

Федеральное агенство по образованию
Санкт-Петербургский государственный
электротехнический университет ЛЭТИ

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА К КУРСОВОЙ РАБОТЕ
по дисциплине "Информатика"

ВАРИАНТ 3

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата

СОДЕРЖАНИЕ

1	Цель курсовой работы	3
2	Решение уравнения и исследование функции	4
2.1	Решение уравнения вида	4
2.2	Исследование функции	4
3	Исследование кубического сплайна	9
3.1	Оценки погрешности интерполяции эрмитовыми кубическими сплайнами	12
4	Заключение	15
5	Список литературы	16

Инв. № подл.	Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Вариант 3	Лит.	Лист	Листов
Разраб.	Домнин А.В.					Пояснительная записка к курсовой работе по дисциплине "Информатика"			
Пров.	Прокшин А.Н.							2	16
Н. контр.									
Утв.									

1 ЦЕЛЬ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Уметь применять персональный компьютер и математические пакеты прикладных программ в инженерной деятельности.

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	Вариант 3					Лист
										3
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						

2 РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ И ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИИ

2.1 Решение уравнения вида

$$f(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x})$$

$$f(x) = \sqrt{3}\sin(x) + \cos(x) \quad (1)$$

$$g(x) = \cos\left(2x + \frac{n}{3}\right) + 1 \quad (2)$$

Пользуясь математическим пакетом SMath были получены следующие корни уравнения на интервале от 0 до $5\pi/6$

$$x = 2.618 \quad (3)$$

2.2 Исследование функции

На рисунке 1 изображена функция на интервале от -7 до 7
Область определения функции- функция определена на всем промежутке от $(-\infty; +\infty)$

Согласно задания функция должна быть определена на участке от 0 до $5\pi/6$, на рисунке 2 изображен график функции Корни уравнения вида представлены ниже

$$\sqrt{3} \cdot \sin(x) + \cos(x) - \cos\left(2x + \frac{n}{3}\right) + 1 \quad (4)$$

$$x = 2.618 \quad (5)$$

На участке от 0 до $5\pi/6$ функция имеет один "0" и он находится в точке 2,618 иллюстрирует график. Максимум находится в точке $x=1.05$, $y=4$. Функция является периодической, и является нечетной, так как меняет знак.

$$\sqrt{3} \cdot \sin(-x) + \cos(-x) - \cos\left((-2x) + \frac{n}{3}\right) + 1 \quad (6)$$

$$\sqrt{3} \cdot \sin(x) + \cos(x) - \cos\left(2x + \frac{n}{3}\right) + 1$$

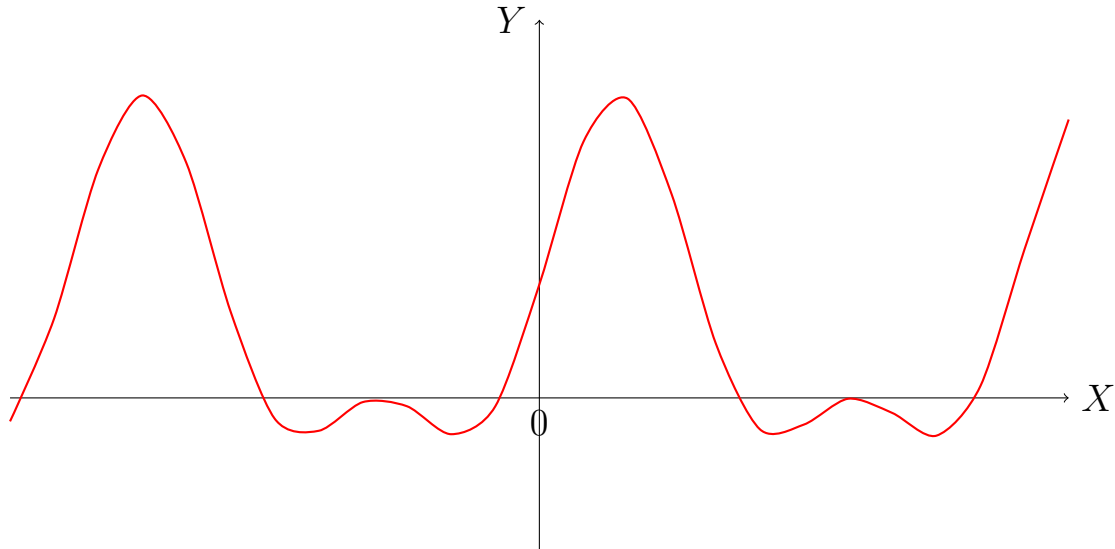


Рисунок 1 – Построение графика функции

$$- \sqrt{3} \cdot \sin(x) + \cos(x) - \cos\left(2x + \frac{n}{3}\right) + 1 \quad (7)$$

