

# **Отчёт по лабораторной работе №3. Модель боевых действий.**

**Предмет: математическое моделирование**

Александр Сергеевич Баклашов

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Задание</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Теоретическое введение</b>	<b>6</b>
<b>4</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>8</b>
4.1	Задача (Вариант 38) . . . . .	8
4.2	Решение . . . . .	9
4.2.1	Код . . . . .	9
4.2.2	Первый случай . . . . .	10
4.2.3	Второй случай . . . . .	11
4.2.4	Третий случай . . . . .	13
4.2.5	*Четвёртый случай . . . . .	15
<b>5</b>	<b>Выводы</b>	<b>17</b>
<b>6</b>	<b>Библиография</b>	<b>18</b>

# List of Figures

4.1	Код . . . . .	9
4.2	Параметры симуляции для 1 случая . . . . .	10
4.3	График для 1 случая . . . . .	11
4.4	Параметры симуляции для 2 случая . . . . .	12
4.5	График для 2 случая . . . . .	13
4.6	Параметры симуляции для 3 случая . . . . .	14
4.7	График для 3 случая . . . . .	14
4.8	Код для 4 случая . . . . .	15
4.9	Параметры симуляции для 4 случая . . . . .	16
4.10	График для 4 случая . . . . .	16

# 1 Цель работы

Рассмотреть простейшие модели боевых действий – модели Ланчестера. С помощью рассмотренного примера научиться решать задачи такого типа.

## 2 Задание

1. Постройте графики изменения численности войск армии  $X$  и армии  $Y$  для следующих случаев:
  - Модель боевых действий между регулярными войсками
  - Модель ведения боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов
2. Определить победителя в каждом из случаев

### 3 Теоретическое введение

Рассмотрим три случая ведения боевых действий: 1. Боевые действия между регулярными войсками 2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов 3. Боевые действия между партизанскими отрядами

В первом случае численность регулярных войск определяется тремя факторами:

- скорость уменьшения численности войск из-за причин, не связанных с боевыми действиями (болезни, травмы, дезертирство);
- скорость потерь, обусловленных боевыми действиями противоборствующих сторон (что связано с качеством стратегии, уровнем вооружения, профессионализмом солдат и т.п.);
- скорость поступления подкрепления (задаётся некоторой функцией от времени).

В этом случае модель боевых действий между регулярными войсками описывается следующим образом:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t) \\ \frac{dy}{dt} &= -c(t)x(t) - h(t)y(t) + Q(t)\end{aligned}$$

Потери, не связанные с боевыми действиями, описывают члены  $-a(t)x(t)$  и  $-h(t)y(t)$ , члены  $-b(t)y(t)$  и  $-c(t)x(t)$  отражают потери на поле боя. Коэффициенты  $b(t)$  и  $c(t)$  указывают на эффективность боевых действий со стороны  $y$  и  $x$  соответственно,  $a(t)$ ,  $h(t)$  - величины, характеризующие степень влияния различных факторов на потери. Функции  $P(t)$ ,  $Q(t)$  учитывают возможность подхода подкрепления к войскам  $X$  и  $Y$  в течение одного дня.

Во втором случае в борьбу добавляются партизанские отряды. Нерегулярные войска в отличии от постоянной армии менее уязвимы, так как действуют скрытно, в этом случае сопернику приходится действовать неизбирательно, по площадям, занимаемым партизанами. Поэтому считается, что темп потерь партизан, проводящих свои операции в разных местах на некоторой известной территории, пропорционален не только численности армейских соединений, но и численности самих партизан. В результате модель принимает вид:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t) \\ \frac{dy}{dt} &= -c(t)x(t)y(t) - h(t)y(t) + Q(t)\end{aligned}$$

В этой системе все величины имеют тот же смысл, что и в системе в 1 случае.

Модель ведение боевых действий между партизанскими отрядами с учетом предположений, сделанных в предыдущем случае, имеет вид:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -a(t)x(t) - b(t)x(t)y(t) + P(t) \\ \frac{dy}{dt} &= -h(t)y(t) - c(t)x(t)y(t) + Q(t)\end{aligned}$$

## 4 Выполнение лабораторной работы

### 4.1 Задача (Вариант 38)

Между страной  $X$  и страной  $Y$  идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями  $x(t)$  и  $y(t)$ . В начальный момент времени страна  $X$  имеет армию численностью 882000 человек, а в распоряжении страны  $Y$  армия численностью в 747000 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты  $a, b, c, h$  постоянны. Также считаем, что  $P(t)$  и  $Q(t)$  - непрерывные функции.

