

# **Отчёт по лабораторной работе №8. Модель конкуренции двух фирм.**

**Предмет: математическое моделирование**

Александр Сергеевич Баклашов

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Задание</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Теоретическое введение</b>	<b>6</b>
<b>4</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>8</b>
4.1	Задача (Вариант 38) . . . . .	8
4.2	Решение . . . . .	10
4.2.1	Код . . . . .	10
4.2.2	Параметры симуляции для 1 случая . . . . .	10
4.2.3	График для 1 случая . . . . .	11
4.2.4	Параметры симуляции для 2 случая . . . . .	12
4.2.5	График для 2 случая . . . . .	13
<b>5</b>	<b>Выводы</b>	<b>15</b>
<b>6</b>	<b>Библиография</b>	<b>16</b>

# List of Figures

4.1	Код . . . . .	10
4.2	Параметры симуляции для 1 случая . . . . .	11
4.3	График изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 для 1 случая . . . . .	12
4.4	Параметры симуляции для 2 случая . . . . .	13
4.5	График изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 для 2 случая . . . . .	14

# 1 Цель работы

Рассмотреть математическую модель конкуренции двух фирм. С помощью рассмотренной модели и теоретических данных научиться строить модели такого типа.

## 2 Задание

Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. В 1 случае считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства. Во 2 случае рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены.

1. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 1.
2. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 2. [3]

### 3 Теоретическое введение

Случай 1 Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Последнее означает, что у потребителей в этой нише нет априорных предпочтений, и они приобретут тот или иной товар, не обращая внимания на знак фирмы. В этом случае, на рынке устанавливается единая цена, которая определяется балансом суммарного предложения и спроса. Иными словами, в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Уравнения динамики оборотных средств запишем в виде:

$$\begin{aligned}\frac{dM_1}{dt} &= -\frac{M_1}{\tau_1} + N_1 q \left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right) p - \kappa_1 \\ \frac{dM_2}{dt} &= -\frac{M_2}{\tau_2} + N_2 q \left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right) p - \kappa_2\end{aligned}$$

где использованы те же обозначения, а индексы 1 и 2 относятся к первой и второй фирме, соответственно. Величины  $N_1$  и  $N_2$  – числа потребителей, приобретших товар первой и второй фирмы.

Учтем, что товарный баланс устанавливается быстро, то есть, произведенный каждой фирмой товар не накапливается, а реализуется по цене  $p$ .

Тогда

$$\begin{aligned}\frac{M_1}{\tau_1 \tilde{p}_1} &= N_1 q \left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right) \\ \frac{M_2}{\tau_2 \tilde{p}_2} &= N_2 q \left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right)\end{aligned}$$

где  $\tilde{p}_1$  и  $\tilde{p}_2$  – себестоимости товаров в первой и второй фирме

С учетом уравнения динамики оборотных средств представим предыдущую систему в виде (12):

$$\begin{aligned}\frac{dM_1}{dt} &= -\frac{M_1}{\tau_1} \left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right) - \kappa_1 \\ \frac{dM_2}{dt} &= -\frac{M_2}{\tau_2} \left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right) - \kappa_2\end{aligned}$$

Уравнение для цены

$$\frac{dp}{dt} = -\gamma \left( \frac{M_1}{\tau_1 \tilde{p}_1} + \frac{M_2}{\tau_2 \tilde{p}_2} - Nq \left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right) \right)$$

Считая, как и выше, что ценовое равновесие устанавливается быстро, получим:

$$p = p_{cr} \left(1 - \frac{1}{Nq} \left( \frac{M_1}{\tau_1 \tilde{p}_1} + \frac{M_2}{\tau_2 \tilde{p}_2} \right) \right)$$

Подставив предыдущую систему в (12) имеем:

$$\begin{aligned}\frac{dM_1}{dt} &= c_1 M_1 - b M_1 M_2 - a_1 M_1^2 - \kappa_1 \\ \frac{dM_2}{dt} &= c_2 M_2 - b M_1 M_2 - a_2 M_2^2 - \kappa_2\end{aligned}$$

где

$$a_1 = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 Nq}; a_2 = \frac{p_{cr}}{\tau_2^2 \tilde{p}_2^2 Nq}; b = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 \tau_2^2 \tilde{p}_2^2 Nq}; c_1 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_1}{\tau_1 \tilde{p}}; c_2 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_2}{\tau_2 \tilde{p}}$$

