

Permutáció

Kulcsszavak: permutáció, ismétlés nélküli, ismétléses, sorbarakás

Ismétlés nélküli permutáció

n különböző elemet kell az összes lehetséges módon sorba rendezni.

A különböző elrendesések száma:

$$P_n = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1 = n!$$

Példa:

4 elem: {a,b,c,d} elem sorbarakása esetén:

$$n = 4, P_4 = 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

abcd	bacd	cabd	dabc
abdc	badc	cadb	dacb
acbd	bcad	cbad	dbac
acdb	bcda	cbda	dbca
adbc	bdac	cdab	dcab
adcb	bdca	cdba	dcba

Ismétléses permutáció

n olyan elemet kell sorba rendezni az összes lehetséges módon, amelyek között ismétlődő elemek is vannak. Az ismétlődő elemek száma:

$$k_1, k_2, k_3, \dots, k_r; (k_1 + k_2 + k_3 + \dots + k_r \leq n)$$

A különböző elrendezések száma:

$$P_n^{k_1, k_2, k_3, \dots, k_r} = \frac{n!}{k_1! \cdot k_2! \cdot k_3! \cdot \dots \cdot k_r!}$$

Példa:

7 elemet: {a,a,a,a,b,b,c} elem sorbarakása esetén láthatjuk hogy az első elem négyszer, a második elem kétszer ismétlődik:

$$n = 7, k_1 = 4, k_2 = 2, k_1 = 1$$

Az összes lehtséges rendezés száma tehát:

$$P_7^{4,2,1} = \frac{7!}{4! \cdot 2! \cdot 1!} = 105$$

Kombináció

Kulcsszavak: kombináció, ismétléses, ismétlés nélküli

Ismétlés nélküli kombináció

n különböző elem közül k elemet kell kiválasztani ($k \leq n$). Egy elem csak egyszer választható, a sorrend nem számít.

A különböző kiválasztások száma:

$$C_n^k = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-k+1)}{k!} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} = \binom{n}{k}$$

Példa:

5 elemből {a,b,c,d,e} kettőt választva:

$$C_5^2 = \frac{5!}{2! \cdot (3)!} = \binom{5}{2} = 10$$

(a,b), (a,c), (a,d), (a,e), (b,c), (b,d), (b,e), (c,d), (c,e), (d,e)

Ismétléses kombináció

n különböző elem közül k elemet kell kiválasztani. Egy elem többször is kiválasztható, a sorrend nem számít.

A különböző kiválasztások száma:

$$\bar{C}_n^k = \binom{n+k-1}{k}$$

Példa:

4 elemből {a,b,c,d} ki kell választani kettőt, úgy hogy az elemek ismétlődhetnek:

Az összes lehetséges eset száma tehát:

$$\bar{C}_4^2 = \binom{4+2-1}{2} = \binom{5}{2} = 10$$

(a,a), (a,b), (a,c), (a,d), (b,b), (b,c), (b,d), (c,c), (c,d), (d,d)

Variáció

Kulcsszavak: variáció, ismétléses, ismétlés nélküli

Ismétlés nélküli variáció

n különböző elem közül k elemet kell kiválasztani ($k \leq n$). Egy elem csak egyszer választható, a sorrend számít.

A különböző lehetőségek száma:

$$V_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Példa:

4 elemből {a,b,c,d} kettőt választva:

$$V_4^2 = \frac{4!}{(4-2)!} = 12$$

(a,b), (a,c), (a,d), (b,c), (b,d), (c,d), (b,a), (c,a), (d,a), (c,b), (d,b), (d,c)

Ismétléses variáció

n különböző elem közül k elemet kell kiválasztani. Egy elem többször is kiválasztható, a sorrend számít.

A különböző kiválasztások száma:

$$\bar{V}_n^k = n^k$$

Példa:

4 elemből {a,b,c,d} ki kell választani kettőt, úgy hogy az elemek ismétlődhetnek:

Az összes lehetséges eset száma tehát:

$$\bar{V}_4^2 = 4^2 = 16$$

(a,a), (b,a), (c,a), (d,a), (a,b), (b,b), (c,b), (d,b), (a,c), (b,c), (c,c), (d,c), (a,d), (b,d), (c,d), (d,d)