Постройте графики изменения численности войск армии  $X$  и армии  $Y$  для следующих случаев:

1. Модель боевых действий между регулярными войсками

$$\frac{dx}{dt} = -0,4x(t) - 0,67y(t) + \sin(3t) + 1$$

$$\frac{dy}{dt} = -0,77x(t) - 0,14y(t) + \cos(2t) + 2$$

2. Модель ведения боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

$$\frac{dx}{dt} = -0,24x(t) - 0,67y(t) + |\sin(2t)|$$

$$\frac{dy}{dt} = -0,47x(t)y(t) - 0,14y(t) + |\cos(2t)|$$

3. Также мы рассмотрим модель ведения боевых действий между партизанскими отрядами

$$\frac{dx}{dt} = -0,4x(t) - 0,67x(t)y(t) + \sin(3t) + 1$$

$$\frac{dy}{dt} = -0,77y(t) - 0,14x(t)y(t) + \cos(2t) + 2$$



## 4.2 Решение

### 4.2.1 Код

1. Напишем в программе OpenModelica код для 3х случаев (рис. 4.1)

```
1  model Army
2
3  type Units = Real(unit="Units");
4
5  parameter Real a=0.4;
6  parameter Real b=0.67;
7  parameter Real c=0.77;
8  parameter Real h=0.14;
9
10 parameter Real a1=0.24;
11 parameter Real b1=0.67;
12 parameter Real c1=0.47;
13 parameter Real h1=0.14;
14
15 parameter Real a2=0.4;
16 parameter Real b2=0.67;
17 parameter Real c2=0.77;
18 parameter Real h2=0.14;
19
20 Units x(start = 882000);
21 Units y(start = 747000);
22
23 Units x1(start = 882000);
24 Units y1(start = 747000);
25
26 Units x2(start = 882000);
27 Units y2(start = 747000);
28
29 equation
30 der(x) = -a*x-b*y+ sin(3*time) + 1;
31 der(y) = -c*x-h*y+ cos(2*time) + 2;
32
33 der(x1) = -a1*x1-b1*y1 + abs(sin(2*time));
34 der(y1) = -c1*x1-y1-h1*y1 + abs(cos(2*time));
35
36 der(x2) = -a2*x2-b2*x2*y2 + sin(3*time) + 1;
37 der(y2) = -h2*y2-c2*x2*y2 + cos(2*time) + 2;
38 end Army;
```

Figure 4.1: Код

## 4.2.2 Первый случай

1. Зададим параметры симуляции для 1 случая (рис. 4.2)