Исследуем систему предыдущую систему в случае, когда постоянные издержки ( $\kappa_1, \kappa_2$ ) пренебрежимо малы. И введем нормировку  $t = c_1 \theta$ . Получим следующую систему:

$$\begin{aligned}\frac{dM_1}{d\theta} &= M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2 \\ \frac{dM_2}{d\theta} &= \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2 \quad [2]\end{aligned}$$

## 4 Выполнение лабораторной работы

### 4.1 Задача (Вариант 38)

Случай 1. Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{dM_1}{d\theta} &= M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2 \\ \frac{dM_2}{d\theta} &= \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2\end{aligned}$$

где

$$a_1 = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 N q}; a_2 = \frac{p_{cr}}{\tau_2^2 \tilde{p}_2^2 N q}; b = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 \tau_2^2 \tilde{p}_2^2 N q}; c_1 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_1}{\tau_1 \tilde{p}}; c_2 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_2}{\tau_2 \tilde{p}}$$

Также введена нормировка  $t = c_1 \theta$ .

Случай 2. Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зави-



сеть друг от друга, соответственно коэффициент перед  $M_1 M_2$  будет отличаться. Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{dM_1}{d\theta} &= M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2 \\ \frac{dM_2}{d\theta} &= \frac{c_2}{c_1} M_2 - \left(\frac{b}{c_1} + 0.00083\right) M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2\end{aligned}$$

Для обоих случаев рассмотрим задачу со следующими начальными условиями и параметрами:

$$M_0^1 = 3.9, M_0^2 = 2.9, p_{cr} = 25, N = 39, q = 1, \tau_1 = 29, \tau_2 = 19, \tilde{p}_1 = 6.9, \tilde{p}_2 = 15.9.$$

Замечание: Значения  $p_{cr}, \tilde{p}_{1,2}, N$  указаны в тысячах единиц, а значения  $M_{1,2}$  указаны в млн. единиц.

Обозначения:

$N$  – число потребителей производимого продукта.

$\tau$  – длительность производственного цикла

$p$  – рыночная цена товара

$\tilde{p}$  – себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции.

$q$  – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени

$M$  – оборотные средства предприятия

$$\theta = \frac{t}{c_1}$$

1. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 1.
2. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 2. [3]

## 4.2 Решение

### 4.2.1 Код

Напишем код в OpenModelica [1] (рис. 4.1)

