

OAMK, Kaukovainion kampus, Tietotekniikka / Susanna Kujanpää
T055803 LAITETEKNIIKAN MATEMATIIKKA 1

KERTAUSTEHTÄVIÄ (2. välikoe)

1. a) $\int (2 + 3x^2 - \frac{1}{2}x^4) dx$ b) $\int x^{-3} dx$ c) $\int \frac{x-1}{x^3} dx$ d) $\int \frac{7}{\sqrt{x}} dx$
 e) $\int t^2 \sqrt{t} dt$ f) $\int (2x - 1)^3 dx$ g) $\int (x^2 + 1)^2 dx$ h) $\int x(2x^2 + 3)^3 dx$
 i) $\int 3x \sqrt{1 - 2x^2} dx$ j) $\int \frac{1}{(1-x)^3} dx$ k) $\int e^{3x} dx$ l) $\int xe^{x^2} dx$
 m) $\int \cos \frac{x}{2} dx$ n) $\int \sin x \cos x dx$ o) $\int (2 \sin 3x - 3 \cos x) dx$

2. Laske määrätty integraali

- a) $\int_{-1}^2 (2 + 3x^2 - x) dx$ b) $\int_1^2 x^{-3} dx$ c) $\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$
 d) $\int_1^2 (2x - 1)^2 dx$ e) $\int_{-4}^0 \sqrt{1 - 2x} dx$ f) $\int_0^1 e^{4x} dx$
 g) $\int_0^\pi \sin \frac{x}{2} dx$ h) $\int_{-\pi}^{\pi/2} \cos 3x dx$ i) $\int_1^3 \frac{5}{x^2} dx$

3. Laske paraabelin

- a) $y = 2x^2 - 9x + 4$
 b) $y = -2x^2 + 7x - 3$
 c) $y = x^2 + x - 2$

ja x-akselin rajaaman alueen ala.

4. Laske käyrän $y = x^3 - 4x$ ja x-akselin rajoittaman alueen pinta-ala.

5. Määritä käyrien $y = x^2 - 2$ ja $y = 7$ määrittämän alueen ala.

6. Laske suoran $y = x$ ja käyrän $y = 4x - x^2$ rajoittaman alueen ala.

7. Laske käyrien $y = x^3 - 6x^2 + 8x$ ja $y = x^2 - 2x$ rajoittaman kaksiosaisen alueen ala.

8. a) Laske suoran $y = 2x + 1$ paraabelista $y = x^2 - 2$ erottaman segmentin ala.

b) Laske käyrien $y = x^3 - x^2$ ja $y = 2x$ rajaaman kaksiosaisen alueen pinta-ala.

9. Käyrien $y = \sqrt{x}$, $y = 0$ ja $x = 2$ rajaama alue pyörrähtää x-akselin ympäri.

Laske syntyvän pyörähdyskappaleen tilavuus.

10. Käyrien $y = x^2 - 1$ ja $y = 0$ rajaama alue pyörrähtää

- a) x-akselin b) y - akselin ympäri.

Laske pyörähdyskappaleen tilavuus kummassakin tapauksessa.