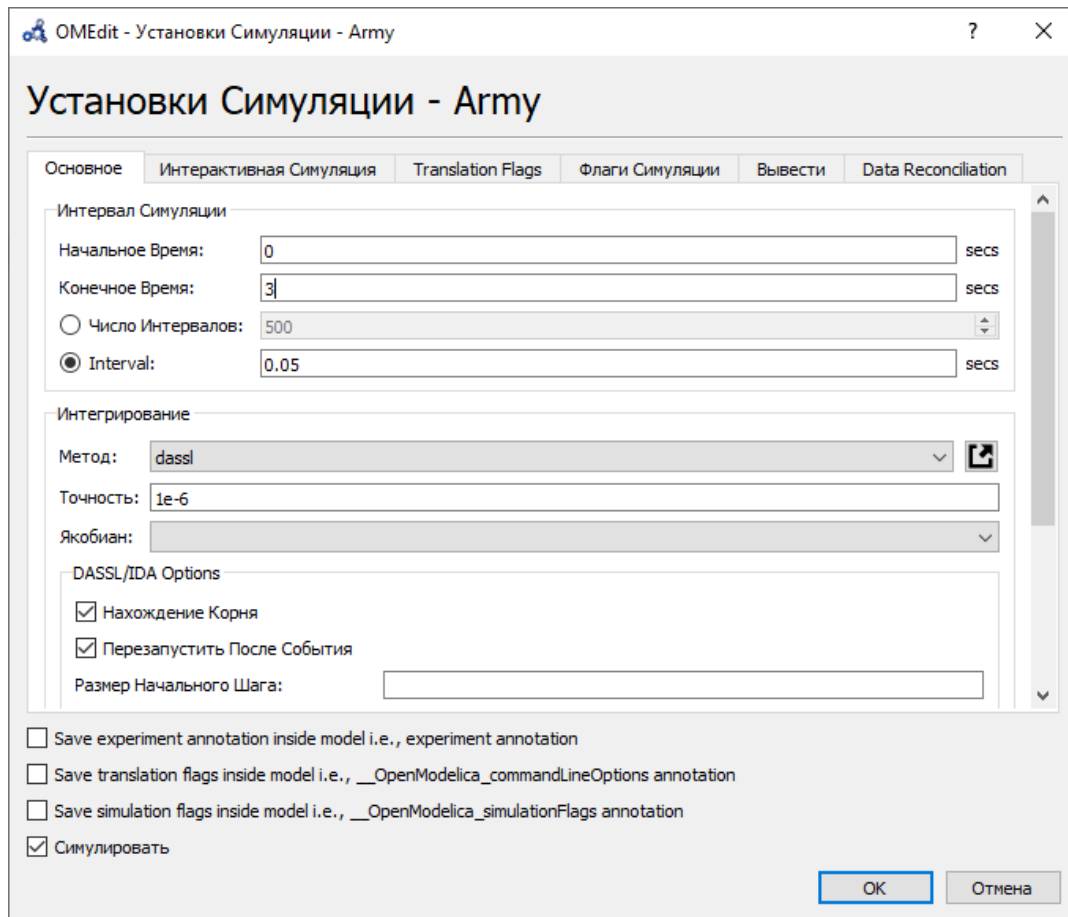


Figure 4.2: Параметры симуляции для 1 случая

2. Построим график для 1 случая (рис. 4.3)

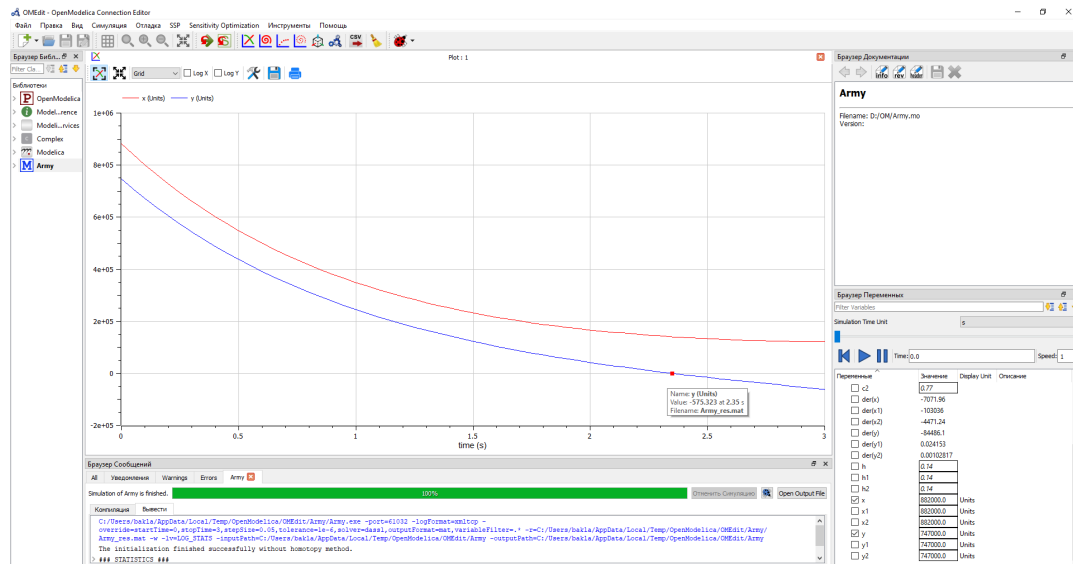


Figure 4.3: График для 1 случая

Из рисунка видно, что армия  $x$  (красный цвет) выиграла армию  $y$  (синий цвет)