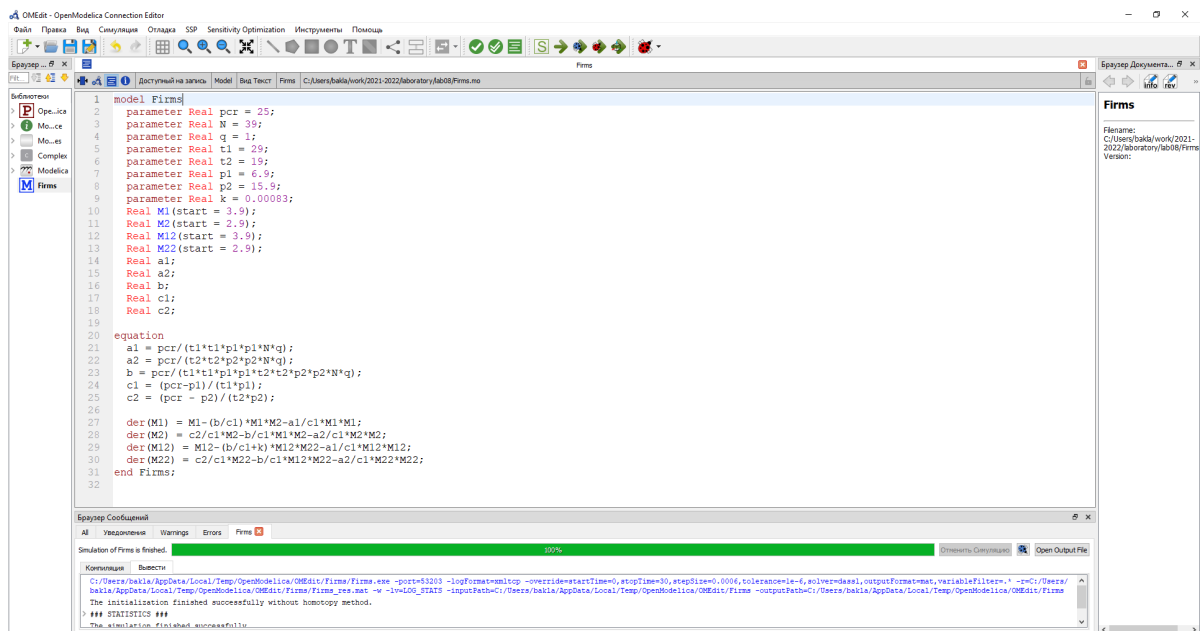


Figure 4.1: Код

### 4.2.2 Параметры симуляции для 1 случая

Зададим параметры симуляции для 1 случая (рис. 4.2)

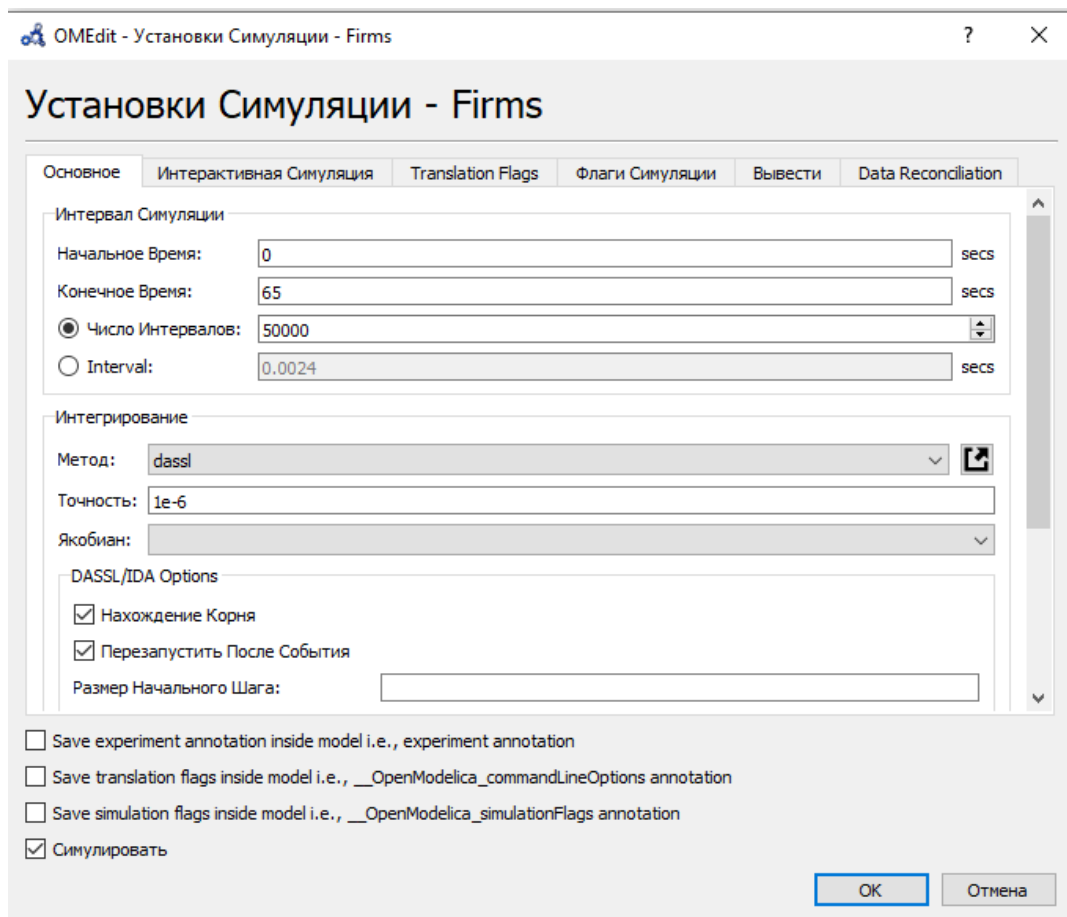


Figure 4.2: Параметры симуляции для 1 случая

### 4.2.3 График для 1 случая

Построим график изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 для 1 случая. (рис. 4.3)

