Differenciálási szabályok

Kulcsszavak: differenciálási szabályok

$$(c \cdot f)' = c \cdot f'$$

$$(f \pm g)' = f' \pm g'$$

$$(f \cdot g)' = f' \cdot g \pm f \cdot g'$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$$

$$\frac{d}{dx}\left[f\left(g\left(x\right)\right)\right] = \frac{df}{dg} \cdot \frac{dg}{dx} = f'_g \cdot g'_x$$

Deriválttáblázat

Kulcsszavak: elemi függvények deriváltja, derivált táblázat, deriválás

$$\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}, n \neq 0$$

$$\frac{d}{dx}(a^x) = a^x lna$$

$$\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$$

$$\frac{d}{dx}(log_a x) = \frac{1}{ln\, a} \cdot \frac{1}{x}$$

$$\frac{d}{dx}(ln\, x) = \frac{1}{x}$$

$$\frac{d}{dx}(sin\, x) = cos\, x$$

$$\frac{d}{dx}(cos\, x) = -sin\, x$$

$$\frac{d}{dx}(tg\, x) = \frac{1}{cos^2\, x}$$

$$\frac{d}{dx}(ctg\, x) = -\frac{1}{sin^2\, x}$$

$$\frac{d}{dx}(arcsin\, x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\frac{d}{dx}(arccos\, x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\frac{d}{dx}(arctg\, x) = \frac{1}{1+x^2}$$

$$\frac{d}{dx}(arcctg\, x) = -\frac{1}{1+x^2}$$

$$\frac{d}{dx}(sh\, x) = ch\, x$$

$$\frac{d}{dx}(ch\, x) = sh\, x$$

$$\frac{d}{dx}(th\, x) = \frac{1}{ch^2\, x}$$

$$\frac{d}{dx}(cth\, x) = -\frac{1}{sh^2\, x}$$

$$\frac{d}{dx}(arsh\, x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$\frac{d}{dx}(arch\, x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$$

Taylor-sor

Kulcsszavak: Taylor-sor, Lagrange-féle maradéktag, Cauchy-féle maradéktag

Amennyiben az **f(x)** függvény végtelenszer deriválható, akkor a függvény **a** pont körüli Taylor-sora:

$$T(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n$$

vagy egy véges sorozat és a maradéktagon keresztül

$$T(x) = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{f^{(k)}(a)}{k!}(x-a)^k + R_n$$

Lagrange-féle maradéktag

$$R_n = \frac{f^{(n)}(\xi)(x-a)^n}{n!}$$

Cauchy-féle maradéktag

$$R_n = \frac{f^{(n)}(\xi)(x-\xi)^{n-1}(x-a)}{(n-1)!}$$

Néhány elemi függvény Taylor-sora

Exponenciális és logaritmusfüggvény

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \ ; \ x \in \mathbb{R}$$

$$\ln(1+x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+1} x^{n+1} \ ; \ |x| < 1$$

Mértani sor

$$\frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n \ ; \ |x| < 1$$

$$\frac{x^m}{1-x} = \sum_{n=m}^{\infty} x^n \ ; \ |x| < 1$$

Binomiális sor

$$(1+x)^\alpha = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{\alpha}{n} x^n \ ; \ |x| < 1 \ \wedge \alpha \in \mathbb{C}$$

Trigonometrikus függvények

$$\sin x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} x^{2n+1} \ ; \ x \in \mathbb{R}$$

$$cos\ x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n!} x^{2n} \ ; \ x \in \mathbb{R}$$

Hiperbolikus függvények

$$sh\ x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)!} x^{2n+1} \ ; \ x \in \mathbb{R}$$

$$ch\ x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n!} x^{2n} \ ; \ x \in \mathbb{R}$$