Számhalmzaok

Kulcsszavak: számhalmzok, természetes számok, egész számok, racionális számok, irracionális számok, valós számok, komplex számok, számhalmazok kapcsolata

Természetes számok

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 \cdots\}$$

Egész számok

$$\mathbb{Z} = \{\cdots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \cdots\}$$

Racionális számok

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \middle| p, q \in \mathbb{Z},\ q \neq 0 \right\}$$

Két egész szám hányadosaként felírható számokat racionális számoknak nevezzük.

Irracionális számok

$$\mathbb{Q}^* = \{\cdots, -\sqrt{3}, \sqrt{2}, \pi, \mathrm{e}, \cdots\}$$

A nem szakaszos végtelen tizedes törtekett irracionális számoknak nevezzük.

Valós számok

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}^*$$

A racionális és irracionális számok halmazának unióját valós számoknak nevezzük.

Komplex számok

$$\mathbb{C} = \{a + ib \mid a, b \in \mathbb{R},\ i = \sqrt{-1}\}$$

A számhalmazok kapcsolata

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$$

Prímszámok - Prímtényezős felbontás

Kulcsszavak: Prímszámok

Azokat a természetes számokat, amelyeknek pontosan két osztójuk van a természetes számok között, maga a szám és az 1, prímszámoknak nevezzük.

$$\mathbb{P} = \{\, 2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13,\ 17,\ 19,\ 23,\ 29,\ 31,\ 37,\ 41,\ 43,\ \ldots\}$$

Prímtényezős felbontás

Minden **m** pozitív egész szám egyértelműen, azaz egy és csak egyféleképpen felbontható prímszámok szorzatára:

$$m = {p_1}^{\alpha_1} \cdot {p_2}^{\alpha_2} \cdot \ldots \quad \cdot {p_k}^{\alpha_k} \;\; ; \;\; p_1, p_2, \ldots, p_k \in \mathbb{P} \; ; \; \alpha_1, \alpha_k, \ldots, \alpha_k \in \mathbb{N}$$

Példa:

$$\begin{array}{c|c} 60 & 2 \\ 30 & 5 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

Oszthatósági szabályok

Kulcsszavak:

Osztahóság

Ha **a** és **m** pozitív egész sámok, akkor **a** **m** osztója, vagy **m** osztható **a**-val amennyiben:

$$a|m \Leftrightarrow \exists n : n \in \mathbb{N} \land n \cdot a = m$$

Osztahósági tételek

$$(a|m) \land (a|n) \Rightarrow (a|m \cdot n) \land (a|\,(m+n)) \land (a||m-n|)$$

$$(a|b) \land (b|c) \Rightarrow a|c$$

$$(p \in \mathbb{P}) \land (p|m \cdot n) \Rightarrow (p|m) \lor (p|n)$$

Osztahósági szabályok

2|n	n utolsó számjegye ∈{0,2,4,6,8}
3|n	n számjegyeinek összege osztható 3-mal
4|n	n két utolsó számjegyéből képzett szám osztható 4-el
5|n	n utolsó számjegye ∈{0,5}
6|n	n 2-vel és 3-mal is osztható
8|n	n három utolsó számjegyéből képzett szám osztható 8-cal
9|n	n számjegyeinek összege osztható 9-cel
10|n	n utolsó számjegye 0
25|n	n két utolsó számjegye ∈{100,25,50,75}

Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös

Kulcsszavak:

Legnagyobb közös osztó LNKO

Két természetes szám m és n legnagyobb közös osztója:

$$LNKO(m;n) = (m;n) = l$$

Euklideszi algoritmus a legnagyobb közös osztó LNKO meghatározására

Példa: **LNKO (246;132)=(246;132)=6**

$$\begin{aligned} 246 &= 132 \cdot 1 + 114 \\ 132 &= 114 \cdot 1 + 18 \\ 114 &= 18 \cdot 6 + 6 \\ 6 &= 6 \cdot 1 + 0 \end{aligned}$$

Legkisebb közös többszörös LKKT

Két természetes szám m és n Legkisebb közös többszöröse:

$$LKKT(m;n) = [m;n] = k$$

Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös kapcsolata

$$(m;n) \cdot [m;n] = m \cdot n$$

Példa: **LKKT (246;132)=[246;132]=5412**

$$[246;132] = \frac{246 \cdot 132}{(246;132)} = \frac{246 \cdot 132}{6} = 5412$$

Relatív prímszámok

Két szám **m** és **n** relatív prímszám ha legnagyobb közös osztójuk **LNKO(m;n)=[m;n]=1**

Műveletk racionális számokkal

Kulcsszavak:

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$$ Összeadás

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad-bc}{bd}$$ Kivonás

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$$ Szorzás

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{ad}{bc}$$ Osztás