### 4.2.3 Второй случай

1. Зададим параметры симуляции для 2 случая (рис. 4.4)

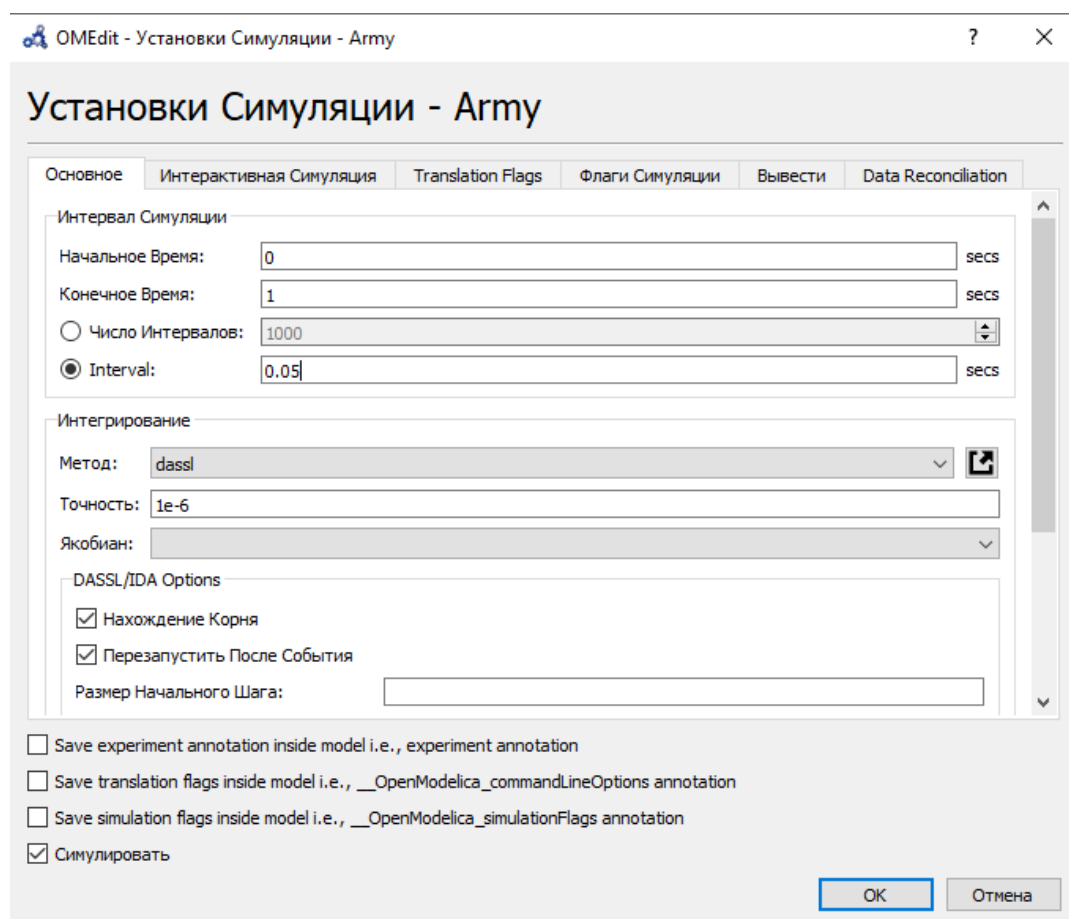


Figure 4.4: Параметры симуляции для 2 случая

2. Построим график для 2 случая (рис. 4.5)

