

OAMK, Kaukovainion kampus, Tietotekniikka / Susanna Kujanpää  
**T055803 LAITETEKNIIKAN MATEMATIIKKA 1**

**KERTAUSTEHTÄVIÄ** (1. välikoe)

1. Derivoi
 

a) $x^{-3}$	b) $3x^2 + x - 1$	c) $(x^2 - 3)^2$
d) $5x^5$	e) $\frac{x^3}{3}$	f) $2x^2 \cdot 3x^3$
	g) $-2x^{-4}$	h) $\frac{1}{1-x}$
2. Derivoi
 

a) $(x^2 - x)(x^3 + 3x)$	b) $(2x + 1)^3$	c) $(x^3 - 5x)^6$
d) $\frac{x^3}{x-1}$	e) $\frac{1-x^2}{2-x}$	f) $x(2x^2 - 3)^4$
3. Derivoi
 

a) $\sqrt{2x-1}$	b) $\sqrt{1-x}$	c) $x\sqrt{x^2+1}$	d) $e^{7x}$
e) $\frac{e^x}{x}$	f) $x^2 e^{-x}$	g) $\ln(1-x)$	h) $\ln\sqrt{x}$
	i) $\frac{\ln x}{x}$	j) $\ln(\frac{x}{x+1})$	
4. Derivoi funktiot
 

a) $\sin 5x$	b) $\cos^2 x$	c) $\tan \frac{x}{2}$
d) $\sin 4t + 3 \cos 2t - t$	e) $2e^{3t} + 17 - 4 \sin 2t$	
5. Laske  $\frac{dg}{dr}$ ,  $\frac{dg}{ds}$  ja  $\frac{dg}{dt}$ , kun  $g = 2rs^2t^3 - t$
6. Määritä paraabelin huipun koordinaatit, kun
 

a) $y = -x^2 + 5x + 3$
b) $y = -x^2 + 4x - 3$
c) $y = \frac{1}{2}x^2 + x + \frac{1}{2}$
7. Määritä käyrän pisteeseen  $(-1, 2)$  piirretyn tangentin yhtälö, kun
 

a) $y = -x^2 + 5x + 8$	b) $y = 4x^2 + 3x + 1$
------------------------	------------------------
8. Määritä funktion
 

a) $f(x) = -2x^2 + 6x - 1$	b) $f(x) = x + \sqrt{4 - x^2}$
c) $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x$	suurin ja pienin arvo välillä $[0, 2]$ .
9. Rakennuksen nurkkauksesta erotetaan 28 m mittaisella teräsverkolla suorakulmion muotoinen koiratarha. Verkkoa tarvitaan vain tarhan kahdelle sivulle. Suunnittele tarha niin, että sen pinta-ala on mahdollisimman suuri.
10. Kolmion kannan ja sitä vastaavan korkeuden summa on 18cm. Laske kolmion alan suurin mahdollinen arvo.
11. Alue muodostuu suorakulmiosta ja puoliympyrästä, jotka ovat päällekkäin. Tiedetään, että piirin pituus on 10,0m. Kuinka suuri on alueen suurin mahdollinen pinta-ala ?
12. Mittauksissa saatiin kuution särmän pituudeksi  $s = 23,2\text{cm} \pm 0,1\text{cm}$ . Anna kuution tilavuuden arvo absoluuttisen virheen avulla.

13. Määritä ensimmäisen kertaluvun osittaisderivaatat muuttujien  $x$  ja  $y$  suhteen, kun

a)  $f(x, y) = x^3 + 2x^2y - 4xy^2 + 2y^3$

b)  $f(x, y) = x^2e^{-y}$

c)  $f(x, y) = x^2y + \sin x + x \cos y$

14. Laske funktion  $f(x, y) = 3x^2y - 2xy$  ensimmäiset osittaisderivaatat pisteessä  $(1, -2)$ .

15. Laske aineen tiheyden absoluuttinen virhe, kun mitattu massa on  $m = (10,2 \pm 0,1)\text{g}$  ja mitattu tilavuus on  $V = (125 \pm 2)\text{cm}^3$ .

