

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
факультет радіофізики, електроніки та комп'ютерних систем

Лабораторна робота № 2

Тема: «Арифметичні операції над двійковими числами»

Роботу виконала
студентка 3-го курсу
напрямку СА
Прищепя Олександра Віталіївна

Київ 2022

Хід роботи

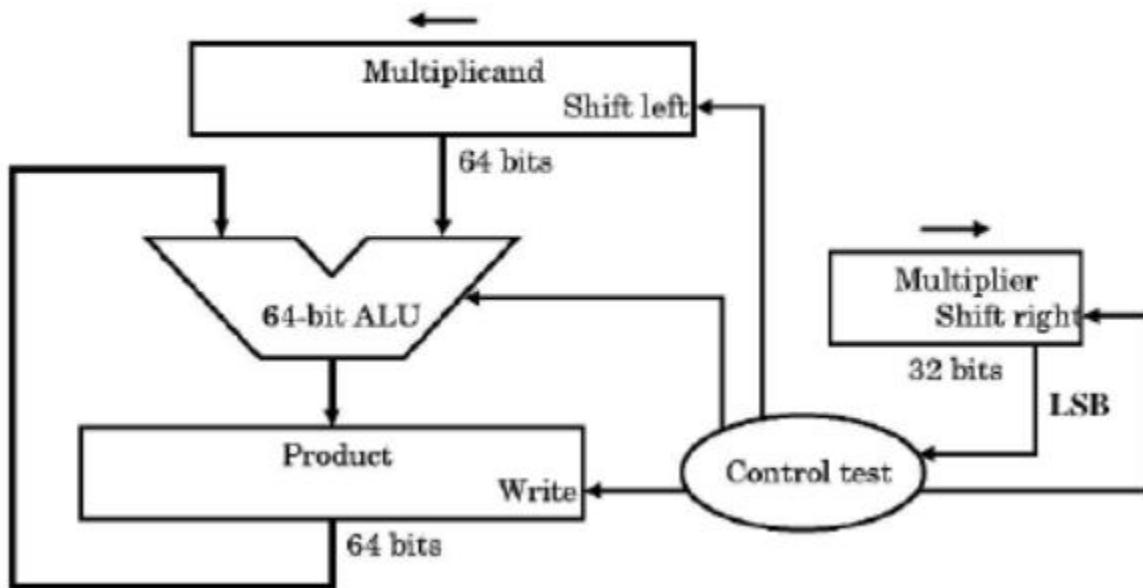
Мета: Дослідити алгоритми, що використовуються в мікропроцесорах для множення та ділення цілих чисел та підходи до роботи з дійсними числами.

Вариант: a b b

Посилання на [репозиторій](#)

1. Створимо програму, що ілюструє покрокове виконання алгоритму множення як є:

а. Множення як є



Пояснения алгоритму:

1. Перший множник(multiplicand) переводимо з десяткової системи в двійкову, а також переводимо в систему числення з основою 64. Другий множник(multiplier) переводимо з десяткової системи в двійкову, а також переводимо в систему числення з основою 32.

2. Перевіряємо молодший біт другого множника(multiplier):

- якщо він 0, тоді робимо зсув вправо 2-го множника(multiplier) та зсув вліво 1-го множника(multiplicand);
- якщо він 1, тоді додаємо(ALU) 1-й множник(multiplicand) в результат(product) і записуємо в product. Потім робимо зсув вправо 2-го множника(multiplier) та зсув вліво 1-го множника(multiplicand);

3. При роботі з від'ємними числами переводимо число в додатне, відпрацьовуємо алгоритм, а в кінці повертаємо знак відповідно до вхідних параметрів.