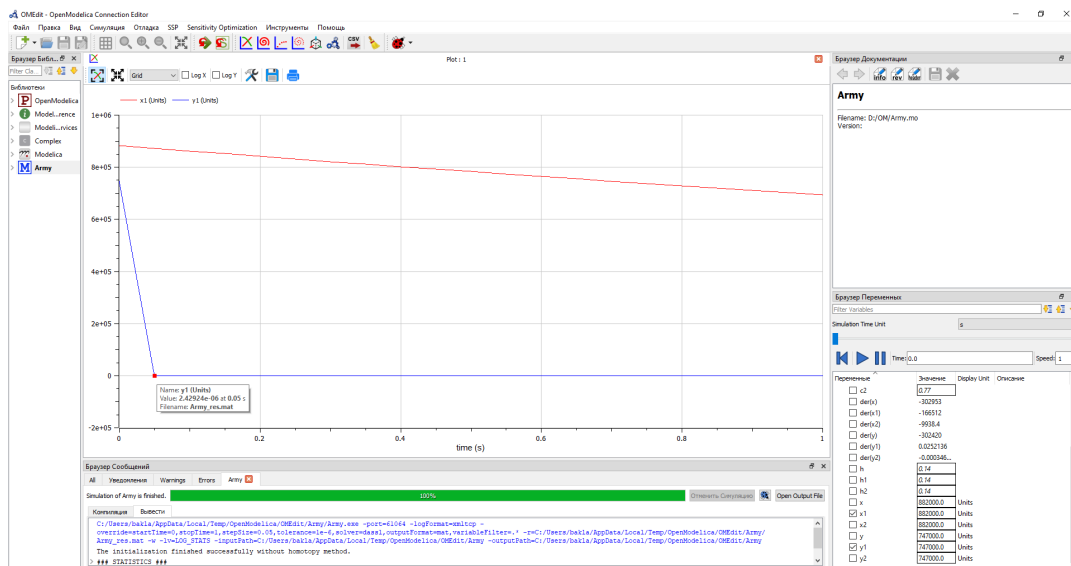


Figure 4.5: График для 2 случая

Из рисунка видно, что армия  $x$  (красный цвет) выиграла армию  $y$  (синий цвет)

## 4.2.4 Третий случай

1. Зададим параметры симуляции для 3 случая (рис. 4.6)

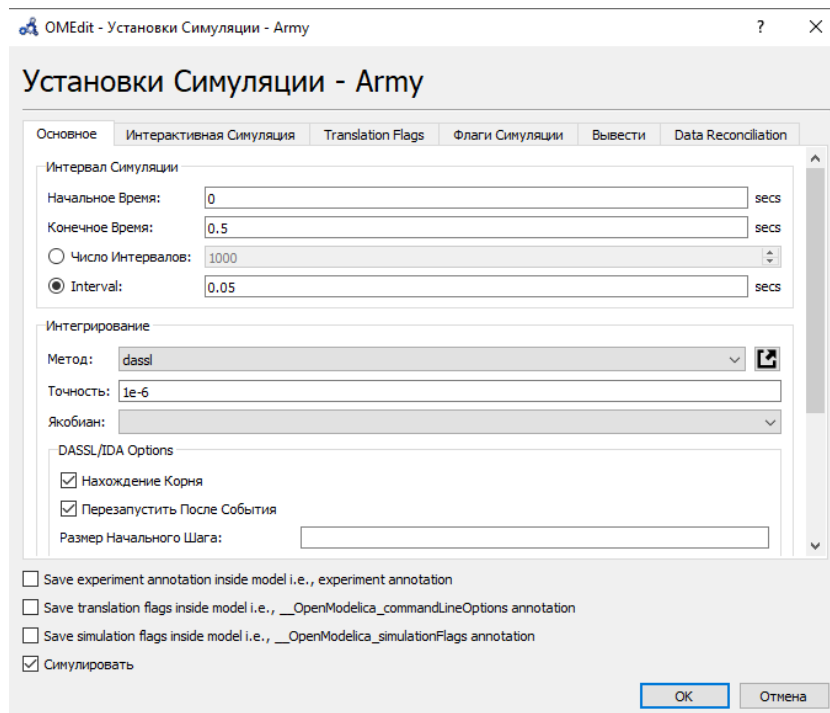


Figure 4.6: Параметры симуляции для 3 случая

## 2. Построим график для 3 случая (рис. 4.7)



Figure 4.7: График для 3 случая

Из рисунка видно, что армия  $x$  (синий цвет) выиграла армию  $y$  (красный цвет)