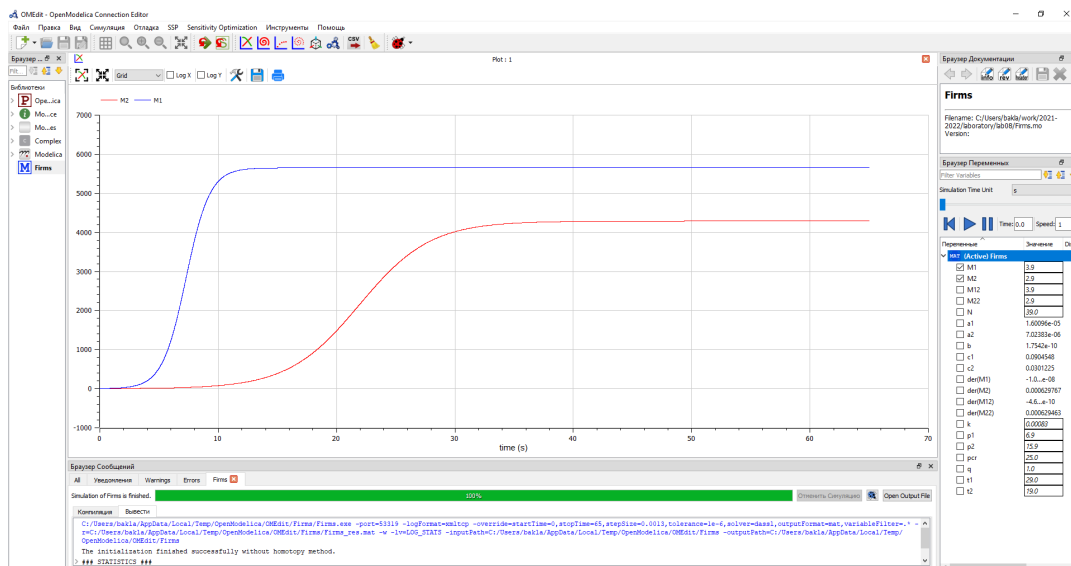


Figure 4.3: График изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 для 1 случая

По графику видно, что рост оборотных средств предприятий идет независимо друг от друга. Каждая фирма достигает свое максимальное значение объема продаж и остается на рынке с этим значением, то есть каждая фирма захватывает свою часть рынка потребителей, которая не изменяется.

#### 4.2.4 Параметры симуляции для 2 случая

Зададим параметры симуляции для 2 случая (рис. 4.4)

