

Отчёт по лабораторной работе №8. Задача на собственные значения.

Alexander S. Baklashov

11 December, 2023

RUDN University, Moscow, Russian Federation

Цель работы

Изучить собственные значения в Octave.

Выполнение лабораторной работы

Собственные значения и собственные векторы

Зададим матрицу A. Найдём собственные значения и собственные векторы этой матрицы.

```
>>diary on
>A = [1 2 -3 ; 2 4 0 ; 1 1 1]
A =

     1     2    -3
     2     4     0
     1     1     1

>> [v lambda] = eig (A)
v =

-0.2400 +      0i -0.7920 +      0i -0.7920 -      0i
-0.9139 +      0i  0.4523 + 0.1226i  0.4523 - 0.1226i
-0.3273 +      0i  0.2322 + 0.3152i  0.2322 - 0.3152i

lambda =

Diagonal Matrix

 4.5251 +      0i      0      0
      0  0.7374 + 0.8844i      0
      0      0  0.7374 - 0.8844i

>>
```

Рис. 1: Собственные значения и собственные векторы матр. A

Собственные значения и собственные векторы

Получим матрицу с действительными собственными значениями

```
>> C = A'*A
C =

     6     11     -2
     11     21     -5
     -2     -5     10

>> [v lambda] = eig (C)
v =

     0.876137     0.188733    -0.443581
    -0.477715     0.216620    -0.851390
    -0.064597     0.957839     0.279949

lambda =

Diagonal Matrix

     0.1497         0         0
         0     8.4751         0
         0         0    28.3752

>> |
```

Рис. 2: Действительные собственные значения

Марковские цепи. Случайное блуждание.

Найдём вектор вероятности после 5 шагов для каждого из начальных векторов вероятности.

```
>> T = [1 0.5 0 0 0; 0 0 0.5 0 0; 0 0.5 0 0.5 0; 0 0 0.5 0 0; 0  
0 0 0.5 1];  
>> a = [0.2;0.2;0.2;0.2;0.2];  
>> b = [0.5;0;0;0;0.5];  
>> c = [0;1;0;0;0];  
>> d = [0;0;1;0;0];  
>> T^5*a  
ans =  
  
0.450000  
0.025000  
0.050000  
0.025000  
0.450000  
  
>> T^5*b  
ans =  
  
0.5000  
0  
0  
0  
0.5000  
  
>> T^5*c  
ans =  
  
0.6875  
0  
0.1250  
0  
0.1875  
  
>> T^5*d  
ans =  
  
0.3750  
0.1250  
0  
0.1250  
0.3750  
  
>> |
```

Рис. 3: Вектор вероятности после 5 шагов

Найдём вектор равновесного состояния для цепи Маркова

```
>> T = [0.48 0.51 0.14; 0.29 0.04 0.52; 0.23 0.45 0.34]
T =

    0.480000    0.510000    0.140000
    0.290000    0.040000    0.520000
    0.230000    0.450000    0.340000

>> [v lambda] = eig(T)
v =

   -0.6484   -0.8011    0.4325
   -0.5046    0.2639   -0.8160
   -0.5709    0.5372    0.3835

lambda =

Diagonal Matrix

    1.0000         0         0
         0    0.2181         0
         0         0   -0.3581

>> x = v(:,1)/sum(v(:,1))
error: '1' undefined near line 1, column 5
>> x = v(:,1)/sum(v(:,1))
x =

    0.3763
    0.2929
    0.3308

>> T^10 * x
ans =

    0.3763
    0.2929
    0.3308

>> T^50 * x
ans =

    0.3763
    0.2929
    0.3308

>> T^50 * x - T^10 * x
ans =

    4.4409e-16
    3.7756e-16
    3.8855e-16

>> diary off
>> |
```

Рис. 4: Вектор равновесного состояния

Выводы

В ходе данной лабораторной работы я изучил собственные значения в Octave.