para que $n^2+5n+3 \in \Omega(n)$ se debe cumplir que (A) Esto me conviene mejor porque $n > n_0 \in$

$$(\exists c \in \mathbb{R}_{>0}, n_0 \in \mathbb{N})(n^2+5n+3 \geq c.n, \forall n > n_0) \equiv$$

$$(\exists c \in \mathbb{R}_{>0}, n_0 \in \mathbb{N})\left(n+5+\frac{3}{n} \geq c, \forall n > n_0\right)^{(A)} \equiv$$

lo que es trivialmente cierto

pero, podemos probar los dos con un simple límite

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{n^2+5n+3}{n} = \lim_{n\to+\infty} n+5n+\overbrace{\frac{3}{n}}^{\to 0} = \lim_{n\to+\infty} n+5n = +\infty$$

entonces por prop. $n^2+5n+3 \in \Omega(n)$ y $n^2+5n+3 \notin O(n)$

Ejercicios de la guía

$\boxed{1}$ Probar utilizando

(a) $n^2-4n-2 \in O(n^2)$ sólo resulta si

$$(\exists k \in \mathbb{R}_{>0}, n_0 \in \mathbb{N})(n^2-4n-2 \leq k.n^2, \forall n \geq n_0) \equiv$$

$$(\exists k \in \mathbb{R}_{>0}, n_0 \in \mathbb{N})\left(1-\frac{4}{n}-\frac{2}{n^2} \leq k, \forall n \geq n_0\right)$$

lo que es trivialmente cierto ya que con $k=1$ siempre se cumplirán cualquiera de los casos ✓

(b) $(\forall k \in \mathbb{N})(\forall f: \mathbb{N} \to \mathbb{N})\left(f \in O(n^k) \to f \in O(n^{k+1})\right)$

$$f \in O(n^k) \to (\exists c \in \mathbb{R}_{>0}, n_0 \in \mathbb{N})(f(n) \leq c.n^k, \forall n \geq n_0)$$

como $n^k \leq n^{k+1}, \forall k \in \mathbb{N}$, entonces podemos decir que $f \in O(n^{k+1})$ asumiendo que $f \in O(n^k)$ ✓