Нули функции, то есть точка пересечения с осями координат: $x=0, y=1.5$. Первая производная функции равна и определяется через пакет Reduce Algebra

$$\sqrt{3}\cos(x) + 2\sin\left(\frac{n+6x}{3}\right) - \sin(x) \quad (8)$$

График производной приведен на рисунке 3. Критические точки функции при которых производная функции равна 0

$$\sqrt{3}\cos(x) + 2\sin\left(\frac{n+6x}{3}\right) - \sin(x) = 0 \quad (9)$$

Откуда корни уравнения равны на ограниченном участке, находятся через математический пакет Smath

$$x = 1.047 \quad (10)$$

Для определения поведения функции на интервале от $(0; 1.047)$ необходимо определить производную. Производная принимает положительное значение, следовательно она возрастает. Например в "0". На участке $(1.047; 5\pi/6)$ принимает отрицательные значения, следовательно она убывает.

Для определения выпуклости и вогнутости и точек перегиба необходимо найти

Изн. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Изн. № дубл.	Подп. и дата	<div>$\sqrt{3}\cos(x) + 2\sin\left(\frac{n + 6x}{3}\right) - \sin(x)$<div>(8)</div><p>График производной приведен на рисунке 3 Критические точки функции при которых производная функции равна 0</p>$\sqrt{3}\cos(x) + 2\sin\left(\frac{n + 6x}{3}\right) - \sin(x) = 0$<div>(9)</div><p>Откуда корни уравнения равны на ограниченном участке,находятся через математический пакет Smath</p>$x = 1.047$<div>(10)</div><p>Для определения поведения функции на интервале от (0;1.047) необходимо определить производную. Производная принимает положительное значение,следовательно она возрастает Например в "0". На участке (1,047;5п/6) принимает отрицательные значения, следовательно она убывает.</p><p>Для определения выпуклости и вогнутости и точек перегиба необходимо найти</p></div>
Изн.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	<div><div>Вариант 3</div><div>Лист</div><div>5</div></div>