16. Nesteen pintajännitys voidaan määrittää esimerkiksi torsiovaakamenetelmällä.

Tällä menetelmällä määritettiin tislatus veden pintajännitys, jolle on voimassa

kaava  $\gamma = \frac{mg}{2(l+d)}$ , missä  $m = 1,000\text{g} \pm 0,080\text{g}$

$$l = 74,80\text{mm} \pm 0,05\text{mm} \text{ ja}$$

$$d = 1,23\text{mm} \pm 0,01\text{mm}$$

Määritä veden pintajännityksen absoluuttinen virhe kokonaisdifferentiaalilla.

17. Suoran ympyrälieriön korkeuden ja pohjan halkaisijan summa on  $20,0\text{cm}$ .

Määritä lieriön korkeus ja suurin mahdollinen tilavuus.

18. Käyrälle  $y = \sqrt{4 - x}$  piirretään tangentti käyrän ja  $y$ -akselin leikkauspisteeseen.

Laske sen kolmion ala, jonka tangentti muodostaa yhdessä koordinaattiakselien kanssa.

19. Olkoon  $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ . Määritä  $g'(1)$ , kun  $f(1) = f'(1) = 2$ .

20. Määritä käyrälle  $y = -\frac{1}{6}x^3 + 2x$  pisteeseen  $(1, 4)$  piirretyn tangentin yhtälö.

21. Uimahyppääjä ponnistaa hetkellä  $t = 0\text{s}$   $10\text{ m}$  korkeudessa veden pinnalta olevalta ponnahduslaudalta. Lauseke  $h(t) = 10 + 5t - 5t^2$  antaa hyppääjän etäisyyden vedenpinnasta hetkellä  $t$ .

a) Milloin hyppääjä putoaa veteen ?

b) Mikä on hyppääjän nopeus tuolla hetkellä ?

**VASTAUKSIA**

1. a)  $-3x^{-4}$     b)  $6x + 1$     c)  $4x^3 - 12x$     d)  $25x^4$     e)  $x^2$     f)  $30x^4$     g)  $8x^{-5}$   
 h)  $\frac{1}{(1-x)^2}$
2. a)  $5x^4 - 4x^3 + 9x^2 - 6x$     b)  $6(2x + 1)^2$     c)  $(18x^2 - 30)(x^3 - 5x)^5$     d)  $\frac{2x^3 - 3x^2}{(x-1)^2}$   
 e)  $\frac{x^2 - 4x + 1}{(2-x)^2}$     f)  $(2x^2 - 3)^4 + 16x^2(2x^2 - 3)^3$
3. a)  $\frac{1}{\sqrt{2x-1}}$     b)  $\frac{-1}{2}(1-x)^{-1/2}$     c)  $\frac{2x^2+1}{\sqrt{x^2+1}}$     d)  $7e^{7x}$     e)  $\frac{e^x}{x^2}(x-1)$   
 f)  $e^{-x}(2x - x^2)$     g)  $\frac{-1}{1-x}$     h)  $\frac{1}{2x}$     i)  $\frac{1-\ln x}{x^2}$     j)  $\frac{1}{x(x+1)}$
4. a)  $5 \cos 5x$     b)  $-2 \cos x \sin x$     c)  $1 + \frac{1}{2} \tan^2(\frac{x}{2})$     d)  $4 \cos 4t - 6 \sin 2t - 1$   
 e)  $6e^{3t} - 8 \cos 2t$
5. a)  $2s^2t^3$     b)  $4rst^3$     c)  $6rs^2t^2 - 1$
6. a)  $x = 5/2$  ja  $y = 37/4$     b)  $x = 2$  ja  $y = 1$     c)  $x = -1$  ja  $y = 0$
7. a)  $y = 7x + 9$     b)  $y = -5x - 3$
8. a)  $-1$  ja  $7/2$     b)  $2$  ja  $2\sqrt{2}$     c)  $-5$  ja  $2$
9. 14m
10. 40,5cm<sup>2</sup>
11. 7m<sup>2</sup>
12.  $V = (12500 \pm 160) \text{ cm}^3$
13. a)  $3x^2 + 4xy - 4y^2$  ja  $2x^2 - 8xy + 6y^2$     b)  $2xe^{-y}$  ja  $-x^2e^{-y}$   
 c)  $2xy + \cos x + \cos y$  ja  $x^2 - x \sin y$
14. -8 ja 1
15.  $(82 \pm 2) \text{ kg/m}^3$
16. 0,006
17. 6,7cm ja 931 cm<sup>3</sup>
18. 8
19. 0
20.  $y = \frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$
21. a)  $t = 2s$     b) 15m/s