### 4.2.5 \*Четвёртый случай

1. Напишем код для 4 случая (рис. 4.8)

```
1  model Army
2
3  type Units = Real(unit="Units");
4
5  parameter Real a=0.4;
6  parameter Real b=0.67;
7  parameter Real c=0.77;
8  parameter Real h=0.14;
9
10 parameter Real a1=0.24;
11 parameter Real b1=0.67;
12 parameter Real c1=0.47;
13 parameter Real h1=0.14;
14
15 parameter Real a2=0.4;
16 parameter Real b2=0.75;
17 parameter Real c2=0.6;
18 parameter Real h2=0.14;
19
20 Units x(start = 882000);
21 Units y(start = 747000);
22
23 Units x1(start = 882000);
24 Units y1(start = 747000);
25
26 Units x2(start = 882000);
27 Units y2(start = 747000);
28
29 equation
30 der(x) = -a*x-b*y+ sin(3*time) + 1;
31 der(y) = -c*x-h*y+ cos(2*time) + 2;
32
33 der(x1) = -a1*x1-b1*y1 + abs(sin(2*time));
34 der(y1) = -c1*x1-y1-h1*y1 + abs(cos(2*time));
35
36 der(x2) = -a2*x2-b2*x2*y2 + sin(3*time) + 1;
37 der(y2) = -h2*y2-c2*x2*y2 + cos(2*time) + 2;
38 end Army;
```

Figure 4.8: Код для 4 случая

1. Зададим параметры симуляции для 4 случая (рис. 4.9)

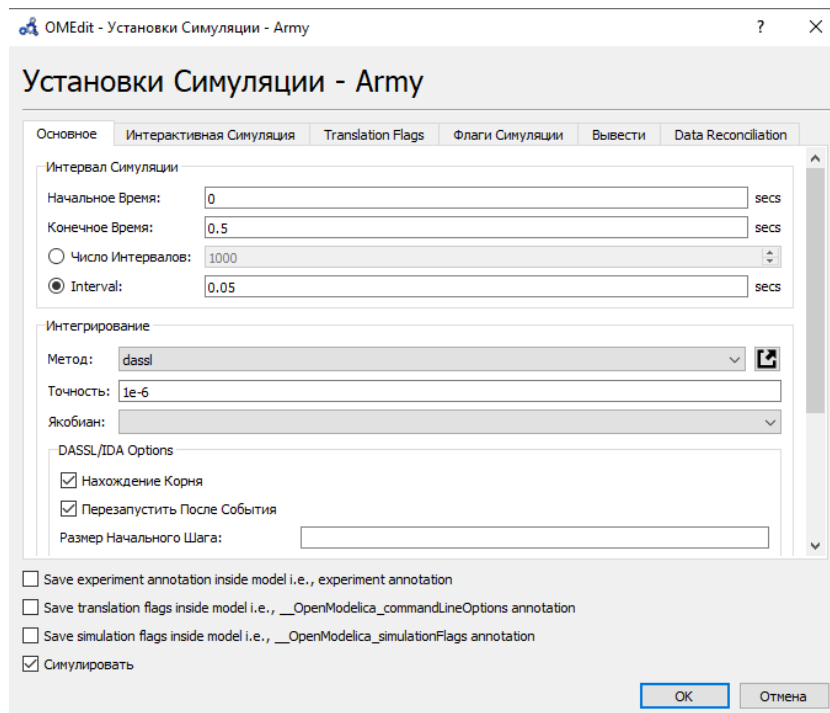


Figure 4.9: Параметры симуляции для 4 случая

## 2. Построим график для 4 случая (рис. 4.10)



Figure 4.10: График для 4 случая

Из рисунка видно, что армия  $y$  (синий цвет) выиграла армию  $x$  (красный цвет)



## 5 Выводы

В ходе данной лабораторной работы я рассмотрел простейшие модели боевых действий – модели Ланчестера. С помощью рассмотренного примера научился решать задачи такого типа.

## 6 Библиография

1. Modelica: Language Specification. - 308 с. [Электронный ресурс]. М. URL: Language Specification (Дата обращения: 25.02.2021).
2. Лабораторная работа №3. Задача о погоне. - 7 с. [Электронный ресурс]. М. URL: Лабораторная работа №3 (Дата обращения: 25.02.2021).
3. Лабораторная работа №3. Варианты. [Электронный ресурс]. М. URL: Варианты (Дата обращения: 25.02.2021).