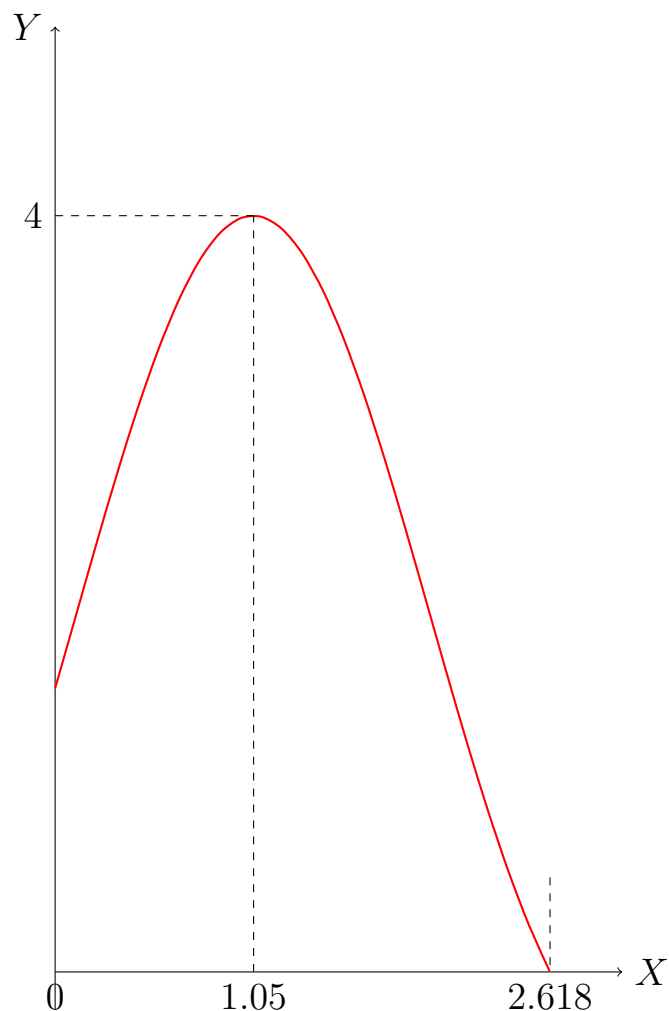


Рисунок 2 – Построение графика функции на ограниченном участке

вторую производную. Для нахождения был применен пакет Reduce Algebra

$$4 \cdot \cos\left(\frac{n+6x}{3}\right) - \cos(x) - \sqrt{3} \cdot \sin(x) \quad (11)$$

Для отыскания точек перегиба необходимо решить уравнение вида на промежутке

$$4 \cdot \cos\left(\frac{n+6x}{3}\right) - \cos(x) - \sqrt{3} \cdot \sin(x) = 0 \quad (12)$$

Корни которого представлены ниже

$$x_1 = 0.1113, x_2 = 1.9831 \quad (13)$$

Откуда точки определятся при подстановке корней в уравнение.

$$y_1 = -0.0003, y_2 = -0.0002 \quad (14)$$

Подп. и дата		Рисунок 2 – Построение графика функции на ограниченном участке					
Инв. № дубл.		вторую производную.Для нахождения был применен пакет Reduce Algebra					
Взам. инв. №		$4 \cdot \cos \left(\frac{n + 6x}{3} \right) - \cos(x) - \sqrt{3} \cdot \sin(x)$ <div>(11)</div>					
Подп. и дата		Для отыскания точек перегиба необходимо решить уравнение вида на промежутке					
Инв. № подл.		$4 \cdot \cos \left(\frac{n + 6x}{3} \right) - \cos(x) - \sqrt{3} \cdot \sin(x) = 0$ <div>(12)</div>					
		Корни которого представлены ниже					
		$x_1 = 0.1113, x_2 = 1.9831$ <div>(13)</div>					
		Откуда точки определяются при подстановке корней в уравнение.					
		$y_1 = -0.0003, y_2 = -0.0002$ <div>(14)</div>					
		Вариант 3					Лист
							6
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата			

