

Головьев А.С.

3 группа

Дать математическое описание и построению алгоритмов распознавания по методу опорных векторов. Нарисовать блок-схему алгоритма для случая линейно не разделимых данных, используя стандартные обозначения блок-схем.

Начало

Обучающая индексированная выборка  
 $X^N = \{x^{(1)}, \dots, x^{(N)}\}$   $D^N = \{d^{(1)}, \dots, d^{(N)}\}$   
 $d^{(*)} = 1, x^{(*)} \in \omega_1; d^{(*)} = -1, x^{(*)} \in \omega_2$

Выбор функции ядра  
 $k(x, z) = \varphi(x)^T \varphi(z)$

Образ  $a$

Вычисление вектора весовых коэффициентов  $\omega$  и константы  $b_0$  для гиперплоскости для выбранной функции ядра  
 (решение системы уравнений)

Постановка в классификатор  
 $g'(x) = \text{sign} \left( \sum_{i=1}^N \lambda_i d^{(i)} k(x, x^{(i)}) - b_0 \right)$

$= 1$

$g'(a)$

$= -1$

Возвращаем индекс класса  $\omega_1$

Возвращаем индекс класса  $\omega_2$

Конец



В подобных ситуациях применимо правило Kernel trick, в основе которого лежит использование ядра скалярного произведения для перехода в стремляющее пространство

Результурующий алгоритм будет похож на алгоритм линейной классификации, но за каждое скалярное произведение заменяется нелинейной функцией ядра

Классификатор линейной классификации основан на вычислении взвешенной суммы скалярных произведений тестируемого вектора и опорных векторов, а решение оптимизированной задачи можно представить, как задачу минимизации квадратичного выпуклого функционала, зависящего от скалярных произведений опорных векторов. Подобная структура должна сохраниться и после перехода в стремляющее пространство

$$g^*(x) = \text{sign} \left( \sum_{i=1}^N \lambda_i d^{(i)} \varphi(x)^T \varphi(x^{(i)}) - b_0 \right)$$

Шаг 1.

$$k(x, x^{(i)}) = \varphi(x)^T \varphi(x^{(i)})$$

Проведём замену

Не задаем в явном виде нелинейное преобразование, а ограничиваемся только использованием ядра скалярного произведения

$$g^*(x) = \text{sign} \left( \sum_{i=1}^N \lambda_i d^{(i)} k(x, x^{(i)}) - b_0 \right)$$

~~В качестве~~ ~~ядра~~

В качестве ядер могут использоваться любые функции, подходящие по свойствам, а именно экзопонента, полиноми (скол скалярное произведение в n



trick,

степеней), гиперболический тангенс

$$K(x, z) = \exp\left(-\frac{\|x - z\|^2}{2 \cdot 62}\right), \quad k(x, z) = \tanh(ax^T + b)$$

Задача сводится к тому, чтобы найти  $\lambda_i$  и  $b_0$  к этому виду разлагающейся функции. Делается это численным методом