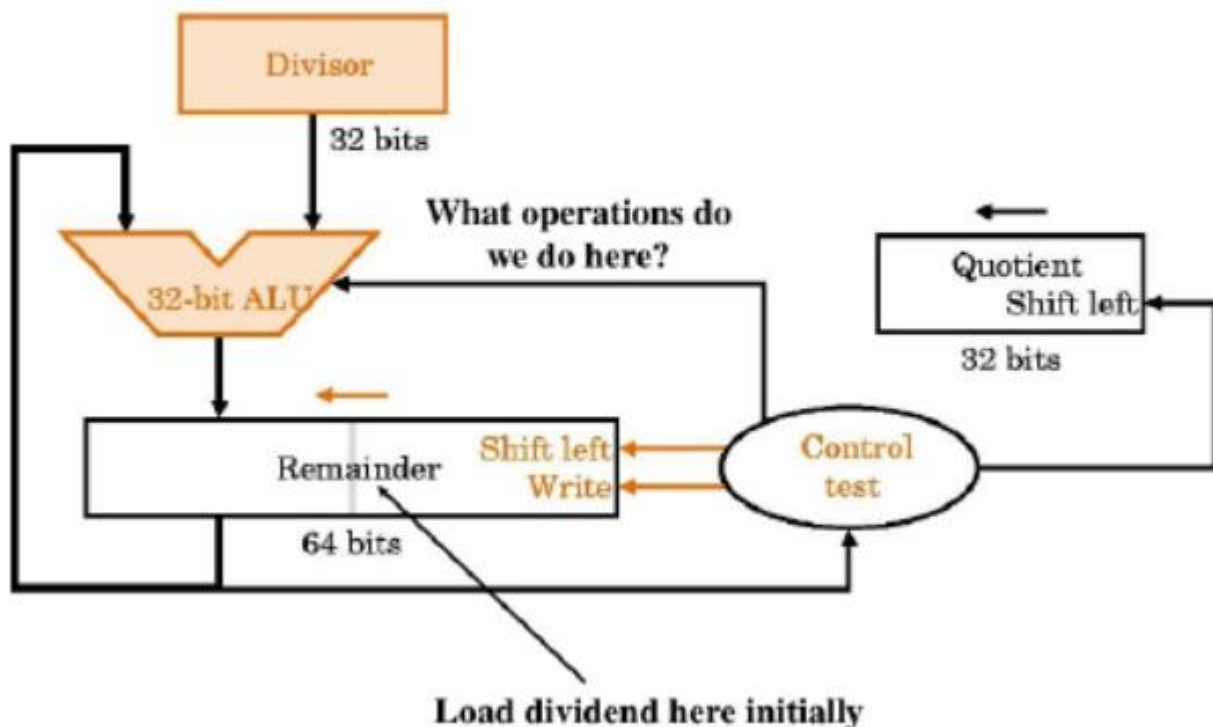
Перевірення роботи програми:

Multiplicand	Multiplier	Product
13 (00000000000000000000000000000000 0000000000000000001101)	5 (000000000000000000000000 00000000101)	65 (00000000000000000000000000000000 000000000000001000001)
200 00000000000000000000000000000000 0000000000000011001000	15 000000000000000000000000 0000001111	3000 (00000000000000000000000000000000 0000000000101110111000)
22	-2	-44

[illegible]

2. Створимо програму, що ілюструє покрокове виконання алгоритму ділення двійкових чисел:

б. Зсув залишку вправо



Пояснения алгоритму:

1. Ділене(dividend) та дільник(divisor) переводимо з десяткової системи в двійкову, а також переводимо в систему числення з основою 32.
2. Зсуваємо дільник до першої значимої «1» та розташовуємо під найстаршим бітом діленого.
3. Порівнюємо дільник з діленим:
 - якщо він більше, то в результат(quotient) записуємо «0» та зсуваємо результат вліво;
 - якщо він менше, то в результат(quotient) записуємо «1» та зсуваємо результат вліво;
4. Проходимося циклом по алгоритму, в кінці отримуємо частку та, за наявності остачу(remainder).

Перевірення роботи програми:

Dividend	Divisor	Quotient	Remainder
----------	---------	----------	-----------

20000000000 00000000000000 0110000110101 000000	19 00000000000000 00000000000000 010011	105263157 0000011001000 1100011000000 110101	17 00000000000000000000000000000000 00000000000000000000000000000000 0000010001
20 00000000000000 00000000000000 010100	2 00000000000000 00000000000000 000010	10 00000000000000 00000000000000 001010	0 00000000000000000000000000000000 00000000000000000000000000000000 0000000000
5616	3	1872 00000000000000 0000000011101 010000	0 00000000000000000000000000000000 00000000000000000000000000000000 0000000000

Виконання програми на прикладі чисел 5616 та 3:

```
Value1 = 5616
Value2 = 3
Value1 = 000000000000000000000101011110000
Value2 = 11000000000000000000000000000000    Перший знаковий біт дільника нормалізуємо з першим бітом діленого

Ітерація: 1
Value1 000000000000000000000101011110000
Value2 0110000000000000000000000000000000    Робимо зсув діленого вліво
Quotient 00000000000000000000000000000000    Порівнюємо, дільник більше діленого, тому в результат записуємо 0 та зсуваємо результат вліво

Ітерація: 2
Value1 000000000000000000000101011110000
Value2 0011000000000000000000000000000000    Робимо зсув діленого вліво
Quotient 00000000000000000000000000000000    Порівнюємо, дільник більше діленого, тому в результат записуємо 0 та зсуваємо результат вліво

Ітерація: 3
Value1 000000000000000000000101011110000
Value2 0001100000000000000000000000000000    Робимо зсув діленого вліво
Quotient 00000000000000000000000000000000    Порівнюємо, дільник більше діленого, тому в результат записуємо 0 та зсуваємо результат вліво

Ітерація: 4
Value1 000000000000000000000101011110000
Value2 0000110000000000000000000000000000    Робимо зсув діленого вліво
Quotient 00000000000000000000000000000000    Порівнюємо, дільник більше діленого, тому в результат записуємо 0 та зсуваємо результат вліво

Ітерація: 5
Value1 000000000000000000000101011110000
Value2 0000011000000000000000000000000000    Робимо зсув діленого вліво
Quotient 00000000000000000000000000000000    Порівнюємо, дільник більше діленого, тому в результат записуємо 0 та зсуваємо результат вліво

Ітерація: 6
Value1 000000000000000000000101011110000
Value2 0000001100000000000000000000000000    Робимо зсув діленого вліво
Quotient 00000000000000000000000000000000    Порівнюємо, дільник більше діленого, тому в результат записуємо 0 та зсуваємо результат вліво

Ітерація: 7
Value1 000000000000000000000101011110000
Value2 0000000110000000000000000000000000    Робимо зсув діленого вліво
Quotient 00000000000000000000000000000000    Порівнюємо, дільник більше діленого, тому в результат записуємо 0 та зсуваємо результат вліво

Ітерація: 8
Value1 000000000000000000000101011110000
Value2 0000000011000000000000000000000000    Робимо зсув діленого вліво
Quotient 00000000000000000000000000000000    Порівнюємо, дільник більше діленого, тому в результат записуємо 0 та зсуваємо результат вліво

Ітерація: 9
Value1 000000000000000000000101011110000
Value2 0000000001100000000000000000000000    Робимо зсув діленого вліво
Quotient 00000000000000000000000000000000    Порівнюємо, дільник більше діленого, тому в результат записуємо 0 та зсуваємо результат вліво
```