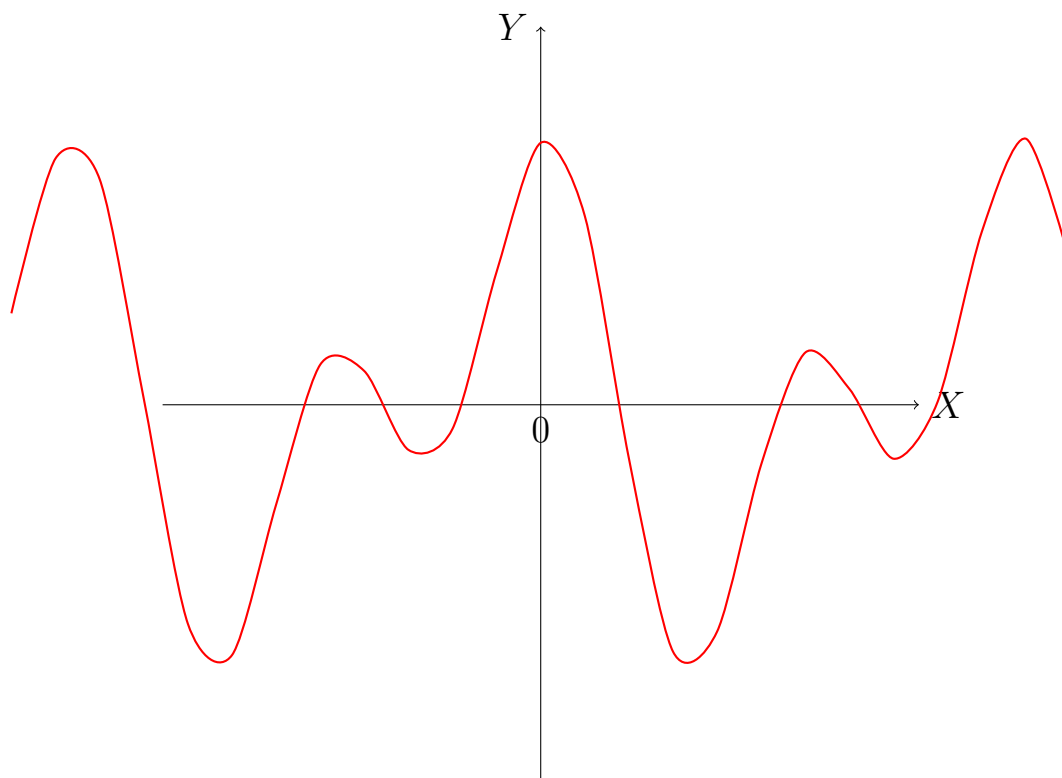


Рисунок 3 – Построение графика производной

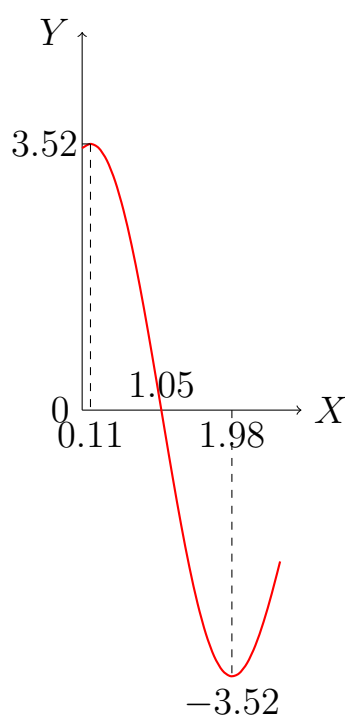


Рисунок 4 – Построение графика производной на ограниченном участке

Функция выпукла на промежутке 0 до 0.1113, так как вторая производная принимает значение больше 0. Функция вогнута на промежутке 0.1113 до 1.9831 так как вторая производная принимает значение меньше 0. График второй производ-

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата						
<p>Рисунок 4 – Построение графика производной на ограниченном участке</p>										
<p>Функция выпукла на промежутке 0 до 0.1113, так как вторая производная принимает значение больше 0. Функция вогнута на промежутке 0.1113 до 1.9831 так как вторая производная принимает значение меньше 0. График второй производ-</p>										
					Вариант 3					Лист
										7
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						

ной функции вида

$$4 \cdot \cos\left(\frac{n+6x}{3}\right) - \cos(x) - \sqrt{3} \cdot \sin(x) \quad (15)$$

представлен ниже, на рисунке 5

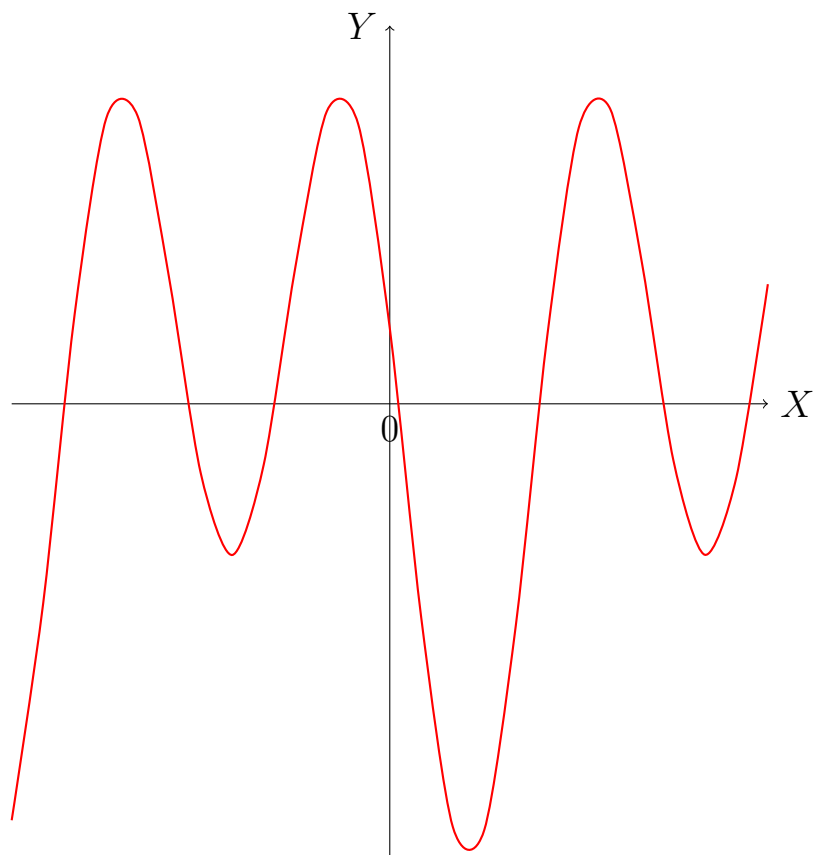


Рисунок 5 – Построение графика второй производной

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	<div></div>					
					Рисунок 5 – Построение графика второй производной					
					Вариант 3					Лист
										8
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						

