

OAMK Kaukovainion kampus, Tietotekniikka / Susanna Kujanpää
IN00BP74 Johdatus tietotekniikan opintoihin, Yhtälöt ja funktio-oppi

TEHTÄVÄT

1. Sievennä

- a) $3a + b - 2a + b - 4b$
- b) $5a^2b - 2ab^2 + 3a^2b + ab^2$
- c) $(2a + b) + (5b - 3a)$
- d) $(2a + b) - (5b - 3a)$
- e) $a^2b - 5ab^2 - (a^2b - (a^2b - 2ab^2)) + 3a^2b$

2. Sievennä

- a) $2a^2b \cdot 3a^3b^2$
- b) $xy^3 \cdot 2xy^4$
- c) $\frac{4a^3b^2}{2ab^3}$
- d) $\frac{6x^2yz^3}{3xy^3z}$
- e) $(2a^2b)^2$
- f) $(5x/y^2)^3$
- g) $\frac{(2a^2b)^2}{ab^2}$

3. Sievennä

- a) $x(x + 2) - 2(x^2 + 1)$
- b) $(x + 2)(x^2 + 1)$
- c) $(a + 2)(b + 3) - 3(a + b)$
- d) $x(x^2 - 1 - 2(x - (1 - 2x))) + 1$

4. Sievennä

- a) $(x + a)^2 - (x - a)^2$
- b) $(x + 2a)^2 - (x + a)(x - a)$
- c) $(2x + 1)^3$
- d) $(2x - 3y)^4$

5. Ratkaise yhtälöt

- a) $x + 1 = 2 - (3x + 6)$
- b) $\frac{x+1}{2} = x - 2$
- c) $2 - (3x - 1) = 3 - (8x + 1)$
- d) $ax - 2 = bx + 3$
- e) $\frac{3}{2x-3} = \frac{5}{3x-2}$
- f) $\frac{-6(x-1)+6}{2} = 10(x+1) + 10$

