenta

Olkoon funktio f määritelty tietyllä välillä. Jos on olemassa sellainen funktio F , että välin kaikissa pisteissä $F'(x)=f(x)$, niin funktio F on funktion f integraalifunktio. Derivoiminen ja integroiminen ovat käänteisiä funktioita.

Polynomin tekijöiden integrointi

$f(x)$	$F(x)$
k	$kx + C$
$x^n \ (n \neq -1)$	$\frac{1}{n+1} x^{n+1} + C$

79. Funktio $F(x)=\frac{1}{2}x^2$ on funktion $f(x)=x$ integraalifunktio, koska $F'(x)=x=f(x)$.

a. Derivoi funktio $f(x)=\frac{1}{2}x^2$.

b. Integroi funktio $f(x)=x$ (Määrittele se funktio, jonka derivaatta on x .)

80. Integroi $f(x)=x^4$.

$$\int f(x)dx = F(x) + C, \text{ missä } C \text{ on vakio}$$

81. Funktio $f(x)=3x^2-2$ eräs integraalifunktio on $F(x)=x^3-2x$.

a. Onko funktio $F(x)=x^3-2x+1$ myös funktion f integraalifunktio? (Vinkki. derivoi.)

b. Onko funktio $F(x)=x^3-2x-4$ myös funktion f integraalifunktio?

c. Integroi funktio $f(x)=3x^2-2$. (Huomioi integroimisvakio.)

82. Osoita, että funktio $F(x)=\frac{2}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2-6x-4$ on funktion $f(x)=2x^2-x-6$ integraalifunktio.

83. Määritä funktion $f(x)=x^2+3x-2$ se integraalifunktio F , jolle $F(2)=1$.

84. Integroi.

a. $\int x^8 dx$

b. $\int x^{-4} dx$

c. $\int \frac{1}{5} x^{-4} dx$

d. $\int \frac{4}{x^3} dx$

e. $\int \frac{x^3}{4} dx$

f. $\int \sqrt{x} dx$

g. $\int (x^3 + 2x^2 - \frac{1}{4}x + 5) dx$

85. Integroi.

a. $\int 3x^2(x^3 + 2)^2 dx$ (Huom! $f'(x) \cdot f(x)$)

b. $\int (2x - 5)^3 dx$

c. $\int \frac{2x}{x^2+1} dx$ (Huom! $f'(x)/f(x)$)

d. $\int \frac{4x}{x^2-9} dx$

86. Integroi

a. $\int e^x dx$

b. $\int \sin x dx$

c. $\int \cos x dx$

d. $\int \tan x dx$

87.

a. $\int \frac{1}{2} e^x dx$

b. $\int e^{2x} dx$

c. $\int \cos 4x dx$

d. $\int 4 \sin 2x dx$

Osittaisintegrointi

88. Integroi

a. $\int x e^x dx$

b. $\int x \cos x dx$

c. $\int (x+1)(2x^2-5) dx$

Määrätty integraali

Funktion f määrätty integraali a :sta b :hen

$$\int_a^b f(x)dx$$

Väli $[a, b]$ on integroimisväli.

Analyysin peruslause: Olkoon f jatkuva välillä $[a, b]$ ja F jokin funktion f integraalifunktio. Tällöin

$$\int_a^b f(x)dx = \left| F(x) \right|_a^b = F(b) - F(a)$$

Tässä $\left| F(x) \right|_a^b$ on sijoituslause.

89. Laske.

a. $\int_1^3 x^2 dx$

b. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin x dx$

c. $\int_{-2}^3 (t + t^2) dt$

d. $\int_2^6 (3x^2 - 2x + 4) dx$

e. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$

f. $\int_1^4 \frac{1}{x} dx$