

Alp2 - Übungsblatt 5 (Aufgabe 1)

Bearbeitet von: Jasmine Cavael & Alexander Chmielus

Tutor: Fabian Halama

Tutorium 10 (Do. 16-18)

Mit diesem Schreibprogramm ist es leider etwas umständlich, mathematische Zeichen einzufügen in den Formeln. Wir werden daher Python-Syntax verwenden:

&& als logisches UND

|| als logisches ODER

! als logische Negation

--> Implikation

== ist gleich (wir benutzen = als Zuweisung, daher der Unterschied.)

!= ist nicht gleich

$\{P\} = \{a > 0 \ \&\& \ b > 0 \ \&\& \ c < 0\}$

$a = a + b - c$

$d = b$

$b = a - b - c$

$c = -c$

$\{Q\} = \{a > 0 \ \&\& \ b > 0 \ \&\& \ c > 0 \ \&\& \ b == a - d + c\}$

Zuweisungsaxiom ($c = -c$):

$\{Q1\} = \{a > 0 \ \&\& \ b > 0 \ \&\& \ -c > 0 \ \&\& \ b == a - d - c\}$

Zuweisungsaxiom ($b = a - b - c$):

$\{Q2\} = \{a > 0 \ \&\& \ (a - b - c) > 0 \ \&\& \ -c > 0 \ \&\& \ a - b - c == a - d - c\}$

Zuweisungsaxiom ($d = b$):

$\{Q3\} = \{a > 0 \ \&\& \ (a - b - c) > 0 \ \&\& \ -c > 0 \ \&\& \ a - b - c == a - b - c\}$

$= \{a > 0 \ \&\& \ (a - b - c) > 0 \ \&\& \ -c > 0 \ \&\& \ \text{True}\}$

$= \{a > 0 \ \&\& \ (a - b - c) > 0 \ \&\& \ -c > 0\}$

Zuweisungsaxiom ($a = a + b - c$):

$\{Q4\} = \{(a + b - c) > 0 \ \&\& \ (a + b - c - b - c) > 0 \ \&\& \ -c > 0\}$

$= \{(a + b - c) > 0 \ \&\& \ (a - c - c) > 0 \ \&\& \ c < 0\}$

Nach dem Zuweisungsaxiom sind $\{Q1 - Q4\}$ gültige Programmformeln. Jetzt müssen wir für die

Konsequenzregel (der stärkeren Vorbedingung) zeigen, dass $\{P\} \rightarrow \{Q4\}$:

$\{P\} = \{a > 0 \ \&\& \ b > 0 \ \&\& \ c < 0\}$

Zunächst das einfache:

$(c < 0)$ steht in beiden Formeln, also passt das schonmal.

$(a > 0 \ \&\& \ c < 0) \rightarrow (a - c - c) > 0$, da c negativ ist und so der gesamte Term positiv.

$(a > 0) // + b$

$(a + b > b) // - c$

$(a + b - c) > (b - c) > 0$, da c negativ ist und so der gesamte Term positiv.

$\rightarrow \{P\} \rightarrow \{Q4\}$

$\{P\}$

$\{Q4\}$

$a = a + b - c$

$\{Q3\}$

$d = b$

$\{Q2\}$

$b = a - b - c$

$\{Q1\}$

$c = -c$

$\{Q\}$

Nach der **zweiten Konsequenzregel** gilt, dass weil $\{P\} \rightarrow \{Q4\}$ und $\{Q4\} \ S \ \{Q3\}$ eine gültige Programmformel ist, auch $\{P\} \ S \ \{Q3\}$ eine gültige Programmformel ist.

Mit der Sequenzregel kann man nun $\{P\} \ S \ \{Q\}$ ableiten, womit die Gültigkeit bewiesen ist.