

## Integraalin sovelluksia

Kun funktio on välillä  $[a, b]$  jatkuva ja ei negatiivinen, antaa määrätty integraali  $\int_a^b f(x)dx$  suoraan se alueen pinta-alan, jota rajoittavat käyrä  $y=f(x)$  sekä suorat  $x=a$  ja  $x=b$ .

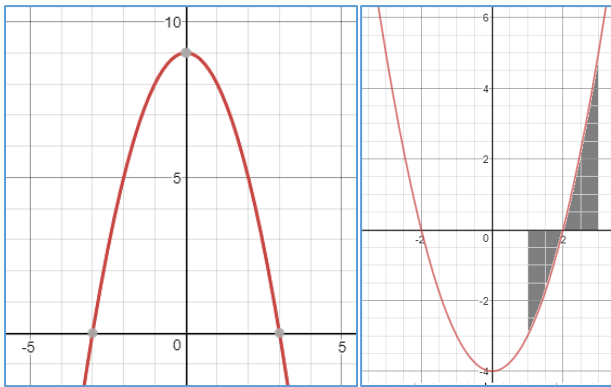
Jatkuvan funktion, positiivinen tai negatiivinen välillä  $[a, b]$ , kuvaajan rajaama pinta-ala lasketaan integroitavan funktion itseisarvosta.

$$\int_a^b |f(x)|dx = \begin{cases} \int_a^b f(x)dx, & \text{kun } f(x) \geq 0 \\ -\int_a^b f(x)dx, & \text{kun } f(x) < 0 \end{cases}$$

Jos funktio vaihtaa merkkiä välillä  $[a, b]$ , niin käyrän ja x-akselin välinen alue jaetaan osiin funktion nollakohdissa.

90. Laske funktion  $y=-x^2+9$  ja x-akselin rajaaman alueen pinta-ala.

91. Laske käyrän  $f(x)=x^2-4$ , x-akselin sekä suorien  $x=1$  ja  $x=3$  rajoittaman alueen pinta-ala.



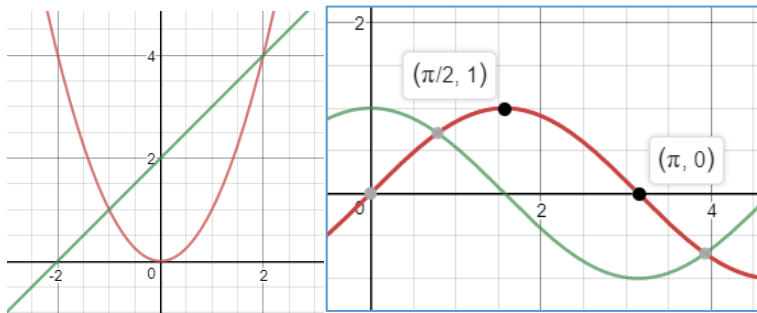
Oletetaan että funktiot  $f$  ja  $g$  ovat jatkuvia ja  $f(x) \geq g(x)$  välillä  $[a, b]$ . Käyrien rajoittama ala välillä  $[a, b]$  lasketaan kaavalla:

$$\int_a^b (f(x) - g(x))dx$$

Pinta-ala ei riipu mitenkään siitä miten alue sijoittuu x-akselin suhteen.

92. Laske käyrien  $f(x)=x^2$  ja  $g(x)=x+2$  rajoittaman alueen pinta-ala.

93. Laske käyrien  $f(x)=\sin x$  ja  $g(x)=\cos x$  rajoittaman alueen ala välillä  $[\frac{\pi}{2}, \pi]$ .



Funktiot voivat leikata toisensa välillä  $[a, b]$ . Tällöin käyrien välinen alue jaetaan osiin käyrien leikkauspisteiden kohdilta.

Extra.

94. Laske käyrien  $f(x)=x^3+3x^2$  ja  $g(x)=x+3$  rajoittaman alueen ala. Käyrät leikkaavat kohdissa -3, -1 ja 1. (Vastaus: 8)

