

$$e) (\forall i, j \in \mathbb{N}) (i \cdot j \in O(j \cdot i)) \quad \forall$$

$\underbrace{\mathbb{N} \quad \mathbb{R}_{>0}}_{\text{numbers } n}$

$$(\exists c \in \mathbb{R}_{>0}, n_0 \in \mathbb{N}) (i \cdot n \leq j \cdot n \cdot c, \forall n \geq n_0) \equiv$$

$$(\exists c \in \mathbb{R}_{>0}, n_0 \in \mathbb{N}) (i \leq j \cdot c, \forall n \geq n_0) \equiv$$

lo que es verdadero ya que al ser i, j constantes naturales
 con solo n suficientemente grande en c que logre que $j \cdot n$
 sea superior. Lo que se cumple con $\boxed{i \leq c}$ ✓

$$f) (\forall k \in \mathbb{N}, 2^k \in O(1)) \quad \forall$$

$$(\forall k \in \mathbb{N}) (\exists c \in \mathbb{R}_{>0}, n_0 \in \mathbb{N}) (2^k \leq c, \forall n \geq n_0)$$

al 2^k ser una constante, buscaremos elegir una c
 tal que $2^k \leq c$ para cada caso

$$g) \log n \in O(n) \quad \forall \leftarrow$$

$$(\exists c \in \mathbb{R}_{>0}, n_0 \in \mathbb{N}) (\log n \leq n, \forall n \geq n_0) \leftarrow$$

$$(\exists c \in \mathbb{R}_{>0}, n_0 \in \mathbb{N}) (1 \leq \frac{n}{\log n}, \forall n \geq n_0) \quad \checkmark$$

$$h) n! \in O(2^n) \quad \checkmark$$

$$(\exists c \in \mathbb{R}_{>0}, n_0 \in \mathbb{N}) (\forall n \geq n_0) \left(\frac{\prod_{i=1}^n i}{\prod_{i=1}^n 2} \leq c \right) \equiv$$

$$(\exists c \in \mathbb{R}_{>0}, n_0 \in \mathbb{N}) (\forall n \geq n_0) \left(\frac{\prod_{i=1}^n i}{\prod_{i=1}^n 2} \leq \frac{\prod_{i=1}^n 2}{\prod_{i=1}^n 2} \cdot c \right)$$

lo que es cierto ya que $\prod_{i=1}^n i \leq \prod_{i=1}^n 2$ para $n \geq 1$