3 ИССЛЕДОВАНИЕ КУБИЧЕСКОГО СПЛАЙНА

Для того чтобы потенциальная энергия изогнутой металлической линейки(сплайна) принимала минимальное значение,производная четвертого порядка должна быть равна нулю, следовательно можно представить сплайн полиномом третьей степени на каждом отрезке $[x_i, x_{i+1}]$

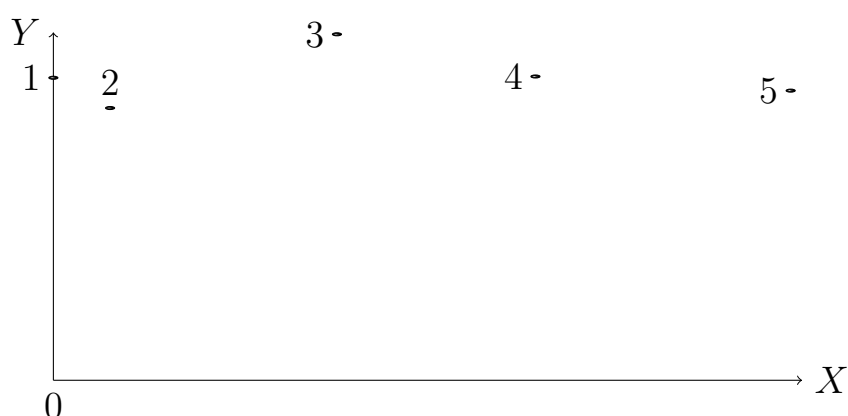


Рисунок 6 – Расположение точек на плоскости

Уравнение сплайна на 1 участке

$$y_1(x) = A_{10} + A_{11}x_1 + A_{12}x_1^2 + A_{13}x_1^3 \quad (16)$$

$$y_2(x) = A_{10} + A_{11}x_2 + A_{12}x_2^2 + A_{13}x_2^3 \quad (17)$$

$$y_2(x) = A_{20} + A_{21}x_2 + A_{22}x_2^2 + A_{23}x_2^3 \quad (18)$$

$$y_3(x) = A_{20} + A_{21}x_3 + A_{22}x_3^2 + A_{23}x_3^3 \quad (19)$$

$$y_3(x) = A_{30} + A_{31}x_3 + A_{32}x_3^2 + A_{33}x_3^3 \quad (20)$$

$$y_4(x) = A_{30} + A_{31}x_4 + A_{32}x_4^2 + A_{33}x_4^3 \quad (21)$$

$$y_4(x) = A_{40} + A_{41}x_4 + A_{42}x_4^2 + A_{43}x_4^3 \quad (22)$$

$$y_5(x) = A_{40} + A_{41}x_5 + A_{42}x_5^2 + A_{43}x_5^3 \quad (23)$$

Производные во внутренних точках

$$A_{11} + 2A_{12}x_2 + 3A_{13}x_2^2 = A_{21} + 2A_{22}x_2 + 3A_{23}x_2^2 \quad (24)$$

Инв. № подл.	Подп. и дата				Вариант 3	Лист
	Инв. № дубл.					
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Уравнение сплайна на 1 участке	9
$y_1(x) = A_{10} + A_{11}x_1 + A_{12}x_1^2 + A_{13}x_1^3$ (16)						
$y_2(x) = A_{10} + A_{11}x_2 + A_{12}x_2^2 + A_{13}x_2^3$ (17)						
$y_2(x) = A_{20} + A_{21}x_2 + A_{22}x_2^2 + A_{23}x_2^3$ (18)						
$y_3(x) = A_{20} + A_{21}x_3 + A_{22}x_3^2 + A_{23}x_3^3$ (19)						
$y_3(x) = A_{30} + A_{31}x_3 + A_{32}x_3^2 + A_{33}x_3^3$ (20)						
$y_4(x) = A_{30} + A_{31}x_4 + A_{32}x_4^2 + A_{33}x_4^3$ (21)						
$y_4(x) = A_{40} + A_{41}x_4 + A_{42}x_4^2 + A_{43}x_4^3$ (22)						
$y_5(x) = A_{40} + A_{41}x_5 + A_{42}x_5^2 + A_{43}x_5^3$ (23)						
Производные во внутренних точках						
$A_{11} + 2A_{12}x_2 + 3A_{13}x_2^2 = A_{21} + 2A_{22}x_2 + 3A_{23}x_2^2$ (24)						