g) $x(x - 2) = x^2 + 1$

h) $\frac{1-2x}{4} + x = \frac{1}{2}$

i) $\frac{x}{2} - \frac{x-1}{3} = 4$

j) $1 - (x - (2x + (x - 1) - 1) + 2) = x + 1$

6. Osoita, että yhtälö ratkeaa kaikilla x :n arvoilla, kun $x(x + 1) - x^2 = x$
7. Osoita, että yhtälöllä $x(x + 1) - x^2 = x + 1$ ei ole ratkaisuja.
8. Millä parametrin a arvolla yhtälöllä $2(ax - 1) = ax + 1$ on ratkaisu $x = 2$?
9. Kolmen peräkkäisen kokonaisluvun summa on 93. Etsi luvut.
10. Suorakulmion pituus on 6 m enemmän kuin sen leveys. Piiri on 52 m. Laske lävistäjän pituus.
11. Suorakulmaisen kolmion sivut ovat x ja 2 ja hypotenuusa on $2x + 1$. Mikä on kolmion piirin arvo?
12. Tuotteen hinta nousee ensin $p\%$ ja sen jälkeen laskee $2p\%$. Tällöin tuotteen hinta on 98% alkuperäisestä hinnasta. Paljonko on prosentti p ?
13. Käytä diskriminanttia ja laske ratkaisujen lukumäärä, kun
 a) $-3x^2 + 10x + 1 = 0$ b) $x^2 + 7x + 18 = 0$ c) $2x^2 - 12x + 28 = 0$
14. Millä parametrin a arvoilla yhtälöllä $x^2 + 2x + a = 3$ on
 a) kaksi b) yksi c) nolla reaalista ratkaisua ?
15. Mikä on parametrin k arvo, kun paraabeli $y = x^2 + (k + 2)x + 2k + 1$ koskettaa x -akselia?
16. Kahden luvun summa on -2 ja tulo on -15 . Etsi luvut.
17. a) $\frac{1}{x} + \frac{3}{2x} = 3$ b) $\frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{x} = 1$ c) $\frac{x-1}{2x+2} + \frac{x-1}{x+1} = 1$
 d) $\frac{2}{3x-2} + 1 = \frac{1}{3x-2}$ e) $\frac{x+1}{x-2} + \frac{x-1}{x+2} = 2$ f) $\frac{x+1}{x-2} + \frac{x-1}{x+2} = -2$
 g) $\frac{x}{x-1} - \frac{x+1}{x} = 1$ h) $\frac{3x^2-1}{x^2} - 3 = -9$
18. a) $\sqrt{x+3} = 5$ b) $\sqrt{x+2} = 2x$ c) $\sqrt{2x-5} = x-2$
 d) $\sqrt{3x+5} = \sqrt{1+7x}$ e) $\sqrt{2x-1} + 1 = 3x$ f) $\sqrt{x+1} - \sqrt{x} = 1$
 g) $\sqrt{1+\sqrt{2+x}} = 3$ h) $\sqrt{2x-1} = 1 - \sqrt{-2x+2}$ i) $\sqrt{3x+2} = 1 + \sqrt{x+1}$
19. Määritä funktion a) $f(x) = \sqrt{4-2x}$ b) $f(x) = \frac{x+2}{3x+1}$ c) $f(x) = x^2 + 1$ määrittelyjoukko ja arvojoukko.
20. Laske $f(-2)$, kun a) $f(x) = \sqrt{4-2x}$ b) $f(x) = \frac{x+2}{3x+1}$ c) $f(x) = x^2 + 1$
21. Kirjoita auki a) $\lg(\frac{2ab^2}{c})$ b) $\lg(\frac{(a+b)^2}{\sqrt{c}})$
22. Sievennä a) $\lg(\frac{x^3y^2}{z}) - 2\lg(\frac{xy}{z})$ b) $\ln(\frac{a}{b}) + \ln(\frac{b}{c}) + \ln(\frac{c}{d}) + \ln(\frac{d}{a})$
23. Sievennä
 a) $\ln(xy) + \ln y^2$ b) $\ln(x+y) - \ln y$ c) $\log t^3 - \log 2t + 2\log t$
 d) $\ln(6x+4) - \ln(3x+2)$ e) $\ln(1+x) - \ln(1-x^2)$ f) $\lg \frac{x^2}{y} - 2\lg z + 2\lg y$
 g) $\lg ab + 2\lg a - \lg b^3$ h) $\frac{\lg(9x)}{2} - \lg(\frac{2}{3x})$
24. Laske a) $\log_2 8 = ?$ b) $\log_3 27 = ?$ c) $\log_7 50 = ?$

25. Ratkaise a) $16 = 10^x$ b) $3^{2x+1} = 7$ c) $2e^x = 9$
 d) $10^{3x-2} = 20$ e) $e^{3x} - 2e^x = 0$ f) $e^{2x} = 7e^x$ g) $3^{3x} = 7^{x+1}$
 h) $2^{x-1} = 4^{2x}$ i) $\frac{e^x+1}{e^x-1} = 5$
26. Ratkaise a) $\ln(x^2 - 1) = 3$ b) $2\ln x + 5 = 1$ c) $\ln(x+1) + \ln x = \ln 12$
 d) $\lg(x-1) + 1 = \lg(x^2 - 1)$ e) $\lg x^2 = 1 + \lg(x^2 - 1)$ f) $\lg(x+2) - 2 = -1 - \lg(x+1)$
 g) $\frac{\ln(x+1)+1}{\ln(x+1)-3} = 5$
27. Ratkaise a) $\sin x = 0,35$ b) $\cos x = -0,88$ c) $\sin(2x+1) = 0,315$
 d) $\cos(3x-2) = -0,777$
28. Suorakulmaisen kolmion kateetit ovat 4 ja 7. Laske hypotenuusa ja pinta-ala.
29. Suorakulmaisen kolmion pituuksien suhteet ovat 1: 2: $\sqrt{5}$ ja pinta-ala on 2.
 Laske sivujen pituudet.
30. Tasakylkisen kolmion kyljet ovat 630mm ja kanta on 450mm. Laske kannan vastainen korkeus.