11. Suora $y = 2x + 1$, $x \in [0, 2]$ pyörrähtää a) x - akselin b) y - akselin ympäri. Laske pyörrähdyskappaleen tilavuus kummassakin tapauksessa.
12. Kappaleen nopeus (m/s) muuttuu yhtälön $v(t) = 2 + \cos(\frac{\pi t}{4})$, $0 \leq t \leq 2$ mukaan, jossa t on aika sekunteina. Laske kappaleen kulkema matka mainitulla aikavälillä.
13. Ratkaise a) $y' + 5y = 0$ b) $2y' - 4y = 0$ c) $y' + 2xy = 0$
14. a) Soluviljelmän kasvunopeus on suoraan verrannollinen solujen määrään m hetkellä t . Soluja oli alussa 100 ja kolme tuntia myöhemmin 420. Muodosta DY ja ratkaise se.
- b) Radioaktiivisen aineen vähenemisnopeus on verrannollinen aktiivisuuteen A hetkellä t . Muodosta DY ja ratkaise se alkuehdolla $A(0) = A_0$. Radiohiilen aktiivisuus vähenee puoleen 5730 vuodessa. Näytteen alkuaktiivisuus oli $A_0 = 2,92$ Bq. Kuinka suuri on näytteen aktiivisuus 3600 vuoden kuluttua ?
15. Ratkaise differentiaaliyhtälöt a) $y' + 2y = e^{2x}$ b) $y' - 3y = \cos x$
c) $y' + y = 2x + 5$
16. Ratkaise differentiaaliyhtälöt
a) $y'' + 2y' - y = 0$ b) $2y'' - y' + 4y = 0$ c) $y'' - 3y' = 0$
17. Laske a) $y'' + 25y = 0$
b) $y'' - 5y' + 4y = 0$
c) $y'' + 12y' + 36y = 0$
18. Laske $y'' - 2y' - 8y = 0$, kun $y(0) = 1$ ja $y'(0) = 0$
19. Jos heilahduskulma on pieni, toteuttaa heilurin kulma θ dy:n $\theta'' + \frac{g}{L}\theta = 0$, missä $g = 10\text{m/s}^2$. Ratkaise yhtälö ajan funktiona, kun $L = 0,5\text{m}$, $\theta(0) = \frac{\pi}{6}$ ja $\theta'(0) = 0$.

VASTAUKSIA

1. a) $2x + x^3 - \frac{1}{10}x^5 + C$

b) $-\frac{1}{2}x^{-2} + C$

c) $-x^{-1} + \frac{1}{2}x^{-2} + C$

d) $14\sqrt{x} + C$

e) $\frac{2}{7}t^{7/2} + C$

f) $\frac{1}{8}(2x - 1)^4 + C$

g) $\frac{1}{5}x^5 + \frac{2}{3}x^3 + x + C$

h) $\frac{1}{16}(2x^2 + 3)^4 + C$

i) $-\frac{1}{2}(1 - 2x^2)^{3/2} + C$

j) $-\frac{1}{2}(1 - x)^{-2} + C$

k) $\frac{1}{3}e^{3x} + C$

l) $\frac{1}{2}e^{x^2} + C$

m) $2 \sin(\frac{x}{2}) + C$

n) $\frac{1}{2}\sin^2 x + C$

o) $-2/3\cos 3x - 3\sin x + C$

2. a) $\frac{27}{2}$

b) $\frac{3}{8}$

c) 2

d) $\frac{13}{3}$

e) $\frac{26}{3}$

f) 13,4

g) 2

h) $-\frac{1}{3}$

i) $\frac{10}{3}$

3. a) 14,3

b) 5,2

c) 4,5

4. 8

5. 36

6. 4,5

7. $\frac{253}{12}$

8. a) $A = \frac{32}{3}$

b) $A = \frac{37}{12}$

9. $V = 2\pi$

10. a) $V = \frac{16\pi}{15}$

b) $V = \frac{\pi}{2}$

11. a) $\frac{62\pi}{3}$

b) $\frac{16\pi}{3}$

12. 5,3 m

13. a) $y = Ce^{-5x}$

b) $y = Ce^{2x}$

c) $y = Ce^{-x^2}$

14. a) $m = 100e^{0,48t}$

b) 1,89 Bq

15. a) $y = Ce^{-2x} + \frac{1}{4}e^{2x}$

b) $y = Ce^{3x} - \frac{3}{10}\cos x + \frac{1}{10}\sin x$

c) $y = Ce^{-x} +$

$2x + 3$

16. a) $y = C_1e^{-2,41x} + C_2e^{0,41x}$

b) $y = e^{1/4x}(C_1\sin\frac{\sqrt{31}}{4}x + C_2\cos\frac{\sqrt{31}}{4}x)$

c) $y = C_1 + C_2e^{3x}$

17. a) $y = C_1\cos 5x + C_2\sin 5x$

b) $y = C_1e^{4x} + C_2e^x$

c) $y = C_1e^{-6x} +$

C_2xe^{-6x}

18. $y = \frac{2}{3}e^{-2x} + \frac{1}{3}e^{4x}$

19. $\theta = \frac{\pi}{6}\cos(2\sqrt{5}t)$