[illegible][illegible]

3. Створимо програму, що ілюструє покрокове виконання алгоритму множення двійкових чисел в IEEE 754 Floating Point:

в. Множения

- i. Compute exponents
- ii. Multiply significands
- iii. Normalize result
- iv. Set sign

Пояснения алгоритму:

1. Виконуємо XOR біта зі знаком множника1 із бітовим знаком множника2. Результат поміщаємо в результуючий знаковий біт.
2. Перемножуємо мантиси m_1 та m_2 , а результат поміщаємо в результуюче поле мантиси.
3. Додаємо біти експонент m_1 та m_2 , а базове значення віднімаємо від доданого результату(127). Результат поміщається в експоненційне поле блоку результату.
4. Нормалізуємо суму, або зсуваючи праворуч і збільшуючи показник, або зсуваючи вліво та зменшуючи показник.
5. Перевірте відсутність/переповнення.
6. Якщо $(E_1 + E_2 - \text{зміщення}) \geq E_{\text{max}}$, то встановлюємо добуток на нескінченність.
7. Якщо $E_1 + E_2 - \text{зміщення}$ менше/дорівнює E_{min} , то встановлюємо добуток на нуль.

Перевірення роботи програми:

Множник	Множник	Добуток
7.875 010000001111110000000000 000000000	15.875 010000010111111000000000 000000000	125.015625 01000010111110100000100 000000000
1.5 001111111100000000000000 000000000	105.00000001 010000101101001000000000 000000000	157.50000001499998 01000011000111011000000 000000000
5555555555.555 01010001010011101111010 111101000	105.875 01000010110100111100000 000000000	5881944444444.386 01010100101010110010111 111100110

Виконання програми:

```
Value1 = 7.875
Value2 = 15.875
Value1 = 01000000111111000000000000000000
Value2 = 01000001011111100000000000000000
Виконуємо XOR між бітом зі знаком: 0
Перемножуємо мантиси множника1 та множника2: 111110100000100000000000000000000000000000000000
Нормалізуємо мантису: 111101000001000000000000000000000000000000000000
Додаємо порядки множника1 та множника2: 100000011
Віднімаємо зміщення (127 біт) та додаємо 1: 10000101
Результат: 01000010111110100000100000000000
```

```
Value1 = 1.5  
Value2 = 105.00000001  
Value1 = 00111111110000000000000000000000  
Value2 = 01000010110100100000000000000000  
Виконуємо XOR між бітом зі знаком: 0  
Перемножуємо мантиси множника1 та множника2: 1001110111000000000000000000000000000000000000000000000  
Нормалізуємо мантису: 001110111000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000  
Додаємо порядки множника1 та множника2: 100000100  
Віднімаємо зміщення (127 біт) та додаємо 1: 10000110  
Результат: 0100001100011101110000000000000000
```

```
Value1 = 55555555555.555
Value2 = 105.875
Value1 = 01010001010011101111010111101000
Value2 = 01000010110100111100000000000000
Виконуємо XOR між бітом зі знаком: 0
Перемножуємо мантиси множника1 та множника2: 101010110010111111100110101001100000000000000000
Нормалізуємо мантису: 0101011001011111100110101001100000000000000000
Додаємо порядки множника1 та множника2: 100100111
Віднімаємо зміщення (127 біт) та додаємо 1: 10101001
Результат: 01010100101010110010111111100110
```

Висновок

У ході лабораторної роботи було досліджено алгоритми множення, ділення та множення в IEEE 754 Floating Point, які використовуються в процесорі. Отже, алгоритми в процесорі реалізовані набагато складніше на відміну від примітивних операцій, які ми звикли виконувати множивши, додававши, або діливши числа в стовбчик. Також при множенні в системі IEEE 754 чисел з плаваючою комою, спостерігалася деяка похибка, вона зумовлена обмеженими можливостями процесора, а саме тому що ми не можемо закодувати число з плаваючою комою з 100% правильністю.