Számhalmazok

Természetes számok

$$N=\{0,1,2,3,4,5,6\cdots\}\mathbb{N}=0,1,2,3,4,5,6\cdots$$

Egész számok

$$Z=\{\cdots,-3,-2,-1,0,1,2,3,\cdots\}\mathbb{Z}=\cdots,-3,-2,-1,0,1,2,3,\cdots$$

Racionális számok

$$Q=\{pq|||p,q\in Z,\ q\neq 0\}\mathbb{Q}=pq|p,q\in\mathbb{Z},\ q\neq 0$$

Két egész szám hányadosaként felírható számokat racionális számoknak nevezzük.

Irracionális számok

$$Q_*=\{\cdots,-\sqrt{\boxed{3}},\sqrt{\boxed{2}},\pi,e,\cdots\}\mathbb{Q}^*=\cdots,-3,2,\pi,e,\cdots$$

A nem szakaszos végtelen tizedes törtekett irracionális számoknak nevezzük.

Valós számok

$$R=Q\cup Q_*\mathbb{R}=\mathbb{Q}\cup\mathbb{Q}^*$$

A racionális és irracionális számok halmazának unióját valós számoknak nevezzük.

Komplex számok

$$C=\{a+ib\ ||\ a,b\in R,\ i=\sqrt{\boxed{-1}}\}\mathbb{C}=a+ib\ |\ a,b\in\mathbb{R},\ i=-1$$

A számhalmazok kapcsolat: $N\subset Z\subset Q\subset R\subset C$

Prímszámok - Prímtényezős felbontás

Azokat a természetes számokat, amelyeknek pontosan két osztójuk van a természetes számok között, maga a szám és az 1, prímszámoknak nevezzük.

$P = \{ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, \ldots \}$
ℙ={ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, ...}

Prímtényezős felbontás

Minden **m** pozitív egész szám egyértelműen, azaz egy és csak egyféleképpen felbontható prímszámok szorzatára:

$m = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot p_k^{\alpha_k}$; $p_1, p_2, \ldots, p_k \in P$; $\alpha_1, \alpha_k, \ldots, \alpha_k \in N$
m=p1α1·p2α2·... ·pkαk ; p1,p2,...,pk∈ℙ ; α1,αk,...,αk∈ℕ

Példa:

60|230|56|23|31|
60|230|56|23|31|

$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

Oszthatósági szabályok

Oszthatóság

Ha **a** és **m** pozitív egész sámok, akkor **a** **m** osztója, vagy **m** osztható **a**-val amennyiben:

$$a|m \Leftrightarrow \exists n: n \in N \wedge n \cdot a = m \quad a|m \Leftrightarrow \exists n: n \in \mathbb{N} \wedge n \cdot a = m$$

Osztahósági tételek

$$(a|m) \wedge (a|n) \Rightarrow (a|m \cdot n) \wedge (a|(m+n)) \wedge (a||m-n|) \quad a|m \wedge a|n \Rightarrow a|m \cdot n \wedge a|m+n \wedge a||m-n|$$

$$(a|b) \wedge (b|c) \Rightarrow a|c \quad a|b \wedge b|c \Rightarrow a|c$$

$$(p \in P) \wedge (p|m \cdot n) \Rightarrow (p|m) \vee (p|n) \quad p \in \mathbb{P} \wedge p|m \cdot n \Rightarrow p|m \vee p|n$$

Oszthatósági szabályok

2|n	n utolsó számjegye ∈{0,2,4,6,8}
3|n	n számjegyeinek összege osztható 3-mal
4|n	n két utolsó számjegyéből képzett szám osztható 4-el
5|n	n utolsó számjegye ∈{0,5}
6|n	n 2-vel és 3-mal is osztható
8|n	n három utolsó számjegyéből képzett szám osztható 8-cal
9|n	n számjegyeinek összege osztható 9-cel
10|n	n utolsó számjegye 0
25|n	n két utolsó számjegye ∈{100,25,50,75}

Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös

Legnagyobb közös osztó LNKO

Két természetes szám m és n legnagyobb közös osztója:

$$LNKO(m;n)=(m;n)=l$$

LNKO(m;n)=(m;n)=l

Euklideszi algoritmus a legnagyobb közös osztó LNKO meghatározására

Példa**: LNKO (246;132)=(246;132)=6**

$$246=132\cdot 1+114 \quad 132=114\cdot 1+18 \quad 114=18\cdot 6+6 \quad 6=6\cdot 1+0$$

246=132·1+114132=114·1+18114=18·6+66=6·1+0

Legkisebb közös többszörös LKKT

Két természetes szám m és n Legkisebb közös többszöröse:

$$LKKT(m;n)=[m;n]=k$$

LKKT(m;n)=[m;n]=k

Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös kapcsolata

$$(m;n)\cdot[m;n]=m\cdot n$$

(m;n)·[m;n]=m·n

Példa**: LKKT (246;132)=[246;132]=5412**

$$[246;132]=\frac{246\cdot 132}{(246;132)}=\frac{246\cdot 132}{6}=5412$$

246;132=246·132(246;132)=246·1326=5412