$$A_{21} + 2A_{22}x_3 + 3A_{23}x_3^2 = A_{31} + 2A_{32}x_2 + 3A_{33}x_3^2 \quad (25)$$

$$A_{31} + 2A_{32}x_4 + 3A_{33}x_4^2 = A_{41} + 2A_{42}x_4 + 3A_{43}x_4^2 \quad (26)$$

Производные второго порядка в точках склейки

$$2A_{12} + 6A_{13}x_2 = 2A_{22} + 6A_{23}x_2 \quad (27)$$

$$2A_{22} + 6A_{23}x_3 = 2A_{32} + 6A_{33}x_3 \quad (28)$$

$$2A_{32} + 6A_{33}x_4 = 2A_{42} + 6A_{43}x_4 \quad (29)$$

Производные в крайних точках 1 и 5 равные нулю

$$2A_{12} + 6A_{13}x_1 = 0 \quad (30)$$

$$2A_{42} + 6A_{43}x_5 = 0 \quad (31)$$

В итоге составляется матрица вида

$$\begin{pmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2x_2 & 3x_2^2 & 0 & -1 & -2x_2 & -3x_2^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 6x_2 & 0 & 0 & -2 & -6x_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2x_3 & 3x_3^2 & 0 & -1 & -2x_3 & -3x_3^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 6x_3 & 0 & 0 & -2x_3 & -6x_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2x_4 & 3x_4^2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 6x_4 & 0 & 0 & -2 & -6x_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_5 & x_5^2 & x_5^3 \\ 0 & 0 & 2 & 6x_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 6x_4 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A_{10} \\ A_{11} \\ A_{12} \\ A_{13} \\ A_{20} \\ A_{21} \\ A_{22} \\ A_{23} \\ A_{30} \\ A_{31} \\ A_{32} \\ A_{33} \\ A_{40} \\ A_{41} \\ A_{42} \\ A_{43} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ 0 \\ 0 \\ y_2 \\ y_3 \\ 0 \\ 0 \\ y_3 \\ y_4 \\ 0 \\ 0 \\ y_4 \\ y_5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (32)$$

Инов. № подл.	Подп. и дата	Инов. № дубл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инов. инв. №	Инов. № дубл.	Подп. и дата

Решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} A_{10} \\ A_{11} \\ A_{12} \\ A_{13} \\ A_{20} \\ A_{21} \\ A_{22} \\ A_{23} \\ A_{30} \\ A_{31} \\ A_{32} \\ A_{33} \\ A_{40} \\ A_{41} \\ A_{42} \\ A_{43} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1,956 \\ 0 \\ 5,965 \\ 4,127 \\ -3,475 \\ 6,077 \\ -2,408 \\ -0,2 \\ 8,303 \\ -4,461 \\ 0,7 \\ -1,165 \\ 9,67 \\ -5,104 \\ 0,801 \end{pmatrix}$$

Окончательно, уравнение для сплайна получается в виде

$$F(x) = \begin{cases} F_1(x) = 5.965x^3 - 1.956x + 4 \\ F_2(x) = -2.408x^3 + 6.077x^2 - 3.475x + 4.127 \\ F_3(x) = 0.7x^3 - 4.46x^2 + 8.303x - 0.2 \\ F_4(x) = 0.801x^3 - 5.104x^2 + 9.67x - 1.165 \end{cases} \quad (33)$$