VASTAUKSET :

1. a) $a - 2b$ b) $8a^2b - ab^2$ c) $-a + 6b$ d) $5a - 4b$ e) $4a^2b - 7ab^2$
 2. a) $6a^5b^3$ b) $2x^2y^7$ c) $\frac{2a^2}{b}$ d) $\frac{2xz^2}{y^2}$ e) $4a^4b^2$ f) $\frac{125x^3}{y^6}$ g) $4a^3$
 3. a) $-x^2 + 2x - 2$ b) $x^3 + 2x^2 + x + 2$ c) $ab - b + 6$ d) $x^3 - 6x^2 + 2x$
 4. a) $4ax$ b) $5a^2 + 4ax$ c) $8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$
 d) $16x^4 - 96x^3y + 216x^2y^2 - 216xy^3 + 81y^4$
 5. a) $-5/4$ b) 5 c) $-1/5$ d) $\frac{5}{a-b}$ e) 9 f) $-14/13$ g) $-1/2$ h) $1/2$
 i) 22 j) 4
8. $a = 3/2$
9. 30, 31 and 32
10. $\sqrt{356}$
11. $1 + \sqrt{13}$
12. 1,9%
13. a) 2 b) 0 c) 0
14. a) $a < 4$ b) $a = 4$ c) $a > 4$
15. $k = 0 \vee k = 4$
16. (3, -5) ja (-5, 3)
17. a) $5/6$ b) 1 c) 5 d) $1/3$ e) ei ratk. f) ± 1 g) $\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ h) $\pm 1/3$
18. a) 22 b) $\frac{1+\sqrt{33}}{8}$ c) 3 d) 1 e) ei ratk. f) 0 g) 62 h) $1/2 \vee 1$
 i) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$
19. a) Mf: $x \leq 2$ ja Af: $f(x) \geq 0$ b) Mf: $x \neq -1/3$ ja Af: $f(x) \in \mathbb{R}$ c) Mf: $x \in \mathbb{R}$ ja Af: $x \geq 1$
20. a) $\sqrt{8}$ b) 0 c) 5
21. a) $\lg 2 + \lg a + 2 \lg b - \lg c$ b) $2 \lg(a+b) - 1/2 \lg c$

22. a) $\lg xz$ b) 0
23. a) $\ln xy^3$ b) $\ln(\frac{x+y}{y})$ c) $\log \frac{t^4}{2}$ d) $\ln 2$ e) $-\ln(1-x)$ f) $\lg \frac{x^2 y}{z^2}$ g) $\lg \frac{a^3}{b^2}$
 h) $\lg \frac{9x\sqrt{x}}{2}$
24. a) 3 b) 3 c) 2,01
25. a) 1,20 b) 0,39 c) 1,5 d) 1,1 e) 0,35 f) 1,95
 g) 1,44 h) -1/3 i) 0,41
26. a) $\pm 4, 59$ b) 0,135 c) 3 d) 9 e) $\pm \sqrt{\frac{10}{9}}$ f) $\frac{-3+\sqrt{41}}{2}$
 g) 53,6
27. a) $20,5^\circ + n \cdot 360^\circ \vee 159,5^\circ + n \cdot 360^\circ$ b) $\pm 151,6^\circ + n \cdot 360^\circ$ c) $-0,34 + n\pi \vee 0,91 + n\pi$
 d) $1,48 + n \cdot \frac{2\pi}{3} \vee -0,15 + n \cdot \frac{2\pi}{3}$
28. 8,1 ja 14 yksikkö²
29. 1,4 ; 2,8 ja 3,2
30. 590mm