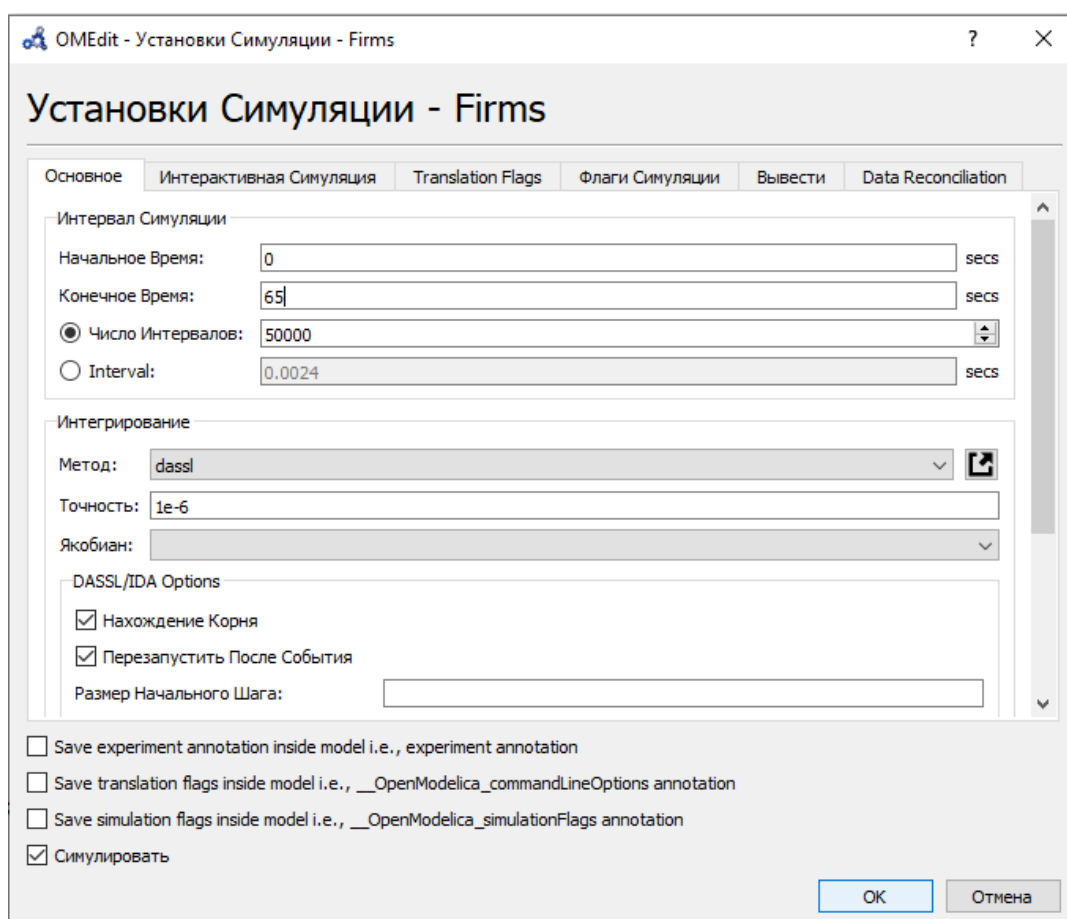


Figure 4.4: Параметры симуляции для 2 случая

#### 4.2.5 График для 2 случая

Построим график изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 для 2 случая. (рис. 4.5)

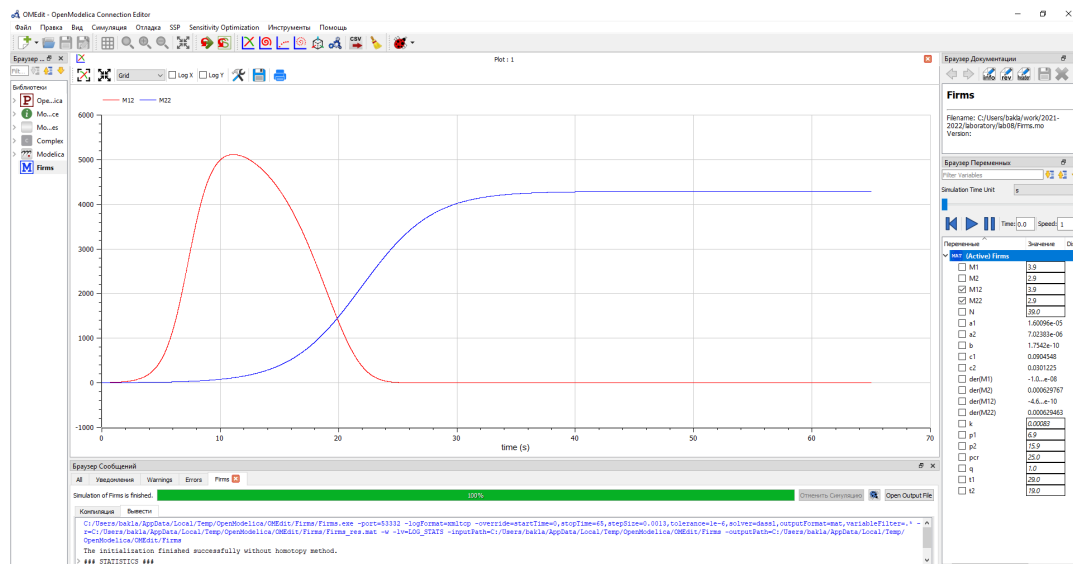


Figure 4.5: График изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 для 2 случая

По графику видно, что первая фирма, несмотря на начальный рост, достигнув своего максимального объема продаж, начинает нести убытки и, в итоге, терпит банкротство. Динамика роста объемов оборотных средств второй фирмы остается без изменения: достигнув максимального значения, остается на этом уровне.

## 5 Выводы

В ходе данной лабораторной работы я рассмотрел математическую модель конкуренции двух фирм. С помощью рассмотренной модели и теоретических данных научился строить модели такого типа.

## 6 Библиография

1. Modelica: Language Specification. - 308 с. [Электронный ресурс]. М. URL: Language Specification (Дата обращения: 02.04.2021).
2. Лабораторная работа №8. Модель конкуренции двух фирм. - 7 с. [Электронный ресурс]. М. URL: Лабораторная работа №7. Эффективность рекламы. (Дата обращения: 02.04.2021).
3. Лабораторная работа №8. Варианты. [Электронный ресурс]. М. URL: Варианты (Дата обращения: 02.04.2021).