График функции F(x) представлен на рисунке 7

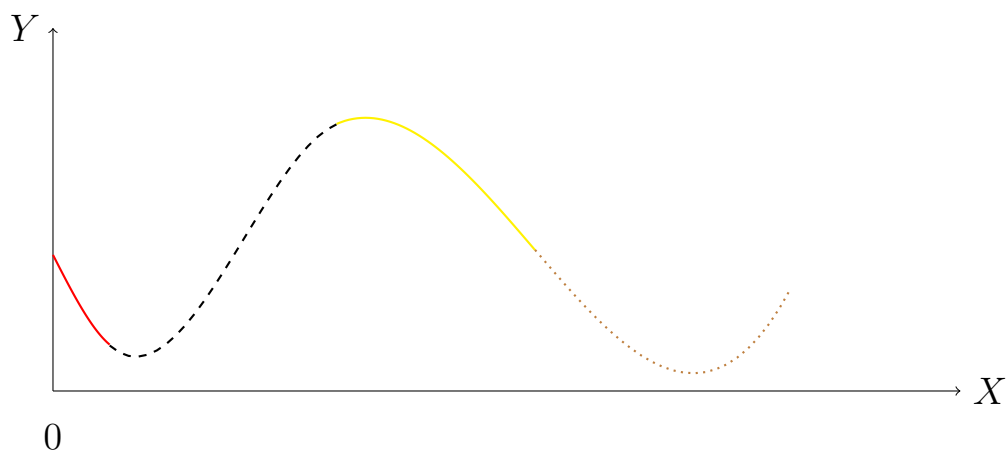


Рисунок 7 – Построение сплайна

Инв. № подл.	Подп. и дата				Вариант 3	Лист
	Взам. инв. №					
	Инв. № дубл.					
	Подп. и дата					11
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата		

$$F(x) = \begin{cases} F_1(x) = 5.965x^3 - 1.956x + 4 \\ F_2(x) = -2.408x^3 + 6.077x^2 - 3.475x + 4.127 \\ F_3(x) = 0.7x^3 - 4.46x^2 + 8.303x - 0.2 \\ F_4(x) = 0.801x^3 - 5.104x^2 + 9.67x - 1.165 \end{cases} \tag{33}$$

График функции F(x) представлен на рисунке 7

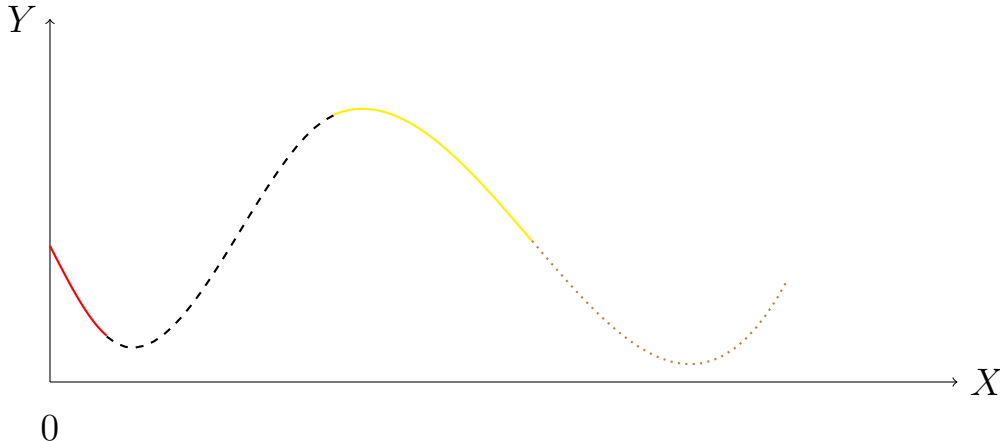


Рисунок 7 – Построение сплайна

3.1 Оценки погрешности интерполяции эрмитовыми кубическими сплайнами

Согласно задания необходимо вычислить значение функции в точке $x_1=1,2$ на 4 участке и вычислить погрешность в точке $x_0=2,2$

$$| S_3^{(r)}(x) - f^{(r)}(x) | \leq \mathcal{R}_r, r = 0, 1, 2, 3 \quad (34)$$

Если функция достаточно гладкая, то

$$| S_3^{(r)}(x) - f^{(r)}(x) | \leq \frac{1}{384} \bar{h}^4 | f^{IV}(x) | \quad (35)$$

где,

$$\bar{h} = \left| x_{\substack{\text{точка, в которой} \\ \text{вычисляется} \\ \text{погрешность}}} - x_{\text{ближайшее } i} \right| \quad (36)$$

Откуда значение функции $F_4(x) = 0.801x^3 - 5.104x^2 + 9.67x - 1.165$ равно $F_4(1,2) = 4.473368$

