d) $2^n \in O(n!)$ se que a partir de 12 se cumple, pero Indemos de n por def.

1

$$2^n \in O(n!) \longleftrightarrow (\exists c \in \mathbb{R}_{>0}, n_0 \in \mathbb{N})(2^n \leq c.n!, \forall n \geq n_0)$$

Probemos con $c = 2$ y $n_0 = 2$

$2^n \leq 2.n!$

luego, por inducción

$P(n): 2^n \leq 2n! \quad \forall n \geq 2$

CB es $P(2): 2^2 \leq 2(2!)$ verdadero)

$2^2 \leq 2.2! \equiv \boxed{4 \leq 4}$ V

PI es $P(h) \longrightarrow P(h+1), \forall h \geq 2$)

$P(h): 2^h \leq 2h!$ $\boxed{HI}$

$P(h+1): 2^{h+1} \leq 2(h+1)! \longleftrightarrow$

$2^h . 2 \leq 2.(h+1).h! \overset{\boxed{HI}}{\longleftrightarrow} 4h! \leq 2(h+1).h!$

$\longleftrightarrow 2h! \leq (h+1)h!$ } lo que es cierto porque $h \geq 2$

$2 \leq h+1$

luego, por inducción probamos que $2^n \leq 2n!$

por lo que $\boxed{2^n \in O(n!)}$ ✓