Погрешность равна

$$| S_3^{(r)}(x) - f^{(r)}(x) | \leq \frac{1}{384} |2.2 - 2.12|^4 * 4.473368 = 0.0000004 \quad (37)$$

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	<div>Вариант 3</div>					Лист
										12
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						

Задание 3 Решить задачу оптимального распределения неоднородных ресурсов. На предприятии постоянно возникают задачи определения оптимального плана производства продукции при наличии конкретных ресурсов (сырья, полуфабрикатов, оборудования, финансов, рабочей силы и др.) или проблемы оптимизации распределения неоднородных ресурсов на производстве. Рассмотрим несколько возможных примеров постановки таких задач. В таблице приведены исходные данные для расчета.

Таблица 1 Исходные данные для расчета

используемые ресурсы	И ₁	И ₂	И ₃	И ₄	наличие ресурсов
трудовые	3	5	5	3	11
материальные	4	5	8	5	8
финансовые	5	6	4	8	26
прибыль	40	50	25	25	

Для расчета будет использован математический пакет Scilab. Ниже описаны основные переменные необходимые для расчета. Для решения задачи предназначена функция linpro. Синтаксис записи приведен ниже:

$$[x, larg, f] = \text{linpro}(p, C, b[ci, cs]) \quad (38)$$

Где p-вектор-столбец коэффициентов при неизвестных целевой функции C-матрица при неизвестных из левой части системы ограничений b-вектор-столбец содержит свободные члены системы ограничений ci-вектор-столбец содержит нижнюю границу переменных cs-вектор-столбец содержит верхнюю границу переменных

Система ограничений

$$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 5x_3 + 3x_4 \leq 11 \\ 4x_1 + 5x_2 + 8x_3 + 5x_4 \leq 8 \\ 5x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 4x_4 \leq 26 \end{cases} \quad (39)$$

Целевая функция

$$F_{max} = 40x_1 + 50x_2 + 25x_3 + 25x_4 \quad (40)$$

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 5 & 3 \\ 4 & 5 & 8 & 5 \\ 5 & 6 & 4 & 4 \end{pmatrix} \quad (41)$$

Ив. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Ив. № дубл.	Подп. и дата	Вариант 3				Лист
									13
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата					

$$b = \begin{pmatrix} 11 \\ 8 \\ 26 \end{pmatrix} \quad (42)$$

$$p = \begin{pmatrix} 40 \\ 50 \\ 25 \\ 25 \end{pmatrix} \quad (43)$$

В итоге были рассчитаны основные параметры при которых возможна максимальная прибыль:

Целевая функция

$$F_{max} = 80$$

$$larg = (0; 0; 55; 25; 0; 10; 0)$$

$$x = (0; 1.6; 0; 0)$$

Из чего следует максимальная прибыль будет при производстве 1,6 изделия И₂

Инов. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инов. № дубл.	Подп. и дата					
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Вариант 3				
					Лист				
					14				

4 ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе курсовой работы были выполнены ряд исследований, касающихся поведения функции на ограниченном участке, построены ее графики функции включая производные. Определены характерные точки. При использовании математических пакетов было решено уравнение и найдены его корни. В последней части работы были рассчитаны коэффициенты кубического сплайна и составлены зависимости, которые были отражены непосредственно кривой на плоскости координат X и Y . Была рассчитана погрешность, с точностью до 8 знака. В заключительной части курсовой работы была решена задача, на оптимальные параметры.

Инв. № подл.	Подп. и дата				Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата

5 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Ю.С. Завьялов. Методы сплайн-функций. М.Наука, 1980.
- [2] Калиткин. Численные методы. М.,Мир, 1980.
- [3] Разделённая разность. 2015. url:<https://ru.wikipedia.org/wiki/>
- [4] Решение задач оптимизации средствами Scilab и Excel : Методические указания к лабораторной работе по дисциплине «Математическая экономика» / Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т; Сост.: Л.М. Бакусов, О.В. Кондратьева - Уфа, 2011. - 33 с.
- [5] Андриевский А.Б., Андриевский Б.Р., Капитонов А.А., Фрадков А.Л. РЕШЕНИЕ ИНЖЕНЕРНЫХ ЗАДАЧ В SCILAB - Санкт-Петербург: НИУ ИТМО, 2013. - 97 с. - экз.

Инов. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	Вариант 3					Лист
										16
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						